

LA MÁQUINA DE ATWOOD Y EL ESTUDIO DEL MOVIMIENTO DE ESFERAS SIMÉTRICAS EN FLUIDOS INCOMPRESIBLES Y VISCOSOS

THE ATWOOD MACHINE AND THE STUDY OF SYMMETRICAL SPHERES MOVEMENT THROUGH INCOMPRESIBLES AND VISCOUS FLUIDS

Maria C. Cifuentes A.¹

Juan P. Hernández B.²

Fecha de envío: Mayo de 2011

Fecha de recepción: Mayo de 2011

Fecha de aceptación: Agosto de 2011

Resumen:

En este trabajo se presenta un sistema desarrollado para el estudio experimental del movimiento de una máquina de Atwood, que posibilita la determinación del cambio de posición de las masas en el tiempo, así como la fuerza de fricción en el eje de la polea y el momento de inercia de la misma. Se comparan los resultados calculados a través del modelo que caracteriza el comportamiento de una Máquina de Atwood, cuando una de sus masas (esferas simétricas) se mueve a través de un fluido, con los valores determinados a partir de las mediciones experimentales con el sistema desarrollado. Finalmente, se discuten las ventajas del sistema frente a los prototipos que se encuentran en el mercado y se realiza la reflexión sobre su uso como ruta alternativa para el estudio experimental, en los primeros cursos de física universitaria, del movimiento de cuerpos esféricos a través de fluidos incompresibles y viscosos.

¹ Licenciada en Física de la Universidad Pedagógica Nacional, Especialista y Magister en ciencias Físicas de la Universidad Nacional. Lugar de trabajo: Universidad Pedagógica Nacional, Facultad de Ciencia y Tecnología, Departamento de Física. Correo electrónico e-mail: mcifuentes@pedagogica.edu.co

² Licenciado en Física de la Universidad Pedagógica Nacional. Lugar de trabajo: Colegio San Bartolomé Mayor, Departamento de Física. Correo electrónico e-mail: juanpablo_hb@yahoo.es.

Palabras claves:

Adquisición de Datos: Hardware and software, Uso del computador en el Laboratorio.

Abstract:

This paper presents a system developed for experimental study of Atwood machine motion, which enables evaluate the masses

position change in time, and the pulley's axis frictional force and inertia momentum. We compared the results calculated by the model that characterizes the behavior of an Atwood machine, when one of their masses (symmetrical spheres) moves through a fluid, with values determined from experimental measurements with the system developed. Finally, we discuss the advantages of the system compared to the prototypes that are in the market and we present a discussion about their use as an alternative route for the study movement of spherical bodies through viscous incompressible fluids, in the first college physics courses.

Keywords:

Data acquisition: hardware and software, Laboratory computer use.

1. Introducción

Para que las transformaciones de las prácticas escolares manifestadas en los proyectos pedagógicos y didácticos de los maestros germinen, es necesario fomentar en maestros y estudiantes el interés por la búsqueda y desarrollo de equipo de laboratorio de bajo costo. Es en esta instancia el computador juega un papel importante como instrumento de medición y herramienta de análisis, ya que la mayoría de instituciones educativas del país así tengan deficiencia de medidores cuenta con una sala de informática o mínimamente con un computador [1].

En el mercado se encuentra una gran variedad de interfases que permiten traducir señales externas a pulsos eléctricos, que deriven en una medición particular. Algunos de ellos presentan serias desventajas, ya que su uso se limita al manejo de estructuras de programación avanzadas, un ejemplo son los

micro-controladores como interfase entre el computador y el mundo externo.

Pero no todos los mecanismos disponibles en el mercado presentan desventajas de este tipo, una alternativa de interfases de bajo costo es la utilización de la tarjeta de sonido de un computador para la adquisición de datos. Estos desarrollos no solamente presentan ventajas en costos sino que posibilita la construcción de explicaciones sobre los fenómenos físicos, ya que los estudiantes y maestros pueden diseñar sus propios dispositivos de medición.

En los párrafos siguientes se hace la presentación de una la propuesta de trabajo experimental, y los dispositivos desarrollados, para el aprendizaje del fenómeno de la caída frenada de cuerpos en medios continuos.

2. La máquina de Atwood: una ruta experimental

En este trabajo se presenta una propuesta, para la enseñanza-aprendizaje del movimiento de cuerpos que caen frenados, que rescata el uso de la experiencia sensible, a través del modelo didáctico enseñanza por investigación, y la implementación del computador e instrumentación de bajo costo. Se propone la máquina de Atwood como una ruta alternativa para el aprendizaje de la caída de los cuerpos en medios resistivos porque permite contemplar el efecto del medio cuando un cuerpo se mueve en él, sin importar su grado de viscosidad y densidad, y a la vez facilita la toma de datos porque permite controlar los tiempos de caída. Esta propuesta es análoga a la seguida por Galileo para el estudio de la caída de los cuerpos, quien ante la dificultad de medir los tiempos de una caída de una manera confiable, opta por el uso de siste-

mas frenados como lo son sus experimentos con planos inclinados [2].

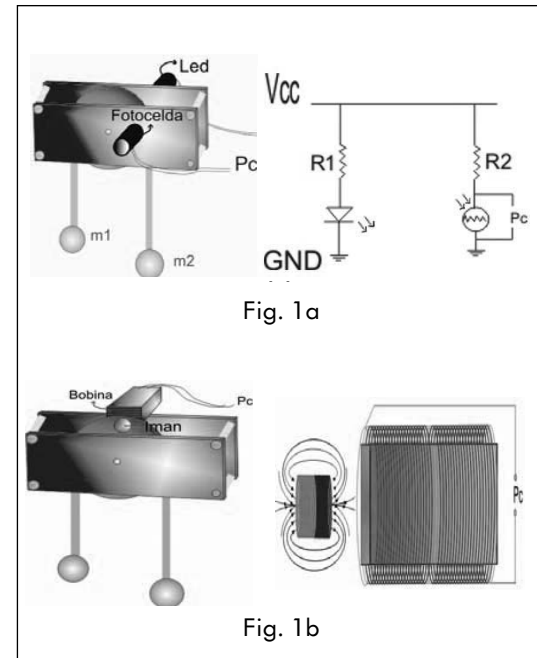
En el nivel conceptual esta ruta permite un estudio más amplio de la caída de los cuerpos, del que tradicionalmente se hace en los cursos de física básica, ya que invita a considerar el fluido en el que se encuentran inmersos un cuerpo que cae frenado, y posteriormente modificar este fluido con lo cual se contempla la sustentación y la fuerza de arrastre que ejerce el fluido sobre un cuerpo cuando este se mueve en él.

La actividad práctica alternativa, propuesta, es una investigación orientada por el profesor que parte de un problema [3]. Mediante una serie de cuestiones se insta al alumno a proponer hipótesis y diseñar ensayos que permitan comprobar sus propias ideas. A nivel pedagógico las situaciones problemas propuestas permiten que los estudiantes impongan unas condiciones de ligadura que cierren el problema, inicialmente abierto. Seleccionen las hipótesis, modelos y las variables a medir, realicen una modelación cualitativa, diseñen las actividades experimentales para contrastar con la práctica y corregir, realicen el trabajo experimental, ordenen los datos medidos y discriminen el error experimental, modelen cuantitativa el fenómeno mediante técnicas matemáticas (métodos gráficos, métodos estadísticos, correlación, etc.), examinen sus resultados, contraste el resultado con la lógica, el sentido común, y a realidad y apliquen el resultado en otros contextos [4].

3. Instrumentación de bajo costo para el estudio de la caída frena, mediante la máquina de Atwood

Para llevar a cabo las prácticas experimentales que surgen en el proceso de solución de las situaciones problema se desarrolló mate-

Figura 1. a) dispositivo foto-interruptor y su respectivo circuito generador de pulso eléctrico y b) dispositivo indu-interruptor y su respectivo generador de pulso eléctrico



rial de laboratorio de bajo costo que permite a los estudiantes hacer una visualización de cuerpos cayendo en medios continuos y adicionalmente medir el cambio de la posición en el tiempo. En la Fig. 1a y Fig. 1b se esquematiza los sistemas desarrollados para la medición del cambio de la posición en el tiempo, de cuerpos que caen debido a la acción de la gravedad en medios continuos. En los sistemas se pueden identificar tres elementos principales, un contenedor, una interfase y programa de registro de datos.

El contenedor, como su nombre lo indica, tiene la función almacenar los fluidos. Se trabaja con una cubeta de acrílico transparente con una capacidad de $2.1E-2m^3$ y una altura de 1.20 m. Para el diseño de la cubeta se

considero que sus dimensiones fueran apropiadas para evitar efectos representativos de turbulencia.

La interfaz se constituye por un sistema generador de pulsos eléctricos, un cable, y el puerto de sonido de la computadora. Tiene la función de traducir las señales del mundo físico en pulsos eléctricos que posteriormente se pueden registrar en el computador con un programa editor de sonido.

Para generar los pulsos eléctricos se construyó e implementó dos sistemas, el primero, denominado foto-interruptor (Fig. 2a), consiste en una polea de polipropileno perforada cada $\pi/3$, una fuente de luz (Diodo Led) y una fotocelda. La polea se ubica en medio de la fuente de luz y la fotocelda, de tal manera que cuando ésta gira se presentan interrupciones de la luz que incide sobre la fotocelda proveniente de la fuente. Estas variaciones de la intensidad generan cambios en el voltaje de salida de la fotocelda, los cuales permiten determinar la rapidez de rotación de la polea y a su vez la rapidez lineal de las masas. El segundo sistema, denominado indu-interruptor, se construye de manera análoga al primero, la diferencia es que en este caso las variaciones de voltaje son producidas por inducción magnética. Los orificios y el led se reemplazan por imanes de neodimio incrustados en la polea cada $\pi/3$ y la fotocelda por una bobina en la parte superior de la polea.

Para capturar las señales eléctricas mediante la tarjeta de sonido del computador es necesario establecer una conexión entre la fotocelda o la bobina y el puerto de sonido, esto es posible con un cable con conectores cocodrilo en un extremo y un conector tipo clavija monofónico en el otro.

Para el registro de datos se utilizó un editor de sonido de libre circulación llamado GoldWave. Este programa puede ser considerado como un osciloscopio, o sea un instrumento analógico, lo cual significa que procesa y muestra la señal en forma continua. Las grabaciones que se registran en GoldWave muestra en el eje horizontal en la pantalla el tiempo, el eje vertical la intensidad de la señal.

4. Descripción Dinámica del Sistema.

Mediante un análisis del sistema en la cual se contemplan los efectos de la fuerza de fricción y empuje sobre la masa m_1 en su movimiento a través del fluido (agua), el momento de inercia de la polea I , la fuerza de fricción en el eje de la polea f_e , la geometría de las esferas y las propiedades del medio como su densidad ρ y viscosidad η , se encuentra que la expresión para la rapidez del sistema es:

$$v(t) = \frac{A}{B} (1 - E^{-Bt}) \quad (1)$$

Con $A = g(m_1 - m_2 - m_f) - f_p / m_1 + m_2 + I / R^2$ y $B = 6\pi\eta r / m_1 + m_2 + I / R^2$.

Integrando la Ec (1) se obtiene una expresión para el cambio de la posición en el tiempo:

$$x = \frac{A}{B}t + \frac{1}{B} \left(v_o - \frac{A}{B} \right) (1 - e^{-Bt}) \quad (2)$$

Si se quiere comparar la rapidez determinada a partir de los datos experimental con la rapidez que se puede calcular con la Ec (1) es necesario conocer I , f_e , ρ y η . Las cantidades I y f_e son susceptibles de ser determinadas a través del mismo montaje experimental.

Mediante un procediendo sencillo y la Ec (3) es posible determinar I , este procedimiento

consiste en enrollar unas cuantas vueltas de hilo en la polea, y en el extremo que queda libre del hilo poner una masa conocida que luego se libera. El sistema se estudia durante en tiempo en el cual es acelerado por la caída de la masa y el tiempo en el cual el sistema es desacelerado por la fuerza de fricción en el eje de la polea, que se considera constante.

$$I = \frac{mgR^2}{a_1 + a_2} \quad (3)$$

Adicionalmente es posible determinar la f_e a partir de la Ec (4) para lo cual es necesario conocer el cambio en de la rapidez, el sistema máquina de Atwood cuando sus dos masas se mueven en el mismo medio (aire), para diferentes valores de m_2 .

$$a(m_1 + m_2 + I/R^2) = g(m_1 - m_2) - f_e \quad (4)$$

5. Estudio del movimiento de caída frenada, empleando la instrumentación desarrollada. El estudio experimental que se muestra se desarrolló con la instrumentación presentada en el numeral anterior. Por cuestiones de espacio se sólo se exhibe los resultados obtenidos a partir de los datos medidos empleando como generador de pulsos el Foto-Interruptor.

En las Fig. 2 y 3 se muestra la comparación de los valores obtenidos a partir de los datos experimentales para el cambio de la posición y la rapidez en el tiempo del sistema, cuando la masa m_1 se mueve a través de agua, con los determinados a partir de las Ec (1,2). En la tabla No 1 se especifican valores de los parámetros representativos del sistema.

Algo importante que se debe tener en cuenta es que la rapidez que se halla a partir de las mediciones del cambio de posición en el tiempo del sistema, es una rapidez media.

Figura 2. Comparación de la curva de posición contra tiempo, para m_1 , experimental y la curva calculada teóricamente a partir de Ec (2).

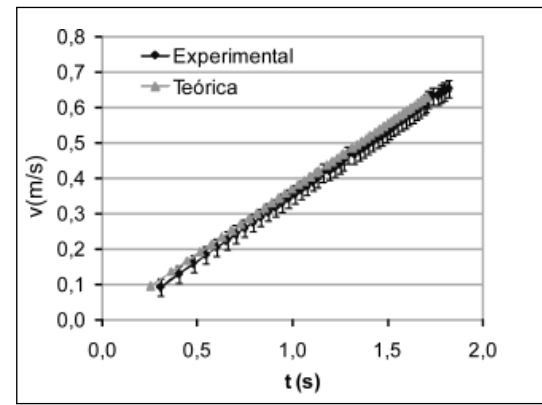
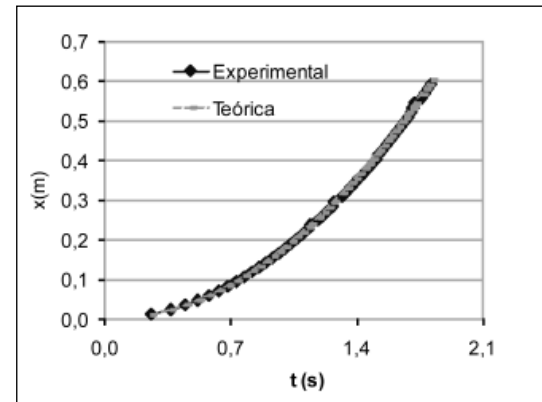


Figura 3. Comparación de la curva de velocidad contra tiempo, para m_1 , experimental y la curva calculada teóricamente a partir de Ec (1).



Un punto interesante es la elección del tiempo que se le asigna a esta rapidez. Como se puede observar al final del n -ésimo periodo espacial, la polea habrá girado un ángulo θ_n . Se obtiene el intervalo de posición lineal Δx multiplicando el ángulo $\Delta\theta$ por el radio de la polea R y la distancia total recorrida x_n multiplicando θ_n por el radio de la polea. El tiempo que se empleó en recorrer la distancia x_n , desde el inicio de la primera franja oscura

Tabla 1. Parámetros del sistema estudiado.

Parámetro	Valor
Masa que desciende (m_1)	$50.0 \pm 0.1 \times 10^{-3}$ Kg
Masa que asciende (m_2)	$40 \pm 0.1 \times 10^{-3}$ Kg
Radio de la masa que desciende r_1	$2.250 \pm 0.005 \times 10^{-2}$ m
Radio de la polea R	$1.130 \pm 0.005 \times 10^{-2}$ m
Momento de inercia de la polea	$4.5 \pm 0,3 \times 10^{-6}$ Kg m^2
Fuerza de fricción en la polea	$2.10 \pm 0,09 \times 10^{-2}$ N
Densidad del agua	1×10^3 Kg/ m^3
Viscosidad del agua	1×10^{-3} Kg/ms

el n-ésimo intervalo espacial. Por lo cual será natural graficar x_n vs. t_n y realizar algún tipo de análisis para obtener la aceleración a partir del mismo. Pero no sería correcto hacer lo mismo con el gráfico v_n vs. t_n debido a que v_n es la rapidez media en el n-ésimo intervalo y por lo cual debe asociarse con un tiempo intermedio definido como: $t_n^m = t_n - I + \Delta t_n / 2$ y no al tiempo t que está asociado con el tiempo en el que finaliza el n-ésimo recorrido espacial.

Para calcular el cambio de la posición y la rapidez en el tiempo de la masa m_1 a partir de Ec (1, 2) fue necesario determinar experimentalmente los valores de I y f_e , los cuales se reportaron en la tabla 1. La Fig. 4 muestra el cambio de la rapidez tangencial en el extremo de la polea como una función del tiempo cuando esta se mueve bajo la acción de una masa suspendida a ella y en ausencia de la misma.

En la Fig. 5 se observa un cambio abrupto de la rapidez en $t=1.1s$, este cambio es con-

Fig. 4. Cambio de la rapidez en el tiempo para la polea cuando se mueve bajo la acción de una masa y en ausencia de ella

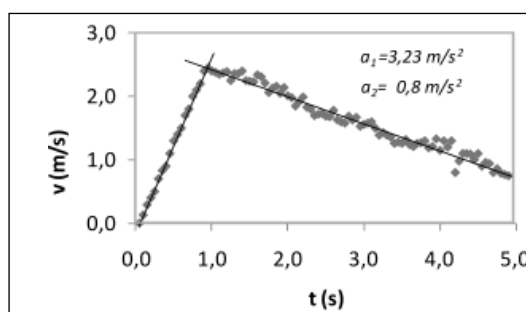
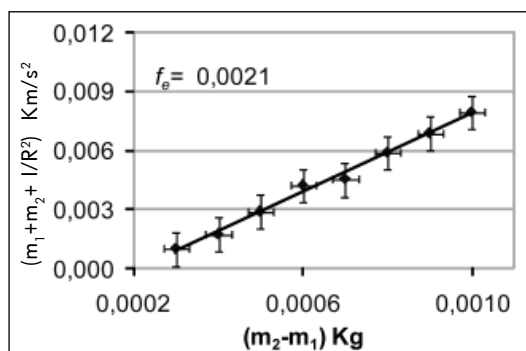


Fig. 5. Gráfica de $(m_1+m_2 + I/R^2)$ contra (m_2-m_1)



secuencia de la desaceleración del sistema, debido f_e , y nos permite diferenciar entre dos zonas; una con aceleración a_1 , debida a la acción de la masa sobre la polea mientras el hilo aun esta unido a ella y otra con aceleración a_2 , debida a f_e , después de que el hilo se ha desprendido de la polea. Linealizando estas dos zonas se obtienen que $a_1 = 3,23 \text{ m/s}^2$ y que $a_2 = 0,8 \text{ m/s}^2$. Utilizando los valores de estas en la Ec (3) se determina el momento de inercia de la polea I reportado en la tabla 1.

f_e también se determinó a partir de medidas experimentales y la Ec (4), como se muestra

en la Fig 6. Los datos determinados para f_e se reportan en la tabla 1.

6. Conclusiones

Como se puede observar el modelo que se propuso para la descripción del movimiento de esferas en fluidos usando la máquina de Atwood, se ajusta bastante bien a los datos experimentales y además se puede concluir que al utilizar materiales de bajo costo, no se compromete la efectividad de los instrumentos contruidos, esto a la luz de los resultados obtenidos.

Referencias

- [1] R. Sayavedra, Boletín de la sociedad Mexicana de física, 18 (2), pp. 57-65, 2004
- [2] J. Naranjo, Los Trabajos Experimentales de Galileo Galilei, Ed UNAL, 1998.
- [3] D. Gil, P. Valdez, Revista Enseñanza de la Ciencias, 14 (2), pp. 155-163, 1996
- [4] M. Séré, Enseñanza de las Ciencias, 20 (3), pp. 357-368, 2002