

ANÁLISE DE MODELOS COMO UM MÉTODO DE ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

**MODEL ANALYSIS AS A METHOD OF TEACHING MATHEMATICS IN BASIC
EDUCATION**

**ANÁLISIS DE MODELOS COMO MÉTODO DE ENSEÑANZA DE LAS
MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN BÁSICA**

Emerson Silva de Sousa 

Universidade Federal do Oeste do Pará – Brasil

Resumo: O presente artigo tem como principal objetivo apresentar uma concepção da abordagem pedagógica denominada *Análise de Modelos*, como um método de ensino de Matemática na Educação Básica. A construção dessa proposta se desenvolveu basicamente dentro do contexto da Modelagem Matemática, vista em geral como uma estratégia de ensino inovadora, mas que apresenta algumas dificuldades na sua implementação como atividade regular em sala de aula. A Análise de Modelos na perspectiva aqui proposta, se coloca como uma alternativa no trabalho com modelos matemáticos já existentes, advindos de variados contextos de interesse dos estudantes, que pode ser implementada com mais facilidade que a Modelagem, ao mesmo tempo que pode incentivar aqueles professores que se sentem inseguros na implementação desta, sem a preocupação de se distanciar da estrutura escolar vigente, principalmente em relação ao cumprimento do conteúdo curricular programático.

Palavras chave: Análise de Modelos; Modelagem Matemática; Método de Ensino.

Abstract: This article has as main objective to present a conception of the pedagogical approach called Model Analysis, as a method of teaching Mathematics in Basic Education. The construction of this proposal was developed basically within the context of Mathematical Modeling, seen in general as an innovative teaching strategy, but which presents some difficulties in its implementation as a regular activity in the classroom. Model Analysis in the perspective proposed here, stands as an alternative in the work with existing mathematical models, arising from different contexts of interest to students, which can be more easily implemented than Modeling, at the same time that it can encourage those teachers who feel insecure in the implementation of this, without the concern of distancing themselves from the current school structure, mainly in relation to the fulfillment of the curriculum content.

Keywords: Model Analysis; Mathematical Modeling; Teaching method.

Resumen: Este artículo tiene como objetivo principal presentar una concepción del enfoque pedagógico llamado Análisis del Modelo, como método de enseñanza de las matemáticas en la Educación Básica. La construcción de esta propuesta se desarrolló básicamente dentro del contexto del Modelo Matemático, visto en general como una estrategia de enseñanza innovadora, pero que presenta algunas dificultades en su implementación como una actividad regular en el aula. El análisis de modelos en la perspectiva propuesta aquí, se presenta como una alternativa

en el trabajo con modelos matemáticos existentes, que surgen de diferentes contextos de interés para los estudiantes, que pueden implementarse más fácilmente que el modelado, al mismo tiempo que puede alentar a esos maestros quienes se sienten inseguros en la implementación de esto, sin la preocupación de distanciarse de la estructura escolar actual, principalmente en relación con el cumplimiento del contenido curricular.

Palabras clave: Análisis de modelo; Modelo matemático; Método de enseñanza.

Introdução

A busca por novos métodos de ensino que auxilie o professor a tornar a Matemática escolar mais significativa e motivadora à aprendizagem do estudante é uma ação que tem ocupado a centralidade de muitas pesquisas na área educacional e vem ganhando mais destaque nos últimos anos. Em geral, essa busca visa oportunizar uma interação mais próxima da Matemática com a realidade dos estudantes, de modo que uma das principais preocupações que professores e pesquisadores da área têm em relação a essa questão é como relacionar os conteúdos estudados em sala de aula com situações reais do cotidiano e do interesse dos estudantes (FIORENTINI; LORENZATO, 2012).

As várias tendências em Educação Matemática têm se apresentado como suporte a essa finalidade, e a *Modelagem Matemática* (MM), como estratégia de ensino, tem sido indicada como uma dessas tendências. Essa ênfase pode ser percebida na atual Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que aponta a MM, ao lado da *Resolução de Problemas* (RP), como sendo objeto e ao mesmo tempo estratégia para a aprendizagem de Matemática na Educação Básica (BRASIL, 2018).

A MM, nessa perspectiva, tem sido alvo de muitos estudos e pesquisas em todo o mundo, e no Brasil, já vem ocorrendo a mais de trinta anos (BIEMBENGUT, 2009; BONOTTO; LARA, 2013; TAMBARUSSI; KLÜBER, 2013, 2014). Vários modos de implementá-la em sala de aula têm sido propostos na tentativa de possibilitar melhorias na qualidade tanto do ensino como da aprendizagem de Matemática na escola, além de oportunizar mais interação entre professores e estudantes envolvidos no processo.

Um desses modos de implementar/incentivar a MM em sala de aula tem sido destacado a partir de uma abordagem denominada *Análise de Modelos* (AnM), sinalizada como estratégia metodológica para esse fim e que tem como direcionamento central o uso de modelos matemáticos já existentes (SOARES, 2012, 2015; SOARES; JAVARONI, 2013). Um desdobramento dessa perspectiva, aponta a AnM como um método para ensinar Matemática na

Educação Básica, uma vez que as experiências com tal abordagem até então se concentravam essencialmente no Ensino Superior (SOUSA, 2019).

A pesquisa de Sousa (2019) junto a um grupo de 58 professores de Matemática da Educação Básica aponta que a AnM, nesse sentido, potencializa o uso de modelos matemáticos em variados contextos, de interesse dos estudantes, além de oportunizar um modo mais seguro de inicialização, pelo professor, no trabalho com Modelagem em sala de aula sem, contudo, se distanciar da estrutura escolar vigente, principalmente em relação ao cumprimento do conteúdo curricular programático.

O desenvolvimento dessa pesquisa (SOUSA, 2019) se deu basicamente em duas fases. A primeira enfatiza a construção de uma perspectiva da AnM como método de ensino de Matemática na Educação Básica, o que possibilitou a elaboração de um Material de Apoio ao professor. Já na segunda, o destaque é a aplicação prática do método em sala de aula, quando foi possível perceber sua viabilidade no contexto educacional vigente. O presente artigo tem como principal objetivo apresentar um recorte-síntese da primeira fase dessa pesquisa, visando, além da divulgação da proposta, incentivar o professor de Matemática da Educação Básica a experimentar e até mesmo (re)criar novas formas de abordagem do conteúdo curricular em sua sala de aula.

Concepções sobre Análise de Modelos

No contexto histórico da Matemática, o termo “Análise” surge como ramo da Matemática para lidar, principalmente, com os conceitos introduzidos pelo Cálculo Diferencial e Integral a partir do século XVII, e tentar suprir a necessidade de prover formulações rigorosas às ideias intuitivas do Cálculo (ÁVILA, 2001).

No âmbito da Educação Matemática, principalmente nos trabalhos que envolvem modelos matemáticos, como na MM, em geral há um incentivo ao envolvimento dos estudantes na participação e na tomada de decisões sobre os temas (matemáticos ou não) a serem estudados. Nesse contexto, o termo “análise” aparece como um elemento potencializador de reflexões quando a abordagem pedagógica busca envolver situações aplicadas às áreas de interesse e/ou do cotidiano dos estudantes, mesmo que essas situações demandem conteúdos matemáticos que ainda não tenham sido estudados por eles. Esse tipo de abordagem tem sido denominado *Análise de Modelos* (SOARES, 2012; 2015; SOARES; JAVARONI, 2013; BIEMBENGUT, 2016; SOUSA, 2019).

Análise de Modelos no contexto da Modelagem Matemática

No âmbito do ensino da Matemática, além do contexto da MM, é possível identificar basicamente dois tipos de estratégias para se trabalhar com modelos matemáticos em sala de aula. Um deles, é a utilização de modelos matemáticos para ilustrar/exemplificar o conteúdo já abordado. O outro, é o uso dos modelos em uma perspectiva mais reflexiva, inclusive para trabalhar um novo conteúdo. A primeira estratégia se encaixa em uma abordagem que pode ser denominada *Aplicação de Modelos* (ApM), que parte de dentro da própria Matemática, utiliza suas “ferramentas”, os modelos prontos para lidar com as situações-problema da realidade. Já a segunda estratégia, pode ser identificada pela AnM, que mesmo fazendo uso de modelos prontos, pode transcender o simples papel ilustrativo deles, e ganha um peso mais reflexivo, o que a torna mais próxima da MM do que da ApM (BLUM; LEIB, 2007; SOARES, 2012; SOARES; JAVARONI, 2013; SOUSA, 2019).

Ao enfatizar essa perspectiva da AnM, Soares (2012) aponta seu papel fundamental no estudo de fenômenos de interesse dos estudantes a partir da exploração de um modelo matemático, destacando, porém, que nesse processo de análise do modelo é vital que alguns dos conteúdos curriculares previstos sejam demandados. Uma síntese dessa perspectiva é expressa em Soares e Javaroni (2013, p. 197, grifo nosso):

A Análise de Modelos se configura como uma possibilidade de encaminhar o trabalho com modelos matemáticos em sala de aula, cuja ideia central é propor a análise de um modelo para um fenômeno de uma área científica ou do dia a dia **como pano de fundo para introdução de conceitos matemáticos novos** para os alunos. O modelo proposto pode ser um modelo clássico da literatura, ou então um modelo derivado de pesquisas e que ainda não é tão conhecido.

Essa ênfase, segundo as autoras, é uma característica central que diferencia a AnM da ApM, ressaltando, porém, que outras atividades envolvidas em um processo de AnM devem ser consideradas, como, por exemplo:

(i) estudo do fenômeno em questão; (ii) estudo das hipóteses consideradas para a elaboração do modelo; (iii) entendimento do que cada termo do modelo diz sobre o fenômeno; (iv) estudo do comportamento da(s) solução(ões) do modelo, relacionando este comportamento com o fenômeno e com as hipóteses consideradas; (v) estudo da influência dos parâmetros do modelo no comportamento de sua(s) solução(ões), o que permite fazer previsões e analisar a influência de possíveis intervenções no fenômeno; (v) análise das limitações do modelo. (SOARES; JAVARONI, 2013, p. 199).

Essas atividades, em geral, podem incentivar a reflexão e aproximar a AnM da MM, embora Soares (2012) não expresse claramente (pelo menos nesse momento) que a AnM poderia ser considerada uma atividade de MM, uma vez que, nessa abordagem, os estudantes

não constroem seu próprio modelo matemático, mas exploram um já existente, e, portanto, não completam um ciclo de MM. Por outro lado, também não pode se configurar simples ApM, pois nessa perspectiva, destaca a autora, a AnM

[...] vai além, uma vez que enfatiza o estudo do comportamento das soluções e suas relações com o fenômeno, e convida a utilizar a análise do modelo como fio condutor para a discussão de conceitos matemáticos da disciplina, isto é, os conceitos previstos na ementa da disciplina aparecem como importantes elementos para a realização desta análise. Assim, o estudo de modelos proposto neste trabalho **extrapola o objetivo de ilustrar** o uso do conteúdo matemático, assim como também extrapola a análise dos modelos por si só. (SOARES, 2012, p.112-113, grifo nosso).

Além do mais,

[...] na primeira [AnM] um modelo matemático é sugerido para estudo com o intuito de **trabalhar um conceito matemático ainda desconhecido** pelos alunos, ou seja, é por meio da análise do modelo que o conceito será introduzido; já na segunda [ApM] um modelo é apresentado como exemplo para um **conteúdo já trabalhado**. [...] Na Análise de Modelos, o conteúdo matemático não vem antes da situação, mas eles são pensados juntos, desde o início do processo de desenvolvimento do trabalho. (SOARES; JAVARONI, 2013, p. 211-212, grifo nosso).

Mais adiante, porém, partindo do entendimento que a elaboração do modelo matemático pelos estudantes é um dos aspectos centrais em um processo de MM na maioria das concepções, Soares (2015) agrega às discussões acerca da presença do modelo matemático dentro desse processo, a concepção de *modelagem prescritiva* (NISS, 2015) e defende explicitamente a AnM como atividade de MM.

Com relação às discussões sobre a presença do modelo matemático dentro do processo de MM, Soares (2012) e Soares e Javaroni (2013) destacam as concepções de Blum e Leiß (2007), que entendem o processo de MM como “um movimento cíclico”, e de Blomhøj e Kjeldsen (2011) ao defenderem uma possibilidade sobre o ponto de partida nesse ciclo. De acordo com as autoras, Blum e Leiß (2007) indicam a não necessidade de as etapas do processo de modelagem serem realizadas de modo rígido na ordem proposta, como é o entendimento da maioria das concepções de MM. Já Blomhøj e Kjeldsen (2011), destacam as autoras, apontam que “[...] um processo de modelagem não necessariamente inicia com a compreensão da situação e do problema, de modo que poderia iniciar em qualquer etapa, inclusive na etapa do modelo matemático.” (SOARES; JAVARONI, 2013, p. 210).

Assim, partindo do modelo, o foco da abordagem recai prioritariamente sobre a interpretação e a validação, enfatizando o trabalho de transição do modelo real para um modelo matemático, apontam as autoras, pois “[...] a validação envolve a discussão de potencialidades

e limitações do modelo, o que pode ser o ponto de partida para a proposição de modificações e para discussões relacionadas às questões de ética e responsabilidade na elaboração de um modelo.” (SOARES; JAVARONI, 2013, p. 211).

Para enriquecer esse processo (interpretação, validação, modificação, discussão etc.), uma ferramenta central apontada pelas autoras, é a utilização de *softwares* para tentar “completar” o ciclo de MM na AnM. Esse aspecto é percebido claramente em Soares (2012) ao utilizar o *software Modellus* para solucionar o modelo proposto e apresentar representações das soluções para os estudantes, os quais avançam para a resolução dos problemas levantados.

Para a defesa da AnM como atividade de MM, Soares (2015) leva em conta também a concepção de *modelagem prescritiva* (NISS, 2015), que busca evidenciar o valor dos objetos ou estruturas representativas de um domínio fora da Matemática, visando a tomada de decisões. Significa que “Na modelagem prescritiva, o objetivo final é abrir caminho para *tomar medidas com base em decisões* resultantes de certo tipo de considerações matemáticas, ou seja, ‘mudar o mundo’ em vez de ‘entender o mundo’.” (NISS, 2015, p.69). Em outras palavras, a *modelagem prescritiva* pode ser entendida como um movimento focado no “produto” (o modelo) e sua utilização em vários contextos, deixando, assim, as outras etapas e propósitos do processo de modelagem serem vivenciados com mais leveza.

O argumento de Niss (2015) é que, mesmo não se desenvolvendo todas as etapas do ciclo de modelagem (pelos menos não de modo explícito), ainda assim, de forma “rudimentar”, tem-se um processo de modelagem. Para exemplificar, o autor apresenta e discute um modelo matemático conhecido (IMC - Índice de Massa Corporal) para demonstrar sua proposição, e conclui que situações como essa, sugerem um “ciclo de modelagem rudimentar”. Assim, dentro do contexto da modelagem prescritiva, um ciclo de modelagem rudimentar pode ser entendido como um processo de modelagem que não chega a desenvolver todas as suas etapas (como a elaboração e/ou validação do modelo, por exemplo), mas pode ser “completado” ao realizar uma *meta-validação*, etapa crucial em um processo de modelagem prescritiva, enfatiza o autor. Trata-se de uma etapa onde a tecnologia pode exercer papel fundamental na “completude” do ciclo.

Soares (2015) percebe, então, que a AnM (SOARES, 2012; SOARES; JAVARONI, 2013), assim como a modelagem prescritiva (NISS, 2015), se constrói baseada em um ciclo rudimentar de modelagem e, portanto, pode ser vista sim como uma atividade de MM. O entendimento é que na AnM o ciclo de modelagem pode ser considerado rudimentar porque algumas etapas são feitas por outras pessoas ou pela tecnologia utilizada, porém permite que os estudantes analisem modificações propostas para o modelo, mesmo que não tenham elaborado

tais modificações. Em síntese, para a autora, atividades de AnM como a que foi realizada em Soares (2012) podem ser consideradas atividades de MM, uma vez que “[...] os alunos estão desenvolvendo um ciclo de modelagem rudimentar [...]” (SOARES, 2015, p.458).

A autora ressalta, porém, que o fato de se utilizar o termo “rudimentar” não significa que se trata de uma modelagem ruim, pelo contrário, trata-se de uma MM que oportuniza e incentiva o uso de tecnologia digital, o que só enriquece o processo como um todo. No caso específico do trabalho realizado em Soares (2012), se não fosse o software *Modellus*, os estudantes não conseguiriam analisar o modelo proposto, enfatiza a autora.

Outra perspectiva que sinaliza a AnM dentro do contexto da MM é vista em Biembengut (2016). Ao propor o uso da *Modelação* na Educação Básica, a autora apresenta a atuação do professor na sala de aula em duas direções, *ensinar o conteúdo e a modelar*, e, *ensinar a pesquisar - fazer modelagem*, sinalizando que a AnM estaria inserida na primeira, pois segundo a autora, nessa direção, o trabalho com modelos matemáticos “[...] nos permite desenvolver o conteúdo curricular (e não curricular sempre que necessário), a partir da reelaboração de modelos (sobre temas/assuntos que possam interessar aos estudantes) e da mostra de aplicações às mais diversas áreas do conhecimento [...]” (p. 179). Além do mais, a partir “[...] deste tema/assunto ou modelo vamos ‘extrair’ o conteúdo curricular e não curricular se julgarmos pertinente. Ou seja, vamos apresentar o modelo, passo a passo, de tal forma que requeira explicitação do conteúdo que precisamos tratar [...]” (p. 180).

Nota-se que esse direcionamento - *ensinar o conteúdo e a modelar* - vem ao encontro da perspectiva encontrada em Soares (2012), e, Soares e Javaroni (2013), com relação à abordagem mais reflexiva dos modelos matemáticos, vista anteriormente. Segundo Biembengut (2016), a atuação do professor, nesse direcionamento, contempla o desenvolvimento do conteúdo curricular por meio do uso adequado dos modelos matemáticos prontos, escolhidos de acordo com o interesse dos estudantes. Essa é a primeira parte do direcionamento, isto é, *ensinar o conteúdo*. Já na segunda parte, *ensinar a modelar*, está presente o aspecto mais reflexivo do uso desses modelos, pois é nesse momento que o professor apresenta o “modelo, passo a passo”, propõe sua “reelaboração” em conjunto com os estudantes, tentando entender como este é elaborado e quais conteúdos e cálculos já conhecidos estão presentes e quais surgirão. Essas ações sugerem o reforço dos conhecimentos prévios e um olhar crítico em relação aos conteúdos e à própria situação-problema onde o modelo está sendo aplicado.

Esse último aspecto, isto é, apresentar o modelo passo a passo e sua reelaboração, parece indicar uma ação que vai além da simples ilustração ou exemplificação do conteúdo estudado. Não é apenas ApM, pois como o foco é ensinar a modelar, a abordagem parece apontar para

uma ação conjunta do professor com os estudantes, os quais podem fazer uso de modelos matemáticos clássicos ou não da literatura ou de projetos prontos de modelagem. A ideia é que nesses projetos de modelagem, partindo do modelo construído, seja possível “reviver” as etapas do processo. Esse tipo de ação poderá dar mais segurança ao professor, caso não se sinta devidamente preparado, para implementar a Modelação em sua prática pedagógica (BIEMBENGUT, 2016).

Diante de tais considerações, embora a autora não utilize o termo “Análise de Modelos” de modo explícito para indicar uma abordagem que faz uso de modelos matemáticos prontos em uma perspectiva mais reflexiva, a proposta de *ensinar o conteúdo e a modelar* como direcionamento para implementar a Modelação no ambiente escolar, aponta uma relação estreita entre ambas (AnM e Modelação). A AnM não seria apenas uma atividade introdutória ou preliminar à Modelação, como sinalizado para a ApM, mas sim como parte fundamental do próprio processo que envolve o método, isto é, a parte do Ensino (do conteúdo curricular e da “arte de modelar”).

Nesse sentido, as ações relativas às propostas de *ensinar o conteúdo e a modelar* (BIEMBENGUT, 2016) e de *modelagem rudimentar* (NISS, 2015; SOARES, 2015), além de caracterizarem a abordagem AnM no contexto da MM, apontam direções que servem de base para uma perspectiva dessa abordagem como um método para ensinar Matemática na Educação Básica. Para tanto, além das concepções citadas, são levadas em consideração as perspectivas de um grupo de professores de Matemática desse nível de Ensino acerca do termo “Análise de Modelos”, conforme apresentado a seguir.

Análise de Modelos na perspectiva de um grupo de professores da Educação Básica

O grupo participante da pesquisa foi composto por 58 professores de Matemática da Educação Básica¹. Desse total, 11 atuam na cidade de Porto Alegre/RS, 25, na cidade de Santarém/PA, e 22, são professores na cidade de Uberlândia/MG. Além disso, 34 são do sexo masculino e têm idades entre 24 e 50 anos, e 24 são do sexo feminino, com idades entre 23 e 54 anos. A maioria deles possuía formação na área de licenciatura em Matemática. Apenas cinco não tinham essa formação, sendo quatro formados em Física, e um, formado em Engenharia Química. Com relação à formação em nível de pós-graduação, 32 deles possuíam especialização lato sensu (17 do sexo feminino e 15 do sexo masculino), 24 possuíam curso de pós-graduação stricto sensu em nível de mestrado (11 do sexo feminino e 13 do sexo masculino)

¹ Os 58 professores participantes da pesquisa serão identificados neste texto por P1, P2, ..., P58.

e 8 estavam cursando mestrado (5 do sexo feminino e 3 do sexo masculino). Vale ressaltar que a maioria dos participantes não tinha conhecimento aprofundado sobre o tema da pesquisa (Modelagem Matemática e Análise de Modelos).

Dessa forma, os participantes responderam um questionário com seis perguntas, dentre as quais foi escolhida uma para compor os relatos desta seção: “Considerando que Modelagem Matemática, Análise de Modelos e Aplicação de Modelos são alternativas metodológicas para ensinar Matemática na Educação Básica, como você caracteriza cada uma delas?”. Para delimitar o tema, enfatizou-se nessa investigação apenas do termo “Análise de Modelos”, cuja intenção restringe-se responder à pergunta: Como um grupo de professores de Matemática concebe ou caracteriza a estratégia de ensino “Análise de Modelos”?

O procedimento adotado para análise das respostas foi a Análise Textual Discursiva - ATD (MORAES; GALIAZZI, 2014), metodologia essa que busca analisar dados qualitativos seguindo as etapas: reconhecimento da base de dados; desmontagem dos textos, denominado de “unitarização”; “categorização”, que pode emergir tanto do processo de análise ou definidas *a priori*; e por fim, a “captação do novo emergente”. Na última etapa ocorre a expressão daquilo que foi compreendido a partir da etapa de categorização, por meio da construção de um metatexto no qual o pesquisador se assume autor dos próprios argumentos.

Com base nesse procedimento (ATD), concluiu-se que, para o grupo de professores participantes da pesquisa, a AnM pode ser percebida em pelo menos cinco categorias que a expressam como estratégia de ensino. Em Sousa (2019), o metatexto dessa análise é desenvolvido com detalhes a partir das categorias e unidades de significados emergentes da unitarização dos relatos. No presente artigo, apresenta-se apenas uma síntese desse processo no quadro abaixo (Quadro 1), onde constam as categorias (AnM_i) e as unidades de significados. Em seguida, faz-se um breve resumo das categorias.

Quadro 1 – ATD sobre as concepções dos professores em relação a Análise de Modelos.

Categorias	Unidades de Significados
AnM_1 : Estratégia que favorece o desenvolvimento do conteúdo curricular	<ul style="list-style-type: none"> • Aplicando de modo prático com exemplos • Justificando sua importância em diversos contextos • Discutindo-os para compreender, aprofundar e fixar • Relacionando a Matemática com outras áreas e de interesse dos estudantes
AnM_2 : Estratégia que favorece os processos de ensino e aprendizagem	<ul style="list-style-type: none"> • Apresentando um caminho ou conjunto de direções • Indicando um modo de estudar e compreender fenômenos da realidade • Auxiliando o professor a sair de uma postura tradicional de ensino • Dando significado ao que é estudado

AnM₃ : Estratégia que favorece a resolução de problemas da realidade	<ul style="list-style-type: none"> • Fazendo uso de modelos matemáticos prontos • Resolvendo problemas e situações reais do cotidiano dos estudantes
AnM₄ : Etapa do processo de Modelagem Matemática ²	<ul style="list-style-type: none"> • Validação • Modificação • Aplicação
AnM₅ : Estratégia que favorece a interação com outras práticas pedagógicas	<ul style="list-style-type: none"> • Potencializando a relação com outras estratégias • Fazendo uso de recursos tecnológicos • Desenvolvendo competências, habilidades e estímulos

Fonte: Elaborado pelo autor baseado em Sousa (2019).

AnM₁ é uma das categorias mais frequentes no relato dos professores (34 ocorrências) e enfatiza o desenvolvimento do conteúdo curricular. Aponta a AnM como estratégia facilitadora para mostrar na prática o conteúdo curricular por meio da exploração de modelos encontrados nas diversas áreas do conhecimento, seja com a finalidade direcionada para compreender e fazer previsão acerca de fenômenos reais, ou com objetivo de simplesmente oportunizar discussão, compreensão, aprofundamento e fixação desse conteúdo. Além disso, a AnM potencializa a interdisciplinaridade, como afirmam P21 e P33, respectivamente: “*Favorece processos interdisciplinares*” e “*Permite interdisciplinaridade [...]*”.

A categoria **AnM₂** enfatiza os processos de ensino e aprendizagem da Matemática, o que é percebido em praticamente todas as unidades de significados. Inicia apresentando a AnM como um caminho ou conjunto de direções no processo educativo, sinaliza sua importância para relacionar a Matemática com situações da realidade, dando significado ao conteúdo estudado, e destaca seu papel de incentivo ao professor em relação a práxis em sala de aula. Trata-se de uma proposta de ensino mais “*interessante*”, que pode ajudar o professor a variar as aulas tradicionais geralmente praticadas, como pode dar maior significado àquilo que os estudantes aprendem, tornando o aprendizado muito mais “*agradável*” e “*prazeroso*” (P20; P43; P56).

A categoria **AnM₃**, mesmo sendo uma das categorias com menor número de ocorrências (20), aponta para um aspecto bem relevante que envolve a própria natureza da Matemática, isto é, a resolução de problemas (D’AMBROSIO, 2012; DANTE, 2011). Assim, o uso de modelos matemáticos já existentes, seria uma boa estratégia para se alcançar esse objetivo (P2; P6; P10; P26; P53), dando prioridade, porém, a problemas advindos da própria realidade dos estudantes (P5; P23; P47). Essa perspectiva vem ao encontro das concepções de MM, que mesmo tendo

² Para as etapas do processo de Modelagem nessa categoria, a referência para as unidades de significado será Bassanezi (2002).

múltiplos olhares, convergem em um ponto: lidar com situações do cotidiano e/ou da realidade dos estudantes.

A categoria **AnM₄** é apontada por um número expressivo de participantes (31 ocorrências). Relaciona diretamente a AnM ao processo de MM, indicando a AnM como parte desse processo, como uma das etapas. Na maioria dos relatos essa relação não está explicitamente indicada, no entanto, pelo contexto analisado, é possível inferir que em geral os participantes sinalizam para essa caracterização. Para Bassanezi (2002) as etapas de um processo de MM são seis: 1ª - *Escolha do tema e Experimentação*; 2ª - *Abstração*; 3ª - *Resolução*; 4ª - *Validação*; 5ª - *Modificação*; 6ª - *Aplicação*. Assim, para os participantes da pesquisa a AnM seria a 4ª, 5ª ou 6ª etapa do processo de MM, isto é, *Validação* (27 ocorrências), *Modificação* (3 ocorrências) e *Aplicação* (3 ocorrências).

Por fim, a categoria **AnM₅** apresenta o menor número de ocorrências (19). No entanto, as unidades de significados emergentes apontam o potencial da AnM na interação com outras estratégias pedagógicas e com recursos tecnológicos, além de estimular os estudantes no processo educativo, auxiliando-os a desenvolver competências e habilidades, previstas nos documentos oficiais (BRASIL, 2013, 2018). Nessa interação, destacam-se a “*investigação/pesquisa*” (P3; P5; P28), o “*Trabalho em grupo*” (P3; P4; P9), a “*experimentação*” (P2; P28; P47), que pode ser melhor realizada com o “[...] *uso de materiais tecnológicos*” (P23), “[...] *através de software*” (P28). Os participantes apontam ainda que a AnM “[...] *propicia condições para o desenvolvimento do letramento matemático dos estudantes.*” (P10), além de instigar “*interesse e motivação*” (P10; P12; P43; P46; P47; P55; P57), a capacidade de “*argumentar e criticar*” (P2; P3; P11; P12; P47), a “*criatividade*” (P3; P7; P47), a “*reflexão*” (P3; P43; P52), o “*raciocínio*” (P7; P57) e, preparar os estudantes para “*atuarem na sociedade*” (P12; P47).

Em resumo, essas categorias apontam a importância da AnM como estratégia de ensino porque: possibilita a aplicabilidade e contextualização da Matemática em situações-problema do cotidiano dos estudantes, valorizando a própria cultura e o contexto social deles; sai da rotina das aulas tradicionais; proporciona interdisciplinaridade; potencializa o uso de meios tecnológicos atuais; é uma forma de atrair o interesse do estudante e motivá-lo a estudar; otimiza o tempo na implementação em sala de aula; dentre outros.

Vale ressaltar que essas características, em geral são atribuídas também à MM. O tempo dispensado ao planejamento e execução de uma atividade de MM, no entanto, é apontado pelos participantes da pesquisa como fator negativo para sua implementação em sala de aula, seja devido ao tempo diferenciado exigido para o planejamento desse tipo de atividade, seja por

conta das exigências no cumprimento do conteúdo curricular ou devido à carga de trabalho excessiva que em geral o professor tem, há quase sempre muitas turmas para dar conta.

Desse modo, implementar a AnM como prática em sala de aula, conforme os relatos, seria mais fácil. Alguns professores afirmam que “[...] *o grande problema da implementação da modelagem matemática em sala de aula é a carga horária excessiva que o professor tem. Para fazer modelagem matemática requer muito tempo de pesquisa, tempo esse que o professor não tem.*” (P26), atividades de MM em sala de aula “[...] *demandam muito tempo de planejamento*” (P17), “[...] *O que é difícil diante do extenso currículo das disciplinas como a Matemática*” (P16). A grande dificuldade, portanto, é a “[...] *falta de tempo, pois temos que cumprir um cronograma muito extenso, sobrando pouco tempo para implementação de novas técnicas, e outra, é que a modelagem não é imediata.*” (P30).

Em contrapartida, a implementação da AnM é percebida como uma prática mais fácil para o professor, pois conforme relatam alguns participantes, “[...] *a importância [da AnM] encontra-se na economia de tempo na implementação*” (P25), uma vez que “[...] *a relação entre o número de aulas disponíveis e o conteúdo programático é apropriado para realizar análise de modelos, não modelagem.*” (P14). Portanto, “[...] *Em geral é mais cômodo o professor fazer a análise de modelos e a aplicação de modelos [em sala de aula]*” (P26).

Em síntese, a partir da perspectiva desse grupo de professores, é possível inferir que a AnM como estratégia de ensino tem potencial para estabelecer uma conexão da Matemática (estudada na escola) com a realidade dos estudantes. Aponta que uma situação-problema do cotidiano dos estudantes ou um fenômeno de qualquer natureza pode ser elemento motivador tanto para o ensino como para a aprendizagem de conteúdos matemáticos em sala de aula. Partindo de um determinado tema ou fenômeno, se possível escolhido pelos estudantes, busca-se relacionar a ele algum modelo matemático que permite descrevê-lo e explorá-lo, se possível, com auxílio de recursos tecnológicos. Os estudantes, mesmo não construindo o modelo, têm a oportunidade de compreender e tirar conclusões próprias sobre o fenômeno em estudo. Além disso, oportuniza a interdisciplinaridade e potencializa um rompimento com o modo tradicional de ensino que tem sido praticado com frequência no contexto educacional brasileiro.

Essa perspectiva vem ao encontro das concepções discutidas anteriormente, onde a AnM é apontada, de modo explícito, como atividade de modelagem rudimentar (SOARES, 2015), cujo processo pode ser enriquecido pelo uso de tecnologia digital (*software Modellus*, por exemplo), e de modo implícito, no contexto da Modelação (BIEMBENGUT, 2016), principalmente na parte relativa ao Ensino e à “arte de modelar”. Entende-se, com isso, que o tema se faz relevante para ser discutido, investigado e incentivado como prática escolar.

Delineando uma proposta para a Análise de Modelos

Um método de ensino, pode ser entendido como um conjunto de ações planejadas e organizadas pelo professor, nas quais se estabelecem atividades que visam favorecer o ensino do conteúdo curricular (e não curricular) e facilitar a aprendizagem por parte dos estudantes. Tais ações devem instigar a assimilação ativa e aplicação consciente dos conteúdos estudados ao mesmo tempo que desenvolve as capacidades cognitivas e operativas dos estudantes. (LIBÂNEO, 2017; RANGEL, 2015).

Em qualquer método de ensino que vise um bom andamento do processo educativo, três momentos fundamentais devem ser considerados: *planejamento*, *prática* e *avaliação* (RANGEL, 2015). A observação desses momentos pode favorecer o processo de *assimilação ativa*, pois segundo Libâneo (2017), é nesse processo que os estudantes se apropriam de conhecimentos e habilidades, uma vez que se trata de um “[...] processo de percepção, compreensão, reflexão e aplicação que se desenvolve com meios intelectuais, motivacionais e atitudinais do próprio aluno, sob a direção e orientação do professor.” (LIBÂNEO, 2017, p. 68). O autor destaca que o processo de assimilação ativa desenvolve três atividades interligadas entre si e que se complementam: *sensorial*, *mental* e *prática*. Esses elementos podem ser percebidos com certa facilidade nos métodos de ensino como a RP e a MM (SOUSA, 2019).

O quadro a seguir (Quadro 2) sintetiza um roteiro para o ensino de Matemática através da RP de duas concepções.

Quadro 2: Roteiro para ensinar Matemática através da RP

Van de Walle (2009)	Allevato e Onuchic (2014)	Descrição das Fases/Etapas
<i>Fase inicial</i>	1) <i>Proposição do problema</i> 2) <i>Leitura individual</i> 3) <i>Leitura em conjunto</i>	Momento de preparação da turma. As ações do professor se direcionam para: ativar os conhecimentos prévios dos estudantes; verificar se o problema foi compreendido; estabelecer expectativas claras quanto ao trabalho a ser desenvolvido por eles; e, deixar claro o que será avaliado
<i>Fase intermediária</i>	4) <i>Resolução do problema</i> 5) <i>Observação e incentivo</i> 6) <i>Registros das resoluções</i>	Momento que o professor: dá chance aos estudantes trabalharem sozinhos; tenta descobrir o pensamento matemático apresentado por eles; fornece suporte apropriado para apoiar seu pensamento; auxilia os estudantes no registro de soluções; oportuniza extensões vantajosas, algo preparado para aqueles que consigam terminar as atividades mais rápido e tenham como ampliar seu pensamento

<i>Fase final</i>	<p>7) <i>Plenária</i> 8) <i>Busca do consenso</i> 9) <i>Formalização do conteúdo</i> 10) <i>Proposição e resolução de novos problemas</i></p>	<p>Momento de discutir e formalizar os resultados. O professor deve: promover uma comunidade matemática de aprendizes; escutar as respostas encontradas pelos estudantes, sem julgá-los; sintetizar as ideias principais; e, identificar futuros problemas a serem explorados</p>
-------------------	---	---

Fonte: Adaptado de Sousa (2019, p.79).

O quadro seguinte (Quadro 3) mostra um roteiro simplificado do processo de MM.

Quadro 3: Roteiro para um processo de MM na Educação

Biembengut (2016)	Bassanezi (2002)	Burak (2004)	Blum e Leiß (2007)	Descrição das Fases/Etapas	
1 ^a)	<i>Percepção</i>	1 - <i>Experimentação</i>	1 - <i>Escolha do tema</i> 2 - <i>Pesquisa exploratória</i>	1 - <i>Entendendo o problema</i> (pesquisa e coleta de dados)	A partir da escolha de uma situação real de algum tema/assunto que se deseja investigar, o primeiro passo é construir uma base de informações para entender a situação-problema. Nessa etapa os estudantes pesquisam sobre o tema/assunto, coletam dados e formulam as primeiras ideias sobre a situação a ser estudada.
	<i>Apreensão</i>	2.1 - <i>Abstração</i> (sel. variáveis)	3.1 - <i>Levantamento dos problemas</i> (sel. de dados)	2.1 - <i>Simplificando</i> (sel. variáveis)	Ocorre a seleção das variáveis essenciais, visando simplificar o problema ou a situação-problema real, organizando os dados a partir das informações coletadas. Esse é um momento de interpretar e dar sentido a essas informações, além de identificar elementos matemáticos que aí aparecem.
2 ^a)	<i>Compreensão</i>	2.2 - <i>Abstração</i> (prob. no contexto real)	3.2 - <i>Levantamento dos problemas</i> (problematizar)	2.2 - <i>Estruturando</i>	Formula-se em linguagem natural, própria da área em estudo, o problema ou a situação-problema real. Nessa etapa os estudantes têm a oportunidade refletir e elaborar questões e situações que envolvam o tema/assunto em estudo. Além disso, indicam o quanto já sabem ou conhecem sobre esse tema/assunto.
	<i>Explicitação</i>	2.3 - <i>Abstração</i> (elab. modelo) 3 - <i>Resolução</i>	4 - <i>Resolução do problema e desenvolvimento do conteúdo matemático</i>	3 - <i>Matematizando</i> 4 - <i>Trabalhando matematicamente</i>	O problema da realidade, da linguagem natural, é transformado para a linguagem matemática. Agora, é momento de produzir resultados matemáticos por meio das ferramentas que a Matemática pode oferecer. É nessa etapa que o conteúdo curricular pode ser explorado, seja ele já conhecido dos estudantes ou que ainda será estudado.

3 ^a)	<i>Significação</i>	4 - Validação 5 - Modificação	5.1 - Análise crítica da solução (comparação)	5 - Interpretação 6 - Validação	Faz-se uma transição do mundo da Matemática para o mundo real. Nessa etapa os resultados obtidos por meio do modelo e de todo o ferramental matemático utilizado vão ser comparados e interpretados no contexto real da situação-problema em estudo.
	<i>Expressão</i>	6 - Aplicação	5.2 - Análise crítica da solução (discussões)	7 - Exposição	Após ajustes, o uso do modelo agora permite fazer previsões, tomar decisões, explicar e entender a situação em estudo. Essa etapa permite a participação no mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças. É momento de apresentar/expor os resultados obtidos e as aplicações em outros contextos.

Fonte: Sousa (2019, p.93).

É perceptível que, tanto as fases propostas por Van de Walle (2009), desdobradas nas etapas de Allevato e Onuchic (2014) para a RP, quanto as fases indicadas por Biembengut (2016) para a Modelação que absorvem as etapas de Bassanezi (2002), Burak (2004), e, Blum e Leiß (2007), podem ser identificadas em algum grau nas atividades do processo de assimilação ativa (*sensorial, mental e prática*) indicadas por Libâneo (2017). Tais percepções dão suporte ao vislumbre de uma perspectiva da AnM como método de ensino de Matemática que perpassa por etapas presentes nos métodos de RP e de MM.

Análise de Modelos como um método de ensino

Diante dessas perspectivas, e considerando todo o referencial levantado até agora, é razoável pensar na formalização de uma proposta para a AnM como método de ensino. Para isso, primeiramente serão destacados alguns princípios baseados nesse referencial que servem de orientação para essa formalização. Partindo de pontos centrais discutidos sobre AnM, tanto no contexto da MM como na concepção dos professores participantes da pesquisa, é possível apontar pelo menos três princípios essenciais da AnM como um método para ensinar Matemática na Educação Básica. São eles: 1 - *O uso de modelos matemáticos prontos*; 2 - *O desenvolvimento do conteúdo curricular (e não curricular)*; 3 - *O uso de situações e/ou problemas da realidade*. Esses princípios, portanto, devem orientar todo o desenvolvimento prático das aulas baseadas no método AnM.

O primeiro princípio aponta que, a partir do uso de modelos matemáticos, o professor desenvolve o conteúdo curricular, seja de um tópico específico, de um capítulo ou unidade, de um bimestre, de um semestre ou até mesmo da ementa do ano todo. Acredita-se, porém, que na

Educação Básica, destacando-se o Ensino Médio, o mais apropriado seja utilizá-los para desenvolver um tópico específico, no máximo um capítulo ou unidade, pois de acordo com o que se percebe nos livros didáticos e nas questões do ENEM, os modelos matemáticos aí encontrados, geralmente, não são muito sofisticados para abranger tanto conteúdo. A ideia é que os modelos sejam explorados de modo objetivo e direto, motivando e incentivando os estudantes a se envolverem com o assunto/tema apresentado e, conseqüentemente, com o conteúdo que se pretende abordar.

Um aspecto que vale ser ressaltado nesse princípio é o fato de os modelos serem “prontos”, o que pode facilitar o trabalho de busca e seleção desses pelo professor, uma vez que podem ser encontrados com certa facilidade em vários “lugares” (*internet*, artigos, jornais, revistas, livros, projetos de modelagem, livros didáticos, questões do ENEM, etc.). Entende-se que os modelos “prontos” podem ser apresentados/propostos de duas maneiras: de modo *explícito*, isto é, por meio de uma *representação*³; e, de modo *implícito*, por meio de *informações* possíveis de traduzi-lo(s) para o modo explícito.

O segundo princípio destaca a importância devida ao conteúdo curricular (e não curricular). Trata-se de uma necessidade e exigência do próprio sistema escolar brasileiro. De acordo com as discussões apresentadas, essa é uma das principais dificuldades apontadas por professores de todos os níveis de ensino na implementação de métodos de ensino diferenciados, como é o caso da MM, que em geral, afirmam, toma muito tempo de planejamento e execução, tornando um pouco lento o cumprimento do conteúdo curricular. Com a AnM, porém, tendo como ênfase esse princípio, acredita-se que muitos professores da Educação Básica, principalmente do Ensino Médio, poderão utilizá-la em sua prática pedagógica, uma vez que o conteúdo curricular pode ser desenvolvido sem prejuízo dentro dos processos escolares, além de inspirar e incentivar esses professores a realizarem seus primeiros trabalhos de Modelagem em sala de aula de forma gradativa.

O desenvolvimento do conteúdo curricular, segundo esse princípio, segue em duas direções. A primeira tem como objetivo, o reforço dos conhecimentos prévios dos estudantes sobre os conteúdos matemáticos já estudados, mas que aparecem no contexto atual. Nesse momento, o professor pode retomar as questões e situações anteriores onde esse conteúdo foi visto, inclusive trazer à discussão os modelos matemáticos já analisados, caso esse conteúdo tenha sido abordado na perspectiva da AnM. Já a segunda direção, visa a introdução de conceitos matemáticos novos, sendo esse é o objetivo central dentro desse princípio. Esse

³ Pode ser uma expressão matemática, como por exemplo: uma equação, inequação, sistema de equações, etc. Além disso, pode ser também um desenho, imagem, projeto ou planta de uma casa, esquema, gráfico, mapa, tabela, etc. (BURAK, 1992; 2004; BARBOSA, 2007; BIEMBENGUT, 2014; 2016).

direcionamento, portanto, possibilitará o cumprimento do conteúdo exigido na ementa da componente curricular (Matemática) para cada série/ano.

Um outro aspecto de destaque dentro desse princípio, é o desenvolvimento de conteúdo não curricular. Entende-se que esse tipo de conteúdo surge naturalmente a partir do uso de modelos matemáticos prontos, encontrados em outras áreas do conhecimento, em situações do dia-a-dia e da atualidade. Há nesse direcionamento, a possibilidade de relacionar a Matemática com essas outras áreas do conhecimento e com outras disciplinas/componentes escolares. Pode favorecer, portanto, a interdisciplinaridade, além de evidenciar temas transversais que são sugeridos dentro dos currículos.

Por fim, o terceiro princípio, relacionado muito estreitamente com o princípio anterior, principalmente à parte do conteúdo não curricular, aponta que pode ser uma fonte de modelos matemáticos que em geral traduzem várias situações e/ou problemas da realidade, o que pode favorecer a interdisciplinaridade e incentivar a abordagem de temas transversais. Significa que os modelos escolhidos pelo professor para direcionar o trabalho em sala de aula devem priorizar situações-problema reais ou adaptadas delas. Tais situações precisam fazer sentido para os estudantes e os dados envolvidos devem advir da realidade e do interesse deles.

Essa observação aponta um aspecto relevante do método (AnM) na articulação do binômio Matemática e Realidade. Não apenas em um único sentido de direcionamento, mas no sentido “Realidade ↔ Matemática”. De acordo com esse princípio, as aulas baseadas na AnM iniciam com situações reais, aliadas à Matemática (modelo matemático), e por todo o desenrolar das aulas, as duas componentes do binômio apresentam-se com potencial interativo, “caminhando” em parceria, se complementando e favorecendo, no final das contas, o próprio processo educativo (ensino e aprendizagem).

Em síntese, a partir desses princípios básicos, o desenvolvimento de aulas de Matemática na Educação Básica, especialmente no Ensino Médio, pode-se conceber a Análise de Modelos (trata-se de uma proposta) como *um método de ensino que faz uso de modelos matemáticos prontos, partindo sempre de alguma situação-problema da realidade, cujo objetivo é desenvolver o conteúdo curricular e não curricular.*

Proposta de um roteiro para implementação do método Análise de Modelos

Para implementar na prática o método AnM em sala de aula, é essencial que o professor tenha clareza e segurança dos princípios apontados acima para que possa planejar, executar e avaliar suas atividades com atenção e cuidado (RANGEL, 2015), sempre levando em conta o elenco e os elementos envolvidos no processo, isto é, os estudantes, os conteúdos, os recursos

disponíveis, os contextos envolvidos e os objetivos. O planejamento das atividades, no contexto da AnM, é o momento de escolher o conteúdo curricular que será desenvolvido, selecionar o(s) modelo(s) e elaborar/adaptar situações-problema que envolva esse(s) modelo(s) e evidenciem interação da Matemática com outras áreas do conhecimento e com a realidade/cotidiano/interesse dos estudantes.

Dessa forma, partindo do planejamento (escolhido o conteúdo, selecionado(s) o(s) modelo(s), elaborada/adaptada a situação contextualizada), dos princípios básicos identificados acima para a AnM, e dos roteiros de ensino de Matemática por meio dos métodos RP e MM (Quadros 2 e 3), a proposta inicial sugerida, é que o método AnM seja desdobrado, seguindo quatro etapas: 1ª) *Apresentação das situações-problema*; 2ª) *Exploração e interpretação (dos modelos)*; 3ª) *Desenvolvimento do conteúdo curricular e Resolução*; 4ª) *Aplicação*. O quadro a seguir (Quadro 4) mostra um roteiro dessas etapas, relacionadas às etapas da RP e da MM.

Quadro 4: Etapas da Análise de Modelos em comparação com a RP e com a MM

Análise de Modelos	RP	MM
1ª) <i>Apresentação da situação-problema</i>	1) Proposição do problema 2) Leitura individual 3) Leitura em conjunto	1.1) Percepção 1.2) Apreensão
2ª) <i>Exploração e interpretação</i>	5) Observação e incentivo 7) Plenária 8) Busca do consenso	1.2) Apreensão 2.1) Compreensão 2.2) Explicitação
3ª) <i>Desenvolvimento do conteúdo curricular e Resolução</i>	4) Resolução do problema 6) Registro das soluções 9) Formalização do conteúdo	2.2) Explicitação 3.1) Significação
4ª) <i>Aplicação</i>	10) Proposição e resolução de novos problemas	3.1) Significação 3.2) Expressão

Fonte: Sousa (2019, p.151).

A 1ª etapa do método AnM visa a compreensão das situações-problema dentro do contexto apresentado e destaca a presença de modelos matemáticos nesse contexto. Nessa etapa, após e/ou durante a apresentação das situações-problema, em diálogo com os estudantes, o professor pode incentivá-los a elencar as variáveis envolvidas. Aqui também é oportunizada aos estudantes uma retomada inicial de conhecimentos prévios, tanto de conteúdo curricular como de conteúdo não curricular.

A 2ª etapa do método objetiva levar os estudantes a relacionar e interpretar os modelos matemáticos dentro do contexto apresentado, de modo que possam compreender o significado das variáveis elencadas. Nessa etapa, em conjunto com os estudantes, além do levantamento e

elaboração de problemas, o professor também pode propor as primeiras atividades a serem realizadas pelos estudantes. O objetivo aqui é tentar envolvê-los na exploração da situação em estudo e do(s) respectivo(s) modelo(s), além de preparar o “ambiente” para a próxima etapa.

A 3ª etapa se refere à resolução das questões levantadas, ao mesmo tempo que se desenvolve o novo conteúdo curricular necessário para dar conta destas e de outras questões que por ventura surjam. Esse conteúdo deve ser desenvolvido de modo autônomo pelo professor, que pode ser iniciado a partir de discussões envolvendo os modelos matemáticos relacionados à situação apresentada.

Por fim, a 4ª etapa visa aplicar os modelos discutidos, tanto no contexto das situações propostas inicialmente como na resolução de novos problemas, em outros contextos. Nessa etapa são sugeridas algumas questões relativas ao conteúdo curricular estudado. Nessas questões, os modelos matemáticos estudados têm papel central em sua resolução e interpretação, oportunizando, de modo geral, a consolidação do conteúdo matemático introduzido, agora aprofundado e ampliado.

O desenvolvimento prático do método AnM de alguns conteúdos específicos do Ensino Médio, seguindo essas etapas, pode ser visto em Sousa (2019).

Considerações finais

A busca pela melhoria da qualidade do ensino de Matemática deve ser mais que uma ação esporádica no processo educativo. Deve ser um hábito constante. Não se trata de simplesmente fazer uso de determinados métodos diferenciados, como a Modelagem Matemática, ou de ferramentas de apoio ao ensino, como o livro didático e/ou as tecnologias digitais, que com isso a melhoria dessa qualidade estará garantida. Não. É preciso pensar mais abrangente, não exclusivamente em novos métodos e ferramentas de apoio, mas em novas formas de lidar e abordar as que já existem e estão em vigor com certo êxito, ou não.

O método de ensino *Análise de Modelos*, apresentado neste artigo, é apontado como uma dessas formas. Sua elaboração levou em conta basicamente as concepções de Soares (2012, 2015), Soares e Javaroni (2013) sobre essa abordagem, Allevato e Onuchic (2014) sobre Resolução de Problemas, e, Bassanezi (2002) e Biembengut (2016) sobre Modelagem Matemática.

A partir desse referencial, inferiu-se que a AnM poderia ser caracterizada por pelo menos três princípios essenciais, que são: 1 - *O uso de modelos matemáticos prontos*; 2 - *O desenvolvimento do conteúdo curricular (e não curricular)*; 3 - *O uso de situações e/ou problemas da realidade*. Estabeleceu-se, então, um roteiro em quatro etapas para o método

AnM que serviria para orientar o professor tanto no planejamento como no desenvolvimento prático das aulas. São elas: 1ª etapa - *Apresentação das situações-problema*; 2ª etapa - *Exploração e interpretação (dos modelos)*; 3ª etapa - *Desenvolvimento do conteúdo curricular e Resolução*; 4ª etapa – *Aplicação*.

A proposta aqui apresentada tem como principal objetivo auxiliar o professor no planejamento e execução de ações pedagógicas em sala de aula, visando a melhoria da qualidade do processo educativo de Matemática na Educação Básica. Entende-se, portanto, que o método de ensino AnM se apresenta com potencial de envolver os estudantes no estudo da Matemática, pela exploração de modelos matemáticos advindos de variadas situações de seu interesse, além de se apresentar como um modo mais seguro de inicialização, pelo professor, no trabalho com Modelagem em sala de aula sem, contudo, se distanciar da estrutura escolar vigente, principalmente no que diz respeito ao cumprimento do conteúdo curricular programático.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Orgs.). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Paco Editorial. Jundiaí. 2014.

ÁVILA, G. S. **Análise Matemática para Licenciatura**. São Paulo, SP: Editora Edgard Blücher Ltda, 2001.

BARBOSA, J. C. A prática dos alunos no ambiente de Modelagem Matemática: o esboço de um framework. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Org.).

Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007. p.161-174.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das Propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria - Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, p. 7-32, 2009.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática no ensino fundamental**. Blumenau: Edifurb, 2014.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem na Educação Matemática e na Ciência**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.

- BLOMHØJ, M.; KJELDSEN, T. H. Students' Reflections in Mathematical Modelling Projects. In: KAISER, G.; BLUM, W.; FERRI, R. B. (Eds.) Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling – ICTMA 14. New York: Springer, 2011. p.385-396.
- BLUM, W.; LEIB, D. Understanding how students' and teachers deal with modelling problems. In: Haines, C.; Galbraith, P.; Blum, W.; Khan, S. (Eds.). **Mathematical modelling: Education, engineering and economic - ICTMA 12**, p. 222-231. Chichester: Horwood, 2007.
- BONOTTO, D. L.; LARA, I. C. M. Modelagem Matemática e formação continuada de professores: um mapeamento teórico. In: VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática, 2013. **Anais...** Canoas: ULBRA, 2013.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.
- BURAK, D. Modelagem Matemática e a Sala de Aula. In: Encontro Paranaense da Modelagem na Educação Matemática, I, Londrina, 2004. **Anais...** Londrina: UEL, p. 1-11, 2004.
- BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 1992.
- D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. 23. ed. Campinas, SP: Papyrus, 2012.
- DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática**. 1. ed. São Paulo: Ática, 2011.
- FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. (Coleção formação de professores).
- LIBÂNIO, J. C. **Didática**. São Paulo: Cortez, 2017. E-book.
- MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. **Análise textual discursiva**. 2. ed. Ijuí: Unijuí, 2014.
- NISS, M. Prescriptive modelling - challenges and opportunities. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. (Eds.) **Mathematical Modelling in Education Research and Practice: cultural, social and cognitive influences**. Cham: Springer, 2015. p.67-80.
- RANGEL, M. **Métodos de ensino para a aprendizagem e a dinamização das aulas**. Campinas – SP: Papyrus, 2015. E-book.
- SOARES, D. S. Model Analysis with Digital Technologies: a “hybrid approach”. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. (Eds.) **Mathematical Modelling in Education Research and Practice: cultural, social and cognitive influences**. Cham: Springer, 2015. p. 453-463.
- SOARES, D. S. **Uma abordagem pedagógica baseada na Análise de Modelos para alunos de Biologia: qual o papel do software?** 2012. 341f. Tese (Doutorado em Educação)

Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.

SOARES, D. S.; JAVARONI, S. L. Análise de Modelos: possibilidades de trabalho com Modelos Matemáticos em sala de aula. In: BORBA, M. C. & CHIARA, A. (Org.) **Tecnologias Digitais e Educação Matemática**, São Paulo-SP, Editora Livraria da Física, 2013, p. 195-219.

SOUSA, E, S. Análise de Modelos: um método de ensino de Matemática na Educação Básica. (Tese de doutorado em Educação em Ciências e Matemática). Porto Alegre: PUCRS, 2019.

TAMBARUSSI, C. M.; KLÜBER, T. E. Focos da pesquisa stricto sensu em Modelagem Matemática na Educação Matemática brasileira: considerações e reflexões. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v. 16, n. 1, 2014, p. 209-225.

TAMBARUSSI, C. M.; KLÜBER, T. E. Modelagem Matemática na Educação Matemática: O que se tem pesquisado? In: Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, 8, 2013. Santa Maria. **Anais...** Santa Maria: Centro Universitário Franciscano, 2013. v.1, p. 1-15.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Porto Alegre, RS: Artmed, 2009.

SOBRE O AUTOR

Emerson Silva de Sousa

Doutor em Educação em Ciências e Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS); Professor da Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA) – Brasil; Programa de Ciências Exatas; Integrante do Grupo de Estudos e Pesquisas Educacionais em Modelagem Matemática/UFOPA (GPEMM). E-mail: essousa73@gmail.com.

 <https://orcid.org/0000-0002-1039-4280>

Recebido em 07 de julho de 2020
Aprovado em 11 de janeiro de 2021
Publicado em 01 de abril de 2021