



Diseño de una app como herramienta de apoyo para la enseñanza-aprendizaje del álgebra básica

Design of an application as a support tool for the teaching-learning of basic algebra

Farid Cortés Velazquez

Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico Superior de Huauchinango, Huauchinango, México
farid@huauchinango.tecnm.mx
ORCID: 0003-2717-4388

Gregorio Castillo Quiroz

Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico Superior de Huauchinango, Huauchinango, México
gcastillo@huauchinango.tecnm.mx
ORCID: 0002-1904-4172

Manuel Cruz Luna

Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico Superior de Huauchinango, Huauchinango, México
manuelcl@huauchinango.tecnm.mx
ORCID: 0002-0640-8926

Hugo Hernández Cabrera

Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico Superior de Huauchinango, Huauchinango, México
hugohcabrera@huauchinango.tecnm.mx
ORCID: 0002-7172-9734

doi: <https://doi.org/10.36825/RITI.09.18.006>

Recibido: Febrero 15, 2021

Aceptado: Mayo 20, 2021

Resumen: Algesquares es un método innovador basado en las baldosas algebraicas creadas por Caleb Gattegno, que busca una experiencia de los educandos más dinámica, en vez de una enseñanza de álgebra por el método tradicional. El presente trabajo tuvo como objetivo presentar el diseño de una aplicación que funcione como una herramienta de enseñanza para estudiantes y profesores, en temas de Álgebra Básica, mediante un tablero con fichas de colores marcados con signo positivo y negativo que resuelven temas como reducción de términos semejantes, multiplicación, factorización, etc. Los estudiantes serán protagonistas de su propio aprendizaje y tendrán un papel activo dentro y fuera del salón de clases, obteniendo puntos a través de la resolución de ejercicios algebraicos interactivos, subiendo de nivel y dificultad. Algesquares, busca captar la atención del alumno, motivarlos e interesarlos, fomentando a los educandos a ser autodidactas, avanzando en la aplicación de forma gradual y avanzando a su propio ritmo, construyendo un aprendizaje significativo en los estudiantes, desarrollando competencias, conocimientos y habilidades matemáticas, para continuar su formación escolar.

Palabras clave: Algebra, Aplicación, Herramienta, Enseñanza, Aprendizaje.

Abstract: Algesquares is an innovative method based on the algebraic tiles created by Caleb Gattegno, which seeks a more dynamic student experience, instead of teaching algebra by the traditional method. The present work aimed to present the design of an application that functions as a teaching tool for students and teachers, in Basic Algebra topics, through a board with colored cards marked with a positive and negative sign that solve issues such as reduction of terms like, multiplication, factoring, etc. Students will be the protagonists of their own learning and will play an active role in and out of the classroom, obtaining points through solving interactive algebraic exercises, increasing levels and difficulty. Algesquares, seeks to capture the student's attention, motivate and interest them, encouraging students to be self-taught, advancing in the application gradually and advancing at their own pace, building meaningful learning in students, developing mathematical skills, knowledge and skills, to continue their school training.

Keywords: *Algebra, Application, Tool, Teaching, Learning.*

1. Introducción

En México, Lenguaje y Comunicación y Matemáticas, son un pilar de estudio en el nivel básico, media superior y parte del tronco común de nivel superior. Desde el modelo educativo anterior en la educación básica y ahora con el Nuevo Modelo, siempre se ha hecho énfasis en la importancia que tienen Comunicación y Matemáticas en la formación escolar del estudiante. Sin embargo, la forma tradicional de enseñanza, en muchas ocasiones resulta ser aburrida, tediosa y poco motivadora o desafiante. Actualmente, la psicología nos dice que existen distintos estilos de aprendizaje, que serían difícil de abarcar si el estudiante no es protagonista de su propio aprendizaje, no se utilizan herramientas como apoyo adicional para su formación y no se hace uso de las tecnologías de la información para motivar a los educandos.

Si comparamos la educación en México con otros países, estamos muy por debajo del nivel promedio. La prueba PLANEA, que reemplazó a la prueba ENLACE a partir del 2015, evalúa los conocimientos de los alumnos de 6to semestre en el área de Comunicación y Matemáticas. Los últimos resultados generales que tiene registro la página oficial son del año 2016, los cuales dicen lo siguiente: el 49.2% se encuentra en el Nivel I, el 30% en el Nivel II, el 14.4% en el Nivel III y el 6.3% en el Nivel IV. Citando el concepto del Nivel I de la página oficial, menciona que “Los alumnos que se encuentran en este nivel de logro demuestran deficiencias en el desarrollo de los conocimientos y habilidades relacionados con las competencias disciplinares básicas que se esperan de los egresados de la educación media superior” [1]. Las cifras anteriores son preocupantes, pues casi la mitad de los estudiantes en el país, tienen problemas serios en el área de Matemáticas.

El rechazo hacia las matemáticas que manifiestan muchos alumnos, nace o se agrava precisamente cuando se inician en el álgebra. Los resultados académicos que se derivan de las dificultades propias del álgebra, son desalentadores. Precisamente en los niveles en que se inicia el estudio más formal del álgebra, es donde se encuentra mayor fracaso escolar. Ha sido reconocido también que las dificultades de aprendizaje del álgebra son multifactoriales, por ello se considera promover la consolidación de fundamentos académicos sólidos como oportunidad de desarrollo en los estudiantes [2].

Una de las principales evidencias de los cambios en los sistemas educativos es la presencia de las TIC tanto en el aula como en los diseños curriculares y su mención específica en las distintas normativas y documentos de legislación educativa. Permiten trabajar en entornos virtuales dinámicos y de inmediatez que hacen cambiar los roles tanto del profesorado como del alumnado. Para los primeros se empieza a requerir una alfabetización o actualización tecnológica y la adaptación a sus rutinas laborales al nuevo medio. Se requiere una planeación y planificación minuciosa para un uso adecuado de estas herramientas como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje [3]. A pesar de todas las ventajas que pueden generar las TIC dentro y fuera del aula, La mayoría de los profesores no confían en su uso, además se requiere capacitación adicional para emplearlas eficientemente. En algunas escuelas, principalmente en las públicas, el acceso a las herramientas tecnológicas es muy limitado y no tienen a disposición el software adecuado, que además no es barato [4].

Con el uso correcto de las TIC, los alumnos pasan de un rol de espectador pasivo, a ser parte activa en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Teniendo la posibilidad de auto regular la adquisición de conocimientos en

función de sus destrezas y capacidades. Las TIC han permitido el acceso de profesores y alumnos a recursos didácticos e información de manera casi impensable hace unos cuantos años. En el caso de las matemáticas, esta área ha sido muy beneficiada por las TIC, especialmente por el software, porque estos permiten mejorar procesos de visualización de conceptos y aseguran una adecuada comprensión de ellos al ofrecer variados sistemas de representación [3].

Actualmente existen varios materiales para el salón de clases y herramientas digitales para la enseñanza del álgebra, algunas de ellos basados en el mismo principio que Algesquares, como por ejemplo: Algebra Tiles o Fichas de Álgebra, Algeblocks, Bancubi y la Caja de Polinomios. Sin embargo, no todos son conocidos dentro del profesorado en el nivel medio superior en la región norte del estado de Puebla; algunos productos están enfocados a aritmética y otros, no abarcan varios de los temas mencionados en el plan de estudios. En la Tabla 1, se muestra una comparativa entre los métodos de enseñanza, sus funciones principales y limitantes:

Tabla 1. Comparativa entre los distintos métodos de enseñanza de álgebra básica que trabajan bajo el mismo principio de Algebra Tales. Fuente: Elaboración propia.

Sistema	Año de creación	Realiza operaciones algebraicas básicas	Factorización y productos notables	Ecuaciones lineales con una incógnita	Ecuaciones cuadráticas de la forma $ax^2 + bx = c$
Fichas de álgebra	1950's	Si	Si	Si	Si
Algeblocks	1996	Si	Si	Si	Si
Caja de polinomios	2003	Si	Si	No	No
Algesquares	2016	Si	Si	Si	Si
Sistema	Trabaja con coeficientes fraccionarios	Funciona con coeficientes positivos y negativos	Cuenta con app o software	Utiliza fichas del mismo tamaño	La app es una guía de aprendizaje
Fichas de álgebra	No	Si	Si	No	No
Algeblocks	Si	Si	Si	No	No
Caja de polinomios	No	Si	Si	No	No
Algesquares	Si	Si	Si	Si	Si

Por lo tanto, el presente trabajo tiene como objetivo realizar el diseño de una aplicación para dispositivos móviles que ayude al proceso de enseñanza-aprendizaje de álgebra básica del nivel medio superior, por medio de Algesquares, cumpliendo con los siguientes objetivos específicos:

- Contribuir al aprendizaje del estudiante en asignaturas relacionadas con álgebra básica.
- Funcionar como una herramienta de apoyo dentro y fuera del salón de clase, fomentando en los educandos el autoaprendizaje.
- Facilitar la tarea al docente para la enseñanza de diversos temas de álgebra, correspondientes al plan de estudios del nuevo modelo educativo.
- Fomentar la creatividad en los estudiantes, haciéndolos protagonistas de su propio aprendizaje por medio de un método de enseñanza novedoso y entretenido.

2. Estado del arte

2.1 Algebra Tiles

Concepto creado originalmente por Caleb Gattegno, Algebra Tiles o Baldosas Algebraicas, actualmente cuenta con una app en la Play Store, la cual es un manipulador virtual similar a los físicos comúnmente disponibles en las aulas. Los mosaicos que representan 1 , x , x^2 , y , y^2 y xy , junto con sus opuestos se pueden arrastrar al espacio de trabajo desde el panel de selección desplazable de la izquierda. Una vez en el espacio de trabajo, se pueden mover,

copiar, reorientar o negar individualmente o en grupos. Los mosaicos se pueden configurar para que coincidan con los colores de conjuntos físicos comunes [5].

2.2 Algeblocks

Algeblock, una aplicación para móviles con sistema operativo Android. Su finalidad es el aprendizaje de las operaciones algebraicas básicas como suma, resta de expresiones polinomiales, el cual se basó en la metodología tradicional de enseñanza/aprendizaje y aprovechamiento de las TIC's. El juego se enfoca en presentar diferentes expresiones donde el usuario puede interactuar y aprender conceptos abstractos del algebra a través de bloques virtuales, motivando y desarrollando la autonomía del estudiante. Es una herramienta didáctica e innovadora que los/as docentes pueden hacer uso para la enseñanza de expresiones polinomiales [6].

2.3 Historia de la Caja de Polinomios.

La Caja de Polinomios es una herramienta didáctica para la educación básica, la cual permite el desarrollo del álgebra de polinomios. Esta herramienta fue construida a partir de la idea de homogeneización de polinomios cuadráticos introducida por el matemático árabe Tabit ibn Qurra al-Harrani en el siglo IX. Esta no cuenta con una versión para Smartphone, sin embargo, existe un software para computadora que contiene una versión virtual [7]. El inconveniente es que requiere Flash, el cual ha sido anunciado por Adobe que será descontinuado el 31 de diciembre del 2020.

2.4 TICS en la Subsecretaría de Educación Media Superior.

El manejo de TIC no es un tema ajeno al sistema educativo mexicano, se incluye entre los objetivos de la SEMS, los cuales son: coordinar, orientar y sintonizar las diferentes acciones que la Secretaría de Educación Pública (SEP) ha emprendido para mejorar la calidad de los servicios que ofrecen las instituciones educativas de nivel medio superior, a fin de contar con un sistema nacional de bachillerato sólido, interrelacionado, flexible y pertinente con las necesidades sociales y económicas del país, con puntos de convergencia y canales de comunicación claros y abiertos que permitan ofrecer servicios de calidad a los jóvenes mexicanos [8].

3. Materiales y métodos

El presente proyecto se llevó a cabo en el Bachillerato General “Ignacio Manuel Altamirano”, ubicada en la localidad de San Lorenzo, Xicotepec, Puebla. Los estudiantes elegidos para implementar este método fueron de distintos años escolares, para tercer y quinto semestre, ya habían cursado Pensamiento Matemático II y III, que abarcan los temas de Álgebra con los que trabaja Algesquares. En caso de los estudiantes de primer semestre, los conocimientos previos de aritmética y álgebra adquiridos en la secundaria fueron suficientes.



Figura 1. Ubicación del municipio de Xicotepec, Puebla, que entre sus localidades se encuentra San Lorenzo, donde se encuentra el Bachillerato General “Ignacio Manuel Altamirano”.

3.1. Definición del método Algesquares.

El uso de Algesquares está orientado al estudio de varios temas de Álgebra Básica que pertenecen al Programa de Estudios de Educación Media Superior en México. Por medio de Algesquares, se pueden representar, a través de fichas en formas de cuadrados de colores, operaciones básicas con monomios y polinomios de primer y segundo







grado, como la suma, resta, multiplicación y división de términos algebraicos, desarrollo de productos notables, factorización y resolución de ecuaciones cuadráticas. Cada tema se desarrolla de manera distinta, realizando agrupaciones y organizando secuencias concretas con las fichas, teniendo en cuenta su color y símbolo asignado.

Si el estudiante ha aprendido Álgebra de la forma tradicional, únicamente tiene que acostumbrarse a este nuevo método de resolver ejercicios algebraicos. Sin embargo, una vez que entienda la forma de trabajo de Algesquares, no tendrá problemas en entender cada uno de los temas. En caso de que el estudiante no tenga conocimientos de la asignatura, puede que le resulte mucho más sencillo adaptarse a este método, de cualquier modo, ya sea que conozcan o no, el método tradicional de la enseñanza del álgebra, los jóvenes estarán entusiasmados y motivados en aprender por medio de Algesquares.

Teniendo en cuenta que Algesquares estudia varios temas del Álgebra básica que se encuentran dentro del programa de estudios de nivel medio superior, los conocimientos previos que deben tener los estudiantes para poder trabajar con este nuevo método de enseñanza son las operaciones básicas en aritmética: suma, resta, multiplicación, división, potencias y raíces.

Cada color de las fichas de Algesquares representa un término que puede ser una variable cuadrática, lineal o bien, un término independiente. Cada color tiene dos fichas, una positiva y otra del mismo color, pero con signo negativo representando a su inverso aditivo, como se muestra en la Tabla 2:

Tabla 2. Tabla de Equivalencia

Color:	Ficha:	Representa:
Roja		Variable cuadrática positiva
Roja negativa		Variable cuadrática negativa
Azul		Variable lineal positiva
Azul negativa		Variable lineal negativa
Amarilla		Término independiente positivo
Amarilla negativa		Término independiente negativo

Fuente: Elaboración propia.

Los coeficientes de cada término determinan el número de fichas que se pondrán en el tablero y el exponente de la variable determina el color de cada ficha.


3.2. Operaciones con Algesquares

3.2.1. Suma y resta de términos semejantes

Reducir términos semejantes significa sumar o restar los coeficientes numéricos en una expresión algebraica, que tengan el mismo factor literal. Para desarrollar un ejercicio de este tipo, se suman o restan los coeficientes numéricos y se conserva el factor literal.

Ejemplo: $x^2 - 2x + 3 - 2x^2 + 1$. La solución se muestra a continuación, en la Tabla 3:

Tabla 3. Reducción de términos semejantes.

Pasos:	Imágenes:
Paso 1: Se acomodan las fichas en el tablero de acuerdo al color correspondiente. A cada término algebraico le corresponde una columna.	

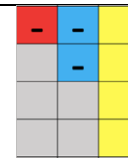
Paso 2: Si hay fichas del mismo color (aunque distinto signo) se colocan en la misma columna.



Paso 3: Si existen dos fichas del mismo color con signo distinto, se eliminan. En caso de no cumplirse esta condición, ir al siguiente paso.



Paso 4: Reacomodar las fichas a la parte superior de la columna, en caso de ser necesario.



Paso 5: Guiándose con la tabla de equivalencia, interpretar el resultado final con las fichas restantes.



$$R = -x^2 - 2x + 4$$




Fuente: Elaboración propia.

3.2.2 Multiplicación de binomios







Un binomio es un polinomio con dos términos. La Propiedad Distributiva también aplica para multiplicar binomios. Se piensa en el primer paréntesis como un término. La Propiedad Distributiva establece que el término delante del paréntesis multiplica cada término dentro de este por separado. Entonces, se suman los resultados de los productos.

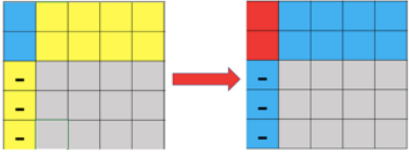
Este proceso también se puede emplear para resolver binomios al cuadrado y binomios conjugados. Ejemplo: $(2x - 3)(x + 4)$. La solución se muestra a continuación, en la Tabla 4:

Tabla 4. Multiplicación de binomios.

Pasos:	Imágenes:
<p>Paso 1: El primer miembro de la expresión algebraica se acomoda en la primera columna del tablero y el segundo miembro de la expresión algebraica se acomoda en la primera fila del tablero. El primer cuadro (de color azul) siempre se va a compartir, tanto en la columna como en la fila.</p>	
<p>Paso 2: Si entre todas las fichas azules no se forma una figura cuadrangular o rectangular, completar la figura con fichas del mismo color. Si no hay necesidad de formar la figura, pasar al siguiente paso.</p>	
<p>Paso 3: Completar un nuevo rectángulo o cuadrado, con la primera columna de fichas amarillas, que tenga el mismo número de columnas que la figura azul. Una vez hecho esto, completar un nuevo rectángulo o cuadrado, con la primera fila de fichas amarillas, que tenga el mismo número de filas que la figura azul.</p>	

Paso 4: Subir todas las fichas de rango:

Color	Sube de rango a:	
Azul		Rojo 
Amarillo		Azul 
Amarillo negativo		Azul negativo 

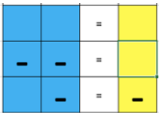


Paso 5: Completar la nueva figura, formando un rectángulo o un cuadrado, rellenando los espacios de color gris. El color de ficha que se utiliza está basado en la siguiente combinación:


Si existen dos figuras azules del mismo signo, se rellenan los espacios grises con fichas amarillas (sin signo).

Si existen dos figuras azules de signos distintos, se rellenan los espacios grises con fichas amarillas con signo negativo.


Combinaciones a seguir:



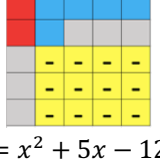
Resultando:



Paso 6: Por cada ficha azul positiva, se elimina una ficha azul negativa. En caso de no cumplirse esta condición, ir al siguiente paso.



Paso 7: Guiándose con la tabla de equivalencia, interpretar el resultado final con las fichas restantes.



$= x^2 + 5x - 12$

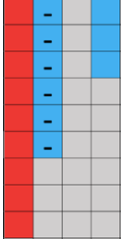
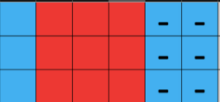
Fuente: Elaboración propia.

3.2.3 División algebraica

La división de expresiones algebraicas consta de las mismas partes que la división aritmética, así que si hay 2 expresiones algebraicas, $p(x)$ dividiendo, y $q(y)$ siendo el divisor, de modo que el grado de $p(x)$ sea mayor o iguala 0 siempre hallaremos a 2 expresiones algebraicas dividiéndose. División que podemos representar.

Ejemplo: $\frac{9x^2-6x}{3x}$. La solución se muestra a continuación, en la Tabla 5:

Tabla 5. División algebraica.

Pasos:	Imágenes:
Paso 1: Se acomodan las fichas del dividendo en el tablero, cada término es separado en columnas distintas. En otro lugar del tablero (distanciado del dividendo) se hace lo mismo con el divisor.	
Paso 2: Se toma la primera columna del dividendo y si es posible, se reparte en partes iguales a cada ficha del divisor (en caso de sobrar alguna, se pone aparte). Se repite este paso con cada columna del dividendo.	

Paso 3: Se borran las filas sobrantes excepto la primera. Tampoco se debe borrar el residuo (si es que existe).



Paso 4: En orden de izquierda a derecha, a partir de la segunda ficha en adelante, se dividen cada ficha entre la primera. Una vez divididos, se elimina la primera ficha de izquierda a derecha.

Guía para poder dividir los colores correctamente:

	/	=	
-	/	=	
-	/	=	-
-	/	=	-
	/	=	
-	/	=	-
-	/	=	-
-	/	=	-

Resultando:



Paso 5: Guiándose con la tabla de equivalencia, interpretar el resultado final con las fichas restantes.



$$R = 3x - 2$$

Fuente: Elaboración propia.

3.2.4 Factorización de un trinomio cuadrado perfecto

Si se tiene al trinomio, se identifican los dos términos que son cuadrados perfectos a y b el tercer término corresponde al doble producto de las raíces de los dos anteriores $2ab$, por lo tanto, es un trinomio cuadrado perfecto.

Ejemplo: $x^2 - 6x + 9$. La solución se muestra a continuación, en la Tabla 6:

Tabla 6. Factorización de un trinomio cuadrado perfecto.

Pasos:	Imágenes:
Paso 1: Se acomodan las fichas en el tablero de acuerdo al color correspondiente. A cada término algebraico le corresponde una columna.	
Paso 2: Con todas las fichas rojas se forma un cuadrado (en caso de ser una sola ficha se pone únicamente la ficha roja).	
Paso 3: Se reparten las fichas azules en partes iguales en dos grupos. Un grupo cubre las columnas de las fichas rojas y otro grupo, cubre las filas de las fichas rojas.	
Paso 4: Si se hizo correctamente el paso 3, las fichas amarillas alcanzan perfectamente para completar el cuadrado, rellenando los espacios grises. En caso de que sobren o falten fichas amarillas al completar el cuadrado, regresar al paso 3 y acomodar nuevamente las fichas azules.	

Paso 5: Dejar únicamente la primera fila y la primera columna de la figura formada, eliminando las demás fichas.		
Paso 6: Bajar de rango las fichas que quedaron:		
Color:	Baja de rango a:	
Azul	Rojo	
Amarillo	Azul	
Amarillo negativo	Azul negativo	
Paso 7: Guiándose con la tabla de equivalencia, interpretar el resultado final con las fichas restantes.		
		$R = (x - 3)^2$
Fuente: Elaboración propia.		

3.2.5 Factorización de una diferencia de cuadrados

La factorización de una diferencia de cuadrados está formada por una ecuación con dos términos: uno positivo y el otro, negativo. Ambos deben de ser raíces cuadradas exactas. Y lo que se hace es realizar una resta entre ellos. De ahí el nombre de factorización por diferencia de cuadrados.

Ejemplo: $4x^2 - 9$. La solución se muestra a continuación, en la Tabla 7:

Tabla 7. Factorización de una diferencia de cuadrados.

Pasos:		Imágenes:	
Paso 1: Se acomodan las fichas en el tablero de acuerdo al color correspondiente. A cada término algebraico le corresponde una columna.			
Paso 2: Con todas las fichas rojas se forma un cuadrado (en caso de ser una sola ficha se pone únicamente la ficha roja).			
Paso 3: A partir de la esquina inferior derecha del cuadrado rojo, se forma un cuadrado azul con todas las fichas azules.			
Paso 4: Las fichas azules se bajan de rango a fichas amarillas:			
Color		Baja de rango a:	
Amarillo		Azul	

Amarillo negativo		Azul negativo		
Paso 5: Se completa el cuadrado llenando los dos bloques de espacios grises, uno de ellos con fichas azules y otro más, con fichas azules negativas.				
Paso 6: Dejar únicamente la primera fila y la primera columna de la figura formada, eliminando las demás fichas.				
Paso 7: De acuerdo a la siguiente tabla, bajar de rango las fichas que quedaron:				
Color	Baja de rango a:			
Rojo		Azul		
Azul		Amarillo		
Azul negativo		Amarillo negativo		
Paso 8: Guiándose con la tabla de equivalencia, interpretar el resultado final con las fichas restantes.				
$R = (2x + 3)(2x - 3)$				

Fuente: Elaboración propia.

3.2.6 Ecuaciones cuadráticas de tipo

La forma se llama la forma estándar de una ecuación cuadrática. Antes de resolver una ecuación cuadrática usando la fórmula cuadrática, es vital estar seguros de que la ecuación tenga esta forma. Si no, podríamos usar los valores incorrectos de a , b , o c y la fórmula dará soluciones incorrectas.

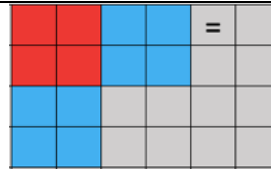
Una ecuación algebraica consta de tres partes: primer miembro de la ecuación, segundo miembro de la ecuación y el signo igual, por lo que anexaremos una ficha de color gris para representar este signo:

Ejemplo: $4x^2 + 8x = 0$. La solución se muestra a continuación, en la Tabla 8:

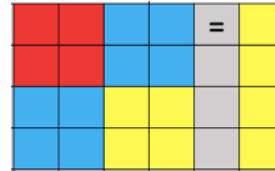
Tabla 8. Solución de una ecuación cuadrática de tipo.

Pasos:	Imágenes:
Paso 1: Se acomodan las fichas en el tablero de acuerdo al color correspondiente. A cada término algebraico le corresponde una columna.	

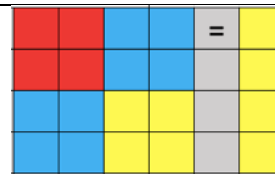
Paso 2: Se distribuyen las fichas azules tanto debajo como a la derecha de las fichas rojas, formando dos rectángulos del mismo tamaño (que a su vez están formados por el mismo número de fichas azules).



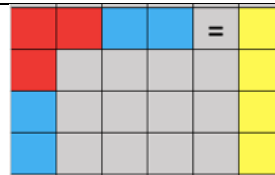
Paso 3: Completar el primer miembro de la ecuación (todas las fichas que están a la izquierda del signo igual) con fichas amarillas (adicionales a las que ya tenemos) hasta formar un cuadrado formado por las fichas rojas y azules que ya se tienen, más las amarillas que se van a agregar. Contamos el número de fichas que agregamos del lado izquierdo y agregamos la misma cantidad del lado derecho (segundo miembro de la ecuación).









Paso 4: Del lado derecho del signo igual puede que queden fichas amarillas positivas y negativas. En caso de suceder esto, eliminar la misma cantidad de fichas positivas y negativas, solo del lado derecho del signo igual.



Paso 5: Del cuadrado que se forma del lado izquierdo, solo dejamos la primera fila y la primera columna, eliminando todas las demás fichas que sobran.



Paso 6: Bajamos de rango a todas las fichas que están al lado izquierdo del signo igual:

Color	Baja de rango a:	
Rojo		Azul 
Azul		Amarillo 
Azul negativo		Amarillo negativo 



Paso 7: Interpretamos el resultado de la figura anterior por medio de la tabla de equivalencia y nos queda:

$$(2x + 2)(2x + 2) = 4$$

Que también se puede representar como:

$$(2x + 2)^2 = 4$$

Paso 8: Se despeja la variable x.

$$\begin{aligned} \sqrt{(2x + 2)^2} &= \sqrt{4} \\ (2x + 2) &= \pm 2 \\ 2x &= \pm 2 - 2 \\ x &= \frac{\pm 2 - 2}{2} \\ x_1 &= \frac{2 - 2}{2} = \frac{0}{2} = 0 \\ x_2 &= \frac{-2 - 2}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \end{aligned}$$

Fuente: Elaboración propia.

3.3 Diseño de la App para smartphones “Algesquares”

Para llevar a cabo el diseño de la aplicación para Smartphone se tomó en cuenta el sistema operativo y la gama que más predomina en los alumnos de los bachilleratos generales de la zona, el cual es Android con dispositivos de gama media-baja. En cuanto a la imagen del logotipo, se eligieron elementos relacionados con álgebra, símbolos

matemáticos indicando las operaciones básicas, las fichas y los colores característicos que tiene Algesquares, como se muestra en la Figura 2.



Figura 2. Logotipo de la aplicación “Algesquares”.

Dentro de la aplicación, la pantalla principal muestra los contenidos específicos tomados del plan de estudios del Nuevo Modelo Educativo de las asignaturas de Pensamiento Matemático II y III en Bachilleratos Generales, como se muestra en la Figura 3.



Figura 3. Pantalla principal de la aplicación.

Una vez seleccionado el tema, existen cuatro opciones que se pueden elegir: tutorial (que guía paso a paso y familiariza al usuario hasta entender el método de Algesquares), nivel básico, intermedio y avanzado. Los niveles están pensados para que la aplicación guarde el registro del estudiante, al resolver ejercicios y aumentar poco a poco el nivel de dificultad hasta lograr el dominio de cada tema, como se muestra en la Figura 4.



Figura 4. Pantalla de un tema en específico que muestra los niveles a elegir.

Al resolver cada ejercicio, la aplicación muestra avisos breves, recordándole al estudiante el siguiente paso a seguir. Al haber completado la serie de ejercicios de cierto nivel, se muestra el aviso en pantalla y se registra el avance del estudiante. Entre más tiempo pase el usuario en la aplicación practicando y resolviendo ejercicios, más puntos podrá obtener, avanzando de nivel y dominando cada contenido, como se muestra en la Figura 5. La app no solo está pensada para los estudiantes, también para los docentes, éstos podrán monitorear el avance individual o grupal de sus alumnos.



Figura 5. Resolución de un ejercicio muestra en la app de Algesquares: (a) La app muestra un aviso con el siguiente paso a seguir; (b) Una vez que el estudiante termina todos los ejercicios de cierto nivel, un aviso muestra al alumno que ha completado dicho nivel y puede pasar al siguiente.

4. Resultados

Un grupo reducido de estudiantes del Bachillerato General “Ignacio Manuel Altamirano” de distintos años escolares fue seleccionado para trabajar dos semanas con Algesquares. Por cuestiones de la pandemia que se vive actualmente no fue posible una capacitación presencial del método. Sin embargo, se les capacitó por medio de un entorno virtual de aprendizaje [9] y [10]. Como aún no se tiene la aplicación, los educandos construyeron su propio material y realizaron las actividades sin ningún inconveniente. Lo anterior demuestra, que no es indispensable tener la aplicación para trabajar con Algesquares, el tablero y las fichas pueden ser construidas con material reutilizable, que tengan los alumnos en casa.

Al finalizar la capacitación y las actividades, los estudiantes contestaron una encuesta de satisfacción, donde emiten una opinión personal acerca de su experiencia al haber trabajado este método, resolviendo ejercicios de álgebra desde un enfoque distinto al método tradicional. Los resultados fueron los siguientes:

- El 91% de los estudiantes concluyeron que se sintieron “extremadamente satisfechos” o “muy satisfechos” al trabajar con Algesquares. En el desarrollo de las actividades, los estudiantes de tercer y quinto semestre tuvieron menos inconvenientes al resolver los ejercicios, a comparación con alumnos de primer semestre. La diferencia entre estos, es que los de tercero y quinto ya cursaron o se encuentran cursando Pensamiento Matemático II y III, asignaturas relacionadas con álgebra.
- El 72.7% dice haberle gustado Algesquares porque es una forma distinta y original para aprender álgebra. Lo que más les sorprendió fue que no hubo necesidad de utilizar la libreta para hacer ningún cálculo, todas las operaciones se hacen en el tablero por medio de las fichas y el 100% de las veces, el resultado es correcto. El uso de las Tics o de herramientas de apoyo en el salón de clases, así como la construcción de su propio material, logró que los estudiantes aprendieran por si mismos, desarrollaran su creatividad y trabajaran colaborativamente para resolver algunas situaciones.
- El 36.4% recomienda Algesquares, únicamente como herramienta adicional y prefiere seguir trabajando a la par con el método tradicional de aprender álgebra. El 45.5% considera el método como “moderadamente fácil” o “algo complicado”. Sin embargo, hay que recordar que el método completo (con todos los cambios realizados) es relativamente nuevo, no hubo una capacitación presencial y muchas de las dudas, las resolvieron los mismos estudiantes. Como todo nuevo proceso, se requiere práctica y dedicación, ni Algesquares ni el método tradicional funcionan si no se les dedica tiempo y constancia.

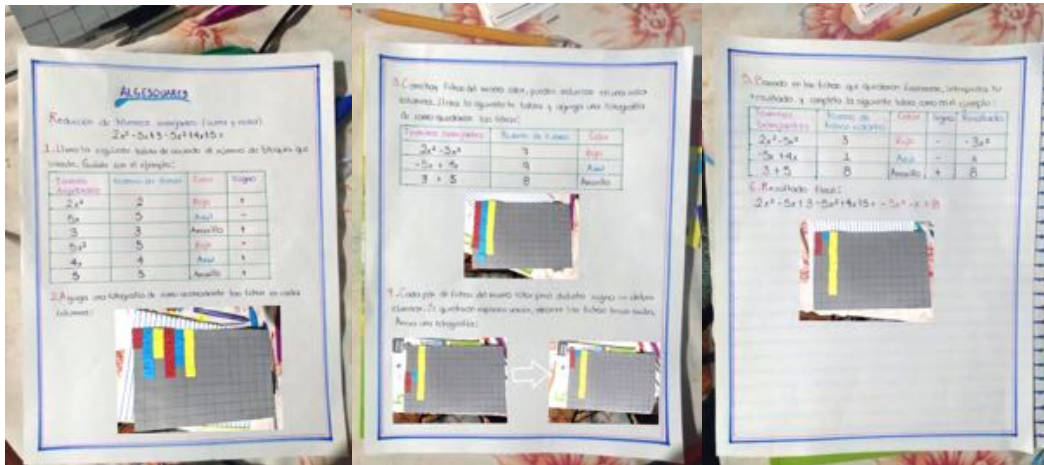


Figura 6. Actividad de álgebra resuelta por estudiantes del bachillerato, utilizando Algesquares.

¿Qué tan satisfecho estás al trabajar con el método Algesquares para resolver ejercicios de Álgebra?



¿Crees que Algesquares sirve para aprender de modo autodidacta?



Figura 7. Algunos resultados graficados de la encuesta de satisfacción que respondieron los alumnos.

Una de las limitantes de Algesquares, es que las fichas representan únicamente a una variable cuadrática, una variable lineal y a cantidades constantes. Sin embargo, estamos dejando fuera expresiones algebraicas como $x^2y + xy^2 - 2x^2y + 3xy^2$ ó $(a^2b^2 + cd^2)^2$, que cuentan con otras variables que no son y , o tienen una combinación de las mismas, con distintos exponentes. Esto puede ser una limitante (por ahora), pues hay muchos ejercicios y actividades que están dentro del programa de estudios y que se están dejando fuera, por no cumplir con los lineamientos de Algesquares. No obstante, la propuesta ha tenido varios cambios y mejoras, y probablemente los seguirá teniendo hasta hacer el método más robusto y que incluya expresiones o temas de álgebra que antes no estaban incluidas.

En la actualidad existen varios métodos basados en el mismo principio que Algesquares, algunos son mencionados en la Tabla 1. Todos ellos son métodos similares que enseñan a los estudiantes a resolver distintas operaciones de álgebra básica, utilizando fichas de colores de distintos tamaños que cuentan con material físico (plástico o madera) y un software para trabajar por medio de las TIC. Sin embargo, Algesquares, a pesar de contar con lo antes mencionado, tiene como objetivo principal el diseño de una aplicación para celular, pues está enfocado en jóvenes que cursan el nivel medio superior que, en comparación con otros grupos de edad, los adolescentes y adultos jóvenes tienen más probabilidades de adoptar teléfonos inteligentes y se han convertido en una de las poblaciones más grandes que usan *smartphones* en México [9] y [11]. Hasta el momento solo Algebra Tiles tiene una aplicación en la *Playstore* que funciona como una calculadora basada en baldosas algebraicas. Algesquares tiene la ventaja que además de ayudar a resolver ejercicios algebraicos, se centrará en dos usuarios: para el alumno será una guía que lo acompañará con tutoriales y ofrecerá distintos niveles de complejidad; para el docente que le permitirá llevar un control y un registro del avance tanto individual como grupal de sus estudiantes.

5. Conclusiones

Algesquares ha ido evolucionando a lo largo de los últimos 3 años hasta convertirse en un método robusto que abarca muchos de los contenidos específicos comprendidos relacionados con el álgebra en el Nuevo Modelo Educativo de la Educación Media Superior. Empezó como un material de apoyo para el aula de clases con únicamente dos temas para practicar con ejercicios muy limitados, y después fue modificado y mejorado hasta

convertirse en una excelente herramienta, que no únicamente se enfoca en el aprendizaje del estudiante de una forma original, dinámica y divertida; también apoya al docente, como una plataforma completa para supervisar el avance de sus educandos y motivarlos al autoaprendizaje, dentro y fuera del salón de clases.

El uso de las tecnologías de información es fundamental en cualquier programa educativo del nuevo modelo de enseñanza. Sin embargo, muchas veces está limitado a la paquetería básica y a la difusión de los proyectos integradores en redes sociales. Ahora con Algesquares, esto puede cambiar, pues tanto los estudiantes como los docentes pueden hacer uso de la tecnología para hacer de las clases de Matemáticas, una experiencia novedosa y del agrado de todos los involucrados en la enseñanza-aprendizaje del Álgebra Básica, fomentando en los educandos el interés por el conocimiento y el desarrollo de competencias que exige el perfil del estudiante en la Educación Media Superior.

6. Agradecimientos

Los autores desean expresar su agradecimiento a la Maestría en Tecnologías de la Información del Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico Superior de Huachinango por el apoyo y las facilidades para el desarrollo de este trabajo.

7. Referencias

- [1] Planea, (2016). *Estadísticas de resultados 2016*. Recuperado de: http://planea.sep.gob.mx/ms/estadisticas_2016/
- [2] Flores Torres, I., González Cruz, G., Rodríguez Rivera, I. (2013). Estrategias de enseñanza para abatir la apatía del alumno de secundaria. *Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, (10), 1-8. Recuperado de: <http://1-11.ride.org.mx/index.php/RIDSESECUNDARIO/article/view/316/309>
- [3] Maz Machado, A. (2012). TIC y matemáticas: una integración en continuo progreso. *Revista de educación Mediática y TIC (Edmetic)*, 1 (2), 4-6. doi: <https://doi.org/10.21071/edmetic.v1i2.2848>
- [4] Carvajal Peraza, L. J., Covarrubias Santillán, J. M., González Zúñiga, J. J., Uriza Peraza, J. J. (2019). Uso de tecnología en el aprendizaje de matemáticas universitarias. *Revista de Investigación en Tecnologías de la Información (RITI)*, 7 (13), 77-82. Recuperado de: <https://www.riti.es/ojs2018/inicio/index.php/riti/article/view/171/299>
- [5] Mathies (2019). *Algebra Tiles by Mathies*. Recuperado de: https://play.google.com/store/apps/details?id=air.ca.mathclips.algebratiles&hl=es_CL
- [6] Aguilar Navarro, M. E., Ventura Ventura, W. A., De Jesús Argueta, A., Hernández Acosta, J. A. (2016). *Algeblocks* (Tesis de Licenciatura). Universidad Gerardo Barrios Facultad de Ciencias Empresariales y Tecnología. Recuperado de: <https://www.ugb.edu.sv/component/rsfiles/descargar-archivo/archivos.html?path=Investigaciones%2B2016%252FALGEBLOCKS.pdf&Itemid=464>
- [7] Soto, F., Mosquera, S., Gómez, C. P. (2005). La Caja de Polinomios. *Matemáticas: Enseñanza Universitaria*, 13 (1), 83-97. Recuperado de: <https://www.redalyc.org/pdf/468/46800108.pdf>
- [8] López Barraza, L. M. (2017). Políticas educativas para el uso de TIC en la enseñanza: inclusión de flipped classroom. *Revista de Investigación en Tecnologías de la Información (RITI)*, 5 (10), 7-12. Recuperado de: <https://www.riti.es/ojs2018/inicio/index.php/riti/article/view/5/2>
- [9] Ayil Carrillo, J. S. (2018). Entorno virtual de aprendizaje: una herramienta de apoyo para la enseñanza de las matemáticas. *Revista de Investigación en Tecnologías de la Información (RITI)*, 6 (11), 34-39. Recuperado de <https://www.riti.es/ojs2018/inicio/index.php/riti/article/view/84/75>
- [10] Bernabé Rondón, A., Mora Avila, O. M., Machado Figueroa, O. G., Romero Rodríguez, R. (2017). Puesta en práctica de las aulas virtuales, en la formación de los estudiantes universitarios. *Revista de Investigación en Tecnologías de la Información (RITI)*, 5 (9), 48-54. Recuperado de: <https://www.riti.es/ojs2018/inicio/index.php/riti/article/view/39/35>
- [11] Lavín Zatarain, S., Zaldívar Colado, A., Rodelo Moreno, J. A., Zaldívar Martínez, J. J. (2019). Utilización del smartphone por estudiantes del nivel superior. *Revista de Investigación en Tecnologías de la Información (RITI)*, 7(14), 89-97, Recuperado de: <https://www.riti.es/ojs2018/inicio/index.php/riti/article/view/209/320>