ALEXANDRIA: R. Educ. Ci. Tec., Florianópolis, v. 13, n. 1 p. 319-349, maio. 2020
http://dx.doi.org/10.5007/1982-5153.2020v13n1p319

ALEXANDRIA

ALEXANDRIA
Revista de Educação em Ciência e Tecnologia

Situações Didáticas Olímpicas (SDOs): Ensino de Olimpíadas de Matemática com Arrimo no Software Geogebra como Recurso na Visualização

The Olympic Didactical Situations (SDOs): Teaching Mathematical Olympiads with Support in Geogebra Software as a Resource in Visualization

Francisco Regis Vieira Alves[a]

a Departamento de Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará, Fortaleza, Brasil – fregis@ifce.edu.br

Palavras-chave: Olimpíadas de matemática. Visualização. Ensino. Formação de professores.

Resumo: As Olimpíadas de Matemática adquiriram um espaço importante em nosso país, sobretudo, ao tipo de modalidade que oportuniza a participação de grande quantidade de estudantes das escolas públicas, como no caso das Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Por outro lado, se mostra imprescindível proporcionar, para uma quantidade maior de estudantes (não competidores oficiais), um contato maior e expressivo com uma cultura matemática que costuma atingir diretamente apenas aos estudantes (mais habilidosos) competidores e os professores oficialmente envolvidos com as Olimpíadas. Dessa forma, o presente trabalho apresenta a noção de Situação Didática Olímpica (SDO) que, por intermédio dos pressupostos da Teoria das Situações Didáticas (TSD), possibilita uma abordagem diferenciada para Problemas Olímpicos (POs), com ênfase declarada na visualização, proporcionada pelo *software GeoGebra*. Por conseguinte, a noção de (SDO) proporciona uma perspectiva e uma proposta de veiculação e de mediação do conhecimento matemático que busca disseminar uma perspectiva diferenciada para professores de Matemática em formação inicial.

Keywords: Mathematical olympiads. Visualization. Teaching. Pre-service teacher training.

Abstract: The Olympiads of Mathematics acquired an important space in our country, above all, the kind of modality that allows the participation of large numbers of public school students, as in the case of the Brazilian Olympic Games of Mathematics of Public Schools (OBMEP). On the other hand, it is essential to provide, for a larger number of students (non-competitors), an expressive contact with a mathematical culture that usually reaches directly only to competing students and teachers officially involved with the Olympics. Thus, the present work presents the notion of Olympic Didactic Situation (SDO), which, through the assumptions of Theory of Educational Situations (TSD), allows a differentiated approach to Olympic Problems (POs), with a stated emphasis on visualization, provided by software GeoGebra. Therefore, the notion of (SDO) provides a perspective and a proposal for the dissemination and mediation of mathematical knowledge that seeks to disseminate a differentiated perspective for early mathematics teachers.

Introdução

O estilo, as características, o tipo particular de divulgação *standard* do conhecimento matemático, por intermédio e intensa veiculação nacional, característico das Olimpíadas de Matemática, de modo inconteste, proporciona e produz uma possibilidade diferenciada, tendo em vista envolver, atrair e "seduzir" jovens talentos e estudantes iniciantes ou estudantes mais amadurecidos, para um ambiente que, de modo prosaico, se constitui como um intenso torneio de competições, balizadas por uma atividade intelectiva dos competidores e que, cujo ápice, se desvela por intermédio de uma distinção social adquirida pela obtenção de medalhas ou outras formas de premiação, mediante o laureamento e o respaldo de sociedades científicas.

Ainda no contexto competitivo anterior, não podemos nos furtar de assinalar alguns aspectos que propugnamos atuarem como entraves, obstáculos e certos reducionismos na área. Com efeito, a quantidade de jovens que participam, anualmente, da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), indubitavelmente, revela índices importantes e indicadores educacionais alvissareiros e que, paulatinamente, tendem a tornar visível e identificável, cada vez mais, um reduzido grupo de estudantes competidores, em diversas regiões do nosso pais, que conseguem obter êxito progressivo nas fases gradativas dos níveis de complexidade crescente, ordinariamente exigidos nas provas oficiais da (OBMEP).

Por sua vez, Barbosa (2008) pontua, com detalhes, os esforços inicias na implantação de uma ação governamental que, de modo indissociável, envolveu a divulgação de um cultura matemática condicionada por aspectos primários que concorreram durante séculos, para a própria evolução, sistematização e a instalação da Matemática Ocidental, como nos costumamos a encontrar hoje, no seio das instituições de ensino. Barbosa (2008) aponta, na sequência, importantes aspectos à respeito da universalização do sistema, quando acrescenta:

> A aplicação universal da Olimpíada trouxe várias vantagens adicionais. O fato de que se pode identificar a prova de cada aluno propiciou que a olimpíada, neste caso, funcionasse como um sistema de avaliação da qualidade do ensino escola a escola, turma a turma. Permitiu também criar um processo de competição saudável entre as escolas. Estas vantagens associaram-se às já existentes em todas as olimpíadas que inclui a elevação da autoestima de professores, alunos e da comunidade escolar. (BARBOSA, 2008).

Por outro lado, um outro agente social extremamente importante no contexto dos parágrafos predecessores, constitui ser precisamente o professor de Matemática. A partir de uma perspectiva reducionista, a ação pedagógica do docente pode resvalar, em maior ou em menor substancia, para uma ação que tende apenas em distinguir, separar, "classificar" e ainda "selecionar" somente estudantes competidores, cuja aptidão e o interesse pelo estilo de competição se demonstra mais suscetível, em detrimento de um outro grupo de estudantes que, necessariamente, não participam diretamente de certames de competição e que não mantêm contato ou maior interesse com esta forma peculiar e particular do conhecimento matemático veiculado e endereçado para às Olimpíadas de Matemática (ALVES, 2010).

Não obstante, a atividade solucionadora de problemas em Matemática constitui o "fio de Ariadne" e uma motivação capital e original, produtora do conhecimento matemático há séculos. Dessa forma, a atividade solucionadora de Problemas Olímpicos (PO´s), abordados nas competições, em sua essência, envolve um viés intrínseco do conhecimento matemático que não pode ser apartado e distinguido da abordagem e uma transposição didática para a Matemática em situações ordinárias e de não competição oficial. Todavia, um outro aspecto pouco discutido na literatura recai sobre atividade elaboradora e produtora de problemas matemáticos, visando a promoção imprescindível do perfil investigativo de estudantes, a despeito de sua maior ou menor inclinação para participação em Olimpíadas. Perspectivamos, assim, que a atividade elaboradora e produtora de problemas matemáticos constitui, de modo indubitável, uma habilidade e competência que deve ser cultivada e fortemente estimulada no âmbito da formação inicial e continuada de professores de Matemática (ALVES, 2016).

Por conseguinte, os professores de Matemática que não atuam diretamente em círculos ou certames de competição não podem ser agentes inertes ou "consumidores passivos" de uma arraigada cultura de competição e, dessa forma, devem estimular e "seduzir" uma maior quantidade possível de estudantes, tendo como escopo uma construção coletiva e em grupo do conhecimento matemático mobilizado por intermédio de interações diretas com Problemas Olímpicos (POs) extraídos de certames oficiais, como no caso da (OBMEP).

Isso posto, nas seções vindouras, apresentaremos ao leitor a noção de Situação Didática Olímpicas (SDO) que, de modo simplificado, busca agregar uma perspectiva de transposição didática para os Problemas Olímpicos (POs), com o interesse de proporcionar a discussão de elementos que precisam ser efetivamente incorporados na prática do professor de Matemática em formação inicial acadêmica. Nesse sentido, daremos ênfase ao componente visual, perceptual e intuitivo para a interpretação de um conjunto de três (POs). Ademais, desde que assumimos uma necessária perspectiva de formação inicial de professores, tomaremos como fio condutor e pressupostos de investigação balizados por uma Engenharia Didática de 2ª geração ou Engenharia Didática de Formação (EDF), segundo um *design* metodológico mais atual e oriundo da vertente francesa da Didática da Matemática (DM).

Antes, porém, identificaremos e elegeremos os seguintes objetivos específicos: (a) descrever/introduzir a noção de Situação Didática Olímpica (SDOs); (b) apresentar um conjunto de três (SDOs) visando à formação inicial do professor de Matemática; (c) exemplificar o papel da visualização no contexto do ensino de Olimpíadas de Matemática.

Os objetivos acima indicados são agrupados no seguinte objetivo geral do trabalho: Descrever um conjunto de Situações Didáticas Olímpicas (SDOs), com ênfase na visualização e um interesse situado/endereçado na formação inicial de professores de Matemática, com origem em um conjunto de três Problemas Olímpicos (POs) oriundos de provas da (OBMEP).

Dessa forma, nas seções subsequentes, buscaremos demarcar uma perspectiva de investigação sistemática e um roteiro investigativo visando à formação inicial do professor. Todavia, se mostra imprescindível a adoção de pressupostos de um *design* de investigação com forte interesse pelos fenômenos do ensino e da aprendizagem. Demostraremos que a noção de Engenharia Didática de Formação (EDF) possibilita o alcance de nossos objetivos, entretanto, sublinharemos o caráter imprescindível de sua compreensão e adequada adaptação ao contexto brasileiro. Logo em seguida, veremos que a Teoria das Situações Didáticas (TSD) admite pressupostos imprescindíveis para a nova noção que ensejamos introduzir no trabalho.

Sobre a Engenharia Didática (ED)

De modo pouco refletido e cuidadoso, adotamos um quadro de referências teóricas originados da vertente francesa de Didática da Matemática que, a partir dos anos 90, desenvolveu grande influência nas pesquisas desenvolvidas aqui no Brasil. De forma geral, podemos registrar uma predileção por um quadro multiteórico, envolvendo a adoção de duas ou mais teorias, visando constituir um itinerário de investigação, cujo interesse se direciona para os fenômenos de ensino e aprendizagem em Matemática, em seus vários níveis.

Não obstante, desde que declaramos um interesse pela formação inicial de professores de Matemática, urge a adoção de uma perspectiva de investigação com forte impregnação e interesse na formação e na construção de conhecimentos didáticos e metodológicos. Assim, devemos resgatar, por intermédio de uma pequena digressão, a origem histórica sobre a noção complexa de Engenharia, como termo eminentemente incorporado por uma cultura europeia do pós segunda Guerra Mundial, e que se notabilizou, *a posteriori*, no território francês.

Assumimos uma perspectiva, no presente trabalho, sobre uma compreensão não reducionista para a noção (francófona) de Engenharia que, no contexto europeu, pode ser constatada a partir de três origens (ARDOUIN, 2013). De origem francesa, proveniente do termo mais antigo "*genie*", do século XIII, que toma suas raízes no contexto militar. Do latim, cujo termo "*ingenium*", sob a influência de filósofos dos séculos XVII e XVIII, com acepções vinculadas ao conhecimento (*connaissance*). E, finalmente, o emprego do termo anglo-saxão do século XVIII "*engineering*" que corresponde à Ciência do engenheiro.

Como decorrência das influências supracitadas e comentadas por Ardouin (2013), constatamos a emergência a constituição de terminologias que denominamos espécies de categorias da noção de Engenharia. Assim, podemos falar sobre a noção de Engenharia Social, Engenharia Pedagógica, Engenharia Financeira, Engenharia de Formação e, por fim, as terminologias que adquiriram maior representatividade para a (DM), a saber: Engenharia Didática clássica ou de 1ª geração (ED) e Engenharia Didática de Formação (EDF).

Em outro contexto, Ardouin (2013) explica que a Engenharia de Formação foi gradualmente imposta e estruturada em quatro etapas, sucessivas e iterativas, em um esforço para levar em conta o ambiente, a saber: 1. Analisar; 2. Projetar; 3. Implementar e, finalmente, 4. Avaliar. Além deste itinerário de planejamento-regulação, a noção de Engenharia também se diversificou para atender às necessidades laborais de indivíduos, organizações, trabalho e aprendizado, levando-se a falar em Engenharia de profissionalização ou plano de treinamento, Engenharia de habilidades individuais e, ainda, a Engenharia de habilidades coletivas.

Indiscutivelmente, observamos um papel socialmente valorizado da função do engenheiro, sobretudo, em um cenário de europa pós guerra. Hebrard (2011) acrescenta que, segundo a lingua francesa, a proximidade sonora entre as palavras "*génie*", "*génial*" e "*ingénieux*" conferem uma conotação social positiva para quem exerce tal atividade. Ademais, "demarcamos, entretanto, que o termo indicado para designar uma atividade e concepção de ação ou de dispositivos de formação é, sobretudo, um *design*" (HEBRARD, 2011, p. 110).

Nesse sentido, Hebrard (2011) exclarece que;

> O que esquecemos frequentemente, é como o *engineer* (*l'ingénieur*), que deriva do termo *engine* que significa motor ou máquina à vapor. O inglês havia emprestado o termo *engineer* do antigo francês, de onde um *engin* é, primariamente, uma máquina de guerra, mesmo antes de designar toda sorte de máquinas ou instrumentos. [...] Mas, a partir da complexa história dessa palavra, podemos lembrar que a passagem pelo inglês deu à Engenharia uma conotação técnica, o engenheiro também é o mecânico, aquele que mantém e opera uma máquina. [...]. (HEBRARD, 2011, p. 110)

Hebrard (2011) assinala o importante trabalho pioneiro publicado em 1985, institulado "*L'ingénierie du développement des ressources humaines*" e que demarca uma discussão entre uma cultura humanista e, por outro lado, uma concepção fundamentada na abordagem de um engenheiro. Segundo Hebrard (2011), Guy Le Boterf faz referência, de forma clara, a um princípio de engenharia para a formação de recursos humanos, nominada ainda por "Engenharia educativa" (*Ingénierie éducative*). Hebrard (2011, p. 111) relata que G. Le Boterf explica a emergência expressiva da noção de Engenharia ao decurso dos anos 60, a partir de um sistema de cooperação entre as antigas colônias e um sistema de formação profissional, imprescidível para a implantação de um parque industrial no cenário europeu.

Diante deste cenário, cuja cultura eminentemente européia não podemos negligenciar, a partir da identificação de elementos condicionadores à respeito de um pragmatismo que que repercutiu na formação de professores franceses e, de modo particular, professores de Matemática, adquirimos um ponto de vista substancial, ampliado e adequado sobre a noção de Engenharia. A evolução da polissêmica noção de Engenharia no continente europeu e, algum tempo depois, sua "aplicação" e repercussão para a Didática da Matemática (ARTIGUE, 2012; 2013), se relaciona a um pensamento e um pragmatismo que requer o devido cuidado e zelo, no caso em que visamos o ensino e a formação de professores no Brasil.

Logo em seguida, na medida em que objetivamos o ensino de Matemática, delinearemos um itinerário para seu emprego visando aplicação da noção de Engenharia ao ensino de Matemática situado em um cenário cultural de competição intelectual das Olimpíadas, com interesse na atividade do professor (ALVES; CATARINO, 2019).

Engenharia Didática de 2ª geração ou Engenharia Didática de Formação (EDF)

Um processo natural de refundação e rediscussão de determinados interesses para a (DM) ocorreu, na medida em que, paulatinamente, a atividade do professor foi considerada e rediscutido o seu papel especial para o desenvolvimento de Engenharias Didáticas (ED)[1] desenvolvidas na França e endereçadas ao campo da Matemática (ARTIGUE, 2012; 2013), como também em outras áreas. Perrin-Glorian (2004) indica uma mudança de perspectiva necessária visando, também, uma melhor compreensão do papel do professor e os determinantes e os obstáculos em sala de aula, como apreciamos logo em seguida.

> Gostaria de dizer que a pesquisa em didática deve levar em consideração a questão da formação de professores e, a montante, o estudo do papel do professor no ensino de matemática e práticas dos professores. Começou a fazer isso e a pesquisa nessa área vem se desenvolvendo muito nos últimos dez anos. A partir do final dos anos 80 e início dos anos 90, as dificuldades de transmissão da Engenharia Didática e as necessidades da formação levam a didática a deixar um pouco mais de espaço para o professor em seus objetos de estudo, descartando a tentação primeira a tomar o seu lugar. O objetivo da pesquisa científica é a produção de conhecimento, não a modificação do sistema. No entanto, para que a pesquisa didática seja útil aos professores e, em última análise, influencie a formação de professores, é necessário primeiro compreender melhor os determinantes da ação do professor em sala de aula. (PERRIN-GLORIAN, 2004, p. 74-75).

Observamos que, para um segundo nível de uma (ED), “o objetivo é o estudo da adaptabilidade de situações validadas a partir de classes ordinárias com professores que não foram envolvidas na primeira fase” (ARTIGUE, 2014, p. 493), todavia, se podem acentuar ainda o interesse imprescindível pela elucidação de conteúdos matemáticos e as organizações possíveis para tais conteúdos, agregado ao interesse de possíveis dificuldades dos estudantes para a aprendizagem de tais conteúdos (PERRIN-GLORIAN; BELLEMAIN, 2016, p. 38).

Neste ponto, com origem em um pensamento de Perrrin-Glorian e Bellemain (2016), se vislumbra um movimento dialético distinguido, na medida em que se revela um interesse pela negociação e a introdução de situações didáticas profissionais (SDP) (ALVES, 2018) aos professores e, no segundo nível, são tomados como objeto de estudo, acrescido do próprio impacto de uma (EDF) e suas consequências de investigação, visando à formação dessa classe

[1] Boterf (1985) assinalou uma cultura europeia fundamentada e relativizada com a abordagem do engenheiro. O mesmo foi o primeiro autor a empregar o termo Engenharia Educativa (*ingénierie éducative*), que se manifestou ao longo dos anos 60. Tais engenharias afirmaram uma preocupação metodológica em um contexto de formação geral e requerem uma distinção e da repercussão posterior do desenvolvimento de Engenharias Didáticas endereçadas para a aprendizagem em Matemática e na (DM).

de profissionais e que pode ser compreendida ainda por intermédio do esquema proposto por Tempier (2013, p. 187): $pesquisa \rightarrow engenharia \rightarrow desenvolvimento \rightarrow ensino$.

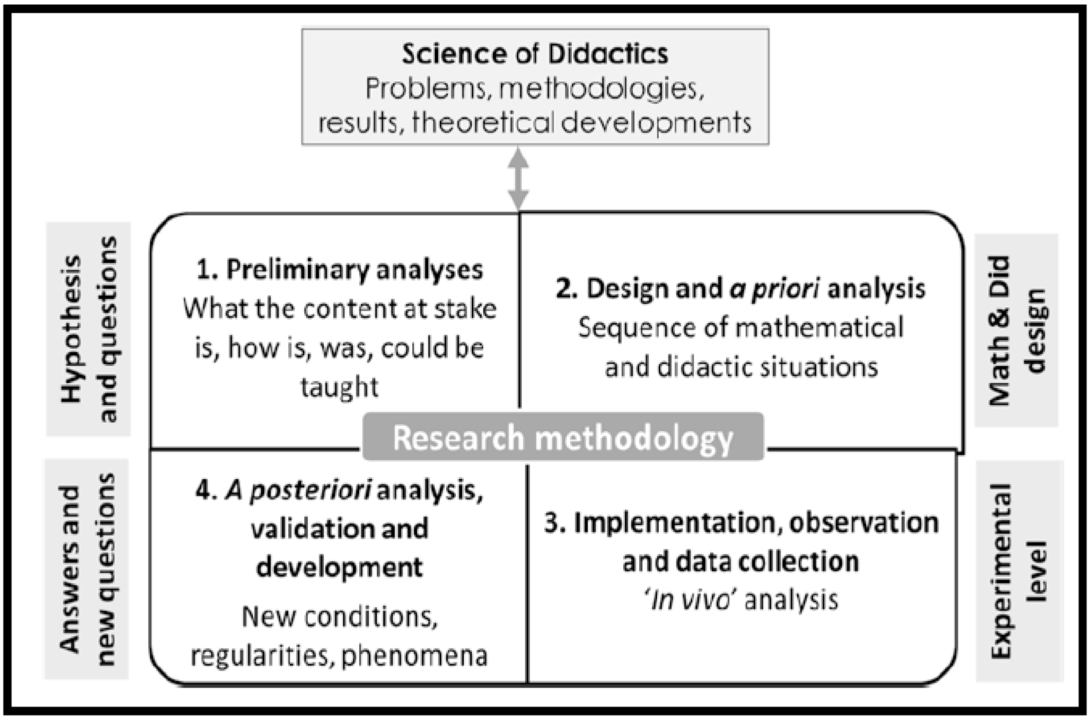


Figura 1 – Barquero e Bosch (2015, p. 252) descrevem as fases de uma Engenharia Didática (ED)
Fonte: Barquero e Bosch (2015)

Ademais, na figura 1, logo acima, apreciamos um esquema de investigação adotado por Bachero e Bosch (2015) em que descrevem o uso da noção de Engenharia de Formação visando a formação de recursos humanos na Espanha. As autoras configuram um cenário europeu de utilização da noção de (EDF) empregada na formação de professores de Matemática. No Quadro 1 fornecemos ao leitor um quadro comparativo envolvendo os elementos e fazes previstas por uma Engenharia Didática Clássica e uma (EDF). Observamos as adaptações necessárias para o um itinerário desenvolvido no âmbito da formação de professores de Matemática visando a mediação, em nosso caso, no ensino de Olimpíadas.

Quadro 1 - Disposição comparativa entre as fazes e interesses de cada etapa de uma Engenharia Didática

	Engenharia Didática Clássica ou de 1ª geração	**Engenharia Didática de Formação (EDF)**
Análise preliminar	Análise epistemológica dos conteúdos contemplados no ensino. Análise do ensino atual e seus efeitos. Análise da concepção dos estudantes, das dificuldades e obstáculos que determinam sua evolução. Análise do campo didático e suas restrições. (ARTIGUE, 1995, p. 38)	**Pesquisa:** Demarcar o cenário de atuação profissional, um conjunto de unidades de trabalhos e situações profissionais características de atuação do professor de Matemática. A identificação de obstáculos profissionais que atual no sentido contrário e dificultam a execução de tarefas do professor de Matemática no contexto das Olimpíadas de Matemática.
Análise *a priori*	Uma análise epistemológica do conteúdo em jogo, geralmente incluindo uma parte histórica. Essa análise ajuda os pesquisadores a fixar os objetivos precisos do DE e a identificar possíveis obstáculos epistemológicos a serem enfrentados. Também apóia a busca de situações matemáticas representativas do conhecimento visado, o que a teoria das situações didáticas chama de situações fundamentais. São situações problemáticas para as quais o conhecimento é necessário ou, em certo sentido, ideal. A análise epistemológica ajuda os pesquisadores a tomar a posição reflexiva e a distância necessárias em relação ao mundo educacional em que estão inseridas e a construir um ponto de referência. (ARTIGUE, 2015, p. 472)	**Concepção:** Elaboração de um itinerário de aprendizagem profissional e dos saberes profissionais necessários mobilizados em um conjunto de situações características da atividade profissional do professor. "Na Engenharia Didática para o desenvolvimento, a natureza da parceria professor/pesquisador varia de acordo com as questões de pesquisa. Primeiro de tudo, é necessário a colaboração entre pesquisadores e alguns professores para projetar versões iniciais do recurso. Em segundo lugar, para estudar a disseminação do recurso no ensino comum, é necessário desenvolver experimentos para os quais os professores não façam parte da equipe de pesquisa. Essa fase levanta novas questões que podem levar os pesquisadores a colaborar mais estreitamente, para que eles possam desenvolver soluções baseadas nas práticas dos professores" (TEMPIER, 2016, p. 274).
Experimentação	Durante a fase de realização, os dados são coletados para a análise a posteriori. A natureza dos dados coletados depende dos objetivos precisos do DE, das hipóteses postas à prova nele e das conjecturas feitas na análise a priori. No entanto, é dada especial atenção à coleta de dados que permite ao pesquisador entender a interação dos alunos com o meio e até que ponto essa interação apóia sua passagem autônoma das estratégias iniciais para as estratégias visadas e analisar os processos de desconcentração e institucionalização. (ARTIGUE, 2015, p. 474).	**Exploração:** Implementação de um conjunto de atividades (Problemas Olímpicos) potencialmente ricas para a reflexão da atuação e mediação do professor de Matemática. Reflexão sobre os elementos que atuam como entraves para o desenvolvimento da atividade e execução das tarefas em cada situação didática proposta para cada Situação Didática Olímpica (SDP) objetivando o ensino de Olimpíadas de Matemática.
Análise *a posteriori*	Segue então a análise a posteriori que se apoia "no conjunto de dados recolhidos durante a experimentação." (ALMOULOUD, 2007, p. 176). Na experimentação, consideramos	**Produção:** Ajuste e constituição de um conjunto de situações que funcionam como recurso didático para um professor ou um grupo de professores. Definição de um repertório de conhecimentos originados na prática e que devem

	observações realizadas sobre as sessões de ensino as produções escritas em sala de aula e a fala durante entrevistas individuais.	consubstanciar e referenciar a construção de recursos pedagógicos para os professores em formação inicial visando com contexto das Olimpíadas de Matemática.

Fonte: Elaboração do autor.

Na seção atual demarcamos o *design* de investigação assumido para a pesquisa, visando as escolhas adequadas para a evolução do estudo. Ademais, admitiremos o caráter de imprescindibilidade para a compreensão das formas dialéticas de manifestação do conhecimento matemático visado a partir de uma mediação ou transposição didática (CHEVALLARD, 1991). Por conseguinte, na seção vindoura, indicaremos os pressupostos eminentemente teóricos e necessários para a incorporação de uma metodologia de ensino, objetivando o contexto das Olimpíadas de Matemática. Cabe observar o viés de inexistência de trabalhos e estudos endereçados aos fenômenos de ensino e de aprendizagem no cenário de competições em Matemática e o entendimento do processo de competência do professor (ALVES; CATARINO, 2019).

Situação Didática Olímpica (SDO) e a Teoria das Situações Didáticas (TSD)

Em sua tese de doutorado intitulada *Théorisation des phénomènes d´Enseignement des Mathématiques*, Brousseau (1986a; 1986b; 1997; 2020), exalta, acentua e indica uma perspectiva para o ensino que não podemos olvidar. Com efeito, o mesmo explica que:

> A concepção moderna de ensino vai demandar o professor de provocar em seus estudantes as adaptações desejáveis, por meio de uma escolha judiciosa, dos problemas que o mesmo propõe. Tais problemas, escolhidos para que os estudantes possam lhes aceitar, devem fazê-los agir, falar, refletir e evoluir em seu próprio movimento. Entre o momento em que o estudante aceita o problema como seu e, a partir do mesmo, produz sua resposta, o professor se recusa a intervir como agente produtor de conhecimento que o mesmo deseja fazer aparecer. O estudante sabe, muito bem, que o problema foi escolhido para fazê-lo adquirir um conhecimento novo, mas, ele deve saber, ainda, que esse conhecimento é inteiramente justificado por uma lógica interna da situação e que o mesmo poderá construí-la sem apelar para razões didáticas. (BROUSSEAU, 1986a, p. 297)

A dialética indicada acima exige um expediente pormenorizado e cuidadoso de atenção e análise, na medida em que temos o interesse de perspectivar e compreender a ação do professor mediada e apoiada por fundamentos que consubstanciam e revelam a adoção de uma metodologia ou um itinerário de ensino para Matemática. Brousseau (1997) adota uma perspectiva metafórica da atividade do estudante, diante da atividade solucionadora de problemas, considerando uma metáfora recorrente do “jogo”. Para tanto, comenta que:

> Os conhecimentos dos jogadores se manifestam nas estratégias, como meios de ganhar algumas partidas ou melhorar os resultados. Uma decisão do jogador poderá ser interpretada por um observador: como o resultado de uma estratégia anterior, mesmo que tenha sido apreendida espontaneamente, ou que tenha sido ensinada ao jogador; ou como uma improvisação nova, que seja ao acaso, que seja resultante de

> uma reflexão ou de informação exterior, contemporânea à sua decisão. (BROUSSEAU, 1997, p. 314).

Acima, registramos um ponto de vista importante que, a despeito de tomar como referência os conhecimentos matemáticos nas séries bastante iniciais, cenário considerado em sua tese de doutorado, quase todos elementos apontados acima podem repercutir, de modo natural, no contexto de investigação de Problemas Olímpicos. Assim, assumiremos o seguinte axioma.

Axioma 1: Para todo conhecimento, é possível construir ao menos um jogo formal, comunicável e sem utilizar tal conhecimento. E, relativamente ao qual, ele determina uma estratégia optimal. (BROUSSEAU, 1997, p. 314).

Ora, a partir do axioma 1, depreendemos que, para toda situação problema proposta, o professor poderá comunicar aos jogadores (estudantes), uma tarefa que deve ser assumida pelos mesmos (devolução) e, sempre poderão determinar/identificar uma estratégia mais exitosa possível. Vale observar que, na cultura francesa, ocorre a distinção entre a natureza e função do conhecimento (*connaissance*) e do saber matemático (*savoir*). De fato, para fins didáticos e metodológicos, Brousseau (1997) ainda acrescenta características importantes:

> A propósito de uma mesma noção matemática, podemos, então, visar uma família de situações aonde tal noção funciona como conhecimento (situação de ação). Uma família de situações aonde ela figura como saber matemático (por exemplo, situação de validação). Uma família de situações aonde surge a identificação de uma necessidade dos conhecimentos e a possibilidade de satisfazê-la por intermédio da comunicação do saber correspondente. (BROUSSEAU, 1997, p. 314).

Por conseguinte, urge o entendimento, por parte do professor, como elaborador e construtor de situações problema, cujo conhecimento matemático adquire e assume um caráter duplo. Como observamos no excerto anterior, na situação da ação, o conhecimento funciona e desempenha o papel como um instrumento, um constructo técnico com o fim na resolução de problemas específicos. Mas, no caso de uma situação de validação, por exemplo, o próprio *status* do saber é objetivado. Entra em cena, pois, o interesse pelo próprio saber matemático empregado/mobilizado em situação, perspectivado agora como um objeto teórico-conceitual, constituinte de um conhecimento científico mais amplo. Todavia, o exame de análise e de apreciação minuciosa do professor de Matemática necessita dessa flexibilidade de mudança de perspectiva e, desse modo, provocar as modificações esperadas nos estudantes.

Um exemplo de modelização ou simplificação do jogo dialético anterior se encontra resumido por Douady (1984). De fato, Doaudy (1984, p. 6) comentou e discutiu uma trajetória ou percurso capaz de organizar e discriminar as mudanças dialéticas provocadas pelos estudantes, pelo meio e a partir da ação professor, de um modo produtivo, quando descreveu três formas dialéticas diferentes, tomando como referência a ação do professor, a saber:

> Situação de ação: O aluno é confrontado com uma situação que produz um problema. Na busca pela solução, ele produz ações que podem levar à criação de um conhecimento na ação. Ele pode, mais ou menos, explicitar ou validar suas ações, todavia, a situação não exige.
> Situação de formulação: As condições diferentes possibilitam uma mudança de informações e a criação de uma linguagem para assegurar a mudança. Na situação de formulação, o estudante poderá justificar suas proposições, mas, a situação não exige.
> Situação de validação: As mudanças não concernem somente mais simplesmente com as informações, mas, as declarações. É necessário provar o que foi afirmado, por intermédio da ação. É o objetivo de uma situação de validação.

Antes de discutir a última fase dialética, cabem algumas considerações recentes de Margolinas e Drijvers (2015), quando explicam um importante e inescapável movimento de transformações/modificações sofridas pelo conhecimento matemático.

> Durante a construção social da Matemática, o conhecimento é formulado, formalizado e escrito. A utilidade inicial que foi o significado de uma situação específica se generaliza e se torna menos explicito ou mesmo escondido, um conhecimento matemático se torna um tipo de conhecimento formal. Este processo de institucionalização não pode ser evitado; e o mesmo servirá para fortalecer e simplificar o conhecimento matemático original, que é um aspecto da transposição didática (CHEVALLARD, 1985). O processo que conecta conhecimento em situação (*connaissance*) e o conhecimento institucional (*savoir*), trabalham em ambas as direções. (MARGOLINAS; DRIJVERS, 2015, p. 899).

Dessa forma, a partir das explicações de um movimento dinâmico ou conjunto de transformações qualitativas finais que devem incidir sobre o conhecimento matemático, teremos, finalmente, a situação de última de institucionalização que é caracterizada por:

> É uma situação em que se desvenda a passagem de um conhecimento e seu papel de resolução para a ação, de formulação e de prova, para um novo papel, como de referências para realizações futuras, pessoais e coletivas. [...] A institucionalização comporta, portanto, uma mudança de convenção entre os atores, um conhecimento (justificado ou não) de sua validade e da utilidade de um conhecimento e modificação de um conhecimento. (BROUSSEAU, 2010, p. 11).

Na figura 2, acentuamos o diagrama proposto por Margolinas (2015), sobre o processo de institucionalização de conhecimentos matemáticos. O diagrama mostra um percurso que não pode ser desconsiderado na atividade do professor (ALVES; CATARINO, 2019).

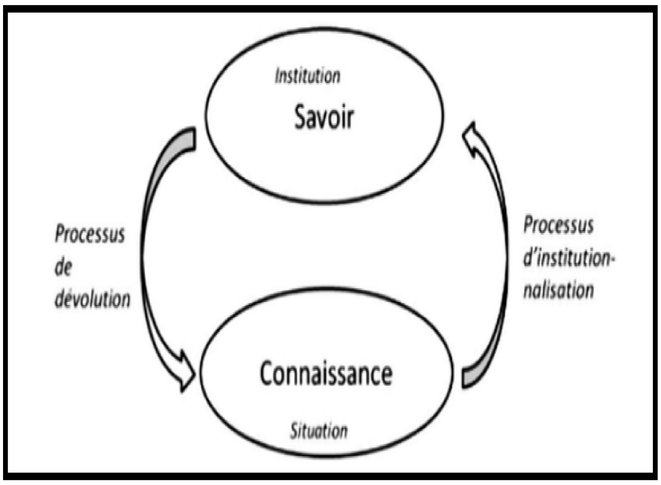


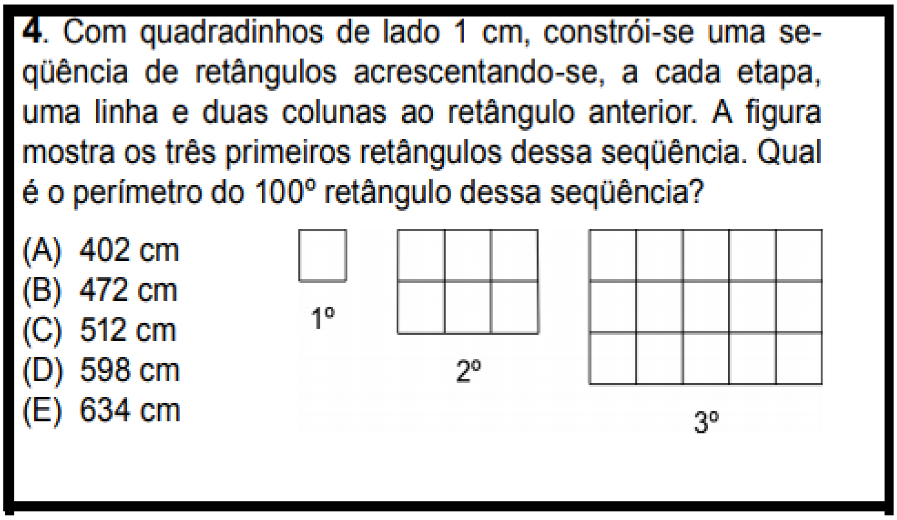
Figura 2 – Conjunto de transformações envolvendo o saber matemático e o conhecimento matemático
Fonte: Margolinas (2015, p. 34)

Indubitavelmente, não ensejamos discutir pormenorizadamente todos os fundamentos ampliados da (TSD) (BROUSSEAU, 1986a; 1986b; 2011). Por outro lado, os elementos anteriores indicados incorrem em uma repercussão imediata visando a ação e o aperfeiçoamento do papel do professor de Matemática, sobretudo, aos momentos dialéticos de abordagem de um determinado assunto matemático, bem como o caráter assumido de sua apresentação que, aqui, buscamos acentuar no âmbito da atividade solucionadora de Problemas Olímpicos (PO´s) por parte do estudante, e da atividade elaboradora e construtora de Problemas Olímpicos. Por conseguinte, visando extrair uma compreensão do ensino de Olimpíadas amparado pelos fundamentos de uma metodologia de ensino, na seção subsequente, definiremos, com certo teor de ineditismo, a noção de Situação Didática Olímpica (SDO).

Visualização de Situações Didáticas Olímpicas com *software GeoGebra*

Nesta seção, apresentaremos três Problemas Olímpicos que foram extraídos dos exames da (OBMEP) e são endereçados, de modo restritivo, aos alunos competidores. Logo em seguida, discutiremos as possibilidades de construir três Situações Didáticas Olímpicas (SDOs) que envolvam, no nosso caso, enfatizar o uso do *software GeoGebra* e a visualização como elementos imprescindível para o processo de investigação dos estudantes.

Na figura 3 apresentamos o Problema Olímpico 1. Podemos observar a estruturação de enunciado que se apoia em uma configuração estática e que, cuja intenção, busca estimular a gênese de relações numéricas a partir das configurações geométricas quadrangulares.


4. Com quadradinhos de lado 1 cm, constrói-se uma seqüência de retângulos acrescentando-se, a cada etapa, uma linha e duas colunas ao retângulo anterior. A figura mostra os três primeiros retângulos dessa seqüência. Qual é o perímetro do 100º retângulo dessa seqüência?

(A) 402 cm
(B) 472 cm
(C) 512 cm
(D) 598 cm
(E) 634 cm

Figura 3 – Problema Olímpico 1 presente na OBMEP (2008, nível 3)
Fonte: Provas da OBMEP (2008, nível 3)

Na figura 4 apresentamos o Problema Olímpico 2. Neste caso, podemos observar uma mudança de configuração que remete ao conceito de figuras pentagonais. Podemos assinalar um interesse pelo pensamento indutivo expresso pelo candidato (estudante competidor).

14. Abaixo temos três figuras pentagonais: a primeira com 5 pontos, a segunda com 12 pontos e a terceira com 22 pontos. Continuando esse processo de construção, a vigésima figura pentagonal terá 651 pontos. Quantos pontos terá a vigésima primeira figura?

A) 656
B) 695
C) 715
D) 756
E) 769

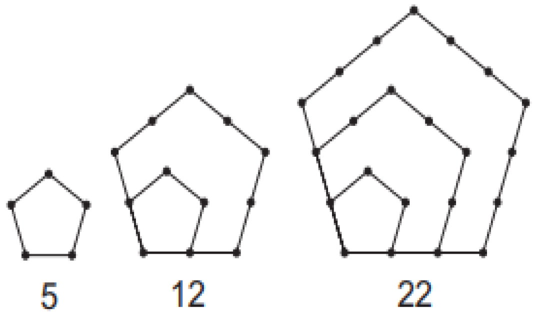


Figura 4 – Problema Olímpico 2, presente na OBMEP (2015, nível 3)
Fonte: Provas da OBMEP (2015, nível 3)

Na figura 5 apresentamos o Problema Olímpico 3. Neste caso, podemos observar uma mudança de configuração que remete ao conceito de figuras triangulares. Podemos assinalar, de forma similar, um interesse pelo pensamento indutivo do candidato (estudante).

9. Renata montou uma sequência de triângulos com palitos de fósforo, seguindo o padrão indicado na figura. Um desses triângulos foi construído com 135 palitos de fósforo. Quantos palitos formam o lado desse triângulo?

A) 6
B) 7
C) 8
D) 9
E) 10

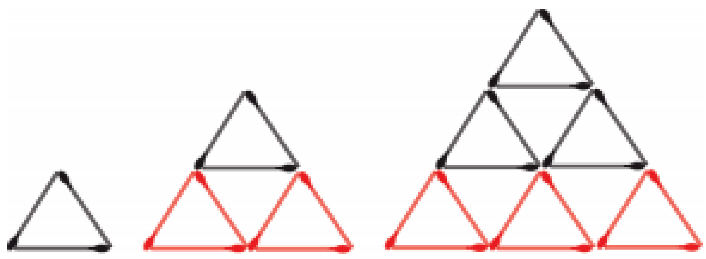


Figura 5 – Problema Olímpico 3, presente na OBMEP (20012, nível 2)
Fonte: Provas da OBMEP (20012, nível 2)

Doravante apresentaremos um conjunto de três (SDOs) correspondentes para cada (PO) supracitados. Assinalamos um itinerário de mediação e de uma transposição didática (CHEVALLARD, 1991) completamente distinto e diferenciado de um cenário oficial de competição. Nos casos que discutiremos o componente de discussão dialógica e em prevendo a participação de um grupo dos estudantes. Aqui, a capacidade de atrair e motivar o interesse dos estudantes, por parte do professor, se mostra fundamental para a noção de (SDO).

Situação Didática Olímpica 1 (SDO1). De acordo com a definição e equação característica $SDO1 = PO1 + TSD$, indicamos o Problema Olímpico discriminado pela figura 3. E, para a descrição dos elementos estruturantes para a (TSD), descreveremos as situações de ação, formulação, validação e de institucionalização correspondentes.

Situação de ação: Na fase preliminar, o professor deverá estimular os estudantes engajados em um processo investigativo em grupo. A confrontação com os dados geométricos e numéricos apresentados de forma estática, no enunciado do PO1 (ver figura 3) devem ser confrontados com novos dados numéricos e geométricos identificados na construção que divisamos na figura abaixo. Nesse problema, esperamos que o aluno perceba (com o amparo do software), inicialmente, que as alturas dos retângulos irão, no decorrer de cada etapa, aumentar 1 cm, visto que no primeiro retângulo a altura mede 1 cm, no segundo, 2 cm e no terceiro, 3 cm, já que os lados de cada quadradinho que compõe os retângulos medem 1 cm. Assim, o aluno poderá inferir que o 50º retângulo da sequência terá 50 cm de altura.

Nas figuras 6 e 7 exibimos um cenário de aprendizagem que pode ser explorada pelo professor de Matemática, segundo representações 2D e 3D. Os elementos de ordem numérica podem ser extraídos diretamente da manipulação dinâmica do programa, confrontando com os dados estáticos registrados (e exibidos) no Problema Olímpico (PO1) original (ver figura 3).

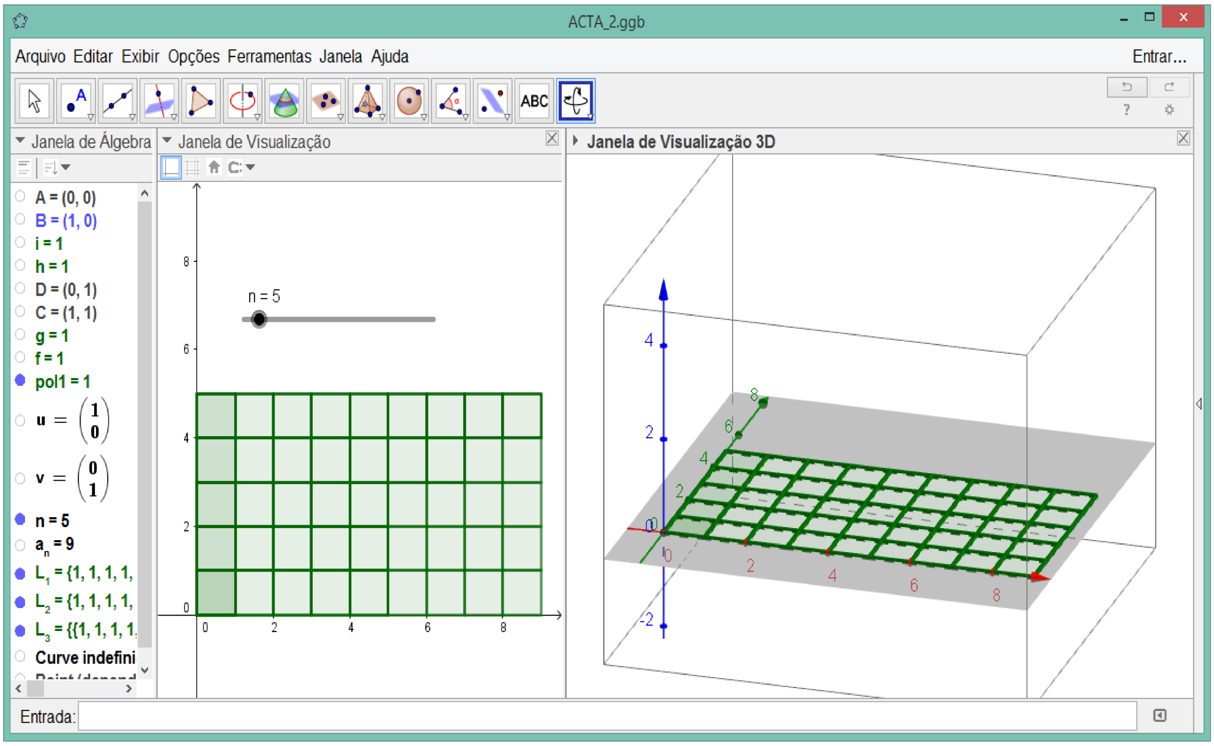


Figura 6 – Visualização 2D/3D proporcionada pelo *software Geogebra* correspondente ao Problema Olímpico 1
Fonte: Elaboração do autor.

Com origem no modelo computacional, os estudantes deparam um ampliado cenário de possibilidades de exploração das construções desenvolvidas com o *software GeoGebra*. Nas figuras 6 e 7 os estudantes podem visualização a variação de parâmetros numéricos e geométricos, de forma dinâmica, com o recurso no *software GeoGebra*.

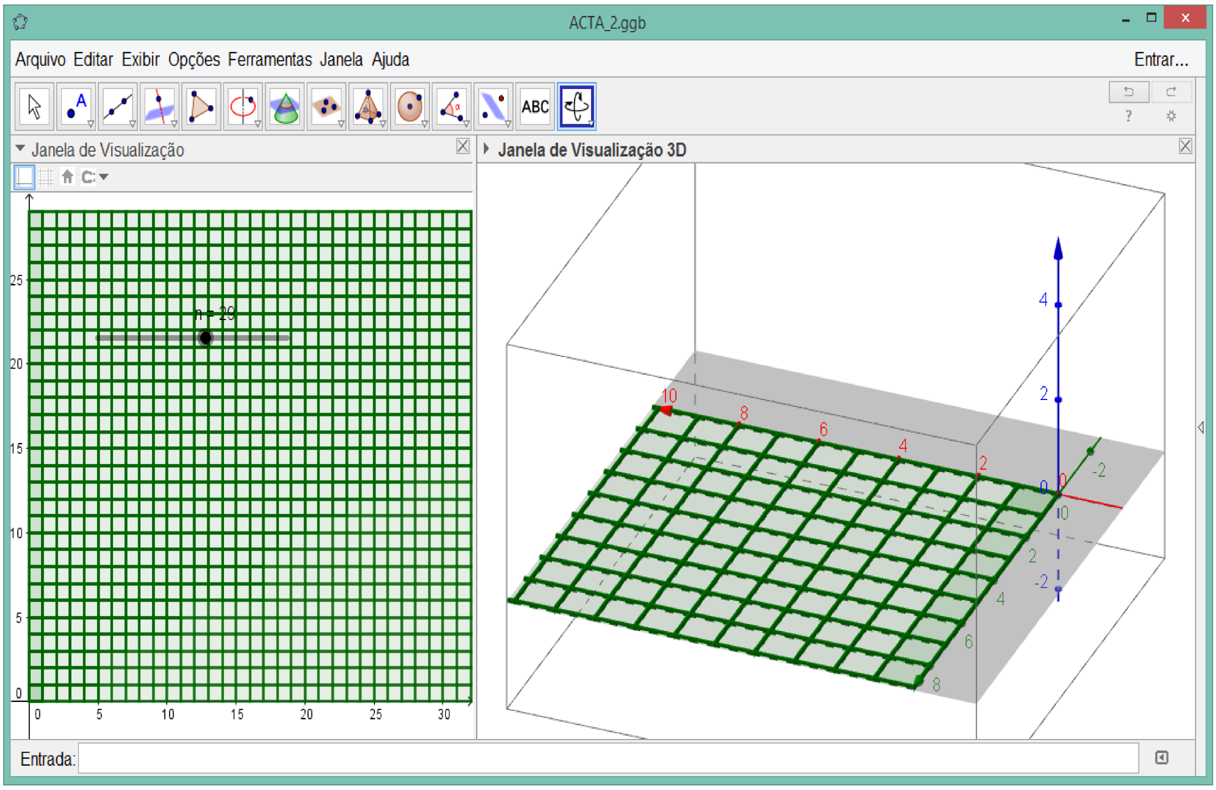


Figura 7 – Visualização 2D/3D proporcionada pelo *software Geogebra* correspondente ao Problema Olímpico 1
Fonte: Elaboração do autor.

Situação de formulação: De acordo com Almouloud (2007, p. 38), nessa fase "o aluno troca informações com uma ou várias pessoas, que serão os emissores e receptores, trocando mensagens escritas ou orais". Assim, com essa troca de informações o aluno poderá chegar à conclusão de que como a sequência prevalecerá para o enésimo retângulo, essa diferença será a razão de uma progressão aritmética. Ainda segundo o autor, "essa dialética permite criar um modelo explícito que pode ser formulado com sinais e regras comuns, já conhecidas ou novas" (ALMOULOUD, 2007, p. 38). Daí o aluno deverá estabelecer um modelo, através do qual, seja possível calcular a medida da base de qualquer figura que esteja nessa sequência, para depois calcular o perímetro do 50º retângulo. Utilizando seus conhecimentos prévios sobre progressão aritmética e seu termo geral, podem desenvolver um estudo exploratório e verificar os valores numéricos que exibimos na Tabela I.

Tabela I: Conjunto de valores explorados a partir das construções com o *software GeoGebra*.

n	$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$	n	$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$
1	1	10	19
2	3	11	21
3	5	12	23
4	7	13	25
5	9	14	27
6	11	15	39
7	13	16	31
8	15	17	33
9	17	18	35

Fonte: Elaboração do autor.

Situação de validação: Na fase presente, o professor deverá estimular a atividade dos estudantes no sentido de encontrar uma fórmula capaz de produzir inferências e os correspondentes valores numéricos, para todo índice ‘n’ natural. Assim, se espera que encontrar/determinar a seguinte regra $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$. Recordamos que, diferentemente da etapa anterior, mostra-se necessário “provar o que foi afirmado na fase anterior” (ARTIGUE, 1984, p. 7 – 8). Por conseguinte, o professor deverá estimular a atividade de provas e demonstrações com origem nos dados coligidos da investigação na etapa anterior, confrontando-os com o ambiente computacional e suas potencialidades.

Situação de institucionalização: Na figura abaixo, exibimos a possibilidade de explorar as três janelas de visualização do *software GeoGebra*. Na fase dialética final, se mostra imprescindível uma confrontação do modelo computacional com o modelo matemático subjacente ao Problema Olímpico 1. Na fase atual, o estatuto oficial dos conhecimentos matemáticos que devem ser incorporados ao patrimônio cultural dos estudantes deve ser priorizado. Na janela do lado esquerdo, os estudantes devem compreender que o (PO1), a despeito de sua representação geométrica, se mostra condicionado por um fenômeno de crescimento linear, aliado ao modelo de raciocínio indutivo.

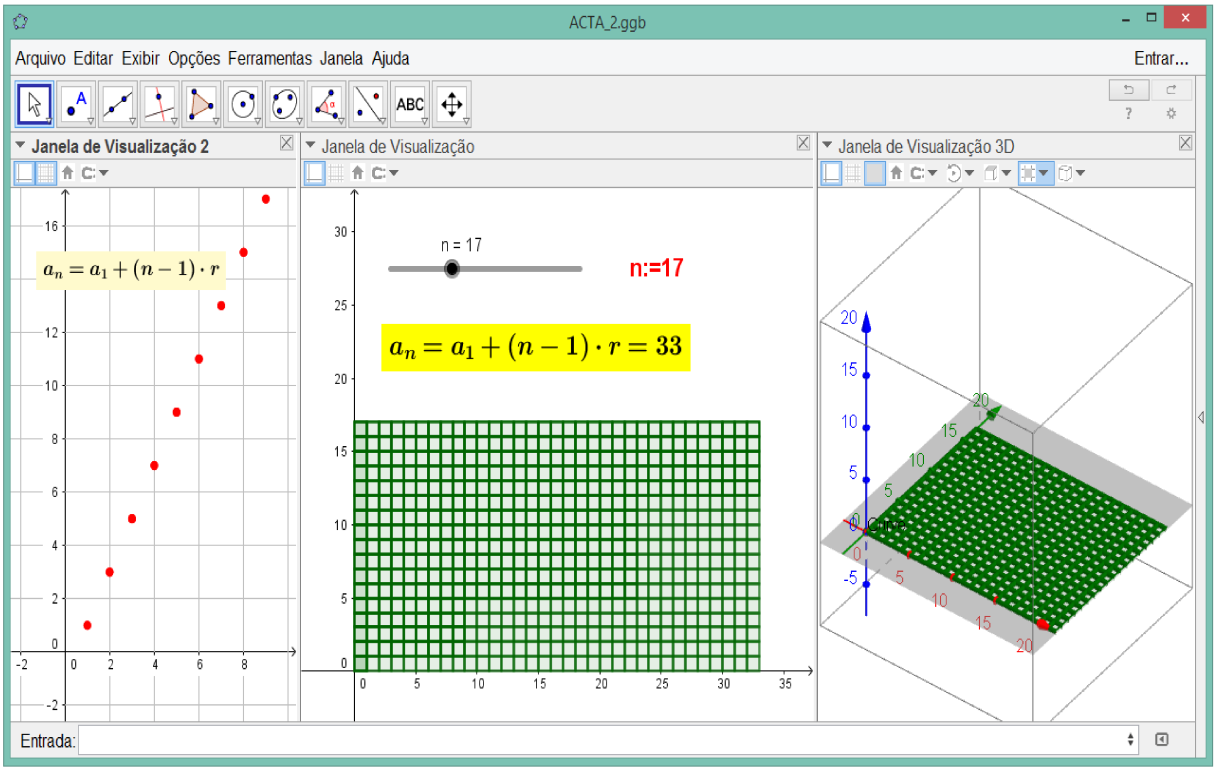


Figura 8 – Visualização 2D/3D proporcionada pelo software GeoGebra correspondente ao Problema Olímpico 1
Fonte: Elaboração do autor.

Situação Didática Olímpica 2 (SDO2). De acordo com a definição e equação característica $SDO2 = PO2 + TSD$, indicamos o Problema Olímpico discriminado pela figura 4. Mais uma vez, correspondente ao componente derivado da (TSD), vejamos as quatro fazes.

Situação de ação: Na fase atual, vale recordar um momento de relativo antagonismo a ser enfrentado pelo expert na situação de devolução (BROUSSEAU, 1988). De fato, Margolinas (1995, p. 342) recorda que as ações envolvendo a "devolução", designam "as ações do professor que visa encarregar os estudantes com responsabilidade de elaboração de estratégias de resolução para situações dadas".

Situação de formulação: Neste ponto, os alunos devem ser encorajados a produzir um conjunto de conjecturas derivadas de inferências e manipulação desenvolvidas diretamente no software. Vamos considerar o comportamento numérico de alguns casos particulares. Preliminarmente, podemos ver que são verificadas as igualdades numéricas abaixo

$$1 = \frac{1\cdot 2}{2} = \frac{1\cdot(3-1)}{2} = \frac{1\cdot(3\cdot 1-1)}{2}, 5 = \frac{2\cdot 5}{2} = \frac{2\cdot(6-1)}{2} = \frac{2\cdot(3\cdot 2-1)}{2}, 12 = 3\cdot 4 = \frac{2\cdot 3\cdot 4}{2} = \frac{3\cdot(9-1)}{2} = \frac{3\cdot(3\cdot 3-1)}{2},$$

$$22 = \frac{2\cdot 2\cdot 11}{2} = \frac{4\cdot(12-1)}{2} = \frac{4\cdot(3\cdot 4-1)}{2},\ 35 = \frac{2\cdot(5\cdot 7)}{2} = \frac{5\cdot(15-1)}{2} = \frac{5\cdot(3\cdot 5-1)}{2},$$

$$51 = \frac{2\cdot 51}{2} = \frac{2\cdot(3\cdot 17)}{2} = \frac{6\cdot 17}{2} = \frac{6\cdot(3\cdot 6-1)}{2}, \text{ etc.}$$

O estudo desses casos particulares e outros valores numéricos tornados possíveis pelo uso do *software GeoGebra* deve constituir dados que precisam ser formulados e validados na seção seguinte. No estágio seguinte, os argumentos intuitivos e heurísticos desenvolvidos devem ser confrontados com um modelo matemático formal subjacente à situação.

Situação de Validação: Nessa fase, num contexto do "debate da certeza das asserções" (ALMOULOUD, 2007, p. 40). Assim, os dados produzidos com origem nas interações dialéticas dos estudantes, com as informações e inferências empregadas na fase anterior, deverão reforçar as relações conceituais entre o modelo matemático formal e as estratégias escolhidas pelos aprendizes. Neste ponto, os estudantes devem ser encorajados a produzir e adotar um sistema de representação simbólica, que permita a generalização de certas propriedades numéricas registradas nos estágios passados. Por outro lado, o professor deve estimular a exploração das seguintes soma numéricas e frações que indicamos em seguida.

$P_1 = 1 = \frac{2}{2} = \frac{1\cdot 2}{2} = \frac{1\cdot(3\cdot 1-1)}{2}$, $P_2 = 5 = 1+4 = 1+(3\cdot 2-2) = \frac{2\cdot 5}{2} = \frac{2\cdot(6-1)}{2} = \frac{2\cdot(3\cdot 2-1)}{2}$,

$P_3 = 12 = 1+4+7 = 1+4+(3\cdot 3-2) = \frac{3\cdot(3\cdot 3-1)}{2}$, $P_4 = 22 = 1+4+7+(3\cdot 4-2) = \frac{4\cdot(3\cdot 4-1)}{2}$

$P_n = 1+4+7+\cdots+(3n-2) = \frac{n\cdot(3n-1)}{2}$, para todo índice natural n.

Situação de validação: Mais uma vez, as propriedades observadas nas fases dialéticas anteriores podem ser confrontadas e perspectivado uma trajetória de sua generalização com origem nas seguintes igualdades numéricas que indicamos: $1 = \frac{1\cdot 2}{2} = \frac{1\cdot(3-1)}{2} = \frac{1\cdot(3\cdot 1-1)}{2}$,

$5 = \frac{(2\cdot 5)}{2} = \frac{2\cdot(6-1)}{2} = \frac{2\cdot(3\cdot 2-1)}{2}$, $12 = (3\cdot 4) = \frac{2\cdot 3\cdot 4}{2} = \frac{3\cdot(9-1)}{2} = \frac{3\cdot(3\cdot 3-1)}{2}$,

$22 = \frac{2\cdot 2\cdot 11}{2} = \frac{4\cdot(12-1)}{2} = \frac{4\cdot(3\cdot 4-1)}{2}$, $35 = \frac{2\cdot 5\cdot 7}{2} = \frac{5\cdot(15-1)}{2} = \frac{5\cdot(3\cdot 5-1)}{2}$,

$51 = \frac{2\cdot 51}{2} = \frac{2\cdot(3\cdot 17)}{2} = \frac{6\cdot 17}{2} = \frac{6\cdot(3\cdot 6-1)}{2}$, etc. Com auxílio nas propriedades do *software GeoGebra,* os estudantes podem explorar propriedades locais e globais correspondentes com as figuras que exibimos abaixo e confrontá-las com a configuração geométrica das figuras pentagonais. Na figura 8 divisamos o comportamento dinâmico das figuras pentagonais para um valor correspondente do seletor móvel de $k = 10$ (Ver figuras 9, 10, 11 e 12).

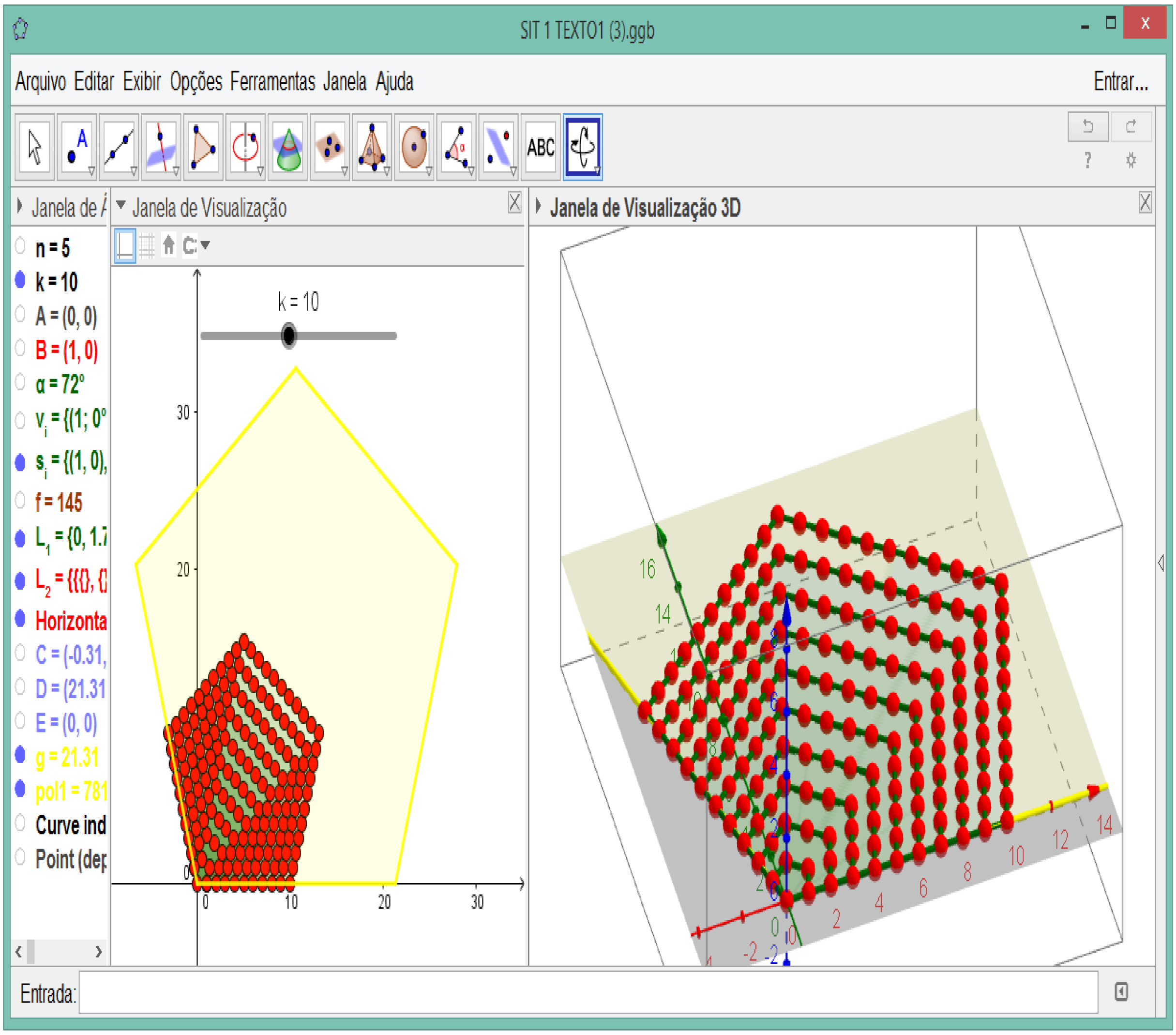


Figura 9 – Visualização 2D/3D proporcionada pelo software GeoGebra correspondente ao Problema Olímpico 2
Fonte: Elaboração do autor.

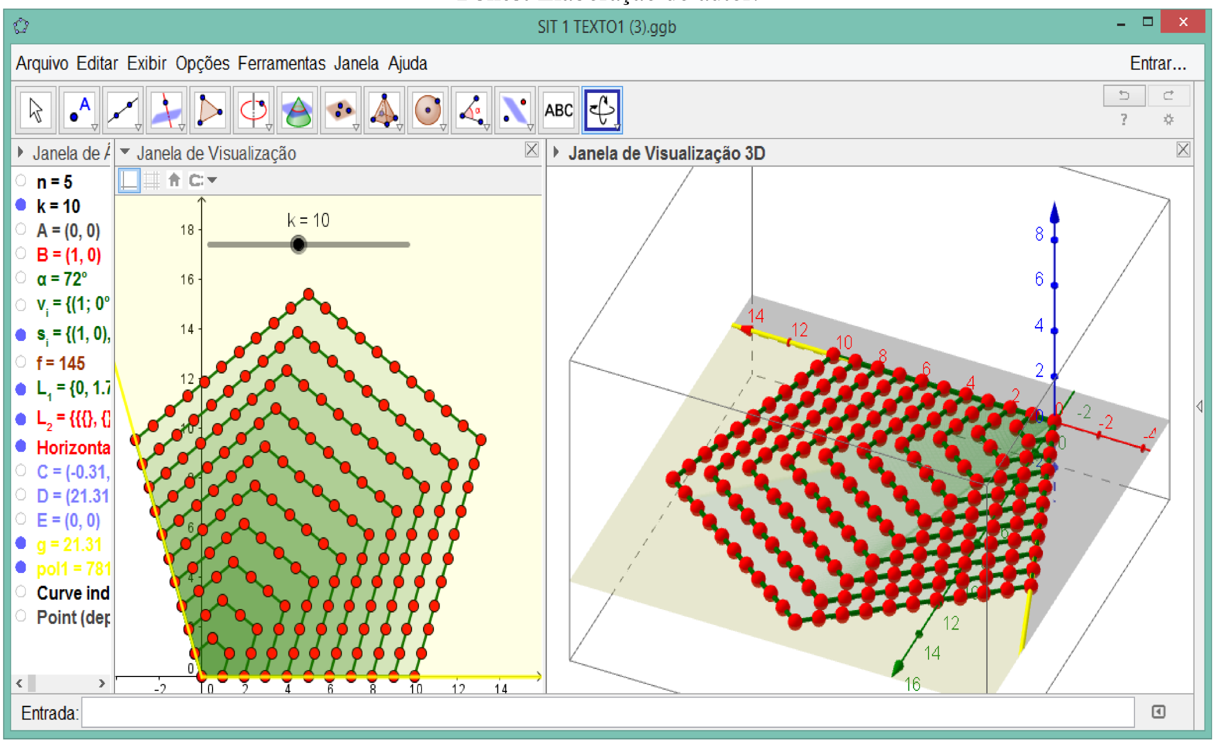


Figura 10 – Visualização proporcionada pelo software GeoGebra correspondente ao Problema Olímpico 2
Fonte: Elaboração do autor.

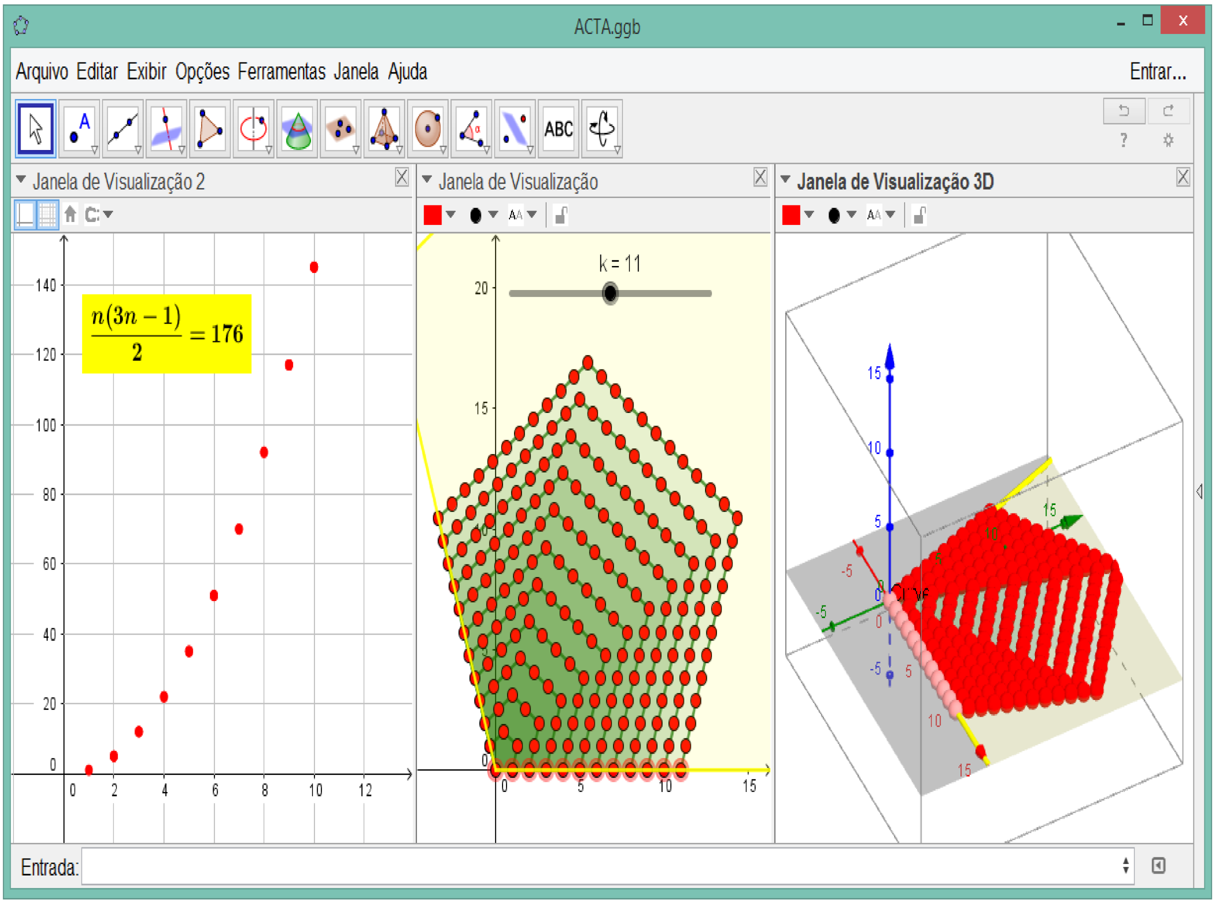


Figura 11 – Visualização 2D/3D proporcionada pelo GeoGebra correspondente ao Problema Olímpico 2
Fonte: Elaboração do autor.

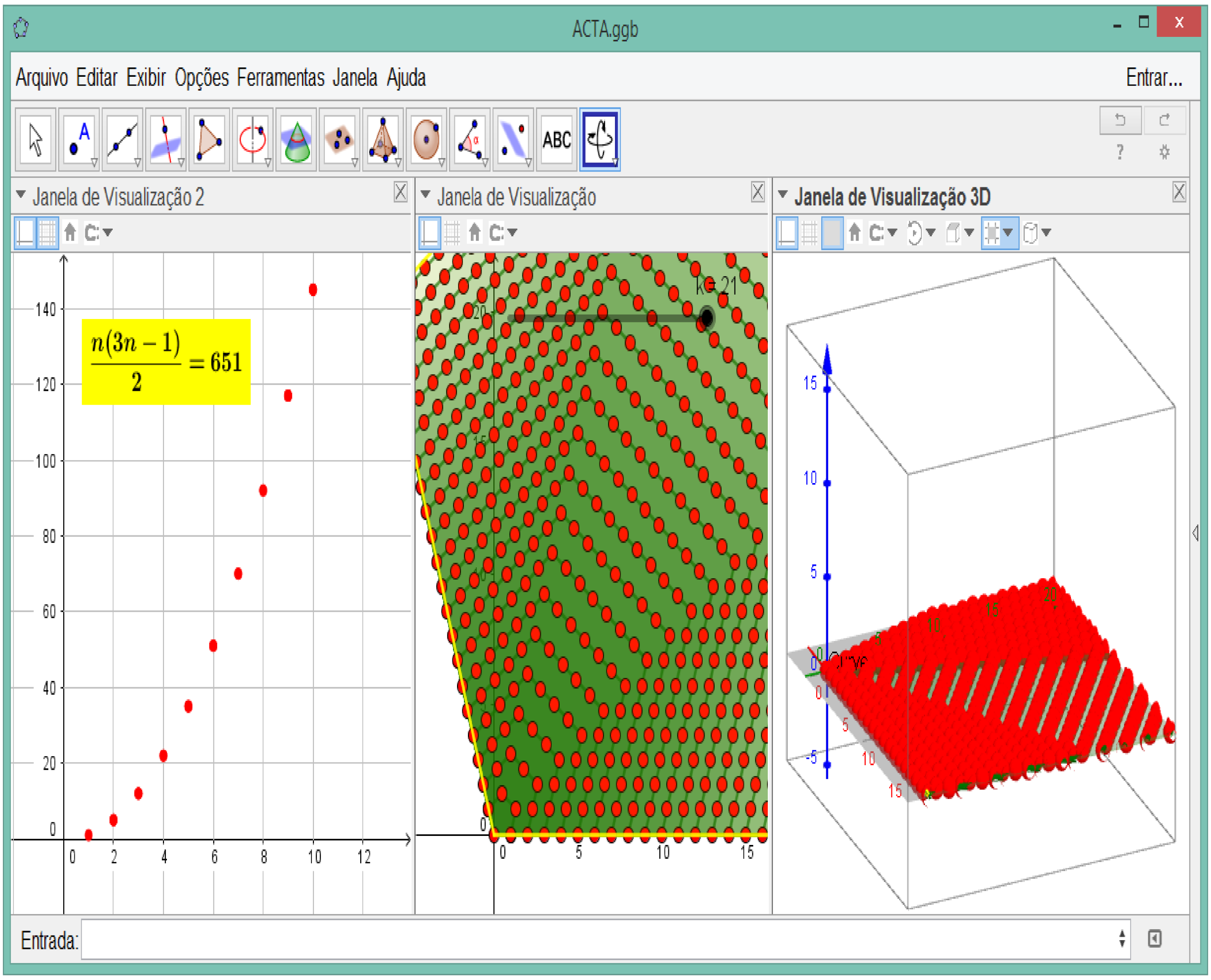


Figura 12 – Visualização 2D/3D proporcionada pelo GeoGebra correspondente ao Problema Olímpico 2

Fonte: Elaboração do autor.

Situação de Institucionalização: Através da indução matemática, o professor deve propor aos estudantes a seguinte igualdade $P_n = 1+4+7+\cdots+(3n-2) = \frac{n\cdot(3n-1)}{2}$. Nas fases anteriores, alguns comportamentos particulares foram verificados e, deve-se dar o passo indutivo para o índice 'n' e verificar a etapa subseqüente. De fato, notamos que $P_{n+1} = 1+4+7+\cdots+(3n-2)+(3(n+1)-2)$. Então, faremos a seguinte substituição $P_{n+1} = 1+4+7+\cdots+(3n-2)+(3(n+1)-2) = \frac{n\cdot(3n-1)}{2}+(3n+1)$. O professor de matemática também deve realizar e estimular os seguintes cálculos algébricos $\frac{n\cdot(3n-1)}{2}+(3n+1) = \frac{3n^2-n+6n+2}{2} = \frac{3n^2+5n+2}{2} = \frac{(n+1)\cdot(3n+2)}{2} = \frac{(n+1)\cdot(3(n+1)-1)}{2}$. Finalmente, podemos ver que a seguinte fórmula explícita para os termos indicados por $P_{n+1} = \frac{(n+1)\cdot(3(n+1)-1)}{2}$, para todo o inteiro positivo n.

Na fase atual, o professor deverá estabelecer o estatuto de relevância e situar um lugar do conhecimento matemático formal, discutido de forma heurística e intuitiva e, em certa medida, formal, confrontando-o com os elementos indicados e fornecidos pelo modelo computacional. No que concerne ao Problema Olímpico 2 (PO2), o professor demarcar o papel dos números pentagonais, que são definidos pela seguinte relação explícita $P_n = 1+4+7+\cdots+(3n-2) = \frac{n\cdot(3n-1)}{2} = \frac{3n^2-3n}{2}$, para todo o inteiro positivo n. O professor poderá comparar e estimular a compreensão da janela, ao lado esquerdo, em que divisamos a restrição de uma função polinomial do segundo grau que se indica por $g(x) = \frac{3x^2-3x}{2}$, o que deve ser comparado com os dados e o modelo matemático do Situação Didática Olímpica 1.

Vejamos, pois, nossa última (SDO).

Situação Didática Olímpica 3 (SDO3). De acordo com a definição e equação característica $SDO3 = PO3 + TSD$, indicamos o Problema Olímpico discriminado pela figura 5.

Situação de ação: Na fase dialética inicial, os estudantes devem ser estimulados em um processo investigativo e que deve confrontar os dados numéricos estáticos fornecidos pelo enunciado preliminar do Problema Olímpico com o outro cenário de investigação, com origem na exploração das propriedades numéricas e geométricas que observamos nas figuras que seguem. O professor deverá estimular a exploração de propriedades provenientes do *software GeoGebra* que permitem a exploração de propriedades 3D, como observamos na janela ao lado direito (ver figura 13) e os valores numéricos indicados da Tabela II.

Tabela II: Dados numéricos extraídos da construção correspondente ao Problema Olímpico.

	n	$\frac{3(n(n+1))}{2}$	n	$\frac{3(n(n+1))}{2}$
	1	3	6	63
	2	9	7	84
	3	18	8	108
	4	30	...	...
	5	45	19	570

Fonte: Elaboração do autor.

Situação de formulação: Na segunda fase, o professor deverá estimular a introdução de um sistema simbólico particular e notacional que possibilite a generalização de determinadas propriedades erigidas dos dados produzidos na situação de ação. Os estudantes devem ser estimulados para a verificação de um conjunto de propriedades numéricas e sua correspondente regularidade (e invariância), visando seu caráter ulterior de generalização.

$n=1 \therefore 3=\frac{3\cdot 2}{2}=\frac{3\cdot(1(1+1))}{2}$, $n=2 \therefore 9=\frac{9\cdot 2}{2}=\frac{3\cdot 2\cdot 3}{2}=\frac{3(2(2+1))}{2}$, $n=3 \therefore 18=\frac{18\cdot 2}{2}=\frac{3\cdot 3\cdot 4}{2}=\frac{3(3(3+1))}{2}$,

$n=4 \therefore 30=\frac{30\cdot 2}{2}=\frac{5\cdot 4\cdot 3}{2}=\frac{3(4(4+1))}{2}$, $n=5 \therefore 45=\frac{45\cdot 2}{2}=\frac{5\cdot 9\cdot 2}{2}=\frac{5\cdot 3\cdot 6}{2}=\frac{3(5(5+1))}{2}$,

$n=6 \therefore 63=\frac{63\cdot 2}{2}=\frac{3\cdot 21\cdot 2}{2}=\frac{3(6(6+1))}{2}$, $n=7 \therefore 84=\frac{84\cdot 2}{2}=\frac{4\cdot 21\cdot 2}{2}=\frac{3(7(7+1))}{2}$, etc.

Situação de validação: Diferentemente da etapa anterior, mostra-se necessário "provar o que foi afirmado na fase anterior" (ARTIGUE, 1984, p. 7 – 8). Nessa fase, isso se dá num contexto do "debate da certeza das asserções" (ALMOULOUD, 2007, p. 40), em que os dados são produzidos com origem nas interações dialéticas dos estudantes da fase anterior, com as informações e inferências empregadas afim de obter a certeza das relações estabelecidas e das propriedades coligidas após a implementação de um plano.

Situação de institucionalização: Almouloud (2007, p. 40) esclarece que "uma vez construído e validado, o novo conhecimento vai fazer parte do patrimônio da classe embora não tenha ainda o estatuto de saber social". Com tal ponto de vista, o professor poderá valorizar o papel da visualização, mediante a exploração do *software GeoGebra*, tendo em vista a aquisição de uma cultura matemática e o delineamento de hábitos intelectuais aplicáveis em outras situações. Finalmente, o conhecimento matemático que o *expert* deverá convencionar ou fixar (ARTIGUE, 1984, p. 8), seguindo os rituais acadêmicos, indicando o estatuto cognitivo de um novo saber científico, rico em relações conceituais.

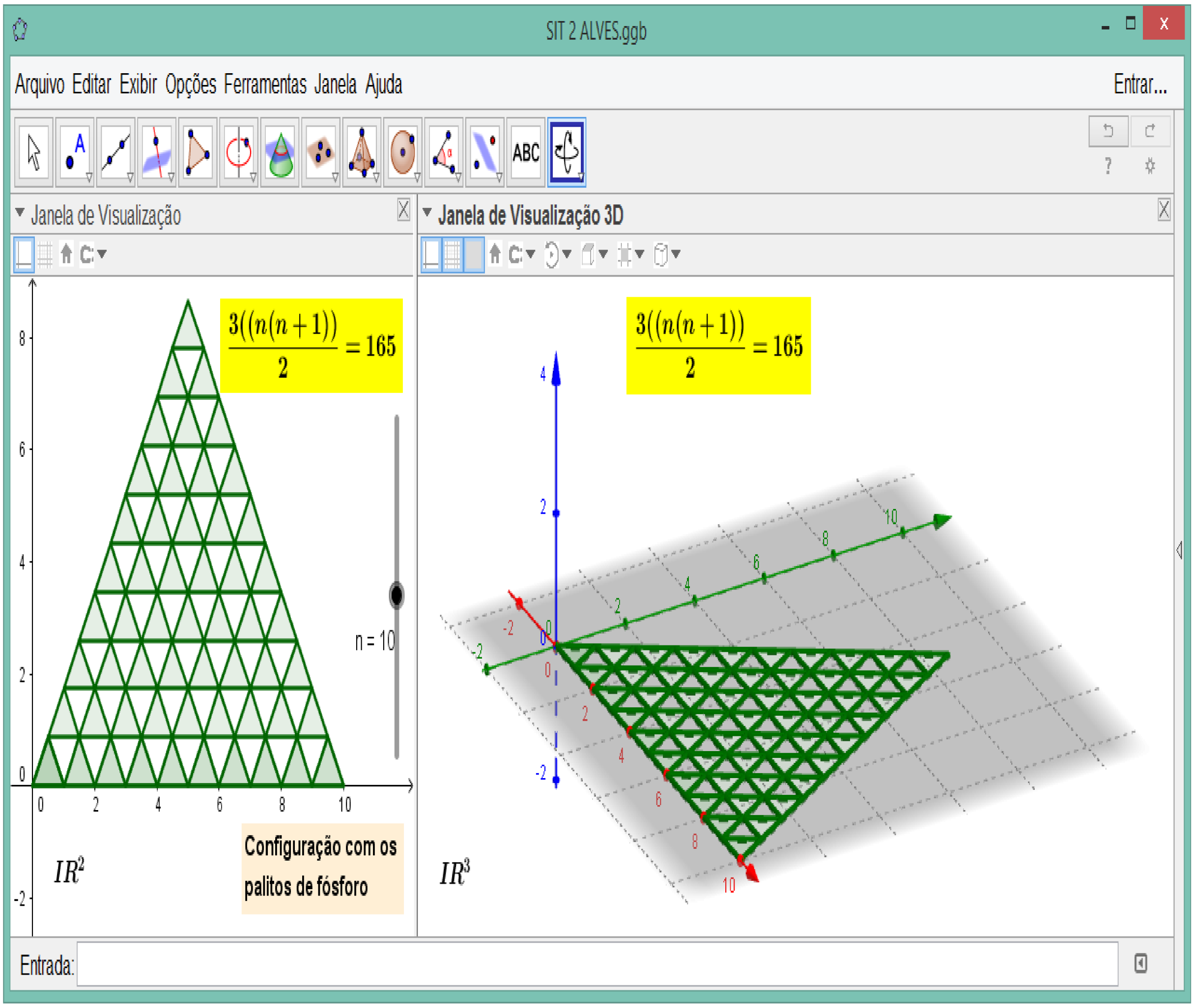


Figura 13 – Visualização 2D/3D proporcionada pelo GeoGebra correspondente ao Problema Olímpico 3
Fonte: Elaboração do autor.

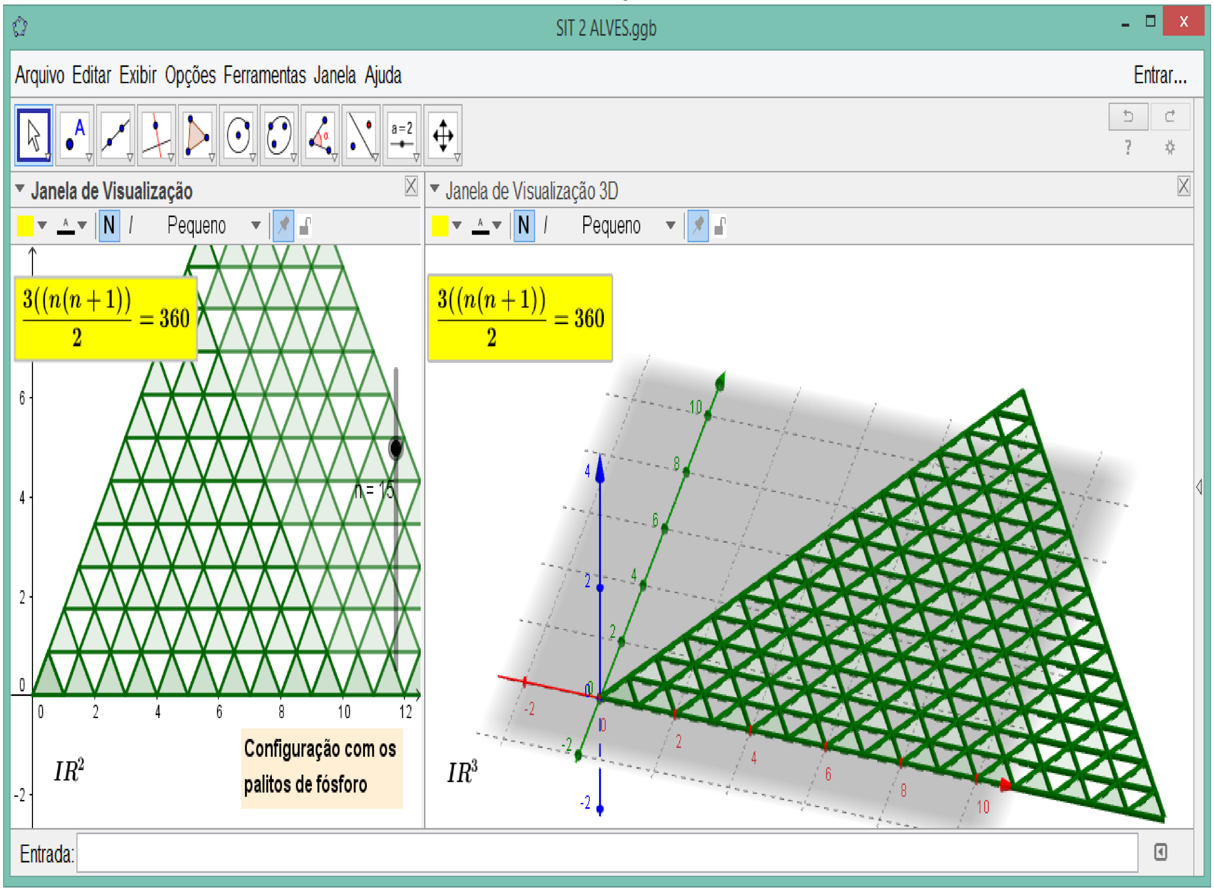


Figura 14 – Visualização 2D/3D proporcionada pelo GeoGebra correspondente ao Problema Olímpico 3
Fonte: Elaboração do autor.

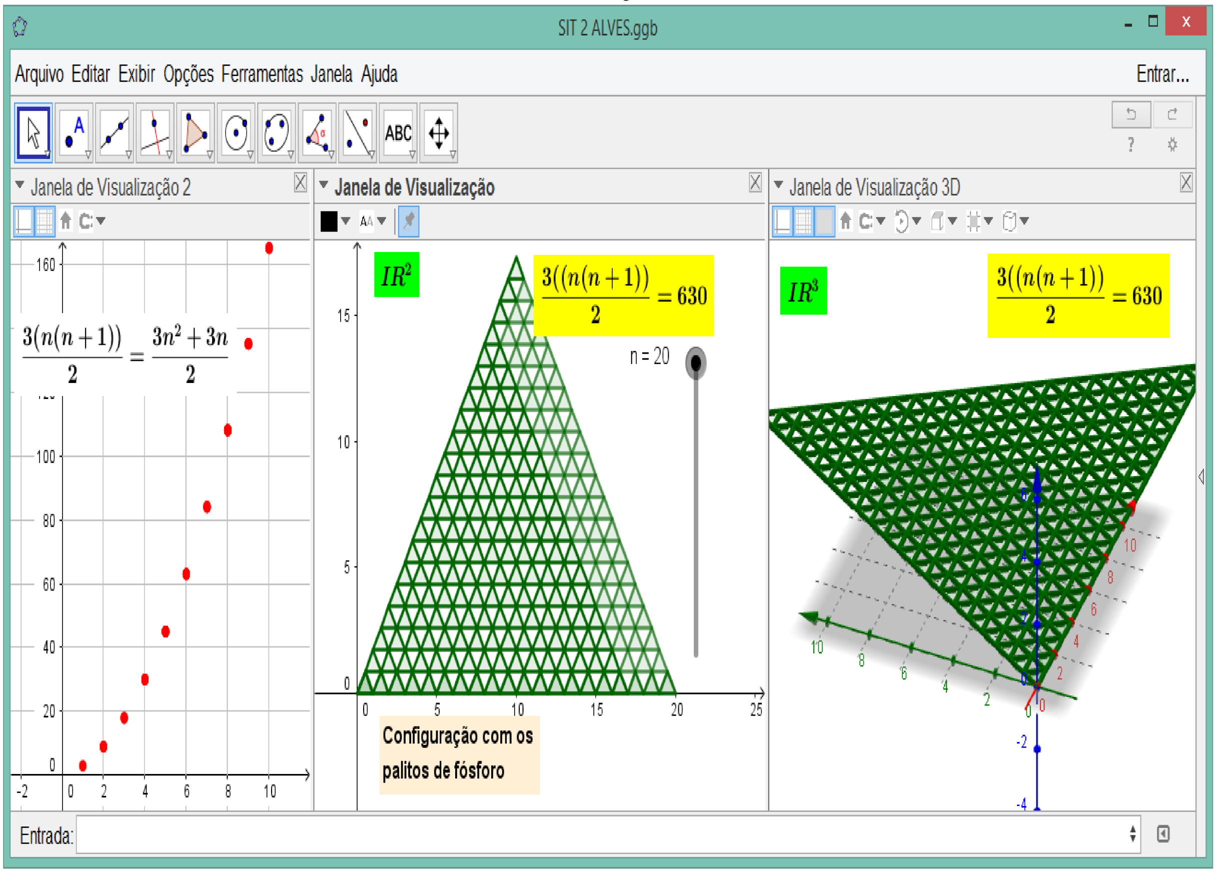


Figura 15 – Visualização 2D/3D proporcionada pelo GeoGebra correspondente ao Problema Olímpico 3
Fonte: Elaboração do autor.

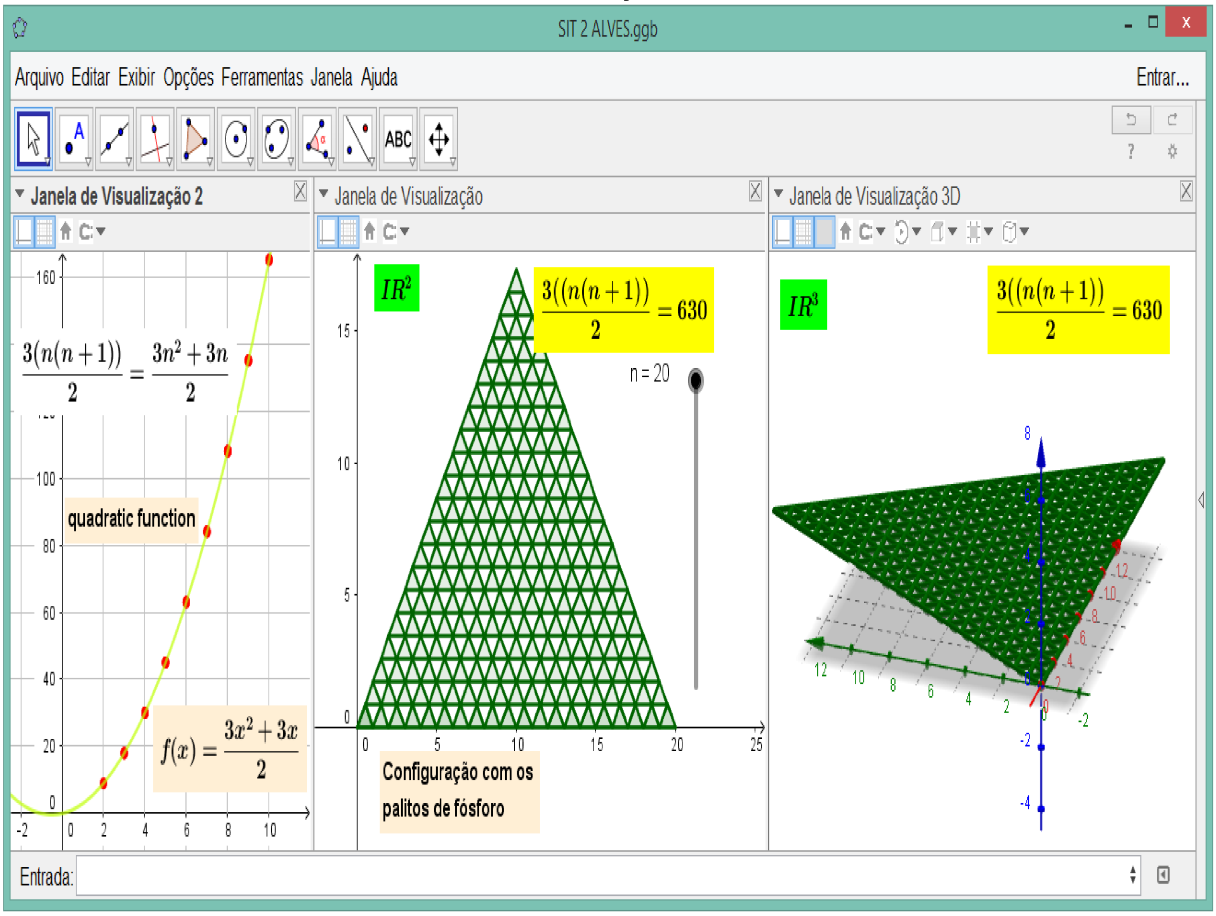


Figura 16 – Visualização 2D/3D proporcionada pelo GeoGebra correspondente ao Problema Olímpico 3
Fonte: Elaboração do autor.

Finalmente, por intermédio de uma mediação que não desconsidera a tecnologia atual, com arrimo do *software GeoGebra*, discutimos três Situações Didáticas Olímpicas, profundamente matematizadas e condicionadas por uma teoria de base e que, sob a perspectiva da (TSD), temos capacidade de distinguir os momentos dialéticos de ação, formulação, validação e institucionalização empregados no contexto de uma Situação Didática Olímpica (SDO). E, através de um expediente que fornece aos estudantes um cenário de aprendizagem que estimula a ação dos estudantes, por intermédio da visualização e exploração de propriedades gráfico-geométricas, temos a possibilidade de estimular, *a posteriori*, um tirocínio que pode apoiar um entendimento de cunho mais abstrato, atinente a determinadas propriedades matemáticas requeridas em Problemas Olímpicos (POs). Exibimos no Quadro II um esquema comparativo entre as duas noções.

Quadro II – Esquema comparativo entre a noção de Problemas Olímpicos (PO´s) e Situação Didática Olímpica (SDO).

	Problemas Olímpicos (PO´s)	**Situação Didática Olímpica (SDO)**
Público alvo	Estudantes regularmente inscritos nos certames científicos envolvendo as Olimpíadas de Matemática.	Estudantes competidores e, sobretudo, os estudantes não competidores.
Forma de abordagem	Por intermédio do estilo de provas e exames presentes a cada nível de dificuldade crescente em Olimpíadas de Matemática.	Por intermédio de um princípio de modelização do saber matemático, com amparo da (TSD).
Interesse e objetivo	Classificar e selecionar os melhores estudantes competidores, evidenciado pelo laureamento e a concessão de prêmios para escolas e estudantes.	Aproximar, seduzir, estimular, instigar a curiosidade de estudantes por uma cultura matemática oriunda das Olimpíadas de Matemática.
Papel do estudante	Consumidor de uma cultura matemática produzida por professores e matemáticos profissionais intimamente envolvidos na produção de provas e de exames seletivos.	Consumidor de uma cultura matemática produzida por professores de Matemática não necessariamente envolvidos na elaboração de provas oficiais e exames de Olimpíadas de Matemática.
Papel do professor	Consumidor passivo de uma cultura matemática disseminada por associações científicas e que se orienta pelo interesse precípuo pela seleção dos melhores estudantes e/ou prodígios.	Participante ativo de alteração, de modificação, discussão dos Problemas Olímpicos, mediante a possibilidade de emprego da tecnologia e interesse em uma população ampliada de estudantes.

Fonte: Elaboração do autor.

Considerações finais

Nas seções anteriores introduzimos a noção de Situação Didática Olímpica (SDO) que, de modo prosaico, pode ser compreendida a partir da Teoria das Situações Didáticas (TSD), implicada no ensino específico das Olimpíadas de Matemática. Ao decurso do trabalho introduzimos vários pressupostos que devem concorrer e incidem, de forma substancial, para a robustez imprescindível para a noção ensejada aqui de (SDO) e a produção de ulteriores investigações necessárias e mais aprofundadas sobre o ensino de Matemática no contexto de competições, sobre o papel dos estudantes, não necessariamente os competidores oficiais e, ainda, sobre a preparação fundamental do professor na incorporação em sua mediação de um estilo próprio e peculiar de abordagem do conhecimento matemático no cenário competitivo.

Concernentemente ao aparato técnico e conceitual originado da necessidade da adoção da noção de Engenharia Didática de Formação (EDF) (LAJOIE; TEMPIER, 2019; PERRIN-GLORIAN; BELLEMAIN, 2019; TEMPIER, 2010; 2015; TEMPIER; CHAMBRIS, 2017), assumimos posição concorde com Perrin-Glorian e Bellemain (2016, p. 38) quando assinalam, no cenário de uma (EDF) que “a pesquisa em Didática produz resultados que podem contribuir para melhorar o ensino e a formação de professores”. Não obstante, como indicamos nas seções predecessoras, o presente trabalho apresenta somente uma proposta de concepção das duas primeiras fases de uma Engenharia. Observamos, para o desenvolvimento eventual da fase de experimentação, como explicam Fauré e Farida (2017, p. 17), diversas produções podem ser utilizadas, como fotos, imagens, produções escritas e registros de audio. Dessa forma, acentuamos o grau de imprescidinbilidade do desenvolvimento Engenharias de Formação com o interesse na formação do professor e do charater de sua profissionalização, como podemos constatar no diagrama expresso abaixo, concebido por Tempier (2016). Sugerimos ao leitor comparar as figuras 1 e 17.

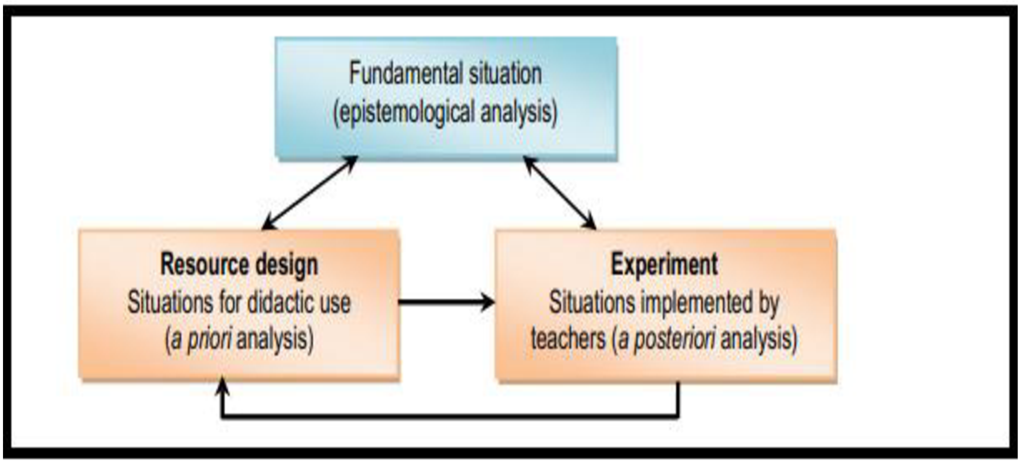


Figura 17 – Tempier (2016) desenvolve uma Engenharia Didática visando a formação de professores de Matemática
Fonte: Tempier (2016, p. 264)

Outrossim, na medida em que assumimos posição concorde com Perrin-Glorian e Bellemain (2016, p. 38), se assinala que “para que os trabalhos possam contribuir para o melhoramento do ensino e para a formação de professores, se mostra imprescindível a consideração do real funcionamento da sala de aula e das necessidades dos professores”. Em nosso caso, objetivamos um conteúdo matemático situado no contexto das Olimpíadas de Matemática, com múltiplas relações conceituais potencializadas pela tecnologia e as exigências requeridas para o seu uso efetivo em sala de aula, e que incide para uma melhor compreensão matemática do futuro professor Matemática (ALVES, 2020).

Indiscutivelmente, a partir das potencialidades do *software GeoGebra*, o professor tem a possibilidade de estimular o engajamento em equipe dos estudantes, na exploração dinâmica das propriedades numéricas e propriedades geométricas (ALVES; BARROS, 2019), de forma que a visualização, a percepção e a intuição possam desempenhar, de fato, papeis imprescindíveis para a evolução das aprendizagens de todos os envolvidos em cada Situação Didática Olímpica (SDO). Não obstante, uma cultura matemática que desconsidera a tecnologia atual e preserva um caráter indefectível para o tratamento da Matemática endereçada ao estilo de competição intelectual, serve, cada vez mais, para confirmar uma seletiva distinção social de um pequeno e seleto grupo de estudantes (competidores), que manifestam maior inclinação e habilidades acima da média ou regularidade intelectiva.

Observamos, todavia, que todas as construções com o *software GeoGebra* são previamente elaboradas e a domínio minucioso da construção computacional correspondente para cada Problema Olímpico se configura como uma responsabilidade e tarefa extra do professor de Matemática, todavia, por intermédio da exploração da tecnologia, o professor poderá experimentar e descrever um cenário de aprendizagem e de situações didáticas envolvendo uma quantidade maior de estudantes que, de modo geral, manifestam insegurança diante de problemas declaradamente descritos como problemas de competição na (OBMEP). (SILVA, 2016).

Por fim, alguns dos elementos que buscamos acentuar nas seções passadas constituem um viés visível da ação do professor que deve resultar, invariavelmente, de uma dimensão de profissionalização e investimento em sua própria competência profissional (ALVES; CATARINO, 2019), tendo em vista a execução de tarefas de ensino que, como podemos verificar, tendem a exigir ainda mais do professor de Matemática.

Nesse contexto, identificamos, então, a presença de duas populações de docentes. A primeira população de professores que atuam diretamente no contexto de formação e ensino de turmas especiais ou olímpicas e, uma segunda população constituída de professores que não adquirem, ao decurso de sua formação inicial ou continuada, um *know all* ou uma “competência profissional” necessariamente robusta e, assim, se preservam distanciados do ensino de Problemas Olímpicos – PO´s.

Agradecimentos

Agradecemos ao Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES pelo suporte financeiro concedido para a realização desta pesquisa.

A preocupação e inspiração inicial do presente trabalho foi substancialmente influenciada pelas reflexões pioneiras do eminente professor e matemático João Lucas Marques Barbosa, docente aposentado da Universidade Federal do Ceará.

Referências

ALMOULOUD, A. S. *Fundamentos da Didática da Matemática*. São Paulo: Editora UFPR, 2007.

ALVES, F. R. V. A propos de l'apprentissage du professeur de mathématiques dans l'activité, *Imagens da Educação*, v. 19, n. 1, p. 1 – 12, 2020.

ALVES, Francisco. R. V. The Professional Didactics (PD) and Didatic of Science (DS) in Brazil: some implication for the professionalization os Science teacher. *Acta Didactica Naposcencia*. v. 11, n. 2, p. 105-120, 2018.

ALVES, W. J. S. *O Impacto da Olimpíada de Matemática em Alunos da Escola Pública*. Dissertação (Mestrado em Ensino). PUC/SP: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2010.

ALVES, F. R. V. *Insight*: descrição e possibilidades de seu uso no ensino do Cálculo. *Revista VYDIA*. v. 32, n. 2, p. 149-161, 2012.

ALVES, F. R. V. Didática da Matemática: seus pressupostos de ordem epistemológica, metodológica e cognitiva. *Revista Interfaces da Educação*. v. 7, n. 21, p. 131-150, 2016.

ALVES, F. R. V; CATARINO, P. M. Situação Didática Profissional: um exemplo de aplicação da Didática Profissional para a pesquisa objetivando a atividade do professor de Matemática no Brasil, *Revista Indagatio Didactica*, v. 11, n. 1, p. 103-129, 2019.

ALVES, F. R. V.; BARROS, F. E. Plane and space figurate numbers: visualization with the geogebra´s help, *Acta Didactica Naposcencia*, v. 12, n. 1, p. 57-74, 2019.

ARDOUIN, T. La formation est-elle soluble dans l'ingénierie. *Éducation Permanente*, v. 23, n. 157, p. 1-15, 2013.

ARTIGUE. M. L'éducation mathématique comme champ de recherche et champ de pratique: résultats et défis. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*. v. 3, n. 3, p. 1 – 20, 2012.

ARTIGUE. M. L`impact curricilaires des technologies sur l´éducation mathéatique. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*. v. 4, n. 1, p.1-14, 2013.

ARTIGUE. M. Didactic Engineering in Mathematics Education, In: LERMAN, S. *Encyclopedia of Mathematics Education*, New York: Springer, 2014. p. 159-163

ARTIGUE, M. Ingénièrie didactique. In: BRUN, J. *Didactiques des Mathématiques*. Paris: Délachaux et Niestle, 1995. p. 243-263.

BARBOSA. J. J. M. Olimpíadas de Matemática: uma experiência de sucesso em Educação no Ceará, 2008. Disponível em:http://www.sbpcnet.org.br/livro/57ra/programas/CONF_SIMP/textos/joaolucasbarbosa-simp.htm.

BARQUERO, B; BOSCH, M. Didactic Engineering as a Research Methodology: From Fundamental Situations to Study and Research Paths. In: WATSON, A.; OHTANI, MINORU. *Task Design In Mathematics Education*. ICMI study 22, New York: Springer, 2015. , p. 251-270

BROUSSEAU, G. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 7, n. 2, p. 33-115, 1986a.

BROUSSEAU, G. *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques*. (Thése de doctorat d´Etat). Bourdeux: Université Bourdeux I, 1986b.

BROUSSEAU, G. *Theory of didactical situations in mathematics*. Netherlands: Klumer Academic Publishers, 1997.

BROUSSEAU, G. Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques, p. 1 – 10, 2010. Consultado em http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf

BROUSSEAU, G. La théorie des situations didactiques en mathématiques. *Éducation & Didactique*. v. 5, n. 1, p. 1-6, 2011.

BOTTERF, G. L´ingénierie du developpment des ressources humaines: de quoi s´agit-il?, *Éducation Permanante*, v. 12, n. 81, p. 1-12, 1985.

CHEVALLARD, Y. *La transposition didactique*. Paris: La Pensée Sauvage Édition, 1991.

DOUADY, R. De la didactique des Mathématiques à l'heure actuelle. *Le Cahier Rouge*. v. 6, n. 1, p. 1 – 40, 1984.

ERNEST, P. *The philosophy of Mathematics Education*. England: Routledge and Palmer press, 1991.

DEBNATH, L. A short history of the Fibonacci and Golden numbers with their applications. In: International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. v. 42, n. 3, April, p. 337 – 367, 2011.

FAURÉ, K. M.; FARIDA, M. Que fait le didacticien dans la classe lors de l’expérimentation d’une ingénierie didactique? *Recherche en Didactique des Mathématiques*, v. 37, n. 1, p. 15-51, 2017.

HEBRARD, Pierre. L’ingenierie de formation: ce qui em releve et ce qui lui echappe. *TransFormations*, v. 10, n. 19, p. 109-119, 2011.

LAJOIE, C.; TEMPIER, T. Introduction to the Special Issue on Mathematics Teacher Education Apparatuses, *Canadian Journal of Science Mathematics and Technology Education*, v. 17, n. 1, p. 87- 90, 2019.

MARGOLINAS, C.; DRIJVERS, P. Didactical engineering in France; an insider’s and an outsider’s view on its foundations, its practice and its impact. *ZDM Mathematics Education*. v. 47, n. 1, p. 893- 903, 2015.

MARGOLINAS, C. Situations, savoirs et connaissances... comme lieux de rencontre? *Formation et pratiques d'enseignement en questions*, v. 2, n. 19, p. 31 – 39, 2015.

MARTINS. R. A. *Colinearidade e Concorrência em Olimpíadas Internacionais de Matemática: uma reflexão voltada para o ensino da Geometria Plana no Brasil*. (Dissertação de mestrado). ProfMat: Brasília, 2015. Disponível em: http://repositorio.unb.br/bitstream/10482/19191/1/2015_RonaldAlexandreMartins.pdf

NETO, J. A. S. Olimpíadas de Matemática e aliança entre o campo científico e o campo político. (Dissertação de Mestrado). São Carlos: UFSCar. 2012. Disponível em https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/2644/4898.pdf?sequence=1&isAllowed=y

PERRIN-GLORIAN, M. J. L'ingénierie didactique a l'interface de la recherche avec l'enseignement. Développement des ressources et formação des enseignants. in Margolinas et all.(org.): En amont et en aval des ingénieries didactiques, *XVª École d´Été de Didactique des Mathématiques – Clermont-Ferrand* (PUY-de-Dôme). Recherches em Didactique des Mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage, v. 1, p. 57-78, 2009.

PERRIN-GLORIAN, M-J.; BELLEMAIN, P. M. B. L'ingenierie didactique entre recherche et ressource pour l'enseignement et la formation des maitres. In: *ANAIS DO I SIMPÓSIO LATINO-AMERICANO DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA – LADIMA,* Mato Grosso, p. 1-15, 2016.

PERRIN-GLORIAN, M-J.; BELLEMAIN, P. M. B. L'ingenierie didactique entre recherche et ressource pour l'enseignement et la formation des maitres, *Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online*, v. 9, n. 1, p. 45-82, 2019.

SILVA. R. C. *O estado da arte das publicações sobre as olimpíadas de ciências no Brasil*. (Dissertação de Mestrado). Goiânia: Universidade Federal de Goiás, 2016.

TEMPIER, F. *La numération décimale de position à l'école primaire: une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource*. (Thése de doctorat en Didactique des Mathématiques). Paris: Université Denis Diderot, 2013.

TEMPIER, F. Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2. Revue *Grand N*, v. 86, n. 1, p. 59–90, 2010.

TEMPIER, F. New perspectives for didactical engineering: an example for the development of a resource for teaching decimal number system, *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 19, n. 2, p. 261-276, 2016.

TEMPIER, F.; CHAMBRIS, C. Concevoie une ressource pour l´enseignment de la numération décimale de position, *Recherche En Didactique des Mathématiques*, v. 37, n. 1, p. 289-332, 2017.

SOBRE O AUTOR

FRANCISCO REGIS VIEIRA ALVES. Professor Titular do departamento de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Estado do Ceará – IFCE, Campus Fortaleza. Bolsista de Produtividade do CNPQ – PQ2. Docente Permanente do Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática – PGECM/IFCE, Docente Permanente do Mestrado Profissional em Educação Profissional Tecnológica – PROEPT/IFCE.

Recebido: 14 de março de 2019.
Revisado: 06 de abril de 2020.
Aceito: 09 de abril de 2020.