



CAMBIANDO DE ROLES EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS: POSIBILIDADES DESDE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA

CHANGING ROLES IN THE MATH CLASS: POSSIBILITIES FROM MATHEMATICS CRITICAL EDUCATION

MUDANDO PAPÉIS NA AULA DE MATEMÁTICA: POSSIBILIDADES DA EDUCAÇÃO CRÍTICA MATEMÁTICA

Edna Paola Fresneda Patiño*

Cómo citar este artículo: Fresneda-Patiño, E. (2021). Cambiando de roles en la clase de matemáticas: posibilidades desde la Educación Matemática Crítica. *Góndola, enseñanza y aprendizaje de las ciencias*, 16(2), 399-414. DOI: <https://doi.org/10.14483/23464712.15025>

Resumen

En este artículo se presenta una discusión con relación al cambio en los roles del profesor y los estudiantes en una clase de matemáticas a partir de las posibilidades que ofrece la Educación Matemática Crítica y el enfoque metodológico de la Investigación Crítica. El objetivo es mostrar que los roles de los participantes en la clase cambian sustancialmente al posibilitar un escenario donde el estudio de situaciones sociales del contexto se convierte en el insumo de la actividad matemática. En este espacio, el docente no posee la autoridad y el dominio único sobre la clase, sino que los estudiantes se convierten en protagonistas de esta, mejorando sus procesos de comunicación, participación y consolidación de conocimientos dentro y fuera de las matemáticas. Para generar la discusión, se muestra el proceso de investigación realizado por un grupo de estudiantes de grado octavo que da cuenta de la interpretación de un modelo matemático establecido y su relación con el cuidado de sí: en el uso de la motocicleta; situación del contexto que posibilitó el desarrollo del escenario de aprendizaje. Allí, las matemáticas que los estudiantes construyen desde su trabajo autónomo, colaborativo y comprometido, donde el profesor actúa como un orientador, se convierten en una herramienta que permite tomar una postura frente a las situaciones que los involucra. Para matizar estas nuevas posibilidades que se dan en el aula, se realiza una caracterización de la competencia democrática a partir de dos elementos fundamentales: la alfabetización matemática —crítica— y el conocer reflexivo. Estas categorías teóricas que se pueden evidenciar en el desarrollo del escenario de aprendizaje se convierten en asuntos constitutivos que aportan a la formación ciudadana de los estudiantes con la premisa fundamental de contribuir a la consolidación de una sociedad más humana, democrática y justa; desde la clase de matemáticas.

Recibido: 13 de agosto de 2019; aprobado: 26 de junio de 2020

* Magister en Educación. Universidad Distrital Francisco José de Caldas y Secretaría de Educación Distrital, Colombia. Email: epfresnedap@gmail.com – ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2086-6920>

Palabras Clave: Educación Matemática crítica. Competencia democrática. Alfabetización crítica. Conocer reflexivo. Escenarios de aprendizaje.

Abstract

It is presented a discussion in connection with role changes by the teacher and the students in a mathematics class, based on the possibilities offered by Critical Mathematical Education and the methodological approach of the Critical Investigation. The objective is to show those participant roles in the class change substantially when enabling a scenario to study social situations in the context as the axis of mathematical activity. In this space, the teacher does not have the authority and the only domain over the class but the students become protagonists of it, improving their processes of communication, participation, and consolidation of knowledge inside and outside of mathematics. To generate discussion, it shows the research process carried out by a group of eighth-grade students who present interpretations of an established mathematical model and its relation to self-care: in the use of the motorcycle; the situation of the context that made possible the development of the learning scenario. There, mathematics is built by students from their autonomous, collaborative, and committed work becomes a tool that allows them to take a position in front of the situations that involve them, also, the teacher acts as a counselor. To highlight these new possibilities occurring in the classroom, a characterization of democratic competition is made from two fundamental elements: Mathematical literacy (critical) and Reflective knowing. These theoretical categories can be evidenced into the learning scenario, become constitutive issues that contribute to the citizens' education of students with the fundamental premise of contributing to the consolidation of a more humane, democratic, and just society; from the math class.

Keywords: Mathematical education critical. Democratic competence. Critical literacy. Reflective knowing. Learning environment.

Resumo

Se apresenta uma discussão em relação à mudança nos papéis do professor e dos alunos em uma aula de matemática a partir das possibilidades oferecidas pela Educação Matemática Crítica e a abordagem metodológica da Investigação Crítica. O objetivo é mostrar que os papéis dos participantes de uma turma mudam substancialmente ao possibilitar um cenário em que o estudo das situações sociais no contexto se torna a entrada da atividade matemática. Neste espaço, o professor não possui a autoridade e o domínio único sobre a aula, mas os alunos tornam-se protagonistas, aprimorando seus processos de comunicação, participação e consolidação do conhecimento dentro e fora da matemática. Para gerar a discussão, mostramos o processo de pesquisa realizado por um grupo de alunos da oitava série, que dá conta da interpretação de

um modelo matemático estabelecido e sua relação com o autocuidado: no uso da motocicleta; situação do contexto que possibilitou o desenvolvimento do ambiente de aprendizagem. Lá, a matemática que os alunos constroem a partir de seu trabalho autônomo, colaborativo e comprometido, torna-se uma ferramenta que lhes permite assumir uma posição diante das situações que os envolvem, também, o professor atua como conselheiro. Para qualificar essas novas possibilidades que ocorrem na sala de aula, uma caracterização da competência democrática é feita a partir de dois elementos fundamentais: letramento crítico-matemático e saber reflexivo. Essas categorias teóricas que podem ser evidenciadas no desenvolvimento do ambiente de aprendizagem, tornam-se questões constitutivas que contribuem para a educação cidadã dos estudantes com a premissa fundamental de contribuir para a consolidação de uma sociedade mais humana, democrática e justa; a partir da aula de matemática

Palavras chave: Educação Crítica em Matemática. Competição democrática. Alfabetização crítica. Saber reflexivo. Ambientes de aprendizagem.

“Los estudiantes deben estar preparados a través de su educación matemática para investigar y criticar la injusticia, y para desafiar, en palabras y acciones, a estructuras y actos opresores, es decir, a “leer y escribir el mundo” con las matemáticas”
Eric Gutstein.

1. Introducción

Hace algún tiempo, viendo y viviendo la situación actual de mi país —Colombia—, empecé a preguntarme cómo desde mi quehacer como docente de matemáticas podía contribuir a que mis estudiantes criticaran, cuestionaran y reflexionaran las situaciones sociales del entorno que nos afectan de manera individual y colectiva. Guiada por estas intenciones e intereses, realicé mis estudios de Maestría, situada desde el enfoque de la Educación Matemática Crítica —EMC— en el cual encontré mucha afinidad con mis pensamientos y deseos en relación con los propósitos de mi clase de matemáticas en la comprensión y transformación de nuestra realidad social. En este sentido y considerando las preguntas abiertas que dejó mi tesis de maestría, recientemente culminada, que giró en torno al desarrollo de la competencia democrática en la clase de matemáticas (FRESNEDA, SARMIENTO, 2018), —de la cual soy coautora y a la vez autora del presente

artículo—, quise explorar algunos elementos que quedaron en el tintero.

Aquí mí intención, es ahondar en uno de los aspectos que se resaltaron en el desarrollo de la investigación, —el cambio de roles entre estudiantes y docente, en la clase de matemáticas—, a partir del estudio de una situación social del entorno en el marco del montaje de un escenario de aprendizaje (SKOVSMOSE, 2012, GARCÍA, VALERO, CAMELO, 2013). Pensar la clase de matemáticas de otras maneras, es una de las intenciones que me mueve como docente e investigadora puesto que me inquieta la formación sociopolítica de mis estudiantes, que necesitan estar preparados para asumir los retos que están fuera de la escuela y que los afecta como individuos y ciudadanos. Estos propósitos resuenan y me identifican con las palabras de Gutstein (2006):

[...] los maestros y no sólo los maestros de matemáticas necesitan conceptualizarse como “transgresores”, ver su papel como parte de movimientos sociales más grandes y, explícitamente, intentar crear condiciones para que los jóvenes se conviertan en participantes activos de cambio en la sociedad (p.4).

Esta cita, junto con el epígrafe que pongo al inicio del artículo, han motivado las ideas que quiero discutir, gracias al conocimiento que he logrado antes, durante y después de finalizar mis estudios posgraduales. El objetivo es generar la discusión

sobre una experiencia que nos muestra que pensar la clase de matemáticas en función de la formación sociopolítica de nuestros estudiantes es posible y que el cambio en los roles de sus participantes propicia mejores procesos de enseñanza y aprendizaje, con un sentido más crítico. Para matizar esta idea, haré uso de uno de los episodios y algunas reflexiones suscitados en (FRESNEDA, SARMIENTO, 2018) que se convierten en el insumo principal, junto con algunos referentes teóricos enmarcados en la EMC (SKOVSMOSE, 1999; SKOVSMOSE, VALERO, 2012; VALERO, ANDRADE, MONTECINO, 2015) y en el enfoque de la Investigación Crítica (VITHAL, 2000, 2004; SKOVSMOSE, BORBA, 2004; SKOVSMOSE, 2015) como referente metodológico que resuena con los propósitos de la investigación desde la perspectiva teórica asumida.

2. Marco de referencia

Empiezo exponiendo por qué mi afinidad con el enfoque teórico de la EMC, que se relaciona con la importancia de reconocer una visión sociopolítica de la educación matemática al prestar atención en cómo la sociedad hace uso de las matemáticas, teniendo en cuenta los cambios educativos, que han reclamado la necesidad de repensar, tanto en la investigación como en la práctica, la conexión existente entre educación, sociedad y política (SKOVSMOSE, VALERO, 2012). La EMC nos invita a entender que la educación matemática gira en torno a las preocupaciones frente a la justicia social y en contra de la exclusión y la supresión social, abriendo nuevas posibilidades para que los estudiantes aborden críticamente los usos de las matemáticas en todas sus formas y aplicaciones (SKOVSMOSE, 2014 citado por VALERO, ANDRADE, MONTECINO, 2015).

Aquí es fundamental reconocer que el conocimiento matemático y el conocimiento de las matemáticas escolares se imbrican en y con la sociedad en sus procesos políticos, históricos y sociales, es decir, nos involucran a todos, en todos los sentidos. Esta es una invitación a repensar la clase de matemáticas

alejándonos de su desarrollo meramente cognitivo, de investigar para ir más allá de la búsqueda de herramientas para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. No basta solamente con aprender matemáticas, debemos propender por espacios en los que los estudiantes sepan cómo utilizarlas. Aquí se reconoce que la formación matemática de un ciudadano es fundamental para la vida democrática, por tanto, se requiere abrir espacios y considerar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas desde perspectivas que resaltan su conexión con diversos fenómenos sociales y políticos que se dan en el aula y fuera de ella (SKOVSMOSE, VALERO 2012).

Bajo esta necesidad, la EMC entiende las matemáticas como un lenguaje o herramienta poderosa que produce realidades y da forma a los diversos aspectos de la sociedad, dado su poder formativo (VALERO, ANDRADE, MONTECINO, 2015). Desde la propuesta de (FRESNEDA, SARMIENTO, 2018) con relación al desarrollo de la competencia democrática caracterizada por la alfabetización matemática —crítica— (SKOVSMOSE, 1999; GUTSTEIN, 2006) y el conocer reflexivo (SKOVSMOSE, 1997) fue posible vivenciar en la práctica la manera en que estas categorías teóricas les permiten a los estudiantes tomar una postura crítica frente a las situaciones sociales a partir del uso de las matemáticas. De esta investigación fue posible concluir que el desarrollo de esta competencia es un proceso evolutivo que nace en el estudio de una situación socialmente relevante para los estudiantes, que mueve sus intereses e intenciones y que los invita a involucrarse en un proceso de investigación donde ellos se convierten en los principales protagonistas.

Para lograr este propósito, es necesario concebir el salón de clase como un espacio de discusión y debate que posibilita la construcción de subjetividades, de ciudadanos con un hacer, sentir y actuar que trasciende de lo individual a lo social, y que permite pensar en el bienestar del otro y con el otro. Sin embargo, se debe reconocer que la educación matemática tal como se lleva a cabo en los salones de clase, con frecuencia está lejos de contribuir a la

vida democrática y a la formación sociopolítica de los estudiantes (SKOVSMOSE, VALERO, 2012). Por tal razón es necesario propiciar espacios en los que se privilegie la enseñanza de las matemáticas y su reconocimiento como una herramienta fundamental que empodera a los sujetos, aquí, la alfabetización matemática se convierte en una competencia necesaria para leer y escribir el mundo (GUTSTEIN, 2006). No se trata entonces de saber matemáticas y poseer conocimientos básicos para el mercado laboral o tareas específicas, se trata de poner esos conocimientos matemáticos en juego para cuestionar a las autoridades y poder hacer frente a la injusticia (SKOVSMOSE, 1999).

Para matizar un poco más la idea de la alfabetización matemática, entendemos que ésta es una condición para la emancipación social y cultural (SKOVSMOSE, 1997) y en contraste, Gutstein (2006, p. 5-6) plantea que según la manera en que la alfabetización matemática responda a las necesidades educativas y sociopolíticas de una sociedad, puede entenderse como —funcional o crítica—, porque influye de manera notoria en las políticas, prácticas y programas escolares de la educación matemática. La alfabetización funcional se refiere al conjunto de competencias que permiten desempeñarse adecuadamente dentro de una sociedad determinada, manteniendo el estatus quo y los intereses dominantes, sin dar lugar al cuestionamiento de las causas que perpetúan la injusticia y la opresión.

Mientras tanto, la alfabetización crítica implica acercarse al conocimiento de manera crítica y escéptica, cuestionando los intereses a los cuales responde y buscando explicaciones a los fenómenos e ideas circundantes. En palabras de Gutstein (2006), este tipo de alfabetización permite examinar la propia vida y la de los demás en relación con los contextos sociopolíticos e histórico-culturales de manera que, aunque también se busca adquirir o construir conocimiento, la alfabetización crítica es un acto político en tanto pretende ayudar a las personas a reconocer los aspectos opresores de la sociedad y así participar en la creación de un mundo más justo (MACEDO, 1994, citado por GUTSTEIN, 2006).

Esta premisa es la que anhelo llevar a mi aula de clase de matemáticas, para que los estudiantes tengan la posibilidad de generar cambios sustanciales en sus contextos propios desde las matemáticas. Así, la alfabetización crítica se relaciona con el conocer reflexivo, entendido como la competencia necesaria para estar en capacidad de tomar una posición justificada en una discusión sobre asuntos sociales y políticos, lo que quiere decir que se requiere de esta competencia general para reaccionar como sujetos críticos ante problemáticas actuales (SKOVSMOSE, 1999). No puede olvidarse que para alcanzar el conocer reflexivo se requiere de la conjugación de los conocimientos matemático y tecnológico, que surgen en el trabajo que se realiza en el ambiente propuesto en la clase a partir del estudio de una situación social.

Sin duda estos elementos en teoría nos permiten visualizar una esencia del aula de clase de matemáticas diferente, que sale de la rutina habitual en la que su desarrollo se enfoca en procesos cognitivos. Se requiere llevar a la práctica estas ideas, y esto implica un cambio en el ambiente de la clase, por eso se toma como referencia la propuesta de (FRESNEDA, SARMIENTO, 2018) quienes desarrollaron el montaje de un escenario de aprendizaje (SKOVSMOSE, 2012; GARCÍA, VALERO, CAMELO, 2013) permitiendo un cambio a la clase habitual enmarcada en el paradigma del ejercicio donde el profesor está al mando —pues posee el conocimiento sobre las matemáticas— y los estudiantes siguen instrucciones, toman apuntes y resuelven ejercicios; evidenciando desinterés y poca motivación por el aprendizaje de las matemáticas, que se alejan de su contexto real.

Para propiciar este nuevo ambiente se toman los escenarios de investigación (SKOVSMOSE, 2012) que se caracterizan por ser situaciones particulares que tienen la potencialidad de promover un trabajo investigativo en el que se invita a los estudiantes a formular preguntas, a buscar explicaciones; proponiendo retos de exploración para que sean ellos quienes tomen el mando de su proceso de aprendizaje. Se requiere que la invitación sea atractiva

para los estudiantes, que convoque sus intereses e intenciones. Si esto sucede se da lugar a los escenarios de aprendizaje, donde el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas toman lugar en el aula de clase reconociendo la complejidad de las dimensiones de la vida social, económica, política y cultural de los individuos (ALRØ, SKOVSMOSE, VALERO, 2006).

Bajo esta idea, se requiere reconocer los antecedentes, porvenires, esperanzas y expectativas de futuro para reconocer las posibilidades de aprendizaje y oportunidades de vida de los estudiantes en relación con lo que se dispone en su contexto social y político (ALRØ, SKOVSMOSE, VALERO, 2006). Esto implica el reconocimiento de una situación social relevante que desencadene el proceso de investigación, generando un cambio en sus roles en el aula de clase, puesto que se convierten en agentes mucho más activos en su proceso de aprendizaje. Por su parte, el rol del profesor también cambia porque su imagen de autoridad se transforma ya que no hay soluciones únicas en la actividad matemática puesto que ahora depende de aquello que investiguen los estudiantes. El docente se sale de su zona confort, dando lugar al principio de incertidumbre, al generar un nuevo reto que implica estudiar e investigar a la par con los estudiantes de manera que se cuente con el conocimiento para orientarlos en su proceso de indagación de esa situación social elegida, aprendiendo juntos críticamente.

Ahora bien, el montaje el escenario de aprendizaje de acuerdo con (FRESNEDA, SARMIENTO, 2018) surge del reconocimiento de una situación social de contexto de los estudiantes de acuerdo con la confluencia de varios elementos entre los que se destacan: primero, la cultura propia de los estudiantes de octavo, enmarcada en su diario vivir en un municipio de clima cálido en el que el uso de la motocicleta es muy frecuente. Segundo, al ser un municipio turístico y cercano a la ciudad de Bogotá, la visita de caravanas de motociclistas es frecuente, lo que permite observar motocicletas de distintos cilindrajes que llaman la atención de propios y visitantes. Tercero, la mayoría de los estudiantes

usan este medio de transporte para llegar al colegio y movilizarse a lugares aledaños del municipio. Cuarto, ha empezado a presentarse una creciente cultura de competencias ilegales en las que se han visto involucrados jóvenes y adultos del municipio. Estos hechos, sumados al deseo de los jóvenes por usar este medio de transporte, sin importar que los vehículos no estén en óptimas condiciones ni con los documentos vigentes, han generado numerosos accidentes de tránsito, donde los estudiantes se han visto involucrados, incluso con la pérdida de su vida. De acuerdo con este contexto, se planteó la situación del cuidado de sí: uso de la motocicleta como el asunto que permitiría el montaje del escenario de aprendizaje con el propósito de generar cambios sustanciales en la cultura habitual de la clase y por tanto propiciar el desarrollo de la competencia democrática. En este escenario se pueden visualizar tres escenas que muestran el proceso de indagación en el estudio de la situación social; el término escena hace referencia a los momentos que constituyeron el desarrollo del escenario de aprendizaje y que permiten diferenciar el transcurrir de las acciones que se configuraron de acuerdo con el quehacer de los estudiantes y el profesor durante el proceso de investigación. Para generar la discusión en este documento, se toma un episodio, que se entienden como un recorte espacio temporal de la información recolectada y que se constituye como una unidad o —fragmento— de análisis en la que es posible identificar declaraciones o evidencias de los estudiantes con relación al desarrollo de la competencia democrática y al cambio en la cultura de clase (FRESNEDA, SARMIENTO, 2018).

3. Metodología de Investigación

Para llevar estas ideas novedosas a la práctica, se requiere de un enfoque metodológico que resuene con la perspectiva teórica de la EMC, que permita pensar y experimentar posibilidades de transformar las prácticas educativas ya existentes a partir de la organización y análisis de datos empíricos que están en constante cambio. Desde una perspectiva política

de la educación matemática es de interés imaginar situaciones nuevas en el aula, considerando aquello que en ella existe en busca de transformar no sólo la práctica sino también la investigación. Esta investigación empírica, entendida como la investigación de “lo que no es, pero podría ser” (SKOVSMOSE, 2015), busca explorar nuevas posibilidades a partir del reconocimiento de la subjetividad de los participantes y del contexto en el que se enmarca la situación que se investiga.

Al considerar la investigación dentro de un paradigma crítico y con un espíritu de transformación, no se acepta la idea de que se reconozcan previamente los cambios que puedan generarse, porque tales cambios incluyen un alto grado de incertidumbre y duda; que invitan al docente-investigador a salir de su zona de confort. De ahí, que este modelo de investigación se concentra no sólo en el material empírico obtenido de alguna situación que ha tenido lugar en de aula, sino que también presta atención a lo que pudo haber ocurrido, a lo que los participantes pudieron haber hecho, a las posibilidades y a todo aquello que pudo ser diferente (SKOVSMOSE, BORBA, 2004). Con esto, se procura explorar nuevas posibilidades educativas a partir del reconocimiento de diferentes situaciones que pueden abordarse desde la investigación, buscando la transformación de los procesos escolares.

Resulta fundamental considerar una metodología que genere elementos de análisis frente a lo que pensamos y nos gustaría realizar, a lo que sucede en la práctica cotidiana y, finalmente a lo que se puede generar entre estas dos situaciones (FRESNEDA, SARMIENTO, 2018). En este sentido, desde una perspectiva sociopolítica de la enseñanza de las matemáticas se reconocen procesos de construcción que les permitan a los estudiantes ser y hacer con las matemáticas, de manera que les sea posible comprender y transformar su realidad. Así, desde la investigación crítica, el propósito de imaginar situaciones de enseñanza y aprendizaje resulta de la interacción constante entre la situación: actual, imaginada y dispuesta que se relacionan a través de los procesos de imaginación pedagógica,

organización práctica y razonamiento crítico (VITHAL, 2000, 2004, SKOVSMOSE, BORBA, 2004). Estos elementos y sus relaciones se presentan en el siguiente esquema.



Figura 1. Situaciones y procesos que tienen lugar en la investigación crítica. Fuente: (FRESNEDA, SARMIENTO, 2018).

La situación actual, es aquella que realmente existe en un aula y en una escuela, que se “limita a lo que es” en tanto que existe en el contexto de los estudiantes y requiere del reconocimiento de las normas y disposiciones de un sistema educativo específico, puesto que se encuentra situada en un contexto escolar. Se caracteriza por evidenciar rasgos problemáticos, que constituyen la pregunta de una investigación en el paradigma crítico, es decir, da vida al desarrollo de la investigación a partir del reconocimiento del contexto, sus participantes y sus problemáticas (VITHAL, 2000, 2004; SKOVSMOSE, BORBA, 2004; SKOVSMOSE, 2015).

La situación imaginada, hace referencia a la posibilidad de pensar la situación actual de una manera diferente, de acuerdo con las expectativas de los participantes en la investigación sobre lo que podría ser, con el propósito de dar respuesta a la pregunta de investigación. Aquí se considera la visión de las posibilidades y alternativas imaginadas por los distintos participantes de la investigación, e implica un alejamiento del escenario teórico que haga posible una reubicación en la práctica, buscando reformar o —transformar— elementos de la teoría y de ofrecer cambios a la situación actual (VITHAL, 2000, 2004; SKOVSMOSE, BORBA, 2004; SKOVSMOSE, 2015). La situación dispuesta, se entiende como una

alternativa a las dos situaciones anteriores en tanto que media entre ellas, ya que se encuentra reorganizada por los participantes de la investigación y limitada por las diferentes condiciones propias de la situación actual; en este sentido, es un producto de la cooperación y la negociación entre los participantes de la investigación, inspirado en la situación imaginada (VITHAL, 2000, 2004; SKOVSMOSE, BORBA, 2004; SKOVSMOSE, 2015). Desde la perspectiva de la investigación crítica las situaciones descritas juegan un papel fundamental en el cambio de la cultura de la clase de matemáticas, por ello es importante hacer énfasis en los procesos que las vinculan, propuestos por SKOVSMOSE y BORBA (2004) los cuales se explicitan a continuación.

La imaginación pedagógica, es el proceso que permite relacionar la situación actual y la situación imaginada, emerge como un acto creativo que hace posible pensar alternativas pedagógicas y educativas de forma diferente a partir del reconocimiento de las características de la situación actual en el contexto de los estudiantes (SKOVSMOSE, BORBA, 2004; SKOVSMOSE, 2015). La organización práctica, surge con el propósito de establecer una relación entre la situación actual y la situación dispuesta, por medio de tareas prácticas de planificación; en tanto que se reconoce que el contexto educativo puede limitar la imaginación pedagógica. La calidad de la organización lograda depende de la cooperación y negociación entre los participantes de la investigación que permite llevar al aula de clase las actividades prácticas que se han considerado desde la imaginación pedagógica (SKOVSMOSE, BORBA, 2004; SKOVSMOSE, 2015).

En tanto, el razonamiento crítico, es el proceso que posibilita la reflexión y se considera la viabilidad de la imaginación pedagógica junto con los elementos innovadores de la imaginación pedagógica. Este proceso analítico permite buscar, a través de la situación dispuesta, una mejor interpretación de la situación imaginada, permitiendo el análisis de las posibilidades que no han sido tenidas en cuenta y da lugar a la pregunta sobre “qué habría podido suceder si” (SKOVSMOSE, BORBA, 2004;

SKOVSMOSE, 2015).

Junto a las situaciones y procesos de la investigación crítica, se pone en juego la negociación, la deliberación, la cooperación y el trabajo colaborativo como elementos clave de este enfoque metodológico. Tales elementos permean el proceso de investigación, poniendo un énfasis especial en los procesos de interacción y participación de los sujetos que dan vida al desarrollo de la investigación dando lugar a la consideración de elementos teóricos y prácticos, que pueden ser nuevos y que aportan al enfoque metodológico. La razón de ser de la investigación crítica es, generar un diálogo para darle vida a posibles situaciones de enseñanza y aprendizaje, que aún no son lo que en realidad sucede en la mayoría de las aulas de matemáticas, y en donde se puede llevar a cabo las relaciones democráticas y el desarrollo de competencias críticas (VALERO, ANDRADE, MONTECINO, 2015).

En el desarrollo de la investigación se usaron de tres técnicas para la recolección y análisis de la información: observación participante (FLICK, 2004), entre-vista (KVALE, 2011) y análisis de videos (PLANAS, 2006). En la observación participante, el docente de aula era a su vez investigador-observador lo que permitía identificar elementos clave que se convirtieron en insumos en el desarrollo de la investigación. Aquí, se combinó el análisis de documentos, la participación directa, la observación y la retroalimentación para abordar las distintas posibilidades que ofrecía la investigación. Uno de los rasgos relevantes de esta técnica es que el investigador interviene de lleno en el campo observado, en tanto que hace parte de la comunidad objeto de investigación y no sólo en su rol como participante sino también por las ideas e intenciones que lleva consigo desde su visión sociopolítica (FRESNEDA, SARMIENTO, 2018).

En cuanto a la entre-vista, permite comprender el mundo desde el punto de vista del sujeto, se pretende acercarse al mundo de “ahí afuera” y huir de entornos de investigación especializada para entender, describir y explicar “desde el interior” (KVALE, 2011). En relación, Skovsmose, Scanduzzi, Valero

y Alrø (2008, p. 139) resaltan que

[...] Kvale (1996) desarrolla el concepto de entre-*vista*, como una conversación donde los involucrados “*ven juntos*” (entre-*ven*) y co-construyen ideas sobre temas seleccionados. Así que una *entre-*vista** es “una conversación espontánea cuyo propósito es obtener descripciones del mundo vital del entrevistado con respecto a la interpretación del significado de los fenómenos descritos” (p.5).

De este modo, la *entre-*vista** permite la construcción del conocimiento a través de la inter-acción entre el entrevistador y el entrevistado (KVALE, 2011). Esto es posible a partir de una conversación en la que emergen experiencias significativas de las personas, que buscan ser comprendidas al intentar entender el mundo desde su punto de vista —es decir, desde la perspectiva y con las palabras propias del entrevistado—, por lo que es óptimo que este hable “libremente”.

Finalmente, el análisis de videos propone un modelo de análisis de información que busca indagar entornos de aula y pautas de interacción que facilitan procesos de construcción de conocimiento matemático (PLANAS, 2006). Se reconoce la interacción social como un medio a través del cual se intercambian y reconstruyen significados matemáticos, por ello se plantea un modelo diferenciado dependiendo si la fuente de los datos en la interpretación del video o el contenido de la transcripción, lo cual depende de los aspectos relevantes para observar en la investigación. El modelo se ha pensado de manera suficientemente abierta, con el propósito de orientar procesos de investigación centrados en la exploración de pautas y hallazgos desde la interacción social. Por eso, las categorías de análisis no dependen del modelo sino de los intereses propios de cada investigador de acuerdo con el propósito y tema de investigación.

Para llevar a cabo estas técnicas de recolección y análisis de la información se usaron instrumentos que tenían utilidad para una o varias técnicas, entre ellos están: las videograbaciones, grabaciones de audio, transcripción de episodios, notas de campo y producciones de los estudiantes; los cuales permitían recolectar información en cuanto a las

interacciones dadas entre los estudiantes y su avance en el desarrollo de sus propios procesos de investigación, dando evidencias además del desarrollo de la competencia democrática y los cambios en la cultura de clase, las cuales se analizan desde las categorías específicas propuestas, donde estos instrumentos dejan ver suficientes hallazgos.

4. Resultados y discusión

Para la discusión que se desea generar se toma de (FRESNEDA, SARMIENTO, 2018) uno de los episodios construidos que proviene del estudio del cuidado de sí: uso de la motocicleta, situación que desencadenó el proceso de investigación desarrollado por los estudiantes del curso 803 de la IED Ricardo Hinestrosa Daza ubicada en el municipio de La Vega, en Cundinamarca. El episodio seleccionado para evidenciar el cambio de roles del profesor y los estudiantes se titula: “encontrando la velocidad que lleva un vehículo, aplicando un modelo matemático establecido” (p. 111), que hace referencia a la interpretación de un modelo matemático para encontrar la velocidad a la que iba un vehículo, al hacer una frenada de emergencia.

Se toma como base este episodio, sustentado en la tesis de SKOVSMOSE (1999) en relación con la ejemplaridad la cual señala que es posible desarrollar una comprensión general, al concentrarse en —o dejarse absorber por— un ejemplo específico. Así, un estudio en profundidad de un fenómeno particular puede llevar a explorar los rasgos esenciales de un fenómeno global, pues la ejemplaridad permite construir puentes entre objetos de crítica focalizados, contenidos en una situación particular de clase y, objetos de crítica más amplios (p. XVIII). Es importante señalar que la ejemplaridad no busca simplificaciones sino la complejidad en situaciones particulares, puesto que lo general se puede comprender a través de lo particular. La educación basada en el principio de ejemplaridad debe despertar la curiosidad de los estudiantes y debe surgir de preguntas y problemas dirigidos a la aprehensión interdisciplinaria de los valores de la humanidad. La

posibilidad de que a través de un ejemplo específico podamos ser capaces de adentrarnos en profundidad en los asuntos matemáticos es justamente, lo que aquí se quiere mostrar.

En el episodio señalado, Juan David, Vanessa y Carla encontraron dos fórmulas relacionadas con la energía cinética y la energía de rozamiento que, al ser igualadas, y mediante el despeje de la variable v , permite encontrar un modelo para hallar la velocidad a la que se desplaza un vehículo si se conoce la longitud de la marca que deja el neumático en el asfalto, al realizar una frenada de emergencia. Los estudiantes se propusieron interpretar el modelo matemático para llevarlo a la situación del uso de la motocicleta, de manera que esa información les permitiera reflexionar en torno al exceso de velocidad y al cuidado de sí. En la siguiente transcripción, se puede observar el proceso de apropiación teórica que desarrollaron y la manera en que lo explicaron a sus compañeros para que ellos también lo pudieran comprender y aplicar a una situación específica.

Carla: Nosotros encontramos una fórmula que sirve para saber a qué velocidad iba un vehículo midiendo la marca que deja al frenar $v = \sqrt{2 \times g \times d \times \mu}$

Juan David: Queremos explicarles en qué consiste la fórmula que encontramos y para qué sirve.

Vanessa: El 2 es un valor específico.

Carla: La g es la gravedad, la cual tiene un valor específico que es 9.81 m/s^2 . Eso es una constante.

Vanessa: La d , es la distancia de la marca que dejó el vehículo cuando frenó.

Carla: La μ es el coeficiente de rozamiento; para esto utilizamos la tabla de coeficientes de rozamiento. Y esto sería lo que necesitamos saber para hallar la velocidad.

Juan David: Les vamos a explicar cómo funciona la fórmula [dirigiéndose con Carla al tablero].

Vanessa: Nos dimos cuenta que en la fórmula siempre hay que multiplicar 2 por la gravedad, entonces siempre vamos a tener como resultado $19,62 \text{ m/s}^2$ y esto lo multiplicamos por la distancia y por el coeficiente de rozamiento, así es más rápido [Ver Figura 2].

Carla: Les vamos a mostrar un ejemplo con un coeficiente de rozamiento de 0,3, que es para un neumático

viejo y asfalto mojado y una marca de frenado de 10m [realizan el procedimiento en el tablero].

Vanessa: Esto significa que, si vamos en un vehículo con neumáticos viejos en una carretera con asfalto mojado, a una velocidad de 14,55 km/h y frenamos en seco, el vehículo se desplazará aproximadamente 10 m [Ver Figura 3].

Sergio: ¿Será que sí, porque 14 km/h es muy despacio? Yonier: Pero es que el piso está liso.

Carla: Y es un neumático viejo.

Sergio: Hay que tener en cuenta que el coeficiente de rozamiento para estas características es entre 0,3 y 0,4 y ellos tomaron el menor valor, 0,3.

Alexandra: No entiendo de dónde se toman esos coeficientes de rozamiento, ¿eso de dónde sale?

Vanessa: Ya hay una tabla que indica los valores de los coeficientes de rozamiento de acuerdo con unas características específicas.

Juan David: La idea es que ahora nosotros les demos unos valores de distancias y coeficientes de rozamiento y ustedes calculen la velocidad a la que iba el vehículo, por filas, puede ser.

Carla: Teniendo en cuenta que los coeficientes de rozamiento se presentan en la tabla como dos valores, tomaremos el valor de la mitad. Por ejemplo, si el coeficiente está entre 0,3 y 0,4 tomaremos 0,35.

Vanessa: De acuerdo con los siguientes datos, cada fila debe calcular la distancia a la que iba el vehículo [escriben la información en el tablero].

Sergio: Entonces fila 1 hace el ejercicio para neumático viejo asfalto seco con coeficiente de rozamiento 0,5; fila 2 neumático viejo asfalto mojado con coeficiente de rozamiento 0,35; fila 3 neumático nuevo asfalto seco con coeficiente de rozamiento 0,8 y fila 4 neumático nuevo asfalto mojado con coeficiente de rozamiento igual a 0,5.

Juan David: Y el valor de la distancia o marca de frenado lo pone cada uno.

Vanessa: Compañeros, intenten realizar la actividad y nosotros vamos pasando a sus puestos a resolver las dudas que ustedes tengan [Ver Figura 4].

Transcripción 1. Interpretación y aplicación de un modelo matemático dado.

En la transcripción de este episodio y en las imágenes

tomadas de la socialización de su proceso de investigación, es interesante notar la manera en que se empoderaron de su actividad no sólo como investigadores, sino con las matemáticas mismas. Se evidencia la apropiación de su trabajo y muestran un gran dominio que les permitió asumirse como líderes de la clase guiando la práctica de usar el modelo matemático encontrado en relación con la situación específica del uso de la motocicleta. Desde la propuesta de la investigación es gratificante notar que el espacio que se propuso en la clase de matemáticas generó grandes cambios en la actividad de los estudiantes que se evidencian no solo en los procesos comunicativos, participativos, de trabajo en equipo, de reconocimiento y uso de las matemáticas; sino además en la manera como ahora conciben el salón de clase, un espacio abierto a la discusión y el diálogo sobre situaciones del contexto, a la luz de las matemáticas.

En el proceso que los llevó a este punto de su investigación, los estudiantes mostraron una exhaustiva consulta y un estudio juicioso para lograr la interpretación y comprensión de los elementos matemáticos que constituían el modelo, con el propósito de aplicarlo en la situación específica que se estaba investigando. Esta información matemática que encontraron mostraba un gran potencial para el desarrollo de la investigación —elementos que hacían parte de la situación imaginada, que para su desarrollo requería del proceso de imaginación pedagógica y organización práctica—, (SKOVSMOSE, BORBA, 2004). Sin embargo, para lograr lo deseado fue necesario un trabajo conjunto y comprometido de los estudiantes y además de la orientación del docente —Sergio— quien fue el encargado de guiarlos en la interpretación del modelo de manera que no desistieran de ese interesante trabajo.

Durante el desarrollo de las sesiones de clase se continuaba viendo el interés en los estudiantes por apropiarse del modelo matemático, aunque en ocasiones se sentían desmotivados porque no lograban comprender los elementos que lo constituían. Aquí, la labor del docente cobró sentido, porque el propósito no era darles el conocimiento a sus estudiantes

sino guiarlos con preguntas y observaciones por el camino que los conduciría a la comprensión que ellos anhelaban. No solo se trataba del saber matemático en sí mismo sino de la posibilidad de darle sentido en la situación social relacionada con el exceso de velocidad y su incidencia en el cuidado de sí. Por eso, luego de una labor comprometida, de negociación, cooperación y deliberación, en la transcripción que se presenta, se evidencia el fruto del proceso de Juan David, Carla y Vanessa, lo cual deja ver rasgos de la situación imaginada que se hicieron reales en la situación dispuesta (SKOVSMOSE, BORBA, 2004; SKOVSMOSE, 2015).

En este episodio, el grupo presenta los resultados de su investigación a sus compañeros explicando cada uno de los elementos que constituyen el modelo matemático y su relación con la situación del uso de la motocicleta y el exceso de velocidad. Ellos han logrado un dominio por el proceso de estudio, en el que hicieron varios ejemplos con distintos factores para poder comprender con mayor claridad lo que sucedía con esos valores matemáticos y su significado en la situación. Su propósito era compartir esa información a sus compañeros, pero no solamente para que la escucharan, sino para que ellos también pudieran usarla y comprenderla en la situación real. Se evidencia una apropiación de los elementos matemáticos que allí emergieron gracias al trabajo grupal y para transmitirlos hicieron uso de herramientas como la presentación de Power Point y el tablero (Ver Figura 2 y 3), logrando la atención y cooperación de sus compañeros en el desarrollo de la actividad.

En el análisis que hicieron frente a los coeficientes de rozamiento, en el que reconocían de un lado las condiciones de la vía —asfalto seco o mojado— y de otro las condiciones del vehículo —neumático viejo o nuevo—, se posibilitó el logro de una mayor comprensión de la utilidad del modelo con relación al uso de la motocicleta y el cuidado de sí (FRESNEDA, SARMIENTO, 2018). Allí se requería de la comprensión de algunos elementos propios del modelo matemático como: la gravedad, los coeficientes de rozamiento, la distancia y por su puesto

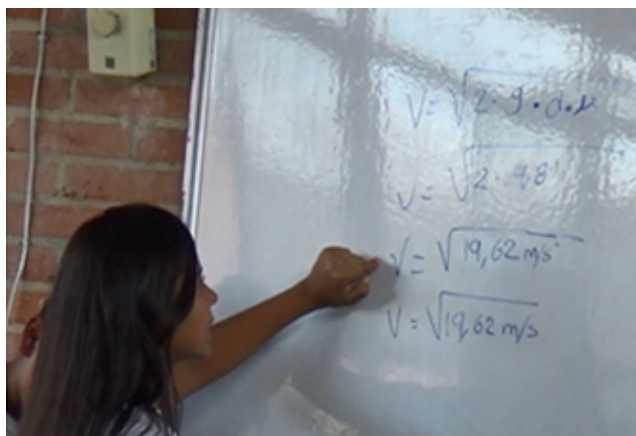


Figura 2. Generalización con los datos del modelo. Fuente: (FRESNEDA, SARMIENTO, 2018).

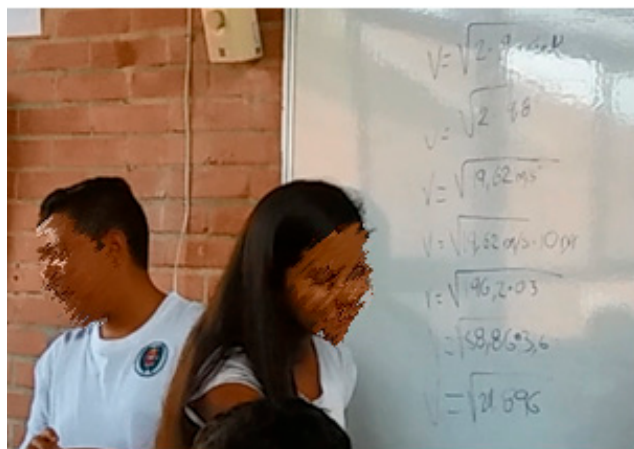


Figura 3. Ejemplo de aplicación de los datos del modelo. Fuente: (FRESNEDA, SARMIENTO, 2018).

las relaciones y operaciones matemáticas que se ponen en juego para encontrar el valor de la incógnita, que para el caso tenía que ver con la velocidad a la que iba el vehículo (Retomar la Transcripción 1). Sin duda este trabajo muestra una perspectiva totalmente diferente de la clase habitual de matemáticas, que es posible lograr desde la propuesta de ambientes de aprendizaje novedosos. Esta fue una puesta en escena muy importante por parte de este grupo, —gracias al liderazgo y empoderamiento de su rol como investigadores—, y la respuesta de sus compañeros también lo fue, en el sentido en que participaron activamente en la propuesta con el fin de avanzar juntos en la comprensión de la situación desde otro punto de vista. Esto deja ver rasgos de

la competencia democrática (SKOVSMOSE, 1997, 1999, FRESNEDA, SARMIENTO, 2018) pues el salón de clase se abrió al debate y la discusión sobre asuntos que convocan la atención de los participantes y permiten que las ideas y los argumentos de todos sean escuchados y usados en beneficio de los objetivos de la clase y de los nuevos significados que son otorgados a la situación social estudiada. Este nuevo panorama en la clase permite ver cómo el montaje del escenario de aprendizaje (SKOVSMOSE, 2012; GARCÍA, VALERO, CAMELO, 2013) propicia cambios significativos, en la medida en que no es el docente quien posee el control absoluto de la clase, es decir, se observan cambios en las relaciones de poder. Ahora los estudiantes —están al mando—, tienen la iniciativa y dirigen las actividades, pues están en capacidad de resolver las dudas de sus compañeros porque con su proceso de estudio han logrado un dominio del modelo matemático (Ver figura 4). Se reconoce que el docente no tiene el control, sino que actúa como un orientador para que ellos excaven las matemáticas que pueden dotar de significado el estudio de las situaciones sociales que se encuentran en el contexto. El docente sale de su zona de confort y posibilita espacios y condiciones para que los estudiantes sean un tanto, más autónomos en la construcción de su conocimiento, dotando de sentido las matemáticas que allí emergen. Esto resulta ser un gran avance hacia el desarrollo de la competencia democrática porque al reconocer esos elementos matemáticos que permiten estudiar y analizar la situación, es posible tomar decisiones pensando en el cuidado de sí cuando se usa una motocicleta. Se evidencia el papel fundamental de la alfabetización matemática —con un sentido crítico, no funcional— (GUTSTEIN, 2006) que les permite a los estudiantes leer el mundo con las matemáticas y ser reflexivo frente a sí mismo y a los otros, en este asunto que pone en juego la vida de las personas. Las matemáticas en esta clase dejan de ser un conocimiento aburrido que se debe aprender, para convertirse en una herramienta para pensar, hacer y actuar frente a las situaciones del entorno. Para el caso, las matemáticas tienen que



Figura 4. Solución de dudas sobre la aplicación del modelo. Fuente: (FRESNEDA, SARMIENTO, 2018).

ver con la energía cinética y energía de rozamiento, y las diversas variables, operaciones y relaciones que entre ellas se generan.

Además, el conocer reflexivo (SKOVSMOSE, 1999) se hace evidente en los estudiantes cuando desde su investigación afirman: *“esto significa que, si vamos en un vehículo con neumáticos viejos en una carretera con asfalto mojado, a una velocidad de 14,55 km/h y frenamos en seco, el vehículo se desplazará aproximadamente 10 metros”*, aunque esta no parece una velocidad muy alta, el resultado radica en que se consideran las condiciones más complejas. Todas estas situaciones dificultan la maniobrabilidad del conductor, lo que genera grandes probabilidades de que se produzca un accidente. Las matemáticas, el trabajo conjunto, la orientación del profesor, los cuestionamientos de sus compañeros y el proceso que han realizado desde su rol como investigadores les permiten estar en capacidad de tomar una posición justificada en la discusión, para reaccionar ante la problemática estudiada.

Sin lugar a duda, es importante tomar situaciones del contexto real de los estudiantes, pues es uno de los elementos que posibilita cambios en la cultura habitual de la clase, ya que estudiantes reconocen la manera en que las matemáticas se convierten en una herramienta útil para enfrentar las situaciones que tienen lugar fuera del aula y la escuela, como se observa en las declaraciones de las estudiantes en la siguiente transcripción.

Yuleidy: En la clase de matemáticas que trabajamos

sobre una situación real fue muy interesante porque nos auto exigíamos aún más en aprender nosotros externamente, era llegar a la casa a investigar más, buscar ecuaciones, fórmulas u otras cosas que nos sirvieran para avanzar, y aquí en el colegio lo complementamos con los demás compañeros y con lo que el profesor sabe para orientar el trabajo. Eso era lo que más nos gustaba.

Carla: A mí me gustaría que las clases se trabajaran con situaciones reales, porque yo creo que uno así viviendo la situación ya tiene más conciencia para decidir. Lo que hacemos aquí nos sirve para lo que vamos a vivir fuera del colegio.

Transcripción 2. Fragmento de entrevista con estudiantes de 803.

Seguramente estos hallazgos no se dan en todos los casos, pero es un buen indicio para continuar ahondando en propuestas desde un enfoque sociopolítico de la educación matemática. Esta apropiación lograda en la clase de matemáticas no solo deja ver un cambio en los roles de los participantes —muy positivo y emancipador— que permite que los estudiantes le encuentren sentido a las matemáticas que aprenden, sino que además posibilita ver la importancia de una educación matemática con un enfoque político en la formación de nuestros estudiantes como ciudadanos críticos del mundo que los rodea. En (FRESNEDA, SARMIENTO, ROMERO, 2018) y (FRESNEDA, SARMIENTO, ROMERO, 2019)

es posible encontrar otros episodios con relación a algunas problemáticas que inciden en el cuidado de sí: uso de la motocicleta a través del montaje del escenario de aprendizaje, que propició grandes cambios en la rutina habitual de la clase de matemáticas y por supuesto en los roles del docente y los estudiantes; mostrando, además, evidencias del desarrollo de la competencia democrática.

5. Consideraciones finales

Con el desarrollo de esta experiencia se muestra que es posible propiciar cambios en los roles de los participantes en la clase de matemáticas al considerar, primero, el montaje de escenarios de aprendizaje que posibiliten el estudio de situaciones sociales que convoquen el interés de los estudiantes y que cambien la rutina de la clase usual. Segundo, permitir el trabajo conjunto, negociado y cooperativo en el que los estudiantes tomen el rol de investigadores generando sus propios procesos de aprendizaje. Tercero, posibilitar que el docente salga de su zona de confort y oriente las consultas de los estudiantes guiándolos al encuentro con las matemáticas y no imponiéndolas en su clase. Cuarto, reconocer que el docente no posee el conocimiento absoluto sobre las matemáticas y que puede aprender a la par con sus estudiantes al estudiar situaciones de la realidad. Quinto, motivar a los estudiantes para que tomen el control sobre su proceso de aprendizaje para que se apropien de las matemáticas con un reconocimiento de su significado en situaciones sociales que luego enfrentarán fuera de la escuela. Al abrir espacios dinámicos de discusión en la clase de matemáticas, en torno al estudio del uso de la motocicleta y su relación con el cuidado de sí, se da lugar al desarrollo de la competencia democrática porque se escuchan las voces de todos, se respetan las ideas y se construyen nuevos argumentos que provienen de un trabajo en equipo para tomar postura frente una problemática específica. Allí, tanto la alfabetización matemática —crítica— como el

conocer reflexivo se convierten en elementos fundamentales para que los estudiantes puedan leer y escribir el mundo con las matemáticas (GUTSTEIN, 2006) siendo reflexivos y críticos para tomar decisiones frente a las distintas problemáticas de carácter social, político, económico y cultural que suceden en su entorno y que los afectan de manera individual y colectiva. Poner en juego estos elementos en el salón de clase implica un proceso de cambio y una apuesta a la incertidumbre, donde la labor del docente-investigador es fundamental para orientar el desarrollo de la investigación de los estudiantes para que puedan aproximarse a la consolidación de la respuesta a su pregunta u objeto de indagación. La investigación crítica permite imaginar distintas posibilidades en la investigación y da mayores opciones de pensamiento y acción frente aquello por lo que luchamos los profesores-investigadores que asumimos en enfoque sociopolítico de la educación matemática. Nuestro propósito es propiciar escenarios para que los estudiantes construyan mejores herramientas para entender y actuar en un mundo lleno de injusticias que necesita de su empoderamiento para buscar la transformación y el bienestar de y para todos. Investigar lo inesperado, genera cierta incertidumbre, pero más que eso, abre la posibilidad a pensarnos y concebir la escuela de otras maneras en las que los estudiantes reconozcan lo poderosas que son las matemáticas como herramienta que nos permite comprender el mundo y lo que en él sucede. Aquí es posible repensar la educación matemática desde un enfoque más dinámico donde los estudiantes sean los protagonistas y generen aprendizajes para la vida, con las matemáticas.

Finalmente, al escuchar las voces de los estudiantes, se reconoce la importancia de estudiar las matemáticas en situaciones propias del contexto porque al explorarlas en la escuela se construyen argumentos para tomar decisiones sobre asuntos que fuera de este espacio serán fundamentales en los distintos aspectos sociales, económicos y políticos que convocan a todos los ciudadanos. Ahondar en este

Figura 7: MC Final elaborado pelo estudiante P15.

tipo de experiencias implica un alto grado de compromiso tanto de los estudiantes como del docente orientador, para despertar el interés de todos los participantes de la investigación, de manera que sea posible trascender en el proceso educativo aportando a los porvenires y perspectivas de futuro de los estudiantes. Apostarle a estos retos y desafíos desde la clase de matemáticas propicia herramientas para la formación ciudadana de nuestros estudiantes, que es necesaria y fundamental para enfrentarnos a las diversas dinámicas de nuestro país, donde por años la equidad, la democracia y la justicia han sido un sueño, una utopía.

6. Referências

- ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O.; VALERO, P. Researching Multicultural Mathematics Classroom through the Lens of Landscapes of Learning. *Nordic Studies in Mathematics Education*, Denmark, 13(2), pp. 329-336. 2006.
- FRESNEDA, E.; SARMIENTO, S. El desarrollo de la competencia democrática en la clase de matemáticas. Tesis de maestría, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, 2018.
- FRESNEDA, E.; SARMIENTO, S.; ROMERO, J. Desarrollo de la competencia democrática en la clase de matemáticas. Presentado en el Sexto Congreso Internacional de Etnomatemática: Saberes, Diversidad y Paz, Medellín, Colombia, 2018.
- FRESNEDA, E.; SARMIENTO, S.; ROMERO, J. La competencia democrática en la clase de matemáticas: ¿Cuánto se tarda en desaparecer el alcohol del cuerpo? XV Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Colombia. 1-9, 2019.
- FLICK, U. Introducción a la investigación cualitativa. Ediciones Morata. Madrid: España, 2004.
- GARCÍA, G.; VALERO, P.; CAMELO, F. Escenarios y ambientes educativos de aprendizaje de las matemáticas. Constitución de subjetividades en educación matemática elemental. En GARCÍA, G.; VALERO, P.; SALAZAR, C.; MANCERA, G.; CAMELO F.; ROMERO, J. (Eds.). *Procesos de Inclusión/Exclusión. Subjetividades en Educación Matemática*. Fondo Editorial Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá: Colombia, 2013. pp. 43-76.
- GUTSTEIN, E. *Reading and Writing the World with Mathematics. Towards a Pedagogy for Social Justice*. Routledge-Taylor & Francis Group. New York: United States, 2006.
- KVALE, S. *InterViews. An Introduction to Qualitative Research Interviewing*. Thousand Oaks, CA: Sage, 1996.
- KVALE, S. *Las entrevistas en investigación cualitativa*. Ediciones Morata. Madrid: España, 2011.
- PLANAS, N. Modelo de análisis de videos para el estudio de procesos de construcción de conocimiento matemático. *Educación matemática*, México, 18(001), pp. 37-72. 2006.
- SKOVSMOSE, O. Competencia democrática y conocimiento reflexivo en matemáticas. *Revista EMA*, Bogotá, 2(3), pp. 191-216. 1997.
- SKOVSMOSE, O. *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Uniandes. Bogotá: Colombia, 1999.
- SKOVSMOSE, O. Escenarios de investigación. En VALERO, P.; SKOVSMOSE, O. (Eds.). *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Uniandes. Bogotá: Colombia, 2012. pp. 109-130.
- SKOVSMOSE, O. *Pesquisando o que não é, mas poderia ser*. En LOPES, C.; D'AMBROSIO, U. (Eds.). *Vertentes da Suversão na Produção Científica em Educação Matemática*. SP: Mercado das Letras. Campinas: Brasil, 2015. pp. 63-90.
- SKOVSMOSE, O.; ALRØ, H.; SILVÉRIO, A.; SCANDIUZZI, P.; VALERO, P. "Antes de dividir, se tiene que sumar". 'Entre-vistar' porvenires de estudiantes indígenas. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, Colombia, 1(2), pp. 111-136. 2008.
- SKOVSMOSE, O.; BORBA, M. *Research Methodology and Critical Mathematics Education*. In VALERO, P.; ZEVENBERGEN, R. (Eds.). *Researching*

the Socio-Political Dimensions of Mathematics Education. Springer. United States, 2004. pp. 207-226.

- SKOVSMOSE, O.; VALERO, P. Rompimiento de la neutralidad política: El compromiso crítico de la educación matemática con la democracia. En VALERO, P.; SKOVSMOSE, O. (Eds.). Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Uniandes. Bogotá: Colombia, 2012. pp. 1-23.
- VALERO, P.; ANDRADE, M.; MONTECINO, A. Lo político en la educación matemática: de la educación matemática crítica a la política cultural de la educación matemática. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática

Educativa. Ciudad de México, 18(3), pp. 287-300. 2015.

- VITHAL, R. Re-searching Mathematics Education from a Critical Perspective. In: BIENNIAL INTERNATIONAL CONFERENCE ON MATHEMATICS EDUCATION AND SOCIETY. Montechoro, Portugal. En prensa, 2000.
- VITHAL, R. Methodological Challenges for Mathematics Education Research from a Critical Perspective. En VALERO, P.; ZEVENBERGEN, R. (Eds.). Researching the Sociopolitical Dimensions of Mathematics Education: Issues of Power in Theory and Methodology. Kluwer academic publishers. Dordrecht: Netherlands. 2004. pp. 227-248.

