ESTRATEGIAS DE STACKELBERG EN UN JUEGO DIFERENCIAL

María Dolores Soto Torres
Ramón Fernández Lechón

RESUMEN.—Las estrategias de Stackelberg, recogen situaciones no cooperativas como las de Nash, pero a diferencia de éstas, suponen que los papeles que desempeñan los jugadores no son simétricos.

En este trabajo, consideramos un juego diferencial entre trabajadores y empresas, de suma no nula, y analizamos la estrategia de Stackelberg en ciclo abierto, suponiendo que las empresas son líderes. Como ocurre en el modelo de Lancaster y bajo los mismos supuestos, encontramos una estrategia para líderes y seguidores que tiene asociada una variable de coestado que es discontinua en un punto interior del horizonte temporal del modelo.

1. INTRODUCCION

Planteado un juego diferencial, el concepto de equilibrio propuesto por Nash se considera como la solución más racional que los jugadores pueden tomar, si ellos no están dispuestos a cooperar y ninguno de los jugadores tiene capacidad para imponerse en el proceso de decisión de los demás. Ahora bien, dentro de una situación no cooperativa, si uno de los jugadores tiene esa habilidad, el concepto de solución propuesto por Stackelberg resulta más racional, ya que incorpora la posición de dominio que el lider tiene sobre los seguidores.

Al igual que ocurre con la solución de Nash, la de Stackelberg puede ser diferente dependiendo de la información que tengan los jugadores durante el desarrollo del juego. Una solución de Stackelberg en ciclo abierto hace referencia a que el líder tiene este tipo de información, ya que si los seguidores tienen información en ciclo cerrado, ello sólo afectará a su estrategia de respuesta óptima y puede obtenerse desde una estrategia en ciclo abierto (Basar y Olsder (1995), p. 400). El Principio del Máximo es todavía una metodología que es posible utilizar para encontrar este tipo de estrategias.

En este trabajo, nos proponemos encontrar las estrategias de Stackelberg, en ciclo abierto, de un juego diferencial de suma no nula planteado en Soto (1994) entre trabajadores y empresas, suponiendo que ellas son líderes y, por tanto, los trabajadores tratarán de responder optimamente a las decisiones tomadas por las empresas. El supuesto de que sean líderes los trabajadores ha sido estudiado por Pérez (1994); el análisis se realiza teniendo en cuenta el tipo de respuesta tan particular que los seguidores pueden dar, situación que ya consideró Zeeuw (1992) en el juego de Lancaster y que también fue considerada por Soto y Fernández (1992) en el juego de Lancaster con actualización de los funcionales objetivos.

Este tipo de respuesta por parte de los seguidores no se produce en el juego diferencial propuesto si los líderes son las empresas. Una situación análoga aparece en el modelo de Lancaster y ha sido analizada por Wishart y Olsder (1979) haciendo uso de las funciones generalizadas. Basar y Olsder (1995) introducen algunos matices en la búsqueda de estrategias de este tipo al incorporar los controles y la función de reacción de los seguidores en el problema del lider. Nosotros utilizaremos esta metodología, pero como en el trabajo antes mencionado de Wishart y Olsder, obtendremos que no todas las variables asociadas al problema del lider serán continuas.

El trabajo analiza, en primer lugar, el problema de los seguidores para encontrar su función de reacción. Así, en el tercer apartado incorporamos esta función y determinamos las estrategias del lider para, en el siguiente, determinar las estrategias óptimas de ambos jugadores.

2. EL PROBLEMA DE LOS TRABAJADORES

Los trabajadores, siguiendo el juego diferencial propuesto, tratan de, en un horizonte temporal de amplitud T, maximizar su participación en el producto, obtenido mediante trabajo L y capital K, medidos ambos en unidades homogéneas y satisfaciendo una clásica función de Cobb-Douglas: $K^{\alpha}L^{\beta}$ con $\alpha, \beta \in (0, 1), \alpha + \beta < 1$. Por tanto, su problema puede formularse:

$$\max_{0 < s_1 \leq s \leq s_2 < 1} \quad J_1 = \int_0^T sK^{\alpha}L^{\beta}\, dt,$$

sujeta a:

$$\dot{K} = \theta(1 - s)K^{\alpha}L^{\beta}, \qquad K(0) = K_0 > 0.$$

La participación en el producto s, variable de control para los trabajadores, se supone puede tomar cualquier valor de los del intervalo $[s_1, s_2]$ con $s_1 > 0$ y $s_2 < 1$. La ecuación diferencial del problema hace referencia a la parte del producto que las empresas pueden disponer para dedicar a inversión. Tanto el trabajo L como θ, proporción de la renta destinada por las empresas a inversión, son ahora parámetros de control de los líderes.

Para resolver el problema de control paramétrico de los seguidores, tendremos que considerar el problema estático asociado a su hamiltoniano:

$$\max_{s_1 \leq s \leq s_2} \mathcal{H}_2 = sK^{\alpha}L^{\beta} + \psi_2\theta(1-s)K^{\alpha}L^{\beta},$$

teniendo en cuenta además, la ecuación de evolución del capital y de la variable de coestado ψ_2:

$$-\dot{\psi}_2 = \alpha K^{\alpha-1}L^{\beta}\big(s + \psi_2\theta(1-s)\big),$$

que tendrá que verificar la condición de transversabilidad $\psi_2(T) = 0$.

Notemos que el hamiltoniano $\mathcal{H}_2$ es cóncavo en (K, s) y $\psi_2 \geq 0$ en $[0, T]$ teniendo en cuenta la ecuación diferencial que tiene que satisfacer junto con la condición terminal, por tanto, las condiciones necesarias del Principio del Máximo de este problema son también suficientes.

Suponiendo que un trabajo nulo no puede ser considerado ya que proporcionaría, tanto a líderes como a seguidores, un consumo nulo y, por tanto, cualquier otra estrategia proporcionaría, para ambos jugadores, valores de consumo superiores, tendremos que la optimización de $\mathcal{H}_2$ nos proporciona tres posibles situaciones sobre el control s:

$$s = \begin{cases} s_1, & \text{si} \quad \psi_2\theta \geq 1 \\ (s_1, s_2), & \text{si} \quad \psi_2\theta = 1 \\ s_2, & \text{si} \quad \psi_2\theta \leq 1 \end{cases}$$

Sin embargo, estas tres situaciones quedan reducidas a dos ya que suponer que $s \in (s_1, s_2)$ es imposible salvo instantáneamente. En efecto, la relación $\psi_2\theta = 1$ no puede darse si $\theta = 0$; si $\theta = 1$, tendríamos $\psi_2 = 1$, que no puede mantenerse dada la ecuación diferencial que la variable de coestado ψ_2 satisface y, por último, si existe un intervalo de tiempo $[t_1, t_2] \subseteq [0, T]$ donde se mantiene la relación $\psi_2\theta = 1$, tendremos que en él, la ecuación que satisface ψ_2 será:

$$-\dot{\psi}_2 = \alpha K^{\alpha-1}L^{\beta},$$

por tanto, si integramos en $[t_1, t_2]$ y posteriormente multiplicamos por $\theta \in (0, 1)$ obtenemos una contradicción.

Luego, el control del seguidor es bang-bang y su función de reacción puede expresarse:

$$s = s_1\delta(z) + s_2\big(1 - \delta(z)\big),$$

donde $\delta(z)$ es la función de Dirac definida por la expresión:

$$\delta(z) = \begin{cases} 1, & \text{si} \quad \psi_2\theta \geq 1 \\ 0, & \text{si} \quad \psi_2\theta < 1 \end{cases}$$

con $z \in (0, T)$.

Es precisamente la dependencia que esta función de reacción de los seguidores tiene sobre el control θ de los líderes, lo que hace inapropiado la utilización del procedimiento propuesto por Zeeuw, en este problema.

El comportamiento del seguidor lo incorporamos al problema que trata de resolver el líder, reflejando así el comportamiento asimétrico de los jugadores.

3. EL PROBLEMA DEL LIDER

La parte del producto no absorbida por los trabajadores $(1 - s)K^{\alpha}L^{\beta}$, se destina a las empresas, las cuales deciden qué parte dedican al consumo y qué parte a la inversión. El valor del parámetro θ, $0 \leq \theta \leq 1$, determina ese último porcentaje. El objetivo de las empresas consistirá en maximizar su consumo en el horizonte temporal:

$$\max_{L,\theta} \; J_2 = \int_0^T (1 - \theta)\,(1 - s)K^{\alpha}L^{\beta}\,dt,$$

siendo $0 \leq \theta \leq 1$ y $0 \leq L \leq \mu K$. Esta última restricción supone un trabajo no negativo y limitado por el capital existente en la economía, donde μ se supone que es un coeficiente tecnológico. Además, en el problema de las empresas será necesario considerar la ecuación diferencial que determina la variación del stock de capital.

Ahora bien, si ellas son líderes, en su problema tendremos que considerar el papel que desempeñan los seguidores y, por tanto, el planteamiento del problema será:

$$\max_{L,\theta,s} \int_0^T (1 - \theta)\,(1 - s)K^{\alpha}L^{\beta}\,dt,$$

sujeta a:

$$\begin{aligned} &\dot{K} = \theta(1 - s)K^{\alpha}L^{\beta}, \quad K(0) = K_0 > 0 \\ &\dot{\psi}_2 = -\alpha K^{a-1}L^{\beta}\big(s + \psi_2\theta(1 - s)\big), \quad \psi_2(T) = 0 \\ &s = s_1\delta(z) + s_2\big(1 - \delta(z)\big) \\ &0 \leq L \leq \mu K, \quad 0 \leq \theta \leq 1. \end{aligned}$$

La condición impuesta en este problema por la estrategia del seguidor, equivale a una condición sobre un punto interior al intervalo de optimización (Bryson y Ho (1975), p. 101), entonces el problema tendrá diferentes ecuaciones de comportamiento antes y después de atravesar la superficie $\psi_2(z)\theta = 1$, donde z pertenece a $(0, T)$.

El hamiltoniano asociado al problema vendrá determinado por la expresión:

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_1 = (1-\theta)\,(1-s)\,K^{\alpha}L^{\beta} + \psi_1\theta(1-s)K^{\alpha}L^{\beta} - \\ - \pi\alpha K^{\alpha-1}L^{\beta}\big(s + \psi_2\theta(1-s)\big),\end{aligned}$$

que tendremos que maximizar en los controles L, θ y s, teniendo en cuenta las condiciones que estos controles tienen que satisfacer.

Las ecuaciones de movimiento de las variables de coestado ψ_1 asociada al capital y π asociada a la variable de coestado ψ_2 del seguidor serán:

$$\begin{aligned}-\dot{\psi}_1 &= -\alpha K^{\alpha-1}L^{\beta}(1-s)\,(1-\theta+\psi\theta) - \\ &\quad - \pi\alpha(\alpha-1)K^{\alpha-2}L^{\beta}\big(s+\psi_2\theta(1-s)\big) + \mu\beta_1, \qquad \psi_1(T) = 0 \\ \dot{\pi} &= \pi\alpha K^{\alpha-1}L^{\beta}\theta(1-s), \qquad \pi(0) = 0,\end{aligned}$$

donde β_1 es el multiplicador de Kuhn-Tucker asociado a la restricción $L \leq \mu K$ del hamiltoniano $\mathcal{H}_1$.

La maximización del hamiltoniano nos proporciona las siguientes posibilidades sobre los controles del lider, así como las condiciones que se exigen para que tengan lugar:

$$L = \begin{cases} (0, \mu K), & \text{si} \quad \beta_1 = 0 \\ \mu K, & \text{si} \quad \beta_1 \geq 0, \end{cases}$$

donde

$$\beta_1 = [(1-\theta+\psi_1\theta)\,(1-s)K - \pi\alpha(s+\psi_2\theta(1-s))]\beta L^{\beta-1}K^{\alpha-1}$$

que depende de todas las variables del modelo. De nuevo, no hemos considerado la posibilidad de trabajo nulo.

En cuanto al control θ, tenemos:

$$\theta = \begin{cases} 0, & \text{si} \quad \pi\alpha\psi_1 \geq K(\psi_1 - 1) \\ (0, 1), & \text{si} \quad \pi\alpha\psi_2 = K(\psi_1 - 1) \\ 1, & \text{si} \quad \pi\alpha\psi_2 \leq K(\psi_1 - 1) \end{cases}$$

El multiplicador de Lagrange asociado a la restricción en igualdad sobre el control s del seguidor alcanza el valor:

$$(1-\theta+\psi_1\theta)K^{\alpha}L^{\beta}+\pi\alpha(1-\psi_2\theta)K^{\alpha-1}L^{\beta}$$

que tiene libertad de signo.

En la siguiente sección, nos ocuparemos de las estrategias que ambos jugadores deben utilizar en el desarrollo del juego si desean maximizar sus funcionales.

4. ESTRATEGIAS DE AMBOS JUGADORES

Dado que $\pi(0) = 0$ y teniendo en cuenta la ecuación diferencial que satisface la variable de coestado π, tendremos que $\pi = 0$ en un intervalo inicial de amplitud z, con $z \leq T$. En este intervalo $\theta = 0$ si $\psi_1 \leq 1$ y $\theta = 1$ si $\psi_1 \geq 1$, dado que $\theta \in (0, 1)$ no puede mantenerse más que instantáneamente debido a la ecuación diferencial que satisface ψ_1 en este caso.

Entonces, si $\psi_1(0) \leq 1$, se tendrá que la única estrategia posible para el líder es $\theta = 0$, $L = \mu K$ y para el seguidor $s = s_2$. Con esta estrategia tanto ψ_1 como ψ_2 decrecen, por lo que será necesario mantenerla en todo el horizonte temporal. Pero ello implica poner límites a la amplitud del horizonte temporal T, teniendo en cuenta la ecuación diferencial que la variable de coestado ψ_1 satisface. Por tanto, si la amplitud del horizonte temporal no está limitada, tendremos que suponer $\psi_1(0) > 1$. En cuanto al valor de la variable ψ_2 en el momento inicial, podemos suponer dos posibilidades que dan lugar a diferentes estrategias; esto es, $\psi_2(0) \in (0, 1]$, o bien, $\psi_2(0) > 1$.

Si $0 < \psi_2(0) \leq 1$ y $\psi_1(0) > 1$, la variable de coestado π será nula en todo el horizonte debido a que la función de Dirac $\delta(z)$ nunca se activa, pues $\psi_2\theta < 1$. Por tanto, los seguidores mantendrán la estrategia de máxima participación $s = s_2$ en todo el horizonte, mientras que las empresas, manteniendo siempre $L = \mu K$ tomarán la decisión de invertir $(\theta = 1)$ en $[0, t_1]$ y de no hacerlo $(\theta = 0)$ en el intervalo $(t_1, T]$. La amplitud de este último intervalo puede obtenerse integrando la ecuación diferencial que satisface ψ_1 teniendo en cuenta las condiciones $\psi_1(t_1) = 1$ y $\psi_1(T) = 0$. Así, operando obtenemos:

$$T-t_1=\frac{[K(t_1)]^{1-\alpha-\beta}}{(\alpha+\beta)\mu^{\beta}(1-s_2)},$$

donde $K(t_1)$ es el capital en t_1 que permanece constante en el intervalo $(t_1, T]$ y satisface:

$$[K(t_1)]^{1-\alpha-\beta}=K_0^{1-\alpha-\beta}+(1-\alpha-\beta)\mu^{\beta}(1-s_2)t_1.$$

Esta estrategia está condicionada por la relación:

$$\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\,\frac{s_2}{1-s_2}\leq 1,$$

que se obtiene al considerar la ecuación diferencial que satisface ψ_2 en $(t_1, T]$ y $\psi_2(t_1) \leq 1$.

Si $\psi_2(0) > 1$ y $\psi_1(0) > 1$, dado que inicialmente la variable de coestado π es nula, las empresas seguirán la estrategia $L = \mu K$, $\theta = 1$ y los seguidores $s = s_1$ en un intervalo $[0, z]$ con $z < T$, ya que esta estrategia no puede ser terminal. El momento z será aquel en el que ψ_2 alcance el valor uno, esto es, $\psi_2(z) = 1$ y, por tanto, la función delta de Dirac que determina el control de los seguidores cambia de valor.

Estamos, por tanto, ante un problema de control con condiciones interiores:

$$\psi_2(z)\theta - 1 = 0,$$

entonces siguiendo a Bryson y Ho (1975, p. 101), tendremos que la variable de coestado ψ_1 y el hamiltoniano $\mathcal{H}_1$ son continuos en z pues la relación anterior no contiene explícitamente ni al capital en z, ni el momento z explícitamente. Sin embargo, como esa relación si contiene a la variable ψ_2 tendremos que su variable de coestado asociada π es discontinua en z, esto es, la variable π salta al atravesar la superficie $\psi_2\theta = 1$. Para determinar la amplitud del salto, tenemos en cuenta la continuidad del hamiltoniano $\mathcal{H}_1$ en z. Entonces si denotamos por $\mathcal{H}_1(z-)$ el valor de $\mathcal{H}_1$ a la izquierda de z y por $\mathcal{H}_1(z+)$ a la derecha, tendremos:

$$\mathcal{H}_1(z) = \mathcal{H}_1(z-) = \psi_1(z)(1 - s_1)\mu^\beta[K(z)]^{\alpha+\beta}$$

$$\mathcal{H}_1(z) = \mathcal{H}_1(z+) = (1 - \theta - \psi_1(z)\theta)\,(1 - s_2)[K(z)]^\alpha L^\beta -$$

$$- \pi(z+)\alpha[K(z)]^{\alpha-1}L^\beta(s_2 + \psi_2(z)\theta(1 - s_2)),$$

considerando las estrategias a seguir antes y después de z. Estas relaciones nos determinan la amplitud del salto.

Después del momento z, las empresas no pueden mantener $\theta \in [0, 1)$ durante un intervalo ya que como en estos casos se tiene que verificar en ese intervalo:

$$\frac{\pi\alpha}{K}\geq\frac{\psi_1 - 1}{\psi_2},$$

tendremos que esta relación debe verificarse en $(z+)$ y dado que se verifica $\psi_1(z+) \geq 1$, tenemos que es incompatible la relación con la amplitud del salto que la variable de coestado π tiene en z. Por tanto, la estrategia para las empresas será $\theta = 1$, $L = \mu K$ y dado que ella no puede mantenerse hasta el momento T, tendremos que se mantendrá en $(z, t_1]$ con $t_1 < T$. El momento t_1 será aquél en el que se satisface la relación:

$$\psi_2(t_1)\frac{\pi(t_1)\alpha}{K(t_1)} = \psi_1(t_1) - 1,$$

que no puede mantenerse más que instantáneamente. Luego, la estrategia $L = \mu K$, $\theta = 0$ para las empresas y $s = s_2$ para los seguidores, será la única estrategia a considerar en el intervalo $(t_1, T]$.

La amplitud de los intervalos donde s cambia desde $s = s_1$ a $s = s_2$ y θ desde $\theta = 1$ a $\theta = 0$, se obtiene integrando las ecuaciones diferenciales que las variables satisfacen en esos intervalos. En efecto, si consideramos las ecuaciones que tanto ψ_1 como ψ_2 satisfacen en $(t_1, T]$ junto con la condición de transversabilidad, obtenemos:

$$\psi_2(t_1) = \alpha s_2[K(t_1)]^{\alpha+\beta-1}\mu^{\beta}(T - t_1)$$

$$\psi_1(t_1) = \left[(\alpha + \beta)(1 - s_2) + \frac{\alpha\pi(t_1)}{K(t_1)}(1 - \alpha - \beta)s_2\right][K(t_1)]^{\alpha+\beta-1}\mu^{\beta}(T - t_1).$$

Notemos que en el intervalo $(t_1, T]$, el capital y la variable de coestado π permanecen constantes pues $\theta = 0$. Desde las relaciones anteriores, sustituyendo en la expresión que se tiene que verificar en el momento t_1 tenemos:

$$T - t_1 = \frac{[K(t_1)]^{1-\alpha-\beta}}{\mu^{\beta}\left[(\alpha + \beta)(1 - s_2) + \frac{\pi(t_1)\alpha}{K(t_1)}(1 - 2\alpha - \beta)s_2\right]}.$$

En el intervalo $(z, t_1]$ tenemos que las estrategias son $L = \mu K$, $\theta = 1$, $s = s_2$ por lo que desde la continuidad de $\mathcal{H}_1$ en z, tenemos:

$$\frac{\pi(z+)\alpha}{K(z)} = \psi_1(z)(s_1 - s_2),$$

por tanto, la variable de coestado π tiene un salto negativo cuya amplitud satisface la relación anterior. De nuevo, teniendo en cuenta las ecuaciones diferenciales que el capital y las variables de coestado ψ_1, ψ_2 y π satisfacen en $(z, t_1]$, encontramos las siguientes relaciones:

$$\frac{s_2 + \psi_2(z)(1 - s_2)}{s_2 + \psi_2(t_1)\,(1 - s_2)} = \left(\frac{K(t_1)}{K(z)}\right)^{\alpha} = \frac{\pi(t_1)}{\pi(z+)}$$

$$\psi_1(t_1) = \left[\psi_1(z) - \frac{\alpha\pi(z+)}{K(z)}\left(\frac{s + \psi_2(z)(1 - s_2)}{1 - s_2}\right)\right]\left(\frac{K(z)}{K(t_1)}\right)^{\alpha+\beta} +$$

$$+ \frac{\alpha\pi(z+)}{K(z)}\left(\frac{s + \psi_2(z)(1 - s_2)}{1 - s_2}\right)\frac{K(z)}{K(t_1)}$$

Ahora, teniendo en cuenta que $\psi_2(z) = 1$, las expresiones de $\psi_1(t_1)$ y $\psi_2(t_1)$ obtenidas en el análisis en el intervalo anterior y el valor del salto de la función π en $z+$, obtenemos la relación $\frac{K(z)}{K(t_1)}$ con lo que se tendría delimitada la amplitud del intervalo$(z, t_1]$.

5. CONCLUSIONES

Dos formas diferentes de actuar por parte de ambos jugadores se han obtenido en el análisis realizado. Estas estrategias diferentes vienen condicionadas por el valor que en el momento inicial alcanza la variable de coestado asociada a los seguidores. Si bien este valor es libre, el análisis nos refleja que si se elige en el intervalo unitario, ambos jugadores siguen una estrategia de Nash en ciclo abierto (Soto, (1994), p. 42) que verifica el Principio de optimalidad de Bellman. Además, esa elección sólo puede realizarse si los parámetros verifican una determinada relación. Sin embargo, esta estrategia no puede ser considerada como equilibrio de Stackelberg dado que, al ser la respuesta por parte del seguidor única, el valor del funcional objetivo del lider tendría que ser mayor o igual al que se obtendría con la de Nash (Basar y Oldser, (1995), p. 139), lo que no se verifica si ella es considerada.

Por tanto, al igual que ocurre en el modelo de Lancaster siendo líderes las empresas, la estrategia de Stackelberg en ciclo abierto es única en este juego y, como allí, obtenemos que la variable de coestado del lider asociada a la del seguidor es discontinua en un punto interior del horizonte temporal del juego.

La estrategia de Stackelberg obtenida tiene una estructura análoga a las de Nash de este juego. Así, existe un intervalo de tiempo donde las empresas invierten y un intervalo final donde consumen, siempre manteniendo un trabajo acorde con la tecnología y el capital existente en la economía.

En cuanto a los trabajadores, tienen un primer intervalo donde su consumo es menor, para posteriormente incrementarlo.

Dadas las dificultades para obtener expresiones explícitas de los intervalos de tiempo en los que hay modificación del control, ya sea por parte de los líderes o seguidores, se complica en exceso la comparación de los valores que alcanzan los funcionales de ambos jugadores entre esta estrategia de Stackelberg y las de Nash. Sin embargo, como ya comentamos anteriormente, es seguro, dada la respuesta única por parte de los seguidores, que los líderes alcanzan un reparto superior que el que obtendrían si siguieran una estrategia de Nash en ciclo abierto.

Por otro lado, la estrategia del lider no verifica el Principio de optimalidad de Bellman, esto es, no es de tiempo consistente; mientras que la de los trabajadores si lo es, lo que refleja el carácter asimétrico en la forma de jugar.

Si aumentamos la información a ambos jugadores, es decir, se les permite que conozcan el valor del capital en cada momento, podemos buscar dos tipos de soluciones: la solución global de Stackelberg, que no puede encontrarse con métodos de control óptimo y la solución feedback, obtenida por aplicación del Principio de optimalidad y, por tanto, de tiempo consistente. Tanto si se consideran líderes las empresas como los trabajadores, la solución feedback de Stackelberg de este juego, coincide con la feedback de Nash (Basard y Olsder, p. 417) dadas las características de las funciones de respuesta de los seguidores en ambos supuestos. Esta coincidencia de estrategias se produce por primera vez en este juego.

BIBLIOGRAFIA

Basar, T. y Olsder, G. J. (1995): *Dynamic Noncooperative Game Theory*. Academic Press. London.

Bryson, A. E. y Ho, Y. (1975): *Applied Optimal Control*. John Wiley and Sons. New York.

Pérez, D. (1994): «Distribución, Crecimiento y Empleo. Una Solución de Stackelberg». *Estudios de Economía Aplicada*. Vol. I, pp. 63 - 68, Universitat de les Illes Balears.

Soto Torres, M. D. (1994): «Distribución, Crecimiento y Empleo. Una Solución No Cooperativa». *Estudios de Economía Aplicada*. Vol. II, pp. 39 - 46, Universitat de les Illes Balears.

Soto, M. D. y Fernández, R. (1992): «Estrategias óptimas en el juego diferencial de Lancaster con tanto de actualización». *Anales de Estudios Económicos y Empresariales*. nº 7, pp. 207 - 215.

Wishart, D. M. G. y Olsder, G. J. (1979): «Discontinuous Stackelberg solutions». *International Journal Systems Science*. Vol. 10, nº 12, pp. 1359 - 1368.

Zeeuw, A. (1992): «Note on Nash and Stackelberg solutions in a Differential Game Model of Capitalism». *Journal of Economic Dynamics and Control*. nº 16, pp. 139 - 145.