

Procedimiento didáctico para la enseñanza de la fórmula de Planck en carreras de Ingeniería^{†*}

Segifredo Luis González Bello¹

Departamento Física, Universidad de Holguín
Holguín – Cuba

Resumen

En este artículo se propone un procedimiento didáctico para la enseñanza de la fórmula de Planck en carreras de ingeniería, siguiendo la secuencia cíclica: Hechos iniciales → Modelo-hipótesis → Consecuencias lógicas → Verificación experimental. Se analizan los elementos esenciales de la cuantización de la energía, con notas históricas que facilitan la comprensión del fenómeno de la radiación térmica, y el papel que jugaron los científicos en su explicación. Se consideran hechos iniciales en el ciclo ejemplificado, las leyes de Kirchhoff, Stefan-Boltzmann y Wien, además de la fórmula de Rayleigh-Jeans, y se precisan los planteamientos fundamentales que permitieron a Planck proponer su hipótesis para encontrar la solución teórica a la distribución de energía en el espectro de la radiación del cuerpo negro, que culmina en 1900 con la propuesta del cuanto de acción, expresado mediante la constante universal h que lleva su nombre. Una vez que ha sido obtenida la fórmula de Planck, se deducen de ella como consecuencias lógicas los hechos que le sirvieron de base, como casos particulares, y se obtienen otras relaciones de importancia para la física y la química. Para cerrar el ciclo, se realiza la verificación experimental, tomando como hecho empírico la medición de la radiación de fondo cósmico, que se comporta como la radiación de un cuerpo negro a una temperatura de 2,73 K. Se concluye con ejemplos de aplicaciones prácticas de la radiación térmica, que involucran algunos

[†] Didactic procedure for teaching Planck's formula in Engineering majors

**Recebido: abril de 2019.*

Aceito: outubro de 2020.

¹E-mail: sgonzalez@uho.edu.cu

conceptos básicos de la elaboración teórica de Planck: Energía solar, recubrimientos térmicos y pirometría.

Palavras-chave: *Enseñanza de la Física; Fórmula de Planck; Radiación del Cuerpo Negro; Radiación de Fondo Cósmico.*

Abstract

This article proposes a didactic procedure for teaching Planck's formula in engineering majors, following the cyclic sequence: Initial facts → Model-hypothesis → Logical consequences → Experimental verification. The essential elements of the quantization of energy are analyzed, with historical notes that facilitate the understanding of the phenomenon of thermal radiation, and the role that scientists played in its explanation. Initial facts in the exemplified cycle are considered, the laws of Kirchhoff, Stefan-Boltzmann and Wien, in addition to the Rayleigh-Jeans formula, and the fundamental approaches that allowed Planck to propose his hypothesis to find the theoretical solution to distribution are specified of energy in the spectrum of black body radiation, which culminates in 1900 with the proposal of the quantum of action, expressed by the universal constant h that bears his name. Once Planck's formula has been obtained, the facts that served as the basis, as particular cases, are deduced from it as logical consequences, and other relationships of importance for physics and chemistry are obtained. To close the cycle, the experimental verification is performed, taking as an empirical fact the measurement of cosmic background radiation, which behaves like the radiation of a black body at a temperature of 2.73 K. It concludes with examples of practical applications of thermal radiation, which involve some basic concepts of the theoretical elaboration of Planck: Solar energy, thermal covering and pyrometry.

Keywords: *Physics Education; Planck's Formula; Blackbody Radiation; Cosmic Background Radiation.*

I. Introducción

El desarrollo de las potencialidades para un comportamiento creativo de niños y jóvenes, comienza desde los primeros grados en las escuelas, y la Física como asignatura tiene particularidades, que ofrecen condiciones favorables para estimularlas en el proceso de enseñanza aprendizaje, por ser una de las ciencias básicas que contribuyen al desarrollo científico y tecnológico contemporáneo.

La significación que tiene la atención a las particularidades de los estudiantes en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Física, se concreta en los métodos de enseñanza y la inclusión en el contenido de descubrimientos experimentales y teóricos, así como de aplicaciones tecnológicas que influyen en el desarrollo socioeconómico de los países, que permiten revelar la relación existente entre los conceptos, principios, leyes y teorías físicas y sus aplicaciones prácticas inmediatas.

La enseñanza de la Física en las universidades cubanas, ha transitado por diferentes etapas, hasta llegar a la concepción actual que propicia el desarrollo de habilidades y comportamientos creativos en los estudiantes, que les permiten resolver problemas relacionados con su futura profesión. Ese tránsito atraviesa por la búsqueda de métodos de enseñanza, que optimicen la explicación del material docente y su aplicación práctica.

En el desarrollo de procedimientos didácticos para la elaboración del contenido de Física, y la utilización de métodos de enseñanza, se destaca uno que ha sido reconocido en la literatura científica, que consiste en la elaboración cíclica del material docente, mediante una secuencia que va desde los hechos iniciales a la elaboración de un modelo abstracto, de este a la deducción de consecuencias lógicas, y cierra con la verificación experimental de ellas (RASUMOVSKI, 1987), denominado por el autor de referencia como ciclo del conocimiento científico o ciclo de la creación científica, que será denominado en lo adelante como ciclo.

Hasta la segunda mitad del siglo XIX eran reconocidas las teorías relacionadas con la mecánica clásica, y la radiación electromagnética. Esta última expresada en la síntesis que se reconoce en las ecuaciones de J.C. Maxwell (1831-1879). Sin embargo, nuevos descubrimientos en la física condujeron a sintetizar las representaciones de las ondas y de las partículas en un nuevo modelo físico (KUHN, 1987; SÁNCHEZ, 2001).

Al físico alemán M. Planck (1858-1947) se debe un descubrimiento, que puso en marcha una de las grandes revoluciones de la historia de la ciencia, la de la teoría cuántica, cuyos frutos terminarían cambiando las concepciones existentes sobre el mundo. El 14 de diciembre de 1900, Planck comunicó un resultado que demostraba la no continuidad que la física suponía para la radiación electromagnética. Su propio descubrimiento le provocó sorpresa y dificultad para entender las novedades radicales que fueron surgiendo, lo cual fue expresado por él de este modo:

Mis infructuosos intentos de incorporar de algún modo el cuanto de acción a la teoría clásica, se prolongaron varios años y me exigieron mucho trabajo. Algunos colegas han visto en ello una especie de tragedia, pero tengo otra opinión al respecto: el provecho que obtuve de tan exhaustiva indagación fue muy valioso (PLANCK apud GARRITZ, 2008, p. 1).

La ley de distribución de energía en el espectro de la radiación del cuerpo negro y la fórmula de Planck, que la sintetiza, es un contenido de enseñanza de la Física, para carreras de ingenierías en las universidades cubanas. Su connotación en el surgimiento de la teoría cuántica ha sido reconocida y abordada en publicaciones científicas precedentes, con marcada

intención didáctica (KUHN, 1987; MARTÍNEZ, 1992; STUDART, 2000; MAYORGA, 2002; RIVADULLA, 2002; HERNÁNDEZ, 2005; NAVARRO, 2005; BARACCA, 2009; XAVIER JÚNIOR; CELASCHI, 2012; SAVALL; DOMÈNECH; MARTÍNEZ, 2013; MUÑOZ *et. al.*, 2012).

Durante la interpretación teórica de la distribución de energía en el espectro de la radiación del cuerpo negro, los investigadores tropezaron con una dificultad infranqueable. Los datos experimentales no concordaban con los fundamentos de la teoría electromagnética de Maxwell. Las tentativas de deducir una fórmula para ajustar la distribución de la energía, según las frecuencias obtenidas experimentalmente, partiendo de las representaciones de los átomos como osciladores, no dieron resultados satisfactorios.

Para la introducción de la fórmula que lleva su nombre, mediante una argumentación puramente matemática, a Planck le fue necesario hacer la suposición, de que la emisión no ocurre continuamente, si no en porciones discretas, cuantos con energía $h\nu$, donde h es denominada en la actualidad como constante de Planck, y ν la frecuencia de la radiación electromagnética (MENDOZA; HERNÁNDEZ, 1998). La hipótesis inicial adquirió un profundo significado, no solo para el proceso de emisión electromagnética, sino también para la absorción, propagación e interacción con los microobjetos.

Se han elaborado procedimientos para la descripción y explicación de la distribución de energía en el espectro de la radiación del cuerpo negro (MARTÍNEZ, 1992; MARTÍNEZ, 1999; STUDART, 2000; MAYORGA, 2002; RIVADULLA, 2002; NAVARRO, 2002; OTERO, 2005; BARACCA, 2009; SECO, 2012; XAVIER JÚNIOR; CELASCHI, 2012; SAVALL; DOMÈNECH; MARTÍNEZ, 2013; MUÑOZ *et. al.*, 2012), pero procedimientos didácticos para la enseñanza de la fórmula de Planck, han sido menos abordados en publicaciones científicas.

Para carreras de ingeniería en Cuba, el programa de estudio recomienda como texto básico, el de *Física Universitaria* de Sears y Zemansky, específicamente el volumen elaborado por los autores Young y Freedman (2009), y para lecturas complementarias, el de *Física* de Halliday, Resnick y Krane (1999). Estos textos son rigurosos en el desarrollo del contenido de enseñanza, con ilustraciones y ejemplos resueltos, que se complementan con la propuesta de preguntas, ejercicios y problemas en cada capítulo, pero no evidencian una suficiente aproximación al ciclo (RASUMOVSKI, 1987; GONZÁLEZ, 1994; GONZÁLEZ; PÉREZ, 1998; GONZÁLEZ, 2017) en la estructuración de dicho contenido.

La aplicación de métodos de investigación, permitió constatar que:

En los análisis metodológicos que realizan los profesores de Física para preparar sus clases, no han logrado organizarlas siguiendo el ciclo referenciado, porque no tienen a su alcance un procedimiento didáctico que les permita hacerlo (GONZÁLEZ; PÉREZ, 1998).

Es insuficiente la explicación de las deducciones obtenidas de la fórmula de Planck y el carácter heurístico del descubrimiento realizado en los albores del siglo XX.

La determinación de las limitaciones metodológicas y las insuficiencias en la práctica educativa, relacionadas con el proceso de enseñanza aprendizaje de la Física en carreras de ingeniería, y en particular el estudio de la fórmula de Planck, revelan la necesidad de elaborar procedimientos didácticos que sirvan de referencia a los profesores, en su preparación metodológica.

Al cumplirse los 162 años del nacimiento de Planck (23 de abril de 1858), y 120 años desde la comunicación que revolucionó las concepciones físicas existentes (14 de diciembre de 1900), vale la pena realzar esta contribución al desarrollo de la física, y propiciar la divulgación de la obra de tan renombrado científico en el campo de la física y su enseñanza.

En este artículo, sin soslayar las formulaciones teóricas de la física, se propone un procedimiento didáctico para la enseñanza de la fórmula de Planck en carreras de ingeniería, siguiendo la secuencia del ciclo del conocimiento científico.

II. El ciclo del conocimiento científico en las clases de Física

Como señaló Rasumovski (1987), el proceso de creación científica es cíclico, compuesto de eslabones: Hechos → Hipótesis → Consecuencias → Experimento (RASUMOVSKI, 1987). Cada ciclo se inicia con la selección de un grupo de hechos aportados por las observaciones, la ocurrencia de fenómenos físicos y la realización de experimentos. Seguidamente se plantea una hipótesis con respecto a la esencia de esos hechos. Esta hipótesis posee una propiedad heurística porque permite prever otros hechos que no fueron conocidos durante la generalización teórica. La veracidad de las consecuencias lógicas se verifican experimentalmente (RASUMOVSKI, 1987). Esta secuencia metodológica es posible adecuarla y aplicarla en la enseñanza de la Física.

Si las consecuencias teóricas del modelo inicial, se verifican experimentalmente, entonces se adopta sobre la base de la teoría, un modelo abstracto que refleja fielmente las propiedades del fenómeno estudiado. Si el experimento no ofrece los resultados esperados, esto significa que se identificaron los límites de aplicación de la teoría, lo cual indica que para la explicación de nuevos fenómenos, se requiere de una actualización o un cambio del modelo abstracto de la teoría que lo sustenta.

Con respecto a la determinación de hechos iniciales, es importante dilucidar si un grupo ellos puede proporcionar una ley de la naturaleza, esto solo es posible si la generalización de estos hechos se aviene a la lógica. La generalización sigue la vía de la inducción, de lo particular a lo general, las suposiciones acerca de lo común del grupo de hechos, surgen simultáneamente con la idea fundamental del descubrimiento, con el planteamiento de la hipótesis. Los hechos iniciales no tienen que reproducir obligatoriamente los experimentos históricos

En relación con la deducción de las consecuencias lógicas del modelo elaborado, este es un momento importante porque permite prever el comportamiento del fenómeno de la

naturaleza, sin tener que recurrir en cada caso a la reproducción natural. De esta forma los modelos desempeñan un papel heurístico, conducen a nuevos conocimientos

Para cerrar el ciclo planteado, gracias a la verificación experimental de las consecuencias, se puede juzgar sobre el grado de adecuación del modelo, es decir, se puede establecer el límite de aplicación de una teoría dada. El experimento sirve para la verificación objetiva o la aplicación de la teoría a la realidad. Esta fase está relacionada con la interpretación física de las deducciones teóricas realizadas, y la búsqueda de los medios para su concreción práctica. Es posible que al concluir un ciclo se inicie otro, como resultado de experimentos que no ofrezcan los resultados esperados.

Para la organización del material docente siguiendo la lógica del ciclo señalado, ha sido publicado con anterioridad un procedimiento didáctico que debe tener en cuenta, los siguientes aspectos (GONZÁLEZ, 1994; GONZÁLEZ; PÉREZ, 1998; GONZÁLEZ, 2017):

1. Qué parte del ciclo se va a desarrollar en cada clase, a partir de la organización dada al tema. Se debe considerar que no siempre se logra completar en una clase.
2. Seleccionar, dentro de los hechos experimentales, cuáles de ellos van a ser iniciales, y cuáles van a servir para la verificación experimental de las consecuencias lógicas deducidas del modelo propuesto.
3. Cerciorarse de que los hechos iniciales, den las razones suficientes para proponer las hipótesis y los modelos.
4. Las hipótesis y los modelos deben permitir la deducción de consecuencias teóricas, que deben verificarse experimentalmente.
5. Los hechos tomados para verificar las consecuencias teóricas, deben aportar argumentos que verifiquen, nieguen o refuten en parte las hipótesis propuestas.

Además de estos aspectos metodológicos, se debe considerar la relación existente entre el desarrollo del contenido con esa secuencia cíclica y los métodos de enseñanza. El ciclo señalado ilustra la aplicación del método científico de investigación al proceso de enseñanza aprendizaje.

Durante el paso de los hechos a las hipótesis y los modelos se sigue la vía inductiva, mientras que las consecuencias lógicas se extraen de las hipótesis y los modelos, siguiendo la vía deductiva. En el análisis de los hechos iniciales, se aprovechan las contradicciones que surgen en los estudiantes, y para su explicación se introducen métodos problémicos. Lo mismo ocurre en la verificación de las consecuencias lógicas.

A continuación se desarrollará el procedimiento didáctico propuesto para la enseñanza de la fórmula de Planck, que es un contenido del tema *Propiedades corpusculares de la radiación* (UNIVERSIDAD DE HOLGUÍN, 2018).

III. Procedimiento didáctico para la enseñanza de la fórmula de Planck en carreras de ingeniería

La organización metodológica que debe seguir la preparación del tema *Propiedades corpusculares de la radiación*, considerando los fundamentos metodológicos explicados anteriormente, comienza al determinar qué parte del ciclo se va a desarrollar en cada clase, dada la cantidad de contenido incluido en el programa de estudio. Se debe considerar que no siempre se logra completar el ciclo de la creación científica en una clase.

La idea básica a desarrollar en la primera clase del tema, es la cuantización de la energía, elemento clave que distingue la teoría cuántica de otras que la antecedieron. Los elementos fundamentales del sistema de conocimientos físicos que se deben analizar con los estudiantes son: Radiación térmica. Leyes de Kirchhoff, Stefan-Boltzman y Wien. Fórmula de Rayleigh-Jeans. Fórmula de Planck. En esta clase se puede desarrollar el ciclo completo, aunque la verificación experimental de las consecuencias teóricas se extenderá a otras clases del tema.

Se detallarán los elementos esenciales del desarrollo de contenido, incluyendo notas históricas que facilitan la comprensión del fenómeno estudiado y el papel que jugaron los científicos en su determinación.

III.1 Establecimiento de los hechos iniciales

El análisis del contenido de estudio, al que los estudiantes pueden acceder en los textos especificados con anterioridad y en carpetas digitales recomendadas, ayudará a seleccionar, dentro de los hechos observados, cuáles de ellos van a ser iniciales, y cuáles van a servir para la verificación experimental de las consecuencias lógicas deducidas del modelo propuesto.

En este caso se consideró que las leyes de Kirchhoff, Stefan-Boltzmann y Wien, y la fórmula de Rayleigh-Jeans, permiten seguir la evolución histórica del desarrollo experimental y teórico sobre la radiación térmica. Al mismo tiempo fueron la génesis de la explicación teórica al espectro obtenido, a partir de la contradicción de no poder ser interpretadas en los marcos de la teoría electromagnética, por esas razones fueron tomados como hechos iniciales.

Entonces se deben explicar los aspectos más relevantes de esa evolución histórica, indicando que la práctica demuestra inequívocamente, que un cuerpo caliente emite radiación electromagnética en un espectro continuo de longitudes de onda λ , principalmente en la región infrarroja, pero con intensidad variable, que alcanza su máximo valor para una longitud de onda λ determinada (MARTÍNEZ, 1992; MUÑOZ *et. al.*, 2012).

De manera general, la sustancia y la radiación interactúan y alcanzan el equilibrio térmico a través de intercambio de energía. En 1859, G. R. Kirchhoff (1824-1887) en una presentación realizada en Berlín, probó que para radiación de igual longitud de onda λ y la misma temperatura T , la razón entre la potencia emisiva y la absorptividad, es la misma para todos los cuerpos (STUDART, 2000), según la ecuación (1).

$$\frac{e_A}{a_A} = \frac{e_B}{a_B} \quad (1)$$

Donde e es la potencia emisiva, que es la cantidad de energía radiante emitida por unidad de área y por unidad de tiempo, y a la absorptividad que es la fracción de la energía incidente sobre la superficie que es absorbida, considerando dos cuerpos A y B en equilibrio térmico.

En una segunda presentación, Kirchoff introdujo la noción de un cuerpo perfectamente negro (STUDART, 2000), denominando así a aquellos objetos que absorben toda la luz que incide sobre ellos, pero que dependiendo de su temperatura, también pueden emitir radiación, y mostró que la potencia emisiva de él, depende solo de la temperatura y de la frecuencia de la radiación, tal que: $e_N = F(\nu, T)$, donde $F(\nu, T)$ es una función universal independiente de la forma, tamaño y composición química del cuerpo radiante.

Si uno de los dos cuerpos presenta la especificidad de que $a_N = 1$, o sea, que el cuerpo N absorbe toda la radiación que incide sobre él, se denomina cuerpo negro. Entonces para el cuerpo negro, de la ecuación (1), se obtiene que:

$$e_N = \frac{e_A}{a_A} \quad (2),$$

tal que: $e_N > e_A$ para cualquier cuerpo A .

De esta forma, el cuerpo negro posee una potencia emisiva mayor que cualquier otro. Un objeto con estas características es un cuerpo ideal, que no puede ser encontrado en la práctica, pero puede ser modelado en una buena aproximación mediante una caja hueca (por ejemplo, un horno), con paredes internas metálicas y una pequeña abertura que permite pasar la radiación. La Fig. 1 muestra una representación esquemática de un cuerpo negro.

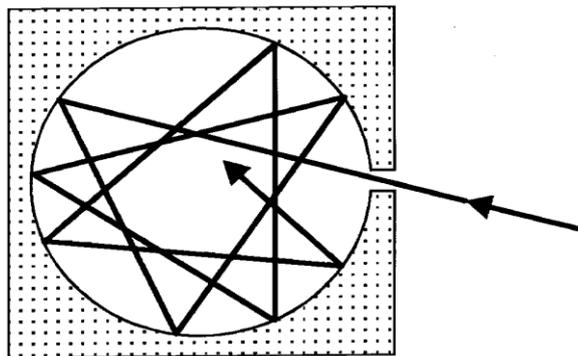


Fig. 1 – Representación esquemática de un cuerpo negro (STUDART, 2000).

La caja debe ser revestida de un aislante térmico excelente, y externamente debe ser pulida, reflejando toda la radiación incidente, excepto en la abertura. La radiación que entra en la cavidad, tiene una probabilidad muy pequeña de escapar, permaneciendo confinada en

su interior y reflejada por las paredes de la cavidad, hasta alcanzar el equilibrio térmico. Al alcanzarse el equilibrio, la radiación presenta las siguientes características (PIRIS, 1999):

- La densidad de energía, la distribución espectral y otras magnitudes que la caracterizan, no dependen de la forma ni del material de las paredes de la cavidad.
- Es homogénea, su densidad no depende del punto analizado dentro de la cavidad.
- Es isotrópica y no polarizada.

La radiación contenida en la cavidad puede ser descompuesta en sus componentes espectrales, a través de una función de distribución $u(\nu, T)$ tal que $u(\nu, T) d\nu$ es la densidad de energía (energía por unidad de volumen) de la radiación, con frecuencia ν en el intervalo comprendido entre ν y $\nu + d\nu$ cuando la cavidad está a una temperatura absoluta T (STUDART, 2000).

El espectro emitido por la cavidad depende del flujo de energía o radiancia espectral $R(\nu, T)$, que indica cómo varía la intensidad de la radiación emitida por la cavidad con la frecuencia, para una temperatura determinada, y debe ser proporcional a la densidad de energía $u(\nu, T)$, con una constante de proporcionalidad dependiente de factores geométricos, dado que la radiación es isotrópica y homogénea (HALLIDAY; RESNICK; KRANE, 1999). La relación quedaría especificada así (STUDART, 2000):

$$R(\nu, T) = \frac{c}{4} u(\nu, T) \quad (3),$$

Donde: c es la velocidad de la luz en el vacío. La ecuación (3), caracteriza la intensidad de la energía medida experimentalmente.

Cuando Kirchhoff elaboró dicha ley de radiación, se suponía que la energía radiante se propagaba mediante ondas. En los trabajos de H. Hertz (1857-1894) en 1887, al descubrir las ondas electromagnéticas, empezó a cobrar fuerza la idea de que la naturaleza de la radiación visible y térmica era de carácter electromagnético, y por tanto su comportamiento debía responder a las ecuaciones de Maxwell.

De los resultados experimentales y formulaciones teóricas ya establecidas, se dedujeron dos leyes relacionadas con la dependencia de la radiación del cuerpo negro de la temperatura: la Ley de Stefan-Boltzmann y la ley del desplazamiento o ley de Wien, que se expondrán a continuación.

Un resultado relevante sobre el estudio de la radiación térmica se debe a J. Stefan (1835-1893), que a partir de datos experimentales obtenidos por J. Tyndall (1820-1893) en 1864, consistentes en que la emisión total de un hilo de platino a $1\ 200\ ^\circ\text{C}$ es 11,7 veces mayor que la emisión correspondiente a $525\ ^\circ\text{C}$, concluyó, en 1879, que la energía total emitida, es proporcional a la cuarta potencia de la temperatura absoluta (STUDART, 2000; NAVARRO; PÉREZ, 2002; BARACCA, 2009; MUÑOZ *et. al.*, 2012).

Este resultado fortuito fue demostrado rigurosamente por L. Boltzmann (1844-1906) en 1884, con base en la existencia de una presión de radiación en equilibrio termodinámico,

que resultó ser un tercio de la densidad de energía, $p = \frac{1}{3} u(v, T)$. Usando la teoría electromagnética de Maxwell, y considerando la radiación como una máquina térmica, sujeta a las leyes de la termodinámica, Boltzmann concluyó que (KUHN, 1987; STUDART, 2000; SECO, 2012):

$$R_T = \sigma T^4 \quad (4)$$

Donde: R_T es la energía total irradiada y σ es la constante de Stefan-Boltzmann, que toma el valor:

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$$

La ley del desplazamiento o ley de Wien data de 1896 (STUDART, 2000; BARACCA, 2009; SECO, 2012), y fue demostrada por W. Wien (1864-1928). Esta ley establece que la distribución espectral de la densidad de energía está dada por la ecuación:

$$u(v, T) = v^3 F(v/T) \quad (5)$$

El origen del nombre de ley del desplazamiento, se debe al hecho de que a medida que la temperatura del cuerpo aumenta, el máximo de su distribución de energía se desplaza hacia longitudes de ondas más cortas. La longitud de onda, para la cual la intensidad de la radiación es máxima, varía con la temperatura, de acuerdo con la ecuación:

$$\lambda_{\text{máx}} T = b \quad (6),$$

donde $b = 2,90 \cdot 10^{-3} \text{ m K}$

La ley de Wien fue verificada experimentalmente por F. Paschen (1865-1947), en la región infrarroja cercana en el espectro electromagnético ($\lambda = 1-8 \mu\text{m}$), donde obtuvo una buena correspondencia con los datos obtenidos, lo que constituyó un considerable avance, pues permitía determinar la distribución espectral para cualquier temperatura, una vez que se conociera la distribución a una temperatura dada (STUDART, 2000).

Sin embargo, tanto la ley de Stefan-Boltzmann, como la ley de Wien no se ajustaban a la forma de la ley de distribución espectral, por lo que se puso de manifiesto que la termodinámica en el estado de desarrollo que tenía en el último tercio del siglo XIX, resultaba incapaz de dar solución satisfactoria al problema de la radiación del cuerpo negro.

Un aporte esencial en la búsqueda de soluciones fue el que realizó el Laboratorio Físico Técnico de Berlín, con los experimentos realizados desde 1896, por O. Lummer (1860-1925), E. Pringsheim (1859-1917), H. Rubens (1865-1922) y F. Kurlbaum (1857-1927). Las mediciones de la distribución espectral eran difíciles de obtenerse con la precisión necesaria para decidir entre varias fórmulas empíricas propuestas. La Fig. 2 muestra los resultados obtenidos por Lummer e Pringsheim a fines de 1899 (STUDART, 2000).

La fórmula de Wien se ajustaba satisfactoriamente a estos resultados experimentales preliminares.

Por razones históricas no se debe obviar la contribución de J. W. Strutt, Lord Rayleigh (1842-1919) a la investigación de la radiación del cuerpo negro. En una nota corta, publicada en junio de 1900, Rayleigh aplicó las consideraciones de Maxwell-Boltzmann, o sea, el teorema de la equipartición de la energía, a las oscilaciones electromagnéticas de la radiación en una cavidad, y encontró una fórmula radicalmente contraria a la de Wien (ARIAS; BARACCA, 2006; BARACCA, 2009).

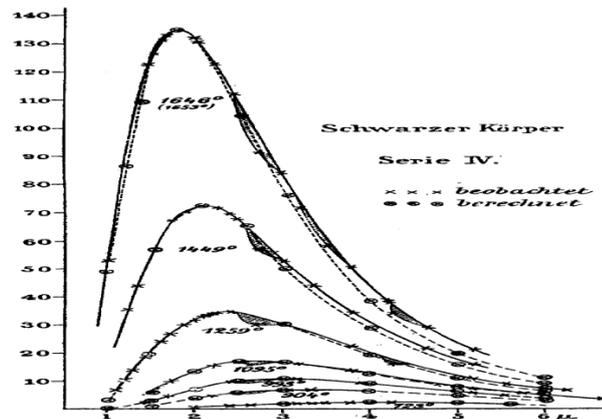


Fig. 2 –Intensidad espectral en función de la longitud de onda, obtenida por Lummer y Pringsheim en noviembre de 1899 (STUDART, 2000).

La fórmula de Rayleigh para la radiación del cuerpo negro, puede ser expresada a través del producto del número de ondas electromagnéticas dentro de la cavidad, por la energía de cada una de ellas. Como su resultado era diferente de la fórmula de Wien, Rayleigh introdujo un factor exponencial, tal que la expresión es:

$$u(\nu, T) d\nu = c_1 T \nu^2 e^{-c_2 \frac{\nu}{T}} \quad (7)$$

La ley de la radiación de Rayleigh es conocida actualmente como ley de Rayleigh-Jeans (STUDART, 2000; ARIAS; BARACCA, 2006), lo cual se debe a que la fórmula deducida por Rayleigh en 1900 y publicada en la revista *Nature* en 1905, estimó mal el número de modos, por un factor 8 en exceso. El error fue corregido ese mismo año por J. Jeans (1877-1946), en junio de 1905 (RIVADULLA, 2002), obteniéndose entonces la ecuación (8):

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2 kT}{c^3} d\nu \quad (8)$$

La fórmula de Rayleigh-Jeans, satisface la ley del desplazamiento de Wien, dada por la ecuación (5), pero falla en el límite de grandes frecuencias y conduce a una divergencia en la densidad de energía total, según la ecuación:

$$U = \int u(\nu, T) d\nu \propto \int \nu^2 d\nu \approx \infty \quad (9)$$

Este resultado fue denominado en 1911 por P. Ehrenfest (1880-1933), como catástrofe ultravioleta (RIVADULLA, 2002).

Aun cuando se obtuvieron estos resultados experimentales y teóricos, los fundamentos de la física clásica no permitían hallar la forma funcional de la distribución espectral y los físicos de la época intentaron desesperadamente encontrar la solución a dicha incógnita, proponiendo nuevos modelos para representar los fenómenos de la naturaleza. A partir del reto de encontrar una fórmula para la función correspondiente a la distribución espectral en la radiación del cuerpo negro, nació la teoría cuántica introducida por Planck.

III.2 Planteamiento del modelo-hipótesis para resolver el problema de la radiación del cuerpo negro

Si las teorías existentes no ofrecían las explicaciones adecuadas para los resultados experimentales obtenidos, esto significaba que se había llegado a los límites de aplicación de dichas teorías, lo cual indicaba que para la explicación de nuevos fenómenos, se requería de una actualización o un cambio del modelo abstracto sobre el fenómeno estudiado y en ese punto se destaca el trabajo realizado por el físico alemán.

Fue Planck quien finalmente, basado en los resultados experimentales de Lummer, Pringsheim, Rubens y Kurlbaum, muy finos para la época, así como en los trabajos de Wien y Boltzmann (NAVARRO, 2005), abrió la puerta a un mundo nuevo, al cuántico, que se diferencia de manera fundamental del clásico hasta entonces aceptado, y que requiere de manera forzosa no sólo de una discretización de la sustancia en forma de átomos y moléculas, sino de la radiación misma en forma de fotones.

En 1899, Planck estableció una relación entre la densidad de energía $u(\nu, T)$ y la energía media $E(\nu, T)$, del conjunto de osciladores armónicos de los átomos en la superficie interna de la cavidad radiante en equilibrio termodinámico (STUDART, 2000; NAVARRO; PÉREZ, 2002; BARACCA, 2009). El resultado puede ser escrito como:

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} E(\nu, T) \quad (10)$$

Como la radiación y los osciladores están en equilibrio, la frecuencia tiene un doble significado: representa la frecuencia de la radiación incidente, y también la posible frecuencia de los modos de oscilación de los átomos en la pared de la cavidad.

En ese caso Planck precisaba calcular la energía media de un oscilador armónico a una temperatura T para determinar, a través de la ecuación (10), la distribución espectral. Podía haber usado el resultado ya conocido del teorema de la equipartición de la energía, sin embargo, él prefirió usar un enfoque termodinámico, tal vez debido a su interés marcado en esta línea de investigación desde la obtención de su doctorado, con la defensa de una tesis que consistió en un reanálisis del trabajo de R. Clausius (1822-1888), sobre la segunda ley de la termodinámica en términos de la noción de entropía.

En febrero de 1900, Lummer y Pringsheim consiguieron medir la radiación en una región de longitudes de onda comprendida entre $\lambda = 12\text{-}18 \mu\text{m}$, y $T = 300\text{-}1\ 650 \text{ K}$, concluyendo que la fórmula de Wien no era válida para estos valores de longitudes de onda. Tres meses después, Rubens y Kurlbaum exploraron en la región del infrarrojo lejano $\lambda = 30\text{-}60 \mu\text{m}$, y $T = 473\text{-}2\ 773 \text{ K}$ y determinaron, que para esas longitudes de onda la fórmula de Wien era inadecuada (PLANCK, 2000b; STUDART, 2000; BARACCA, 2009).

El 7 de octubre de 1900, Rubens visitó a Planck y le informó que, para largas longitudes de onda o bajas frecuencias, $u(\nu, T)$ es proporcional a la temperatura T . Planck descubrió su fórmula de la radiación ese mismo día, y le envió a Rubens su resultado por la noche, a través de una comunicación postal (STUDART, 2000; MAYORGA, 2002; BARACCA, 2009).

El 19 de octubre de 1900, Planck (PLANCK, 2000a), presentó su fórmula para la distribución espectral de la radiación del cuerpo negro en una sesión de la Sociedad Alemana de Física, obtenida por la interpolación entre los resultados previstos para $u(\nu, T)$ en los límites extremos de la frecuencia (STUDART, 2000; BARACCA, 2009).

El científico alemán comenzó su intervención dejando sentadas las ideas que lo llevaron a su propuesta (PLANCK, 2000a):

Los interesantes resultados de las mediciones de la energía espectral de largas longitudes de onda, que fueron comunicadas por el Sr. Kurlbaum en la sesión de hoy, y que fueron obtenidos por él y por el Sr. Rubens, confirman la afirmación del Sr. Lummer y del Sr. Pringsheim, basadas en sus observaciones, que la ley de distribución de energía de Wien no es válida de una manera tan general, como muchos suponían hasta ahora, de modo que esta ley en el máximo tiene validez en un caso límite, y su forma excesivamente simple, debe estar restringida a longitudes de ondas cortas y bajas temperaturas (PLANCK, 2000a, p. 536).

La ecuación presentada por Planck, tomaba la forma:

$$E = \frac{C\lambda^{-5}}{e^{c/\lambda T} - 1} \quad (11)$$

Esta expresión la consideró casi tan simple como la de Wien, y llamó la atención que merecía ser investigada. La historia es que esa misma noche (RIVADULLA, 2002), Rubens verificó que la fórmula presentada se ajustaba perfectamente a los datos experimentales en todo los intervalos medidos. Al día siguiente se lo comunicó a Planck, y este inició lo que luego calificaría como el trabajo más extenuante de su vida, en la búsqueda de una deducción correcta de la entropía de N osciladores independientes.

El 14 de diciembre de 1900, en una segunda presentación, Planck comunicó la deducción teórica de su fórmula, en lo que vino a llamar un “acto de desesperación” (STUDART, 2000; PLANCK, 2000b), porque tuvo que introducir la hipótesis de la

discontinuidad de la energía de los osciladores, al considerar que el elemento de energía E debe ser proporcional a la frecuencia ν de los osciladores, y por tanto:

$$E = h\nu \quad (12)$$

En esta ocasión, Planck (2000b) volvió a ratificar su deseo de explicar la relación entre la teoría de la radiación electromagnética desarrollada por el mismo, y los datos aportados por los experimentos, lo cual expresó del siguiente modo:

Las mediciones espectrales recientes, realizadas por O. Lummer y E. Pringsheim, y aquellas aun más notables de H. Rubens y F. Kurlbaum...muestran que la ley de distribución de energía en el espectro normal, inicialmente establecida por W. Wien a partir de consideraciones de cinética molecular – y deducida por mí mismo a partir de la radiación electromagnética -, no tiene validez universal (PLANCK, 2000b, p. 538).

La lógica seguida por Planck para hacer la generalización teórica y establecer un nuevo modelo para la distribución de la energía en la radiación del cuerpo negro, descrita en sus propias palabras afirmaba que:

Queda establecido que la ley de la distribución de energía en el espectro normal se torna enteramente determinada, cuando se puede calcular la entropía S de un resonador radiante, oscilando de manera monocromática, en función de su energía de oscilación U . Se obtiene así, entonces, a partir de la relación $\frac{dS}{dU} = \frac{1}{\theta}$, la dependencia de la energía U en función de la temperatura θ . Por otro lado, una relación simple liga la energía U y la densidad de la radiación a la frecuencia de la oscilación correspondiente, ocurre lo mismo con la dependencia de la densidad de la radiación en función de la temperatura. La distribución de la energía normal es, entonces, aquella para la cual las diferentes densidades de radiación, correspondientes a las diferentes frecuencias de oscilación, poseen la misma temperatura. Así todo el problema se resume a encontrar S en función de U , y lo esencial del análisis que se sigue está consagrado a la solución de esa cuestión (PLANCK, 2000b, p. 538).

Así según Planck (MARTÍNEZ, 1999; PLANCK, 2000b; NAVARRO; PÉREZ, 2002; MUÑOZ *et. al.*, 2012), como $E = h\nu$, la ley de distribución de la energía estará dada por la ecuación (13):

$$u = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \left[\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \right] \quad (13)$$

La ecuación anterior expresada en función de la longitud de onda, quedará de la siguiente forma (PLANCK, 2000b; RIVADULLA, 2002):

$$E = \frac{8\pi ch}{\lambda^5} \left[\frac{1}{e^{\frac{hc}{k\lambda T}} - 1} \right] \quad (14)$$

En los casi dos meses que separaron las dos comunicaciones, Planck cambió radicalmente su línea de pensamiento, expuesta en los trabajos anteriores. Hizo algo más que aplicar el método de Boltzmann, porque al dividir la energía en elementos, les dio a éstos un carácter físico, cosa que no se había hecho con anterioridad, y con ese paso introdujo el cuanto de energía, denominado por él en ese momento como cuanto de acción, algo que rompía radicalmente con las teorías físicas precedentes, al introducir la discontinuidad en la emisión de energía. La fórmula $E = h\nu$ resultaba extraña para los físicos de la época, porque establecía una igualdad entre la energía concebida como discontinua, y la energía reconocida como continua, en función del carácter ondulatorio de la frecuencia ν .

En 1920, durante su disertación por haber obtenido el premio Nobel de Física del año 1918, Planck realiza la connotación que tiene su propuesta sobre el cuanto de acción, cuando afirmó:

O bien el cuanto de acción era una cantidad ficticia; entonces la deducción completa de la ley de radiación fue esencialmente una ilusión que representaba sólo un juego vacío con fórmulas sin significado alguno, o la derivación de la ley de radiación estaba basada en una concepción física con sentido. En este último caso, el cuanto de acción debía jugar un papel fundamental en física y aquí hay algo completamente nuevo, de lo cual nunca habíamos oído nada, y que requiere que revisemos básicamente todo nuestro razonamiento científico... El experimento decidió que la buena era la segunda alternativa (PLANCK apud GARRITZ, 2008, p. 3)

El hecho de que Planck no se refirió en su presentación al resultado reportado por Rayleigh, despertó inquietud en algunas publicaciones, pero obviamente lo conocía, porque fue publicado en la prestigiosa revista *Magazine Philosophical* y Rubens, en la visita domiciliar del 7 de octubre, le comunicó que, para bajas frecuencias, el resultado observado se correspondía con la fórmula de Rayleigh (STUDART, 2000). Se puede inferir que Planck si conocía el trabajo citado, sin embargo, el no era todavía un creyente consumado de las ideas estadísticas y probablemente no le dio la importancia apropiada.

Es importante precisarle a los estudiantes que Planck restringió la cuantificación de la energía a las oscilaciones de los electrones radiantes de la pared de la cavidad del cuerpo negro, pues pensaba que una vez emitida, la energía electromagnética se esparcía por el espacio en forma de ondas. La extensión de la cuantización de la energía a la radiación misma se debe a A. Einstein (1879-1955), quien propuso que la energía radiante está cuantizada en paquetes concentrados que hoy llamamos fotones o cuantos de luz (MAYORGA, 2002; HERNÁNDEZ, 2005; OTERO, 2005; BARACCA, 2009).

La obra de Planck rompía con la tradición clásica y no fue acogida inmediatamente. La teoría del cuerpo negro siguió siendo hasta después de 1906 una teoría compleja, como lo había sido antes de 1900. Comenzó a citarse muy lentamente en los siguientes cinco años. En 1902 fue citada en el libro *Tratado de espectroscopía* de Heirich Kayser, en 1904 en la *Termodinámica* de Woldemar Voigt. En 1905 la citó Einstein y se refirió a ella como la mejor fórmula que coincidía con los datos experimentales (MARTÍNEZ, 1999).

En 1907 Einstein mostró que la radiación del cuerpo negro no sólo tenía influencia en la vibración de los electrones sino también en los iones cargados. Si estos iones están ligados a una red sólida, la energía de los vibradores iónicos está restringida a múltiplos enteros de $h\nu$.

En 1913, N. Bohr (1885-1962) aplicó el cuanto de acción para obtener con gran precisión las emisiones de luz del átomo de hidrógeno, por lo cual fue reconocido el valor del trabajo de Planck en 1900.

Las publicaciones referidas y las contribuciones de Einstein y Bohr afianzaron la importancia del resultado aportado por Planck, y sentaron las bases para la obtención de consecuencias lógicas que se deducen de la fórmula.

III.3 Consecuencias lógicas que se deducen de la hipótesis de Planck

En el procedimiento didáctico que se propone se debe destacar que la hipótesis propuesta por Planck, debe resolver la dificultad que se relaciona con la comprensión de las consecuencias lógicas y su posterior verificación experimental por parte de los estudiantes. También debe realizarse el carácter heurístico del descubrimiento realizado en los albores del siglo XX.

La ley de la radiación de Planck y la fórmula que la sintetiza, reúne los requisitos para ser considerada revolucionaria (RIVADULLA, 2002), porque permite deducir con precisión los resultados parciales obtenidos anteriormente, considerados como hechos iniciales, pero lo más destacable es que contiene la hipótesis de la cuantización de la energía, que generó un cambio radical en el rumbo de la física teórica (RIVADULLA, 2002). El grado de generalidad de la elaboración teórica de Planck, es mucho mayor que cada uno de los planteamientos iniciales y los contiene como casos particulares.

En primer lugar explica mediante una única ley, hipótesis diferentes y en parte sin conexión que vienen de la termodinámica y la teoría electromagnética de Maxwell. Al obtener la fórmula de Planck, de ella se deducen las leyes de Stefan-Boltzmann y Wien, así como la fórmula de Rayleigh-Jeans (HALLIDAY; RESNICK; KRANE, 1999; ARIAS; BARACCA, 2006; YOUNG; FREEDMAN, 2009; MUÑOZ *et. al.*, 2012). Pueden ser obtenidas otras relaciones de importancia para la física y la química. Entre ellas, la determinación de la constante de Planck h (MENDOZA; HERNÁNDEZ, 1998), el valor de la constante de Boltzmann k , el número de Avogadro N_0 y el valor de la carga del electrón e (STUDART, 2000; SAVALL; DOMÈNECH; MARTÍNEZ, 2013).

La hipótesis cuántica permite ofrecer justificación teórica al fenómeno del efecto fotoeléctrico, cuya interpretación por Einstein en 1905, sería corroborada experimentalmente en 1916 por R. A. Millikan (1868-1953).

En segundo lugar, aporta desde un punto de vista teórico una idea nueva, la cuantización de la energía, desconocida hasta entonces, que abrió paso a la teoría cuántica. El cálculo de la constante h , que por tener dimensiones de energía por tiempo, Planck la denominó cuanto de acción, se concibe como una nueva constante de la naturaleza.

También la solución ofrecida por Planck resuelve el problema de los calores específicos de los sólidos, cuya dependencia con la temperatura no se describe correctamente mediante la teoría clásica basada en la equipartición de la energía.

III.4 Verificación experimental de las consecuencias lógicas de la hipótesis de Planck

En la fase final del ciclo, el experimento sirve para la verificación objetiva y la interpretación física de las deducciones lógicas que se derivan de la hipótesis, o con la aplicación de las deducciones lógicas a problemas prácticos. Lo anterior confirma o refuta la veracidad de las elaboraciones hipotéticas.

En este procedimiento didáctico, para cerrar el ciclo se toma como hecho para la verificación experimental de las consecuencias lógicas de la hipótesis de Planck, la medición de la radiación de fondo cósmico de microondas (CMB, por sus siglas en inglés de *Cosmic Microwave Background*). Es una forma de radiación electromagnética descubierta en 1965, que llena el universo por completo y tiene características de la radiación de un cuerpo negro a una temperatura de 2,73 K, y su frecuencia pertenece al rango de las microondas con una frecuencia de 160,2 GHz, correspondiéndose con una longitud de onda de 1,9 mm (BOYA, 1993; STUDART, 2000; REYES; UREÑA, 2007).

La ley de desplazamiento de Wien asocia esa temperatura a un máximo de emisión en la longitud de onda del dominio milimétrico. Este análisis no está incluido en los textos recomendados (HALLIDAY; RESNICK; KRANE, 1999; YOUNG; FREEDMAN, 2009), por lo que esta propuesta enriquece el análisis que se hace con los estudiantes. No es objetivo de este artículo profundizar en la radiación de fondo cósmico de microondas, si no significar su conveniencia para verificar la hipótesis de Planck.

El estudio de la radiación del cuerpo negro tiene una relevancia en estudios actuales de la astronomía y la cosmología, al descubrirse que el universo que nos es accesible, está repleto con radiación aproximadamente igual a la de un cuerpo negro a una temperatura $T = 2.73$ K (BOYA, 1993; REYES; UREÑA, 2007). La existencia de esa radiación es una evidencia importante para la teoría del Big bang, que considera que el universo se está expandiendo y enfriando con el tiempo. Esta radiación es la que quedó de un período en que el universo era compuesto básicamente de electrones y protones a una temperatura de cerca de 4000 K. Entre los temas de más interés en estos días se encuentra la observación y análisis de las pequeñas fluctuaciones de la distribución de Planck que pueden ser observadas a nivel

cosmológico (BOYA, 1993; REYES; UREÑA, 2007; MASTACHE, 2014; BASSALO; CATTANI, 2017). La radiación de fondo cósmico fue encontrada por A. A. Penzias (1933-) y R. W. Wilson (1936-) en 1964, lo cual le valió el Premio Nobel de Física en 1978.

El espectrofotómetro FIRAS (por sus siglas en inglés de *Far Infrared Absolute Spectrophotometer*) en el satélite COBE, que fue lanzado el 18 de noviembre de 1989 por la NASA, midió cuidadosamente el espectro de la CMB. El FIRAS comparó el CMB con un cuerpo negro de referencia, y no se pudo determinar ninguna diferencia en sus espectros. Cualquier desviación del cuerpo negro que pudiera seguir sin detectar en el espectro del CMB sobre el rango de longitudes de onda desde 0,5 a 5 mm tendría que tener un valor de unas 50 partes por millón del pico de brillo del CMB. Esto hizo del espectro del CMB, el cuerpo negro medido de manera más precisa en la naturaleza (BOYA, 1993; REYES; UREÑA, 2007; MASTACHE, 2014).

La Fig. 3 muestra la distribución espectral de la radiación de fondo cósmico correspondiente a la radiación de un cuerpo negro a temperatura $T = 2,73$ K. Nótese la similitud de la curva obtenida experimentalmente con el resultado de Lummer y Pringsheim (Ver Fig. 2).

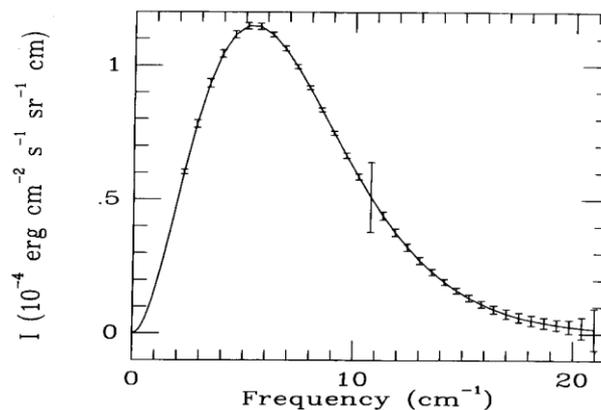


Fig. 3 –Distribución espectral de la radiación de fondo cósmico correspondiente a la radiación de un cuerpo negro a temperatura $T = 2,73$ K (STUDART, 2000).

Las desviaciones de la fórmula de Planck son mínimas (algunas partes por millón) y son debidas a irregularidades que llevaron al apareamiento de las galaxias (STUDART, 2000).

En cuanto a la aplicación de la teoría cuántica en problemas prácticos, se considera que es uno de los mayores hitos de la historia de la física, no sólo porque gracias a ella entendemos mejor los constituyentes básicos y las propiedades de la materia o de la radiación, sino porque ha contribuido al desarrollo tecnológico. La fórmula de Planck es útil en sí misma, ya que supone el punto de partida para el estudio de la radiación térmica de la materia.

Para concluir con el despliegue del procedimiento didáctico propuesto, se analizan ejemplos de aplicaciones prácticas de la radiación térmica, en la que se involucran algunos de

los conceptos básicos implicados en la elaboración teórica de Planck. Esta vinculación de los contenidos físicos con problemas profesionales que enfrentarán los estudiantes universitarios una vez graduados, favorece la profesionalización de las diferentes disciplinas incluidas en el currículo de formación.

Energía solar: El propósito de las investigaciones actuales sobre la energía, es el desarrollo de tecnologías más eficientes y baratas para transformar, transportar y almacenar la energía. En el caso de la energía solar, las características de los materiales usados en los colectores son de una importancia capital en la mejora de su rendimiento. La investigación en este tipo de materiales es hoy día un campo muy activo, en la búsqueda de optimizar cada vez más las propiedades de los colectores solares.

Los colectores absorben la energía del Sol, por lo que interesa que su absorptividad y, por tanto, la emisividad sea máxima en la región del espectro electromagnético, ocupada por la radiación solar. A su vez, el colector solar radia y pierde energía, por lo que interesa que su emisividad sea mínima en la región ocupada por su propio espectro. Mientras que el Sol (a 5800 K) emite en las regiones visible y ultravioleta del espectro electromagnético, el colector solar, con una temperatura de unos 200 – 300 °C, emite en el infrarrojo. Por tanto, un material con una emisividad selectiva optimiza el aprovechamiento de la energía solar.

Recubrimientos térmicos: La creación de materiales para la energía, no acaba con la búsqueda de compuestos que maximicen el rendimiento de la producción de energía en las plantas solares, sino que también es muy importante el aprovechamiento de la energía en el lugar en el que se vaya a usar. En este aspecto, la búsqueda de aislantes térmicos lo suficientemente buenos y baratos como para ser producidos en masa es vital.

Para apreciar el papel que juega la radiación térmica en los aislamientos, basta con recurrir a los invernaderos. Un invernadero funciona de forma muy similar a una placa solar: tiene una emisividad selectiva que permite absorber el máximo de energía solar y emitir la menor posible, teniendo en cuenta que el Sol y las plantas del invernadero están a temperaturas muy diferentes, por lo que emiten en regiones distintas del espectro electromagnético.

El principal obstáculo en la investigación de materiales para aislamiento térmico, es el costo, ya que se conocen en la actualidad materiales extremadamente eficientes, pero que no se pueden producir en cantidades suficientes para aislar millones de casas y miles de millones de ventanas.

Pirometría: Es la medición de temperaturas mediante métodos ópticos. El pirómetro recibe una señal electromagnética, lo que permite, conociendo la emisividad del material, deducir su temperatura. Es una herramienta crucial en la industria pesada, donde las altas temperaturas y complicadas disposiciones de máquinas y materiales, hacen muy difícil la utilización de termómetros convencionales, que requieren contacto directo con la muestra. También es útil para medir la temperatura de objetos móviles, o en general de cualquier cuerpo que presente dificultades de manejo.

IV. Consideraciones finales

Con el procedimiento didáctico propuesto en este artículo se contribuye a la enseñanza de la ley de la distribución de energía en el espectro de la radiación del cuerpo negro, y a la fórmula de Planck en carreras de ingeniería, siguiendo la secuencia del ciclo propuesto por Rasumovski (1987), según el esquema: Hechos iniciales → Modelo-hipótesis → Consecuencias → Verificación experimental.

De manera resumida, el ciclo aplicado a la enseñanza de la fórmula de Planck, se organizará como sigue: Se toman como hechos iniciales las leyes de Kirchhoff, Stefan-Boltzmann y Wien, además de la fórmula de Rayleigh-Jeans. La elaboración del modelo-hipótesis se expresa en las ideas fundamentales que permitieron a Planck encontrar la solución teórica, que culmina en 1900 con la propuesta del cuanto de acción expresado por la constante h que lleva su nombre. Las consecuencias teóricas deducidas del modelo-hipótesis que se toman en cuenta son las leyes antecedentes y la obtención de otras relaciones de importancia para la física y la química. A manera de verificación experimental se analiza la medición de la radiación de fondo cósmico de microondas, que se comporta como la radiación de un cuerpo negro a una temperatura de 2,73 K. Se concluye con ejemplos de aplicaciones de la radiación térmica, que involucran algunos de los conceptos básicos de la elaboración teórica de Planck: Energía solar, recubrimientos térmicos y pirometría.

El tratamiento didáctico que se propone, ha sido aplicado en la práctica educativa, en la Universidad de Holguín en Cuba, con estudiantes de Ingeniería Civil, en Curso Regular Diurno y Curso por Encuentro. Los resultados obtenidos en el aprendizaje han sido satisfactorios, llegando algunos estudiantes hasta el nivel de asimilación de aplicación en la resolución de ejercicios y problemas.

En trabajos futuros se recomienda que se profundice en la relación que se establece entre el enfoque termodinámico escogido por Planck para resolver el problema de la radiación del cuerpo negro y el posterior desarrollo de las estadísticas cuánticas, y en el estudio de la radiación de fondo cósmico, para enriquecer las nociones que se tienen en la actualidad sobre el origen y evolución del universo.

Referencias

ARIAS, N.; BARACCA, A. ¿Quién propuso la fórmula de Rayleigh-Jeans? **Revista LLULL**, v. 29, p. 5-18, 2006.

BARACCA, A. The overcoming of the mechanistic world view in Planck's research around 1900: a comparison with the contributions of Boltzmann, Wien, Rayleigh, Einstein. **Revista Cubana de Física**, v. 26, n.2A, p. 106-111, 2009.

BASSALO, J. M. F.; CATTANI, M. Sobre a radiação cósmica de fundo de micro-onda. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 34, n. 3, p. 823-863, 2017.

BOYA, L. J. La predicción de la radiación cósmica de fondo. **Revista LLULL**, v. 16, p. 5-21, 1993.

GARRITZ, A. Hace 90 años recibió el Premio Nobel de Física. **Educación Química**, v.19, n.4, p. 338-340, 2008.

GONZÁLEZ, S. L. **Perfeccionamiento de la Metodología de la Enseñanza de la Física Moderna en la Escuela Media Cubana**. 1994. 187 p. Tesis (Doctorado en Ciencias Pedagógicas) - Instituto Central de Ciencias Pedagógicas, La Habana.

GONZÁLEZ, S. L. Tratamento didático à fórmula do Planck para cursos de engenharias. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DAS CIÊNCIAS, I, 2017, Lubango. **Atas...** Lubango: ISCED-Huila, 2017. 1 CD.

GONZÁLEZ, S. L; PÉREZ, N. P. El ciclo del conocimiento científico y su influencia en el desarrollo de capacidades creativas. **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, v.15, n.1, p. 59-70, 1998.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R; KRANE, K. S. **Física**. Versión ampliada. 4. ed. México: Compañía Editorial Continental, 1999. 828 p. v. 2.

HERNÁNDEZ, L. A cien años de la publicación del artículo de Einstein sobre los cuantos de luz. **Revista Cubana de Física**, v.22, n. 2, p. 95-103, 2005.

KUHN, T. S. **La teoría del cuerpo negro y la discontinuidad cuántica 1894-1912**. Madrid: Editorial Alianza, S. A, 1987. 283 p.

MARTÍNEZ, I. **Termodinámica básica y aplicada**. Madrid: Editorial DOSSAT, S. A, 1992. 665 p.

MARTÍNEZ, R. La teoría de la radiación del cuerpo negro. **Momento**, n.9, p. 59-75, 1999.

MASTACHE, J. H. Una revisión a la teoría básica del CMB. **Cuadernos de Estadística Aplicada**, v. 1, n. 2. p. 29-34, 2014.

MAYORGA, A. Planck, Einstein y el nacimiento de la teoría cuántica (1900-1905). **Revista**

de Filosofía de la Universidad de Costa Rica, v. XL, n. 100, p. 145-152, 2002.

MENDOZA, J.; HERNÁNDEZ, H. El nacimiento de una constante. **Temas de Ciencia y Tecnología**, v.2, n.4, p. 31-54, 1998.

MUÑOZ, E. L. *et al.* Comprobación experimental de la ley de Stefan-Boltzmann en la cátedra de Física III de ingeniería de la UNLP. **ANALES AFA**, v.24, n.1, p. 29-35, 2012.

NAVARRO, L. Cuantos, fotones y moléculas: un cuarto de siglo de controversias. **Monografías de la Real Academia de Ciencias de Zaragoza**, n. 27, p. 69-91, 2005.

NAVARRO, L.; PÉREZ, E. Principio de Boltzmann y primeras ideas cuánticas en Einstein. **Revista DYNAMIS**, v. 22, p. 377-410, 2002.

OTERO, L. E. Einstein y la revolución científica del Siglo XX. **Cuadernos de Historia Contemporánea**, v.27, p. 135-177, 2005.

PIRIS, M. **Física cuántica**. La Habana: Editorial ISCTN, 1999. 350 p.

PLANCK, M. Sobre um aperfeiçoamento da equação de Wien para o espectro. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 22, n. 4, p. 536-537, 2000a.

PLANCK, M. Sobre a Lei de Distribuição de Energia no Espectro Normal. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v.22, n. 4, p. 538-542, 2000b.

RASUMOVSKI, V. G. **Desarrollo de las capacidades creadoras de los estudiantes en el proceso de enseñanza de la Física**. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1987. 358 p.

REYES, M. J.; UREÑA, L. A. La radiación del fondo cósmico. **Revista Mexicana de Física S**, v.53, n.4, p. 133-136, 2007.

RIVADULLA, A. La solución revolucionaria de Planck del problema de la radiación del cuerpo negro. In: MATAIX, C.; RIVADULLA, A. **Física cuántica y realidad**. Madrid: Universidad Complutense de Madrid, 2002. Cap. 2. p. 43-56.

SÁNCHEZ, J. M. **Historia de la física cuántica: El periodo fundacional (1860-1926)**. Barcelona: Crítica, 2001. v. 1.

SAVALL, F.; DOMÈNECH, J.; MARTÍNEZ, J. La introducción del concepto de fotón en bachillerato. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v.35, n. 2, p. 2404-1-2404-14, 2013.

SECO, L. C. **Radiação de corpo negro, lei de Stefan-Boltzmann y lei do Deslocamento de Wien**. 2012. 140 f. Dissertação (Mestrado em Física) - Universidade da Beira Interior, Covilhã.

STUDART, N. A invenção do conceito de quantum de energia segundo Planck. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v.22, n. 4, p. 523-535, 2000.

UNIVERSIDAD DE HOLGUÍN. Programa de Física III para carreras de Ingeniería, 2018.

XAVIER JÚNIOR, A. L.; CELASCHI, S. Black body radiation as a function of frequency and wavelength: an experimentally oriented approach. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v.34, n. 2, p. 2304-1-2304-2, 2012.

YOUNG, H. D.; FREEDMAN, R.A. **Física Universitaria con Física Moderna**. 12. ed. México: Pearson Educación, 2009. 480 p. v. 2.



Direito autoral e licença de uso: Este artigo está licenciado sob uma [Licença Creative Commons](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/).