



ALEXANDRIA

# ALEXANDRIA

Revista de Educação em Ciência e Tecnologia

## Perfil Conceitual de Equação: Um Estudo acerca das Concepções de Futuros Professores de Matemática

*Conceptual Profile of Equation: A Study about the Conceptions of Prospective Mathematics Teachers*

Marieli Vanessa Rediske de Almeida<sup>a</sup>; Alessandro Jacques Ribeiro<sup>b</sup>; Evonir Albrecht<sup>c</sup>

**a** Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil – marieli.almeida@outlook.com

**b** Centro de Matemática, Computação e Cognição, Universidade Federal do ABC, Santo André, Brasil – alessandro.ribeiro@ufabc.edu.br

**c** Centro de Matemática, Computação e Cognição, Universidade Federal do ABC, Santo André, Brasil – evonir.albrecht@ufabc.edu.br

### Palavras-chave:

Perfil conceitual de equação. Formação inicial de professores de matemática. Ensino e aprendizagem de álgebra. Educação matemática.

**Resumo:** A centralidade do conceito de equação na Matemática e em outras áreas, tanto na Educação Básica quanto no Ensino Superior, foi uma das principais razões para se desenvolver essa pesquisa, cujo objetivo foi identificar e compreender as concepções de equação de licenciandos em Matemática. Fundamentada na Teoria dos Perfis Conceituais e nos trabalhos sobre o Perfil Conceitual de Equação, a investigação se constituiu em uma pesquisa qualitativa, do tipo interpretativa, cujos dados foram analisados à luz do método Análise de Conteúdo. Evidencia-se, em seus resultados, que as concepções de equação dos futuros professores de Matemática investigados se relacionam com algumas das zonas de um Perfil Conceitual de Equação em construção, em especial, com aquelas que remetem ao caráter pragmático e processual das equações. A análise dos dados permitiu ainda a elaboração de uma nova zona do Perfil Conceitual de Equação, a denominada Zona Formal, além da reorganização das demais zonas do perfil.

### Keywords:

Conceptual profile of equation. Mathematics teacher education. Teaching and learning of algebra. Mathematics education.

**Abstract:** The centrality of the concept of equation in Mathematics and in other areas, both in Basic Education and in Higher Education was one of the main reasons to develop this research whose objective was to identify and to understand the conceptions of equation from prospective mathematics teachers. Grounded on Theory of Conceptual Profiles and researches about Conceptual Profile of Equation, the investigation was constituted on a qualitative research, in an interpretative perspective, whose data were analyzed according to the Content Analysis method. It becomes evident, in its findings, that the conceptions of equation of future mathematics teachers investigated are related to some zones of a Conceptual Profile of Equation under construction, especially with those that refer to the pragmatic and procedural character of the equations. The data analysis also allowed the elaboration of a new zone of the Conceptual Profile of Equation, denominated Formal Zone, besides the reorganization of the other zones of the profile.



Esta obra foi licenciada com uma Licença [Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

## **Introdução: contextualizando nossa investigação**

Os perfis conceituais são um tema de investigação amplamente utilizado na área de Ensino de Ciências há mais de 20 anos (AMARAL; MORTIMER, 2001; COELHO; CARVALHO, 2006; COUTINHO et al., 2007; entre outros). Na área de Educação Matemática, no entanto, poucas são as pesquisas que investigam essa temática em seu bojo<sup>1</sup> (RIBEIRO, 2013; ZIMER, 2008). Na tentativa de contribuir para a superação dessa lacuna, a pesquisa desenvolvida por Almeida<sup>2</sup> (2016) buscou compreender se e como um Perfil Conceitual de Equação é corroborado por estudantes de licenciatura em Matemática. Assim, o presente artigo é fruto desta pesquisa e se propõe a apresentar alguns resultados da investigação desenvolvida, colocando foco nos impactos desses resultados para a ampliação do Perfil Conceitual de Equação apresentado em Ribeiro (2013).

O estudo que originou este artigo surgiu no seio de um grupo de pesquisa<sup>3</sup>, alocado na Universidade Federal do ABC, que desenvolvia na época, o projeto intitulado “Conhecimento Matemático para o Ensino de Álgebra: uma abordagem baseada em perfis conceituais”, financiado no âmbito do Programa Observatório da Educação da Capes<sup>4</sup>.

Iniciaremos o artigo apresentando a revisão de literatura, na qual se discute o ensino de Álgebra e de equações. Passamos, então, para a exploração da Teoria dos Perfis Conceituais e tratamos do Perfil Conceitual de Equação, um dos pilares teóricos do estudo desenvolvido. Contextualizamos a pesquisa do ponto de vista metodológico e relatamos a discussão dos dados produzidos sob o olhar do modelo teórico Perfil Conceitual. Por fim, nos resultados e nas conclusões de nosso estudo, contemplamos a compreensão dos licenciandos em Matemática acerca do conceito de equação e propomos a ampliação de um perfil conceitual já desenvolvido por um dos autores do presente artigo (RIBEIRO, 2013).

## **Algumas discussões sobre o ensino e a aprendizagem de Álgebra e de Equações**

Tendo como um dos focos de investigação os processos de ensino e aprendizagem de Álgebra e de Equações, iniciamos nossa investigação procurando determinar e compreender

---

<sup>1</sup> Um referencial que vem sendo mais utilizado na área da Educação Matemática é a Teoria dos Campos Conceituais. Conforme Vergnaud, campo conceitual é definido como um conjunto de problemas e situações cujo tratamento requer conceitos, procedimentos e representações de tipos diferentes, mas intimamente relacionados (VERGNAUD, 1983, p. 127). O Perfil Conceitual, por sua vez, modela a diversidade de modos de pensar e formas de falar sobre um determinado conceito (MORTIMER et al., 2009).

<sup>2</sup>Dissertação de mestrado intitulada Perfil Conceitual de Equação: investigações acerca das concepções de alunos de licenciaturas em matemática, de autoria de Marieli Vanessa Rediske de Almeida, desenvolvida na Universidade Federal do ABC, sob orientação do Professor Doutor Alessandro Jacques Ribeiro e do Professor Doutor Evonir Albrecht.

<sup>3</sup>FORMATE - Formação Matemática para o Ensino: conhecimento profissional docente e desenvolvimento curricular (<http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/8814738426604861>).

<sup>4</sup>Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior.

possíveis lacunas nas pesquisas dessa área (ATTORPS, 2003; BARBOSA; RIBEIRO, 2013; CHAZAN et al., 2008; DORIGO; RIBEIRO, 2010).

Dentre as pesquisas que estudamos, encontramos o trabalho de Attorps (2003), o qual buscou investigar as concepções de equação de um grupo de professores e as experiências acadêmico-profissionais que deram origem à compreensão do conceito por parte desses sujeitos. Tal estudo foi realizado na Suécia, com dez professores da escola secundária, cinco dos quais possuíam menos de um ano de experiência e os outros cinco, mais de dez anos.

A autora observou que a maior parte dos professores secundários analisados assumia que os alunos já conheciam o conceito de equação e, com isso, se preocupavam somente com o ensino de procedimentos mecânicos de resolução. Ainda em seus resultados, a pesquisadora destacou que esses professores tinham concepções de equação mais ligadas a questões procedimentais, arraigadas desde o tempo em que eles próprios eram alunos.

As conclusões de Attorps (2003) são ratificadas por Barbosa e Ribeiro (2013), os quais buscaram investigar os significados do conceito de equação presentes nas concepções de professores de Matemática da Educação Básica no Brasil, ao ver, interpretar e tratar situações-problema envolvendo equações. Para esses autores, os professores investigados utilizam corretamente as técnicas envolvidas no processo de resolução de equações, no entanto, apresentam dificuldades ao explicar os procedimentos utilizados. O conceito de equação, conforme apontam, está bastante vinculado a técnicas de resolução e à existência de incógnita.

Podemos perceber, nos trabalhos de Attorps (2003) e Barbosa e Ribeiro (2013), que as concepções de equação dos professores investigados por esses pesquisadores estão fortemente relacionadas a processos de resolução. Ressaltamos a importância de analisar em nossa pesquisa se aquilo que foi constatado por Attorps (2003) se repete no contexto brasileiro. Attorps (2003) observou que as concepções de equação dos licenciandos estão mais ligadas aos procedimentos de resolução. Assim sendo, também faz parte de nossas preocupações, discutir neste artigo se os licenciandos por nós investigados possuem dificuldades ao explicar tais procedimentos, conforme Barbosa e Ribeiro (2013) observaram em sua pesquisa com professores já em atuação.

Outro estudo que trata dos entendimentos de professores sobre equações e seu ensino é apresentado por Chazan et al. (2008), que discutem como tem ocorrido o trabalho com equações e as mudanças escolares, em uma região dos Estados Unidos, com a incorporação das novas tecnologias em sala de aula. Os três professores participantes do estudo eram de uma mesma escola, na qual a principal mudança na concepção de equação se deu com a resolução por meio da comparação de duas funções, ou seja, passou-se a enxergar equação como uma comparação de duas funções.

Ressaltamos o papel dos resultados de nosso estudo no que se refere à construção de diferentes abordagens para o ensino de equações, na medida em que seus desdobramentos possam ser explorados no trabalho em sala de aula. A ideia de equação como comparação de duas funções, apresentada em Chazan et al. (2008), sugere a existência desse significado não habitual para o conceito de equação<sup>5</sup>. Discutiremos esse e alguns outros significados em profundidade nas seções seguintes, quando da apresentação do Perfil Conceitual de Equação.

Uma vez que nossa pesquisa foi realizada com alunos ingressantes e concluintes nos cursos de licenciatura em Matemática, consideramos a importância de compreender, em nossa revisão de literatura, não apenas os entendimentos de equação de professores, mas também a visão que alunos de Ensino Médio possuem desse conceito. Um dos trabalhos que nos permitiu esse entendimento foi a pesquisa de Dorigo e Ribeiro (2010), realizada com 16 alunos do 3º ano do Ensino Médio.

Nessa pesquisa, os autores buscaram compreender os significados atribuídos pelos alunos a diferentes situações matemáticas envolvendo equações e observar se os alunos identificavam equações nas atividades apresentadas. Dorigo e Ribeiro (2010) constataram que a maioria dos alunos utilizou procedimentos e técnicas de resolução de equações, ainda que sem saber ao certo o que estavam fazendo. Na busca por soluções para os problemas propostos também foi amplamente utilizado pelos alunos o método de tentativas. Nesses casos, eles afirmaram não reconhecer nem utilizar equações.

As pesquisas apresentadas nesta seção nos forneceram um panorama de como professores de Matemática e alunos de Ensino Médio tratam equações. Nas próximas seções, nos apoiaremos nestes resultados, cujas reflexões serão colocadas em diálogo com a Teoria dos Perfis Conceituais para a construção de nosso referencial teórico.

### **A Teoria dos Perfis Conceituais: do Ensino de Ciências à Educação Matemática**

Desenvolvida por Eduardo Mortimer em meados dos anos 1990, a teoria dos Perfis Conceituais leva em conta que, em uma sala de aula com diferentes indivíduos, haverá sempre diferentes modos de pensar e formas de falar acerca dos conceitos apresentados. Com objetivo de modelar essa heterogeneidade do pensamento e da linguagem em salas de aula de Ciências, o autor desenvolveu, em sua tese de doutorado, o modelo teórico Perfil Conceitual.

Segundo Mortimer et al. (2009), conceitos são tomados como entidades mentais relativamente estáveis, as quais habitam os indivíduos. Por entidades mentais relativamente estáveis, os autores entendem, conforme Mortimer e El-Hani (2014), que os conceitos existem

---

<sup>5</sup> Embora fuja ao escopo do presente artigo, vale destacar que é sempre grande e presente a confusão que se faz entre o conceito de equação e o conceito de função. Para um maior aprofundamento sobre o tema, sugerimos a leitura de Ribeiro e Cury (2015, p. 20-27).

de maneira estável como parte do conhecimento socialmente construído por um indivíduo, como manifestado na forma de linguagens sociais. Assim, enquanto os conceitos possuem alguma estabilidade, o pensamento conceitual – ou concepção – é dinâmico, só adquirindo estabilidade como um processo por meio de restrições que agem sobre ele. Tais restrições estão sempre ligadas aos significados socialmente estabelecidos dos conceitos.

Aprender um conceito é, desse modo, apreender seu significado, generalizar, passar de sentidos pessoais para significados socialmente aceitos e vice-versa. Cada perfil conceitual modela a diversidade de modos de pensar ou de significar um dado conceito, sendo o perfil conceitual constituído por várias zonas, as quais representam um modo particular de pensar ou significar um conceito (MORTIMER et al., 2009). Segundo Tulviste (1991 apud MORTIMER et al., 2009), perfis conceituais devem ser entendidos como modelos da heterogeneidade do pensamento verbal, ou seja, estabelecadores de ligações entre a linguagem científica e a linguagem cotidiana no ensino de Ciências.

Assim, a construção de um perfil conceitual toma como ponto de partida conceitos polissêmicos, ou seja, conceitos que admitem vários significados. Segundo Mortimer (1994), todo indivíduo pode possuir não apenas uma, mas várias formas de compreender um determinado conceito. Dessa maneira, um mesmo indivíduo pode apresentar diferentes zonas de um perfil conceitual, as quais correspondem a diferentes formas de pensar e falar, zonas essas que são usadas em contextos específicos. O perfil conceitual de cada indivíduo é único e se distingue dos perfis de outros indivíduos não pelas zonas apresentadas, mas, sim, pelo peso dado a cada uma delas.

Na abordagem dos perfis conceituais, a aprendizagem pode ser entendida por meio de dois processos: i) o enriquecimento dos perfis conceituais e ii) a tomada de consciência da multiplicidade de modos de pensar que constituem um perfil (EL-HANI; MORTIMER, 2007). No ensino de Ciências, por exemplo, o primeiro caso ocorre em sala de aula quando o estudante começa a pensar cientificamente sobre determinado conceito. No entanto, para que a aprendizagem seja bem-sucedida, é necessário promover, no estudante, tanto a tomada de consciência da diversidade de modos de pensar sobre o conceito em estudo quanto a percepção de que cada um desses modos de pensar é mais ou menos eficiente, dependendo do contexto. A Teoria dos Perfis Conceituais vem sendo trabalhada em diferentes áreas, contemplando vários conceitos distintos, principalmente relacionados com o ensino de Ciências. Entre os vários conceitos provenientes do ensino de Ciências para os quais foram construídos perfis conceituais até o momento, podemos citar os conceitos de molécula, vida, massa e calor.

Conforme visto até o momento, muitas áreas já realizaram importantes avanços no que se refere à Teoria dos Perfis Conceituais, principalmente no que diz respeito às Ciências

Naturais. Na área da Educação Matemática, no entanto, identificamos uma lacuna de pesquisas sobre as concepções de alunos e professores a respeito de conceitos amplamente discutidos na Educação Básica, por meio do modelo teórico Perfil Conceitual. Acreditamos que a primeira tentativa nessa direção tenha sido apresentada no trabalho de Ribeiro (2013).

Nesse artigo, o autor propõe a construção de um perfil conceitual para o conceito de equação, baseado em três pesquisas anteriores: Ribeiro (2007), Dorigo e Ribeiro (2010) e Barbosa e Ribeiro (2013). Em Ribeiro (2007), o autor iniciou o estudo com um trabalho teórico, onde buscou identificar – por meio de estudos didático e epistemológico – diferentes significados do conceito de equação. Nos trabalhos de Barbosa e Ribeiro (2013) e de Dorigo e Ribeiro (2010), esses últimos se propuseram a continuar o trabalho iniciado por Ribeiro, no sentido de investigar as concepções de professores e de alunos do Ensino Médio, buscando identificar a presença (ou não) dos diferentes significados de equação identificados no trabalho anterior de Ribeiro (2007).

Como principal resultado de sua pesquisa, Ribeiro (2007) discute diferentes concepções e formas de tratamento do conceito de equação, em diferentes épocas históricas, discussões essas que emergiram de um estudo epistemológico feito pelo autor. Barbosa e Ribeiro (2013), em sequência aos estudos de Ribeiro (2007), investigaram as concepções de equação apresentadas por professores, e observaram que esses encontravam dificuldades para tratar determinadas situações matemáticas em que não se lembravam de uma fórmula ou algoritmo de resolução. Por sua vez, Dorigo e Ribeiro (2010) constataram que os alunos de Ensino Médio investigados em sua pesquisa tendiam a interpretar as situações matemáticas de forma prática ou intuitiva.

Em Ribeiro (2013), a partir da articulação dos resultados dos trabalhos de Barbosa e Ribeiro (2013), de Dorigo e Ribeiro (2010), bem como de sua própria pesquisa de doutorado (RIBEIRO, 2007), diferentes zonas foram identificadas e discutidas, inserindo-se novos elementos nos estudos até então realizados. Levando-se em conta os dados e as análises obtidas nos trabalhos acima indicados, foi desenvolvido um perfil conceitual de equação, o qual é sintetizado no Quadro 1:

**Quadro 1**–Zonas identificadas e sua breve descrição

<b>Categoria</b>	<b>Breve Descrição</b>
Pragmática	Equação interpretada a partir de problemas de ordem prática. Equação admitida como uma noção primitiva. Busca pela solução predominantemente aritmética.
Geométrica	Equação interpretada a partir de problemas geométricos. Busca pela solução predominantemente geométrica.
Estrutural	Equação interpretada a partir de sua estrutura interna. Busca pela solução predominantemente algébrica.
Processual	Equação interpretada a partir de processos de resolução. Busca pela solução aritmética ou algébrica.
Aplicacional	Equação interpretada a partir de suas aplicações. Busca pela solução aritmética ou algébrica.

**Fonte:** Ribeiro (2013, p. 69)

Considerando as limitações das três pesquisas até o momento utilizadas para a construção de um perfil conceitual de equação, Ribeiro (2013) indica a necessidade de novas investigações, envolvendo uma quantidade maior e mais diversificada de indivíduos a serem investigados, bem como uma maior variedade de instrumentos e de procedimentos de coleta de dados. Segundo o autor, novas pesquisas poderiam contribuir para que fossem identificadas novas zonas para o perfil conceitual desenvolvido até aquele momento, apresentado em Ribeiro (2013).

Com isso, procuramos problematizar essa investigação sobre as concepções acerca dos significados de equação de alunos de licenciatura em Matemática e como essas concepções se relacionam com o perfil apresentado em Ribeiro (2013), procurando, também, identificar (possíveis novas) zonas do Perfil Conceitual de Equação construído até o presente momento.

### **AMetodologia: o contexto do estudo e os procedimentos e instrumentos utilizados**

Fundamentados nos trabalhos de Mortimer sobre a Teoria dos Perfis Conceituais e nos trabalhos de Ribeiro sobre o Perfil Conceitual de Equação, nossa investigação se constituiu em uma pesquisa qualitativa, de cunho interpretativo, na qual o método de análise dos dados utilizado para apreender as concepções de equação de licenciandos em Matemática foi a Análise de Conteúdo proposta por Bardin (2011).

Considerando as limitações teórico-metodológicas identificadas em Ribeiro (2013), tomamos como participantes de nosso estudo alunos de licenciatura, em início e final de curso de diferentes instituições, o que possibilitou obter dados mais diversificados e uma amostra quantitativamente maior. Trabalhamos com estudantes provenientes de quatro instituições de Ensino Superior (IES), duas localizadas no estado do Rio Grande do Sul e duas no estado de São Paulo. Em cada um deles, escolhemos uma instituição pública federal e uma instituição

privada, com o objetivo de observar possíveis diferenças entre essas duas esferas de instituições formadoras de professores<sup>6</sup>.

Definido o público participante de nossa pesquisa, partimos para a elaboração de nosso instrumento de coleta de dados: um questionário. Dividido em 3 partes, a primeira delas objetivava conhecer os licenciandos em Matemática e aspectos importantes de sua formação; na segunda parte, buscamos investigar o entendimento dos licenciandos sobre o conceito de equação; e, na terceira, nosso objetivo foi investigar as zonas do Perfil Conceitual de Equação. Para a coleta de dados foi estipulado um mínimo de 5 alunos por turma, sendo que o número total de participantes foi de 154 alunos.

Tendo em vista a disparidade no número de alunos das IES privadas e públicas e conforme previsto pela análise de conteúdo, nos utilizamos de um processo de amostragem para a análise dos dados. Em uma primeira triagem, foram excluídos os questionários não respondidos pelos participantes, ou seja, questionários devolvidos em branco; respondidos por alunos de outros cursos ou que, embora não considerados ingressantes ou concluintes, cursavam determinada disciplina com as turmas participantes; e também questionários que não obtiveram respostas nas partes 2 e 3. Em seguida, foi aplicado o procedimento descrito em Guerra (2006), para obter uma amostra representativa da população investigada.

Na perspectiva dessa autora, a investigação realizada é considerada do tipo qualitativo com amostragem por casos múltiplos (quando são escolhidos mais de uma pessoa, situação ou local para investigação). No âmbito da amostragem por casos múltiplos, optamos, nesse estudo, pelo que Guerra (2006) denomina amostragem por contraste. Segundo a pesquisadora, a finalidade da amostragem por contraste é comparar situações extremas, sendo tal contraste procurado em duas espécies de variáveis: variáveis gerais (sexo, idade, grupo social, etc.) e variáveis específicas, associadas aos objetivos da pesquisa.

Nesse sentido, a fim de obter uma amostra representativa da população, consideramos os dois tipos de variáveis recomendadas por Guerra (2006) ao realizar a amostragem. Inicialmente, considerando variáveis gerais, os questionários provenientes das IES cujas turmas eram constituídas por mais de dez alunos foram separados por sexo (masculino ou feminino) e faixa etária (até 20 anos, de 21 a 30 anos, de 31 a 40 anos, de 41 a 50 anos e de 51 a 60 anos). Nenhum dos participantes possuía mais de 60 anos.

Após essa separação, para a formação de grupos representativos conforme variáveis específicas, foi considerada a diversidade de respostas à primeira questão do questionário “O que você entende por equação?”, de modo que os grupos foram constituídos por homens e

---

<sup>6</sup> As instituições participantes da pesquisa foram denominadas RSP, instituição privada localizada no estado do Rio Grande do Sul; RSF, instituição pública federal localizada no estado do Rio Grande do Sul; SPP, instituição privada localizada no estado de São Paulo; e SPF, instituição pública federal localizada no estado de São Paulo.



mulheres na mesma proporção da amostra total, em diferentes faixas etárias e com a maior diversidade possível de respostas à referida questão. Em seguida, foram selecionados, em cada um dos grupos formados, os questionários que obtiveram o maior número de respostas. Após a realização dessa amostragem, foi possível uma redução na amostra – sem perda da generalização – de forma que, para cada turma de alunos ingressantes e concluintes, fossem analisados no máximo dez e no mínimo cinco questionários respondidos, totalizando 57 questionários analisados.

Por serem de naturezas distintas, as três partes de nosso questionário foram analisadas separadamente. Em virtude do espaço limitado neste artigo, optamos por apresentar a análise de 4 das 13 questões constantes no instrumento de coleta (Anexo 1). Por termos decidido trabalhar, em nossa pesquisa, com alunos ingressantes e concluintes de cursos de licenciatura em Matemática, a partir de agora, trataremos os participantes por códigos<sup>7</sup> atribuídos conforme as instituições das quais são provenientes e seu período no curso – ingressantes ou concluintes.

### **Análise dos dados: as compreensões de equação explicitadas pelos professores em formação**

Os participantes de nosso estudo possuem idades entre 17 e 55 anos, sendo a maior parte da amostra composta por homens, embora a diferença não seja significativa. A maioria dos participantes estudou em escola pública e, no momento da coleta, todos cursavam o segundo ou o último período letivo do curso de licenciatura em Matemática em suas respectivas instituições. O número de licenciandos provenientes de escolas públicas é maior tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio, e há alguns alunos, que, no Ensino Fundamental, estudaram em escola privada, migraram para a escola pública no Ensino Médio e vice-versa. Observamos em nosso trabalho a ratificação de alguns resultados de Moreira et al. (2012): os licenciandos em Matemática, participantes de nossa pesquisa, são jovens, em sua maioria; não há concentração de homens ou mulheres; e a maior parte dos estudantes é proveniente de escolas públicas.

Na segunda parte de nosso questionário, composta por cinco questões, buscamos compreender quais são as concepções de equação dos licenciandos em Matemática participantes da pesquisa. Essas cinco questões suscitaram o aparecimento de três das cinco

---

<sup>7</sup> Por exemplo, um aluno ingressante que cursa licenciatura em Matemática em universidade privada localizada no Rio Grande do Sul, será tratado por RSPiX, onde RS indica o estado do Rio Grande do Sul, P indica que a instituição é privada, i indica que o aluno é ingressante e X é um número de 0 a 10, atribuído aleatoriamente aos alunos de cada turma. Já um aluno concluinte que cursa licenciatura em Matemática em universidade pública localizada no estado de São Paulo, será tratado por SPFcX, onde SP indica o estado de São Paulo, F indica que a instituição é federal, c indica que o aluno é concluinte e X se trata, novamente, de um número de 0 a 10, atribuído aleatoriamente aos alunos de cada turma.

zonas existentes *a priori* no Perfil Conceitual de Equação: zonas Pragmática, Processual e Aplicacional. Algumas respostas que não puderam ser incluídas nas categorias do Perfil Conceitual de Equação, mas expressavam ideias plausíveis, agrupamos, após a análise de cada questão, na categoria denominada “Outras”.

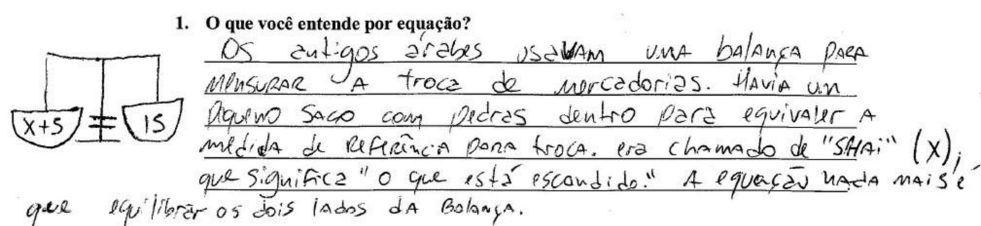
As análises das questões da Parte 2 foram organizadas em quadros, cada um construído para a análise de uma questão, de forma que, no lado direito, estão as frases (unidades de registro) ou parágrafos (unidades de contexto) dos licenciandos e, no lado esquerdo, são citadas as categorias ou zonas do Perfil Conceitual de Equação nas quais agrupamos as unidades de registro ou de contexto. Apresentamos, no Quadro 2, nossa análise de algumas respostas dos licenciandos para a Questão 1, por julgar que essa é uma das questões que suscitou a externalização do maior número de significados.

**Quadro 2**–Algumas respostas dos licenciandos para a Questão 1

<b>Zona</b>	<b>Unidades de registro da Questão 1</b>
<i>Pragmática</i> – Equação interpretada a partir de problemas de ordem prática. Equação admitida como uma noção primitiva. Consideramos a manifestação desta zona quando as concepções de equação dos sujeitos estão voltadas principalmente à igualdade. Além da igualdade, fazem parte das concepções de equação desses indivíduos incógnitas, variáveis, expressões e números.	Equações são expressões numéricas. <b>RSPi2</b> Equação = igualdade. <b>RSPi4</b> Contas com raízes, reais ou não reais. <b>RSPi5</b> É uma igualdade envolvendo uma ou mais variáveis. <b>RSFc2, SPPi3</b> É uma forma matemática de expressar uma igualdade. <b>SPFc3</b> Relação de igualdade que relaciona entes matemáticos e valores. <b>SPPi9</b>
<i>Processual</i> – Equação interpretada a partir de processos de resolução. Consideramos a manifestação dessa zona quando as concepções de equação dos sujeitos estão ligadas a cálculos, fórmulas, descobertas, valores desconhecidos, utilização de propriedades, procedimentos e processos em geral.	É um cálculo mais direto, claro, com as fórmulas certas. <b>RSPi3</b> Descobrir o valor de uma ou mais variáveis. <b>RSFc5</b> Um problema, ou cálculo matemático, que contém expressões e incógnitas, onde se deve achar o valor de x. <b>SPPi2</b> Equação é uma expressão algébrica onde coeficientes ou termos são ocultos e há possibilidade de solução. <b>SPFi4</b>
<i>Aplicacional</i> – Equação interpretada a partir de suas aplicações. Acreditamos que os licenciandos manifestam esta zona, ao se referirem à modelagem de problemas e modelos matemáticos.	Uma expressão algébrica na qual posso ou não modelar um problema real ou fictício, em que minhas variáveis servem para resolver aquele determinado problema, ou seja, não posso generalizar como se poderia fazer em uma função. <b>RSPc1</b> Modelo matemático que representa uma determinada situação problema, uma igualdade, que pode ser do n-ésimo grau. <b>RSPc2</b>
<i>Outras</i>	Expressão matemática com uma variável, podendo ser de 1º grau, 2º, 3º, etc., igualada a zero ou a outros números, onde haverá raízes que irão satisfazê-las. <b>RSFi5</b> Equação é uma igualdade matemática, onde há variáveis que representam um valor numérico, sendo o grau das variáveis que classifica a equação. <b>RSPc4</b> É uma expressão matemática que apresenta, no mínimo, uma incógnita e respostas (raízes) de igual número às incógnitas. É identificada por ter o sinal de igual. <b>SPPc5</b>

**Fonte:** Elaborado pelos autores (adaptado de ALMEIDA, 2016, p. 121)

Para melhor fundamentar nossas análises e possibilitar ao leitor compreender os argumentos construídos ao longo de nosso trabalho, apresentamos algumas respostas dos estudantes<sup>8</sup>, na forma de protocolos, as quais foram fundamentais para nossas interpretações e ilustram a manifestação das zonas identificadas.



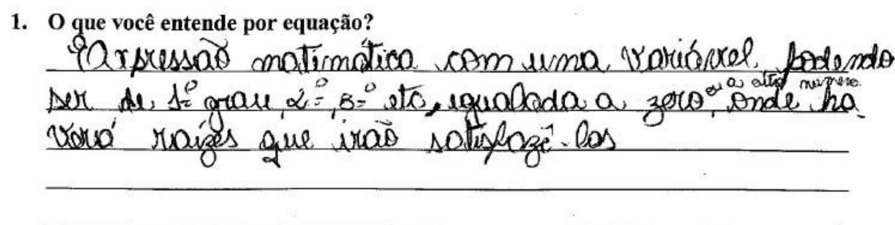
**Figura 1** – Resposta do aluno SPPi10 à Questão 1, manifestando a zona Pragmática

**Fonte:** Almeida (2016, p. 125)

Na Figura 1, observamos a resposta do licenciando SPPi10, que relata uma das histórias sobre o surgimento das equações, justificando seu entendimento de equação a partir daí. Podemos observar que ele manifesta a zona Pragmática, ao se referir à equação como o equilíbrio dos “dois lados da balança”, ou seja, esse indivíduo possui uma visão de equação bastante ligada a problemas cotidianos e relacionada ao uso de recursos “metafóricos” para indicar uma equação.

Por outro lado, como se pode verificar no Quadro 2, o estudante RSPi3 manifesta, em sua resposta, o entendimento de equação como um cálculo e enfatiza a necessidade de “ter as fórmulas certas”, demonstrando assim a mobilização da zona Processual. Já o licenciando RSPc1 se refere a equações como expressões algébricas que podem ou não modelar problemas, reais e fictícios, demonstrando a mobilização da zona Aplicacional.

No entanto, consideramos que a resposta do licenciando RSFi5, conforme indicado na Figura 2, não pode ser agrupada em nenhuma das zonas do Perfil Conceitual de Equação, uma vez que o estudante se refere a componentes de uma equação, tais como variável, grau, igualdade e raízes.



**Figura 2** –Resposta do licenciando RSFi5 à Questão 1, representativa da categoria Outras

**Fonte:** Almeida (2016, p. 126)

Dando continuidade às nossas análises, trazemos a Parte 3 de nosso questionário, a qual buscava compreender, por meio da resolução de questões, a forma como os participantes

<sup>8</sup> Para conhecer a totalidade das respostas dos participantes de nossa pesquisa, convidamos o leitor a consultar a dissertação em sua íntegra (ALMEIDA, 2016).

da pesquisa tratavam equações e quais eram as concepções de equação dos licenciandos em Matemática participantes da pesquisa. Optamos por apresentar neste artigo três das sete questões da Parte 3 do questionário, as quais mobilizaram as cinco zonas do Perfil Conceitual de Equação apresentado em Ribeiro (2013).

A Questão 6, que solicitava aos licenciandos a determinação dos valores de  $x$  para os quais a expressão  $(x + 1)^2$  fosse igualada a 4, permitiu em nosso questionário a mobilização das zonas Processual, Estrutural e Pragmática. Em geral, os 38 estudantes que manifestaram a zona Processual, ao resolver esta questão, se utilizaram, conforme previsto, das fórmulas do Quadrado da Soma e de “Bhaskara”. Apenas um dos alunos se utilizou das fórmulas de soma e produto para calcular as soluções da equação de 2º grau.

$$\begin{aligned}
 (x+1)^2 &= 4 \\
 x^2 + 2 \cdot x \cdot 1 + 1^2 &= 4 \\
 x^2 + 2x + 1 &= 4 \\
 x^2 + 2x + 1 - 4 &= 0 \\
 x^2 + 2x - 3 &= 0 \\
 \\
 \Delta &= 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) \\
 \Delta &= 4 + 12 \\
 \Delta &= 16 \\
 \\
 x &= \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} \\
 x &= \frac{-2 \pm 4}{2} \longrightarrow x' = \frac{-2 + 4}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\
 &\longrightarrow x'' = \frac{-2 - 4}{2} = \frac{-6}{2} = -3 \\
 \\
 &x \in \{1, -3\}
 \end{aligned}$$

**Figura 3** – Resolução do licenciando RSPi1 para a Questão 6, representante da zona Processual  
**Fonte:** Almeida (2016, p. 144)

Os sete estudantes que manifestaram a zona Estrutural optaram por extrair a raiz em ambos os lados da equação  $(x + 1)^2 = 4$ , conforme previsto anteriormente por nós. Apenas um deles utilizou, explicitamente, uma das propriedades modulares. A seguir, apresentamos o protocolo de sua resolução.

$$\begin{aligned}
 (x+1)^2 &= 4 \\
 \sqrt{(x+1)^2} &= \sqrt{4} \\
 |x+1| &= 2 \\
 \swarrow & \quad \searrow \\
 x+1 &= 2 \quad \text{ou} \quad x+1 = -2 \\
 x &= 1 \quad \quad \quad x = -3
 \end{aligned}$$

**Figura 4** – Resolução do licenciando SPFe1 para a Questão 6, manifestando a zona Estrutural  
**Fonte:** Almeida (2016, p. 146)

No caso dos dois alunos que mobilizaram a zona Pragmática, ambos se utilizaram do método de tentativas (conhecido como “tentativa e erro”) para chegar à resposta e encontraram somente uma solução para a equação.

A Questão 8, pensada para a mobilização da zona Geométrica, buscou verificar se os estudantes reconheciam equação como interseção de curvas. Para isso, foram apresentadas quatro figuras, cada uma contendo os gráficos de duas funções, esboçadas no mesmo sistema de coordenadas. Em duas das quatro figuras apresentadas, havia interseção entre as funções; nas outras duas, não. Apenas cinco licenciandos manifestaram a zona Geométrica, o que podemos observar em suas respostas, apresentadas no Quadro 3:

**Quadro 3-** Respostas à Questão 8, representativas da zona Geométrica

Licenciando	Resposta do Aluno	Nossa análise
RSPi1	Nos gráficos i) e iv) sim, pois eles têm pontos iguais, dessa forma, utilizando a igualdade, se descobriam os pontos. Nos gráficos ii) e iii) não, pois o melhor caminho neles é utilizar uma inequação.	Entendemos que RSPi1 manifesta a zona geométrica, ao fazer referência as interseções entre as curvas apresentadas nas figuras i) e iv), quando o estudante se refere a “pontos iguais” e afirma que, igualando as expressões que geram os pontos, seria possível descobrir quais são os pontos.
RSPc3	Creio que representam um sistema de equações. Em (i) possui duas soluções; em (ii) e (iii) nenhuma solução; e em (iv) três soluções.	Percebe-se que RSPc3 entende a interseção das curvas como soluções das equações representadas, especialmente quando aponta o número de soluções encontradas em cada figura.
SPFc1	Sim, algumas figuras apresentam interseções entre os gráficos das funções. Interseções ocorrem quando há igualdade do valor nas funções em questão. Descobre-se o ponto de interseção igualando a expressão das funções em questão; portanto, temos uma equação. Relaciono todas as figuras com equações. I e IV apresentam explicitamente as interseções. II e III não apresentam interseções, o que pode configurar o caso de equações sem solução.	SPFc1 relaciona as interseções entre curvas com equações e a ausência de interseções com equações sem solução, demonstrando a mobilização da zona Geométrica.
SPFc3	Pelo o que me lembro, em todas as figuras (gráficos) são representadas duas equações, ou seja, há um sistema de equações: na figura i) o gráfico representa uma equação de 2º grau (uma parábola) e outra equação, com o valor de $f(x)$ constante; na figura ii) há outro sistema de equações, mas não há valores de $f(x)$ que satisfaçam o sistema, as retas não se interceptam. O mesmo ocorre com as duas equações de 1º grau (retas) representadas na figura iii), pois são paralelas. O gráfico representado na figura iv) mostra duas equações de 2º grau, que formam um sistema com pelo menos três soluções ( $f(x)$ ) possíveis.	SPFc3 relaciona as figuras com sistemas de equações e as interseções entre curvas com soluções das equações, demonstrando a zona Geométrica.
SPPc2	I e a IV são equações. A II e a III apenas funções.	Aparentemente, SPPc2 relaciona as interseções entre as curvas com o conceito de equação, já que, quando não há interseção, declara que as figuras mostram “apenas funções”.

Fonte: Almeida (2016, p. 149)

É interessante destacar que, entre os 5 estudantes manifestantes da zona Geométrica nessa questão, 4 são alunos concluintes. Entre os alunos que não manifestaram essa zona, ao responder a questão 8, ou seja, os outros 52 alunos da amostra, 12 deixaram a questão em branco; 13 alunos apenas tentaram identificar as funções apresentadas; 2 confundem equação com função; e 25 não manifestaram nenhuma relação entre as equações e as interseções de curvas apresentadas nas figuras. Suas respostas foram alocadas na categoria Outras.

A Questão 10 teve o objetivo de mobilizar a zona Estrutural do Perfil Conceitual de Equação. Para tanto, foram apresentadas cinco afirmações sobre as soluções de equações polinomiais, de 1º a 5º graus. Para cada afirmação foi solicitado que os licenciandos respondessem se concordavam ou não com ela e justificassem sua resposta. Nos protocolos sintetizados no Quadro 4, observamos que quatro alunos manifestaram um tipo de conhecimento mais formal ao responder a esta questão: três deles justificaram corretamente as afirmações, uma a uma, e um se utilizou do Teorema Fundamental da Álgebra como resultado geral. Por meio de suas resoluções, de acordo com nossa interpretação, esses licenciandos demonstram conhecimentos de estruturas algébricas.

## Quadro 4—Respostas à Questão 10

Licenciando	Resposta do Aluno	Nossa análise
RSFc5	Não concordo com a ii) e a iv), pois em ii) obviamente não tem solução em $\mathbb{R}$ , já em iv) pode ou não, pois depende dos valores de p, q e r, que são desconhecidos. Em i), como é linear, sempre $x \in \mathbb{R}$ , em iii) e v) temos que é verdade, pois, mesmo não conhecendo as raízes, temos $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$ , logo não faz diferença.	O licenciando demonstra conhecimento sobre estruturas algébricas, sendo capaz de justificar corretamente as afirmações.
RSPc2	i) Concordo com a afirmação. A equação de 1º grau $ax + b = 0$ de coeficientes reais, com $a \neq 0$ só tem uma raiz $= -\frac{b}{a}$ . ii) A equação $x^2 + 1 = 0$ apresenta duas soluções em $\mathbb{C}$ , não em $\mathbb{R}$ . iii) A equação $x^3 - 6x - 40 = 0$ apresenta uma raiz real e duas complexas. Como o número real é um número complexo, então está correta. iv) Não necessariamente, podem ser imaginárias também. v) Verdadeiro, pode admitir raízes reais e complexas, como reais $\subset$ complexos $\rightarrow$ todas são complexas.	O licenciando demonstra conhecimento sobre estruturas algébricas, sendo capaz de justificar corretamente as afirmações.
SPFc1	III e IV são verdadeiras, pois sabe-se que uma equação de grau $n$ possui $n$ soluções em $\mathbb{C}$ . I é verdadeira, pois $x = -\frac{b}{a}$ é um número real e é solução da equação. II é falsa, pois em $\mathbb{R}$ não há valor de $x$ cujo quadrado seja $-1$ . IV é falsa. Contraexemplo: $x^4 + 36 = 0$ não apresenta soluções reais.	O licenciando demonstra conhecimento sobre estruturas algébricas, o que lhe permite justificar corretamente todas as afirmações, inclusive por meio de contraexemplos.
SPFc2	Concordo com as afirmações acima, que podem ser validadas pelo T.F.A., que garante a existência de pelo menos uma raiz $\mathbb{C}$ aos polinômios.	Ao citar o Teorema Fundamental da Álgebra, o licenciando demonstra indícios de um conhecimento algébrico mais aprofundado, ainda que sua resposta esteja sujeita a ambiguidades.

Fonte: Elaborado pelos autores

Ao responder à Questão 10, o licenciando SPFc2 cita um resultado algébrico importante, qual seja, o Teorema Fundamental da Álgebra (TFA<sup>9</sup>), demonstrando indícios de

<sup>9</sup> Vale destacar que o Teorema Fundamental da Álgebra é muitas vezes mal interpretado, por alunos e professores, pois eles acreditam que o resultado diz, simplesmente, que “um polinômio de grau  $n$  possui  $n$  raízes”. Existem diversas interpretações errôneas nessa frase, que foram fortemente demonstradas pelos licenciandos nessa pesquisa, as quais buscaremos esclarecer. Em primeiro lugar, o TFA diz que “qualquer polinômio com coeficientes em  $\mathbb{C}$ , possui pelo menos uma raiz em  $\mathbb{C}$ ”. Em segundo lugar, por vezes encontramos o termo “raízes iguais”, bastante utilizado por professores de Matemática em geral. Gostaríamos de ressaltar que não se definem raízes iguais, e sim, raízes com multiplicidade algébrica. Dado um polinômio  $p(x)$  e uma raiz  $r_i$ , a multiplicidade algébrica é o expoente do termo  $(x - r_i)$  na decomposição desse polinômio. O termo “raízes iguais” é um abuso de linguagem que, sendo utilizado desde o Ensino Fundamental, pode ter consequências graves para a aprendizagem Matemática. Em terceiro lugar, existe um resultado sobre polinômios que nos diz que um polinômio de grau  $n$  possui, *no máximo*,  $n$  raízes, desde que os coeficientes do polinômio estejam em um anel de integridade. Quando esse anel é o conjunto dos números complexos, o resultado em questão se torna um corolário do TFA, sendo, por vezes, confundido com ele. As possibilidades para o tratamento dessas questões em sala de aula de Matemática da Educação Básica e sua discussão nos cursos de formação inicial de professores de Matemática nos parecem urgentes. Investigações e discussões sobre como apresentar tais assuntos aos alunos do Ensino Fundamental e Médio, em linguagem acessível e sem recorrer a

um conhecimento algébrico mais aprofundado. No entanto, não é possível afirmar com certeza se o aluno detém tais conhecimentos, em razão da ambiguidade de sua resposta, que pode ser entendida de duas formas distintas: a) o aluno concorda com todas as afirmações acima; b) o aluno concorda somente com as afirmações que podem ser validadas pelo TFA. Em a) a resposta do aluno está incorreta, uma vez que as afirmações ii. e iv. estão erradas. No caso de b) o aluno concorda com algumas afirmações que poderiam ser validadas pelo TFA, mas não aponta quais são essas afirmações. Por essas razões, também a resposta do licenciando SPFc2, foi enquadrada na categoria Outras.

Concluindo a análise da manifestação de zonas do Perfil Conceitual de Equação pelos licenciandos em matemática participantes de nossa pesquisa, apresentamos, no Quadro 5, uma síntese da manifestação das zonas do perfil correspondentes as partes 2 e 3 de nosso questionário. Nesse quadro são apresentadas as zonas do Perfil Conceitual de Equação que foram mobilizadas pelos licenciandos, componentes das respostas que auxiliaram no agrupamento das mesmas por zona, número das questões em que as zonas foram mobilizadas (ocorrência), número de vezes em que cada zona emergiu na mesma questão (frequências) e o número total de ocorrências de cada zona do perfil. Em se tratando da zona Pragmática e da zona Processual, denotamos pelo símbolo “+” o número de vezes em que cada zona foi mobilizada em cada questão (à esquerda do símbolo) e o número de vezes em que essas duas zonas apareceram na mesma resposta simultaneamente (à direita do símbolo).

Ao longo dos 57 questionários analisados as zonas do Perfil Conceitual de Equação foram manifestadas de diferentes formas e com diferentes intensidades. Assim como nos trabalhos de Barbosa (2009) e Dorigo (2010), observamos a predominância das zonas Pragmática e Processual no Perfil Conceitual de Equação de licenciandos em Matemática. O perfil dos participantes de nossa pesquisa é bastante diversificado, e alguns estudantes manifestaram somente uma das zonas, ao passo que outros manifestaram quatro ou cinco zonas.

Os alunos ingressantes manifestaram, em média, 2,5 zonas do Perfil Conceitual de Equação, enquanto os alunos concluintes manifestaram, em média, 3 zonas do perfil. Realizando essa análise por instituição, os resultados sofrem alterações. Por exemplo, considerando a instituição RSP, a quantidade média de zonas manifestadas pelos alunos ingressantes é de 2,4 zonas, enquanto a quantidade média manifestada pelos alunos concluintes é de 3,7 zonas do Perfil Conceitual de Equação. Na instituição RSF, a quantidade média de zonas manifestadas pelos alunos ingressantes é de 2,3 zonas, enquanto a quantidade

---

termos matematicamente incorretos, precisam ser realizadas nos cursos de formação inicial e continuada de professores de Matemática.



média de zonas manifestadas pelos alunos concluintes é de 2,6. No caso da instituição SPF, a quantidade média de zonas manifestadas pelos alunos ingressantes foi de 3,6 zonas e a quantidade média de zonas manifestadas pelos alunos concluintes foi de 3,8 zonas do Perfil Conceitual de Equação. No que se refere à instituição SPP, a quantidade média de zonas manifestadas pelos alunos ingressantes foi de 2,2 zonas, enquanto a quantidade média de zonas manifestadas pelos concluintes foi de 2,4 zonas do Perfil Conceitual de Equação. Em todos os casos, a diferença entre o número de zonas manifestadas pelos alunos ingressantes e concluintes indica que o Perfil Conceitual de Equação desses alunos tende a se modificar e a evoluir no decorrer do curso de Licenciatura em Matemática.

**Quadro 5**—Ocorrência das zonas do Perfil Conceitual de Equação e da categoria Outras

Zona	Componentes	Ocorrência	Frequências	Total
Pragmática	Igualdade, incógnitas, variáveis, expressões, números	Questão 1	28 + 2	142
		Questão 3	28	
		Questão 4	25 + 3	
		Questão 5	12 + 2	
	Tentativa e erro	Questão 6	2	
	Utilização de equação a partir de problemas cotidianos	Questão 9	23	
Processual	Cálculos, fórmulas, descobertas, valores desconhecidos, contas, propriedades, procedimentos, processos	Questão 1	16 + 2	125
		Questão 3	11	
		Questão 4	6 + 3	
		Questão 5	6 + 1	
	Quadrado da soma, Bháskara, soma e produto	Questão 6	38	
	Regra de três	Questão 7	11	
Aplicacional	Modelagem de problemas, modelos matemáticos	Questão 1	2	27
		P=m.g	Questão 7	
Geométrica	Relações entre equações e interseção de curvas	Questão 8	5	22
	Interpretar equação a partir da leitura de um gráfico	Questão 12	17	
Estrutural	Conhecimentos sobre a estrutura interna das equações	Questão 6	7	10
		Questão 10	3	
Outras		Questão 1	4	16
		Questão 3	7	
		Questão 4	3	
		Questão 5	1	
		Questão 10	1	

Fonte: Almeida (2016, p. 161)

### **Algumas conclusões e considerações finais: uma nova configuração para o Perfil Conceitual de Equação existente**

Ao iniciar nossas análises referentes às questões da Parte 2 do questionário, agrupamos, em categorias do Perfil Conceitual de Equação existentes *a priori* (RIBEIRO, 2013), as unidades de registro ou de contexto semelhantes. Em se tratando das unidades que não puderam ser alocadas em alguma categoria do Perfil Conceitual de Equação, mas apresentavam coerência e sentido completo, optamos por agrupá-las em uma categoria

denominada *Outras*. Durante esse agrupamento, foi possível perceber que um grupo de alunos apresentou uma visão um tanto diferenciada, que consideramos importante. Foi o caso daqueles indivíduos que apontaram – como condições necessárias para caracterizar uma equação – a existência de igualdade, incógnita e solução. Entendemos que esses alunos, apesar de apontarem elementos presentes nas demais zonas, apresentam um conhecimento sobre equações que não estava contemplado, diretamente, nas zonas do perfil já existente, mas poderia ser relacionado com o formato ou com uma visão mais geral sobre equações. Um exemplo da manifestação desse conhecimento foi apresentado pelo licenciando RSFi5, na Figura 2.

Esse estudante cita elementos que compõem equações, como variáveis ou incógnitas, o grau da equação, igualdade e raízes ou soluções, demonstrando um conhecimento do arquétipo de equação. Conhecimentos desse tipo, que foram agrupados na categoria *Outras*, nos levaram a refletir e a discutir as possibilidades de uma redefinição da zona *Estrutural*, de forma a contemplar essa visão geral sobre o conceito de equação.

Ainda em relação à zona *Estrutural*, outros questionamentos nos incomodavam durante a análise da Parte 3 de nosso questionário, em especial, na Questão 6. A partir de nossas análises preliminares, acreditamos que a zona *Estrutural* poderia ser uma das zonas mobilizadas por meio dessa questão. No entanto, com a análise dos dados coletados e após a realização de algumas discussões, concluímos que os sete estudantes que optaram por extrair a raiz em ambos os lados da equação  $(x + 1)^2 = 4$  manifestaram, na verdade, a zona *Processual*, uma vez que a percepção dessa possibilidade também pode ser entendida como um processo, um procedimento mecanizado pelos indivíduos e utilizado em todas as situações em que os dois membros da equação estão elevados ao quadrado. O protocolo de uma resolução desse tipo pode ser conferido na Figura 3. Essa constatação veio reforçar nossas discussões sobre a necessidade de uma modificação na caracterização da zona *Estrutural*.

A partir de nossa análise da Questão 10, elaborada com objetivo de mobilizar a zona *Estrutural*, acreditamos que os conhecimentos que emergiram nas respostas dos licenciandos a esta questão não eram contemplados pelas zonas do Perfil Conceitual de Equação já existente. Observamos que quatro alunos não apenas manifestaram conhecimentos formais, relacionados a estruturas algébricas, mas também demonstraram conhecer resultados matemáticos subjacentes às equações, como é o caso do licenciando SPFc2, cuja resposta foi apresentada no Quadro 4.

O conhecimento e a utilização de resultados, definições e propriedades da álgebra abstrata, como o TFA por exemplo, em nosso entendimento, remete a uma outra zona do Perfil Conceitual de Equação, que não a zona *Estrutural*. Além disso, o termo “estrutura interna”, presente na definição dessa zona, pode ser facilmente confundido com seu

homônimo proveniente da álgebra abstrata. Apresentadas essas questões, e com o objetivo de solucionar as dificuldades encontradas na categorização de alguns conhecimentos manifestados pelos participantes da pesquisa, compreendemos e assumimos a necessidade de reestruturação das zonas do Perfil Conceitual de Equação.

Apresentados nossos argumentos e fundamentados em nossas análises, afirmamos que a zona *Estrutural*, da forma como foi definida em Ribeiro (2013), não foi mobilizada pelos sujeitos desta pesquisa. Assim sendo, sentimos a necessidade de uma reorganização na caracterização da referida zona, pois acreditamos que respostas desse tipo foram dadas por estudantes que já refletiram sobre o assunto em algum momento de sua vida acadêmica e foram além das tentativas de definição de equação apresentadas nos livros didáticos. Nesse sentido, passamos então, a caracterizar a zona *Estrutural* a partir da visão de um grupo de estudantes que apontaram, como condições necessárias para que uma expressão qualquer pudesse ser chamada de equação, a presença de igualdade, incógnitas e solução, simultaneamente. Além disso, acreditamos que fazem parte dessa zona os entendimentos dos estudantes sobre o arquétipo das equações, isto é, seu formato, suas componentes.

Outra importante conclusão de nosso estudo se refere aos conhecimentos sobre estruturas algébricas e aos resultados, às definições e às propriedades matemáticas importantes, subjacentes às equações: consideramos necessário definir uma nova zona no Perfil Conceitual de Equação, que contemple conhecimentos como esses aqui citados. Denominamos esta nova zona de “*Zona Formal*” e acreditamos que sua existência no Perfil Conceitual de Equação de futuros professores pode possibilitar uma visão mais fundamentada sobre o trabalho com equações.

Dessa maneira, a partir das análises realizadas em nosso estudo, propomos (re)organizar sinteticamente as categorias do Perfil Conceitual de Equação da seguinte forma:

Outra importante constatação emergente de nosso estudo veio ratificar os resultados dos trabalhos de Barbosa (2009) e Dorigo (2010), no que se refere ao predomínio das zonas de caráter Pragmática e Processual atribuído nesses trabalhos para as equações, aqui entendidos como zonas do Perfil Conceitual de Equação entre os licenciandos em Matemática, tanto ingressantes como concluintes. Tal predominância parece estar se consolidando no que se refere ao perfil conceitual desse conceito e pode estar relacionada ao fato de que os alunos têm, durante a vida escolar e acadêmica, poucas oportunidades de empregar/utilizar as demais compreensões/zonas em situações de ensino e aprendizagem. Parece-nos que, caso o assunto não seja discutido em nenhum momento durante a formação inicial, quando os futuros professores de Matemática forem para a sala de aula ensinar equações aos seus alunos, a ênfase sobre o caráter pragmático e processual tenderá a ser

perpetuada, uma vez que, conforme aponta Attorps (2003), muitas vezes, os professores possuem concepções de equação arraigadas desde o tempo em que eram alunos.

**Quadro 6**–Zonas do Perfil Conceitual de Equação

<b>Zona</b>	<b>Caracterização da zona</b>	<b>Exemplo</b>
Pragmática	Envolve a interpretação de equação a partir de problemas de ordem prática ou como uma noção primitiva.	Frequentemente mobilizada na busca de soluções para problemas cotidianos.
Processual	Envolve a interpretação de equação a partir de seus processos e técnicas de resolução.	Frequentemente mobilizada na busca de soluções por meio da utilização de processos e técnicas de resolução.
Aplicacional	Envolve a interpretação de equação a partir de suas aplicações.	Frequentemente mobilizada na busca de soluções para equações provenientes de áreas afins da Matemática.
Geométrica	Envolve a interpretação de equação a partir de problemas geométricos.	Frequentemente mobilizada na busca de soluções para problemas de caráter geométrico e interpretação de gráficos.
Estrutural	Envolve a interpretação de equação a partir de seu formato, seus componentes e tipos de equação.	Frequentemente mobilizada na caracterização de equações.
Formal	Envolve uma gama de resultados, como teoremas, propriedades e definições que permitam uma visão ampla das equações.	Frequentemente mobilizada quando o indivíduo recorre a definições e resultados de teorias da matemática pura.

**Fonte:**Almeida (2016, p. 178)

Destacamos que a zona *Formal*, que se relaciona com conhecimentos sobre resultados e estruturas algébricas subjacentes às equações, foi pouco mobilizada, não só porque representa um novo modo de compreender equações no Perfil Conceitual de Equação, mas também, porque são poucos os professores em formação que apresentam tais conhecimentos e são levados a refletir sobre o ensino de equações durante o curso de licenciatura em Matemática.

Ainda que nossa investigação não tenha sido de caráter temporal, acompanhando a evolução dos indivíduos em certo período de tempo, podemos afirmar que o Perfil Conceitual de Equação apresentou variação ao longo dos cursos de licenciatura em Matemática por nós investigados, de forma que os indivíduos tendem a concluir o curso apresentando um perfil mais variado do que quando alunos ingressantes. Com a realização de nossa pesquisa, foi possível observar que o Perfil Conceitual de Equação dos alunos de licenciatura em Matemática participantes é bastante variado: enquanto alguns sujeitos manifestaram apenas uma das zonas do perfil, outros manifestaram quatro, cinco, seis diferentes zonas. De acordo com a Teoria dos Perfis Conceituais, esse tipo de variação é normal e já era esperado, uma vez que cada indivíduo tem diferentes possibilidades de empregar significados distintos para o mesmo conceito ao longo de sua vida, de forma que os diferentes tipos de perfil manifestados possuem relações com o período letivo que os indivíduos estão cursando.

Por fim, entendemos que a construção de um Perfil Conceitual de Equação e sua posterior utilização em sala de aula podem tornar o ensino de equações mais rico, variado, aprofundado e interessante para professores e alunos. Uma vez que o conceito de equação é trabalhado em grande parte da vida escolar dos alunos, da Educação Básica ao Ensino Superior, nas mais variadas áreas, consideramos a importância de que esse conceito seja visto por professores e alunos não a partir das dificuldades iniciais de ensino e aprendizagem, que em muitos casos permanecem durante toda a trajetória escolar e acadêmica, mas, sim, a partir das possibilidades que uma abordagem como a que utilizamos em nossa pesquisa parece oferecer.

## Referências

ALMEIDA, M. V. R. *Perfil Conceitual de Equação: investigações acerca das concepções de alunos de licenciaturas em matemática*. 2016. 203 f. Dissertação de Mestrado em Ensino, História e Filosofia das Ciências e Matemática – Universidade Federal do ABC, Santo André, 2016.

AMARAL, E. M. R.; MORTIMER, E. F. Uma proposta de perfil conceitual para o conceito de calor. *Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências*, v. 1, n. 3, p. 5-18, 2001.

ATTORPS, I. Teacher's images of the 'equation' concept. In: PROCEEDINGS OF THE THIRD CONFERENCE OF THE EUROPEAN SOCIETY IN MATHEMATICS EDUCATION, Bellaria, Itália, 2003. Disponível em: <[http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG1/TG1\\_attorps\\_cerme3.pdf](http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG1/TG1_attorps_cerme3.pdf)>. Último acesso em: 02 mai. 2013.

BARBOSA, Y. O. *Multisignificados de equação: uma investigação sobre as concepções de professores de matemática*. 2009. 196 f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2009.

BARBOSA, Y.; RIBEIRO, A. J. Multisignificados de equação: uma investigação acerca das concepções de professores de matemática. *Educação Matemática em Pesquisa*, v. 15, n. 22, p. 379-398, 2013.

BARDIN, L. *Análise de conteúdo*. São Paulo: Edições 70, 2011.]

CHAZAN, D.; YERUSHALMY, M.; LEIKIN, R. An analytic conception of equation and teachers' views of school algebra. *The Journal of Mathematical Behavior*, v. 27, n. 2, p. 87-100, 2008.]

COELHO, M. A. V. M. P.; CARVALHO, D. L. O estudo do discurso em educação matemática: a problematização de significados hegemônicos sobre resolução de problemas. *Paradigma*, v. 27, n. 2, p. 253-276, 2006.

COUTINHO, F. A.; MORTIMER, E. F.; EL-HANI, C. N. Construção de um perfil conceitual para o conceito biológico de vida. *Investigações em Ensino de Ciências*, v. 12, n. 1, p. 115-137, 2007.

DORIGO, M. *Investigando as concepções de equação de um grupo de alunos do ensino médio*. 2010. 137 f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2010.

DORIGO, M.; RIBEIRO, A. J. Significados de equação: um estudo realizado com alunos do ensino médio. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, v.2, p. 107-134, 2010.

EL-HANI, C. N.; MORTIMER, E. F. Multicultural education, pragmatism, and the goals of science teaching. *Cultural Studies of Science Education*, v. 2, n. 3 p. 657-702, 2007.

GUERRA, I. C. *Pesquisa qualitativa e análise de conteúdo: Sentidos e formas de uso*. São João do Estoril: Príncípia, 2006.

MOREIRA, P. C.; FERREIRA, E. B.; JORDANE, A.; NÓBRIGA, J. C. C.; FISCHER, M. C. B.; SILVEIRA, E.; BORBA, M. C. Quem quer ser professor de matemática? *Zetetiké*, v. 20, n. 37, p. 11-33, 2012.

MORTIMER, E. F. *Evolução do atomismo em sala de aula: mudanças de perfis conceituais*. 1994. 281 f. Tese de Doutorado em Educação – Universidade de São Paulo, São Paulo, 1994.

MORTIMER, E. F.; EL-HANI, C. N. (Org.). *Conceptual profiles: A theory of teaching and learning scientific concepts*. Dordrecht: Springer, 2014. p. 3-33.

MORTIMER, E. F.; SCOTT, P.; EL-HANI, C. N. Bases teóricas e epistemológicas da abordagem dos perfis conceituais. In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, 7., 2009, Florianópolis. *Anais...* Belo Horizonte: Associação Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências, 2009.

RIBEIRO, A. J. *Equação e seus multisignificados no ensino de Matemática: contribuições de um estudo epistemológico*. 2007. 144 f. Tese de Doutorado em Educação Matemática – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007.

RIBEIRO, A. J. Elaborando um perfil conceitual de equação: desdobramentos para o ensino e a aprendizagem de Matemática. *Ciência & Educação*, São Paulo, v. 19, n. 1, p 55-71, 2013.

RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. *Álgebra para a formação de professores: explorando os conceitos de equação e de função*. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015.

VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Orgs.) *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. New York: Academic Press Inc. 1983. p. 127-174.

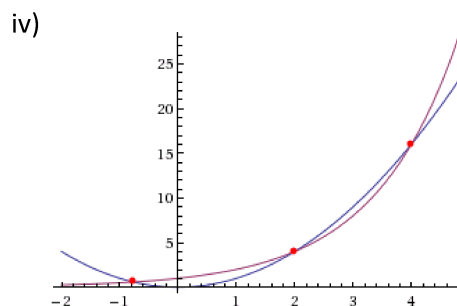
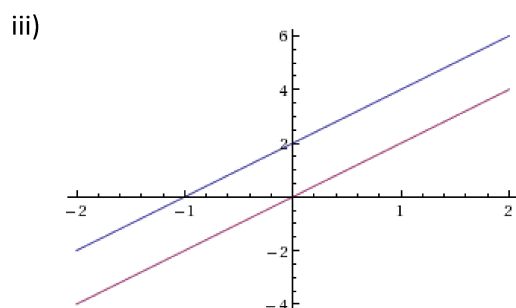
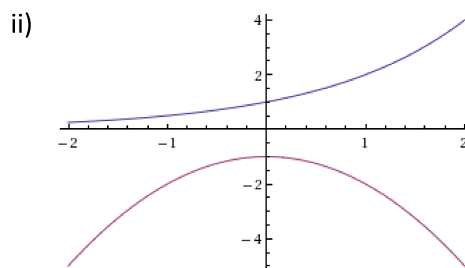
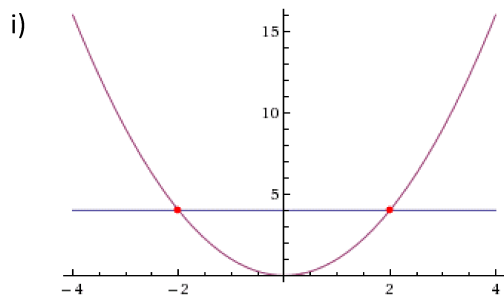
ZIMER, T. T. B. *Aprendendo a ensinar matemática nas séries iniciais do ensino fundamental*. Tese de Doutorado em Educação – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

## APÊNDICE

Questão 1. O que você entende por equação?

Questão 6. Determine os valores de  $x$  para os quais a expressão  $(x + 1)^2$  é igual a 4.

Questão 8. Você relacionaria, em cada figura, os gráficos das funções com o conceito de equação? Se sim, em quais situações e por quê? Se não, justifique sua resposta.



Questão 10. Você já pensou a respeito do número de soluções de uma equação polinomial? Analise as seguintes afirmações:

- i. A equação  $ax + b = 0$ , de coeficientes reais, com  $a \neq 0$ , apresenta uma solução em  $\mathbb{R}$ .
- ii. A equação  $x^2 + 1 = 0$  apresenta duas soluções em  $\mathbb{R}$ .
- iii. A equação  $x^3 - 6x = 40$  apresenta três soluções em  $\mathbb{C}$ .
- iv. A equação  $px^4 + qx^2 + r = 0$ , de coeficientes reais, com  $p \neq 0$ , apresenta 4 soluções em  $\mathbb{R}$ .
- v. A equação  $3x^5 - 2x^4 + 4x^3 - 26x^2 - 28x + 48 = 0$  apresenta cinco soluções em  $\mathbb{C}$ .

Se você concorda ou não com as afirmações acima, explique seus motivos.

**SOBRE OS AUTORES**

**MARIELI VANESSA REDISKE DE ALMEIDA.** Licenciada em Matemática pela Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) e mestra em Ensino, História e Filosofia das Ciências e Matemática pela Universidade Federal do ABC (UFABC). Atualmente é aluna de doutorado no Programa de Pós-Graduação Multiunidades em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), tendo como foco de pesquisa o ensino e aprendizagem de Álgebra, a formação inicial de professores de Matemática e o conhecimento do formador de professores de Matemática.

**ALESSANDRO JACQUES RIBEIRO.** Doutor (2007) e Mestre (2001) em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo; Licenciado em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (1998). Realizou dois estágios de Pós-Doutoramento, o primeiro deles na Rutgers, The State University of New Jersey, Estados Unidos, em 2015 e o segundo, em 2017, no Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Portugal. Atualmente é Professor Adjunto no Centro de Matemática, Computação e Cognição (CMCC), da Universidade Federal do ABC (UFABC) e atua como Docente e Orientador no Programa de Pós-Graduação em Ensino e História das Ciências e da Matemática (PEHCM), da UFABC. Seus temas atuais de pesquisa são a Educação Algébrica e a Formação de Professores. Atuou como docente na Educação Básica por 10 anos e atua no Ensino Superior desde 2001. Foi Presidente da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) no período de 07/2013 a 07/2016.

**EVONIR ALBRECHT.** Formado em Magistério, para atuar com os anos iniciais da Educação Básica pelo Colégio Cenecista Marechal Arthur da Costa e Silva de Guarujá do Sul, SC; Atuou nos anos iniciais por quatro anos; Licenciado em Matemática com habilitação em Física pela Universidade do Oeste de Santa Catarina; Especialista em Psicopedagogia e Ensino de Física; Mestre e Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul; Professor das redes públicas municipais e estaduais de Educação Básica nos estados de Santa Catarina e São Paulo; Professor nas Universidades Nove de Julho e Cruzeiro do Sul na cidade de São Paulo; Atualmente é Professor Adjunto na Universidade Federal do ABC na graduação e pós-graduação. Atua junto ao Programa de Pós-Graduação da UFABC, nas linhas de pesquisa: ensino, aprendizagem, currículo, CTS, estágio supervisionado, ensino de astronomia e formação de Professores.

Recebido: 21 de maio de 2018.

Revisado: 10 de setembro de 2018.

Aceito: 16 de novembro de 2018.