

Una aproximación al conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores de Educación Básica para enseñar matemáticas elementales

An approach to didactic-mathematical knowledge of future Basic Education teachers to teach elementary mathematics

Uma abordagem ao conhecimento didático-matemático de futuros professores de Educação Básica para ensinar matemática elementar

Nataly Pincheira¹ • **Claudia Vásquez**² • **Belen Giacomone**³

Received: Apr/1/2020 • Accepted: Aug/28/2020 • Published: Jul/31/2021

Resumen

En este trabajo se presenta un análisis global de los resultados obtenidos en un estudio exploratorio sobre el conocimiento didáctico-matemático que poseen futuros profesores de Educación Básica para enseñar matemáticas elementales. Para ello, fueron analizadas las prácticas matemáticas de 157 docentes chilenos en proceso de formación, a partir de la aplicación del cuestionario CDM-Matemáticas Elementales, compuesto por seis ítems de respuesta abierta, que evalúa aspectos parciales e iniciales de dicho conocimiento. Los ítems del cuestionario se fundamentan en los ejes temáticos propuestos por el currículo escolar chileno y tienen una estrecha relación con los contenidos matemáticos de números y operaciones, patrones y álgebra, medición, geometría, datos y probabilidades. Los resultados muestran que el nivel de desempeño obtenido por estos futuros educadores es limitado respecto del conocimiento didáctico-matemático para las distintas categorías que lo componen, al alcanzar una media de las puntuaciones de 24 puntos sobre un total de 42. Así también, los ejes temáticos que presentan mayor dificultad son el de medición, datos y probabilidades. Se concluye que es necesario generar programas de apoyo a la formación del profesorado, con el propósito de abordar de manera exitosa la enseñanza de la matemática elemental en el aula de Educación Básica.

Palabras clave: conocimiento didáctico-matemático; educación matemática; educación primaria; enfoque ontosemiótico; formación de profesores; matemáticas elementales

Abstract

This paper presents a global analysis of the results obtained in an exploratory study about the didactic-mathematical knowledge (CDM) that future Basic Education teachers have in order to teach elementary mathematics. For this purpose, the math practices of 157 Chilean teachers under training were analyzed based on the CDM-Elementary Mathematics questionnaire, which includes six open ended questions to evaluate partial and initial aspects of such knowledge. The questions are based on

the thematic areas proposed by the Chilean school curriculum and are closely related to the mathematical content of numbers and operations, patterns and algebra, measurement, geometry, data and probability. Results show that the level of performance obtained by future teachers is limited regarding didactic-mathematical knowledge for the different categories, when reaching an average of 24 points out of a total of 42. In addition, the thematic areas with the greatest difficulty are measurement, data, and probabilities. In conclusion, programs should be created to support teacher training in order to successfully address the teaching of elementary mathematics in the basic education classroom.

Keywords: didactic-mathematical knowledge; mathematics education; primary education; ontosemiotic approach; teacher training; elementary mathematics

Resumo

Apresenta-se, neste trabalho, uma análise global dos resultados obtidos em um estudo exploratório sobre o conhecimento didático-matemático que futuros professores de Educação Básica têm para ensinar matemática elementar. Para isso, foram analisadas as práticas matemáticas de 157 docentes chilenos em processo de formação, a partir da aplicação do questionário CDM - Matemática Elementar, composto por seis itens de resposta aberta, que avalia aspectos parciais e iniciais de tal conhecimento. Os itens do questionário baseiam-se nos eixos temáticos propostos pelo currículo escolar chileno e têm uma estreita relação com os conteúdos matemáticos de números e operações, padrões e álgebra, medição, geometria, dados e probabilidades. Os resultados mostram que o nível de desempenho obtido por esses futuros educadores é limitado no tocante ao conhecimento didático-matemático para as distintas categorias que o formam, alcançando uma média da pontuação de 24 pontos de um total de 42. Igualmente, os eixos matemáticos que apresentam maior dificuldade são os de medição, dados e probabilidades. Conclui-se que é preciso gerar programas de apoio à formação do corpo docente, a fim de abordar, com sucesso, o ensino da matemática elementar na sala de Educação Básica.

Palavras-chave: conhecimento didático-matemático; educação matemática; educação primária; enfoque ontosemiótico; formação de professores; matemática elementar

INTRODUCCIÓN

En los últimos años ha despertado un gran interés por mejorar la formación del profesorado, dado que múltiples estudios demuestran que su calidad es el factor más importante en el éxito o el fracaso educativo (Eurydice, 2013; Hanushek, 2004; Hattie, 2008; OCDE, 2005). La gama de investigaciones en el nivel internacional deja en claro que, tanto el dominio disciplinar como el manejo de aspectos pedagógicos y la experiencia docente se asocian positivamente, con medidas de aprendizaje de los estudiantes (Darling-Hammond, Wei y Johnson, 2009; Clotfelter, Ladd y Vigdor, 2007), por lo que Ponte (2014) la define como un campo de desarrollo multifacético. Por consiguiente,

...la responsabilidad que tiene un docente de primaria, actualmente, es muy grande, no solo debe dominar aspectos teóricos de diversas asignaturas, sino también, los didácticos, y del desarrollo físico y

emocional de los individuos, es decir debe tener un conocimiento claro y amplio acerca del contenido que va a enseñar y a su vez un conocimiento pedagógico y didáctico (Alpízar y Alfaro, 2019, p. 151)

Desde esta perspectiva, diversos autores (e. g. Chapman y An, 2017) discuten las contribuciones y las tendencias recientes, las acciones formativas relevantes y su impacto en la formación del futuro profesor, considerándolo como agente clave del cambio educativo (Krainer, 2011). Más aún, si consideramos que “una de las claves para poder mejorar la calidad de la formación de maestros y maestras sería que todo el estudiantado que ingresa en el Grado de Educación Primaria entendiera los conocimientos matemáticos básicos que se aprenden en primaria y secundaria” (Segarra y Julià, 2021, p. 13).

Así pues, con el objetivo de mejorar el desempeño de los profesores en el aula, son varios los países que han optado por evaluar la calidad del profesorado, especialmente en matemáticas, producto de su contribución en el desarrollo tanto en el nivel tecnológico como científico dentro de cada país.

Chile no se encuentra ajeno a esta preocupación y ha optado por participar de evaluaciones tanto nacionales, como internacionales, para medir la calidad de la formación de los egresados de las carreras de pedagogías. De acuerdo con estas mediciones, Chile no ha conseguido niveles aceptables, ni signos de mejoras significativas.

Los rendimientos no han sido favorables en el área de la matemática, los resultados de la evaluación nacional diagnóstica (Mineduc, 2018), dan cuenta de las limitaciones que presentan los estudiantes de pedagogía, al evaluar los conocimientos pedagógicos y disciplinarios-didácticos definidos en los Estándares Orientadores para las carreras de pedagogía.

Por otra parte, el *Teacher Education and Development Study in Mathematics* (TEDS-M) (Tatto, Schwille, Ingvarson, Rowley y Peck, 2012) correspondiente al estudio comparativo internacional sobre la formación inicial del profesorado de matemáticas en Educación Primaria y Secundaria, ubica a Chile en penúltimo lugar. Es en este contexto que surge la necesidad de identificar y describir el conocimiento didáctico-matemático que poseen los futuros profesores de Educación Básica para enseñar matemáticas elementales.

Para el desarrollo de este estudio abordaremos la matemática elemental, según la perspectiva de Ma (2010), quien reconoce que los conocimientos del profesor son esenciales en la tarea de enseñarla; y la define como la comprensión profunda de las matemáticas fundamentales que debiese poseer un profesor para ejercer en plenitud su tarea de enseñar matemáticas a niños, en los primeros años de escolaridad.

Desde esta perspectiva, surge nuestra pregunta de investigación: ¿Qué conocimiento didáctico-matemático para enseñar matemáticas elementales presentan los futuros profesores de Educación Básica? Para responder a este interrogante, se ha aplicado el cuestionario denominado CDM-Matemáticas Elementales (Pincheira y Vásquez, 2018) a 157 futuros profesores de tres universidades del sur de Chile.

Esto ha permitido evaluar aspectos iniciales y parciales del conocimiento didáctico-matemático que poseen los futuros profesores de Educación Básica para la enseñanza de las matemáticas elementales y, desde esta perspectiva, poder analizar sus prácticas de enseñanza. Para realizar dicho análisis, nos situamos desde el modelo de Conocimiento Didáctico-Matemático del profesor (Godino, Batanero, Font y Giacomone, 2016).

MARCO TEÓRICO

Conocimiento Didáctico-Matemático del Profesor

El desarrollo de investigaciones vinculadas a la formación y el desarrollo del profesorado, en especial en el área de las matemáticas, forman parte de la tendencia que se ha observado durante los últimos años (e. g. Hill; Ball y Schilling, 2008; Hoover, 2014), destacando notablemente, el crecimiento en la naturaleza teórica del campo en sí (Chapman, 2014).

Esto se debe a la necesidad de contar con profesores mejor preparados para la enseñanza de esta materia, especialmente, en los primeros niveles educativos, pues “los profesores son la clave de oportunidad de aprendizaje de las matemáticas” (Even y Ball, 2009, pp. 1-2); es decir, la calidad de la enseñanza tiene estrecha relación con los docentes, su conocimiento y su preparación para enseñar, la cual impacta directamente en el aprendizaje y el desarrollo de competencias matemáticas de sus estudiantes (Darling-Hammond y Bransford, 2005; Hattie, 2012). Por tanto, si se desea mejorar la formación matemática de los alumnos, es necesario prestar especial atención al conocimiento del profesor.

En el marco del Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemáticos (Godino, Batanero y Font, 2007) se ha elaborado un modelo de categorías primarias del conocimiento didáctico-matemático del profesor de matemáticas (Godino, 2009; Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017; Pino-Fan y Godino, 2015), el modelo CDM, que puede servir de base para orientar la formación de profesores de matemáticas.

En los diversos modelos teóricos que se han ido gestando, hay un consenso general que dice que para lograr una enseñanza efectiva, el profesor de matemáticas debe manejar las matemáticas que se imparten en los diversos niveles educativos, y de este modo generar la articulación con los conocimientos pertinentes a los niveles educativos posteriores.

Dichos conocimientos se definen como el “conocimiento del contenido matemático *per se*” (Scheiner, 2015, p. 3250), desde donde se conforman el conocimiento común y ampliado del contenido. El primero tiene relación con el nivel educativo en que se enseña, mientras que el segundo se vincula con los conocimientos alcanzados en los niveles superiores.

En el trabajo propuesto por Godino et ál. (2016), se presenta el modelo de conocimiento didáctico-matemático que se superpone al conocimiento matemático *per se* (común y ampliado) como se muestra en la Figura 1.

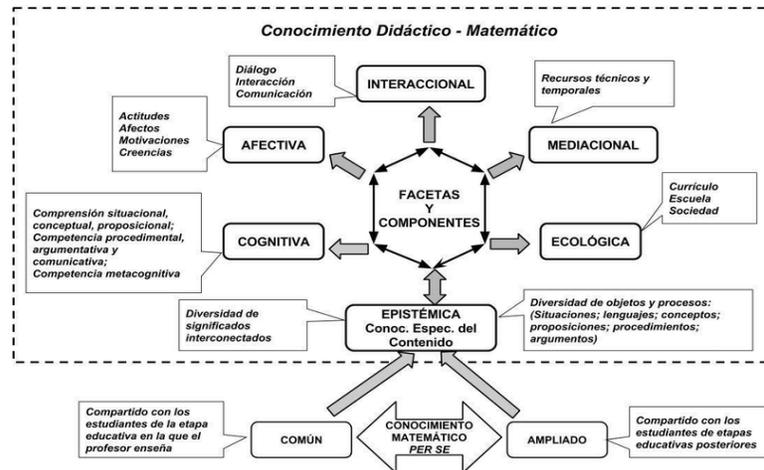


Figura 1. Facetas y componentes del conocimiento del profesor (Godino et ál., 2016, p. 292)

Este modelo se fundamenta en las siguientes facetas y componentes:

- *Faceta epistémica*: implica el conocimiento de los significados institucionales de cualquier objeto matemático, dependiendo de los diferentes contextos de uso, y el reconocimiento del sistema de prácticas, objetos y procesos implicados en cada significado parcial.
- *Faceta cognitiva*: relacionada con el conocimiento de cómo lo estudiantes razonan, aprenden, comprenden las matemáticas y como se prosperan en su aprendizaje.
- *Faceta afectiva*: incorpora los conocimientos sobre los aspectos afectivos, emocionales, actitudinales y creencias de los estudiantes con relación en los objetos matemáticos y el proceso de estudio seguido.
- *Faceta interaccional*: vinculada a los conocimientos sobre la enseñanza de las matemáticas, organización de las tareas, resolución de dificultades de los estudiantes, e interacciones que se puede establecer en el aula.
- *Faceta mediacional*: relacionada con los conocimientos de los recursos (tecnológicos, materiales y temporales) pertinentes para favorecer el aprendizaje de los estudiantes.
- *Faceta ecológica*: incorpora las relaciones del contenido matemático con otras disciplinas, y los factores curriculares, socioprofesionales, políticos, económicos que condicionan los procesos de instrucción matemática.

Todas estas facetas se relacionan entre sí y forman parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, correspondiente a la línea punteada en la figura 1, en la medida en que tales procesos ponen en juego algún contenido matemático, ya sea común o ampliado.

La formación del profesorado y la matemática elemental

La formación inicial de los docentes representa una variable relevante en términos de la alta incidencia que se ejerce en el logro de los aprendizajes de los alumnos en Chile (Mineduc, 2011). Con la intención de contar con profesores mejor preparados, tanto en el área disciplinar que se debe enseñar, como en los aspectos pedagógicos que se deben dominar para lograr una enseñanza efectiva, el Ministerio de Educación de Chile ha propuesto un conjunto de estándares orientadores, para los egresados de carreras de pedagogía en Educación Básica. Las instituciones formadoras se encuentran al tanto de las orientaciones que expresan de manera clara y precisa lo que deben saber los profesores al finalizar su etapa formativa inicial.

Desde las orientaciones que otorgan los estándares que rigen la formación del profesorado, en la disciplina de matemáticas, podemos analizar la matemática elemental presente. En este sentido, la matemática elemental que deben enseñar los futuros profesores de Educación Básica se encuentra organizada de acuerdo con cuatro ejes de contenido del currículo escolar chileno (Mineduc, 2011): Números, Geometría, Álgebra, Datos y Azar, como se muestra en la tabla 1:

Tabla 1
Análisis de los ejes presentes en los estándares orientadores para la carrera de pedagogía en Educación Básica

Ejes	Descripción
El eje de Números	El núcleo central del currículo escolar de matemática se encuentra constituido por medio del eje de números. Los futuros profesores deben demostrar dominio en la conducción del aprendizaje de los sistemas de numeración decimal, operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división de números naturales, desarrollo del trabajo con fracciones, decimales, porcentajes, razones y proporciones.
El eje de Geometría	Los futuros profesores deben estar preparados para transferir el aprendizaje de las formas geométricas, figuras planas, conceptos y aplicaciones a la medición, como así también, conducir el aprendizaje de los conceptos asociados al área, perímetro de figuras planas y volumen de cuerpos geométricos.
El eje de Álgebra	Mediante la formación, los egresados de pedagogía en Educación Básica deben ser capaces de conducir el aprendizaje de patrones y sucesiones, expresiones algebraicas y ecuaciones.
El eje de Datos y Azar	En este eje se estudian elementos básicos de la estadística descriptiva, inferencia estadística y probabilidades. Los futuros profesores deben estar preparados para conducir el aprendizaje en la recolección y el análisis de datos, y probabilidades.

Nota: fuente propia de la investigación.

Las orientaciones que formulan los estándares disciplinarios para la enseñanza de la matemática, estipulan que los egresados de las carreras de pedagogía en Educación Básica deben demostrar competencias disciplinarias en torno a cada uno de los ejes que conforman el currículo, pues es necesario tener una visión profunda e integrada de la matemática escolar, como así también, comprender su sentido como origen de una construcción superior en esta área del conocimiento.

El currículo escolar chileno y la matemática elemental

El currículo escolar chileno, por medio de las bases curriculares, establece los objetivos de aprendizaje que definen los desempeños mínimos que debiesen alcanzar los estudiantes en cada asignatura y nivel de enseñanza. Desde las bases curriculares propuestas para el área de matemática podemos analizar la presencia de la matemática elemental, es decir, cuáles son los saberes fundamentales que se deben enseñar en los primeros años de escolaridad y cómo estos se organizan.

Las bases curriculares, a diferencias de los estándares orientadores, proponen la organización de los aprendizajes de acuerdo a cinco ejes temáticos, para los niveles de 1.º a 6.º de Educación Básica (Mineduc, 2012a): Números y operaciones; Patrones y álgebra; Geometría; Medición; Datos y Probabilidades, como se aprecia en la tabla 2.

Tabla 2

Análisis de los ejes temáticos presentes en el currículo escolar chileno

Eje	Descripción
Números y operaciones	Este eje considera el desarrollo del concepto de número, habilidades en el cálculo mental y uso de algoritmos. Los estudiantes deben aprender algoritmos de adición, sustracción, multiplicación, división y sistema posicional de escritura. Finalmente, deben aproximarse al trabajo con números racionales (fracciones, decimales y porcentajes).
Patrones y álgebra	Los estudiantes, a través de este eje deben ser capaces de explicar y describir patrones de todo tipo, ya sea entre números, formas, objetos y conceptos. Por otra parte, deben transitar entre las diversas formas de representación de los patrones, esto les permitirá conjeturar y fundamentar su razonamiento en la resolución de problemas.
Geometría	Este eje pretende que los estudiantes sean capaces de reconocer, visualizar y dibujar figuras. También, deben describir propiedades y características de figuras 3D y 2D. Mediante, la entrega de conceptos, deben entender la estructura del espacio y describir de manera más precisa el entorno.
Medición	La finalidad de este eje es lograr que los estudiantes identifiquen y cuantifiquen las características de los objetos (largo, ancho, alto, volumen, peso, etc.). A partir del uso de medidas no estandarizadas, los

	estudiantes deben desarrollar la habilidad para realizar mediciones, para luego aplicar unidades de medida estandarizadas de manera apropiada.
Datos y probabilidades	Este eje procura que los estudiantes registren, clasifiquen y lean información presente en tablas y gráficos, como también, que exploren los primeros conceptos asociados a la probabilidad.

Nota: fuente propia de la investigación.

METODOLOGÍA

El estudio responde a una investigación de tipo exploratoria, dado que nos ofrece un primer acercamiento sobre el tema, y su enfoque metodológico es cuantitativo (Ghauri y Gronhaug, 2010).

Participantes y recogida de datos

En este estudio participaron 157 futuros profesores de Educación Básica de tres universidades de Chile, que cursaban su cuarto año de carrera, etapa donde se habían impartido cursos tanto de matemática, como de didáctica. La recolección de datos se hizo mediante la aplicación del cuestionario CDM-Matemáticas Elementales, descrito en Pincheira y Vásquez (2018), por medio de un taller desarrollado durante el segundo semestre del año 2018. Los estudiantes de pedagogía accedieron a responder de manera voluntaria el instrumento, luego de firmar un consentimiento informado. Dicha aplicación se efectuó en un tiempo máximo de 90 minutos.

Una vez recogidos los datos, se codificaron según el grado de corrección de las respuestas. Para analizar los resultados se han establecido las siguientes puntuaciones: ‘2’ si la respuesta es correcta, ‘1’ si es parcialmente correcta, ‘0’ si es incorrecta. Por medio de una rúbrica se establecieron criterios para asignar las puntuaciones, según la pertinencia de las respuestas. A partir de esta codificación, se analizaron aspectos psicométricos del instrumento, tales como, la fiabilidad de la consistencia interna del cuestionario, al aplicar el coeficiente alfa de Cronbach y los índices de dificultad de los ítems que lo componen.

Instrumento

El diseño del cuestionario CDM-Matemáticas Elementales (Pincheira y Vásquez, 2018) se ha realizado a partir del análisis de los estándares orientadores y las bases curriculares, con el fin de diagnosticar las principales dificultades presentes en la formación de los futuros profesores de Educación Básica, respecto de las distintas facetas y componentes del conocimiento didáctico-matemático sobre la enseñanza de la matemática elemental.

El instrumento se compone de 6 ítems de respuesta abierta, basados en situaciones problemáticas de enseñanza, que sitúan a los futuros profesores de manera hipotética en

diversos escenarios para enseñar matemáticas elementales. Estas situaciones problemáticas de enseñanza fueron formuladas a partir de la propuesta otorgada por los estándares disciplinarios de matemática, con ejemplos (Mineduc, 2012b).

Para este estudio se asume que una situación hipotética de aula es aquella que ejemplifica situaciones que se dan en el proceso de enseñanza aprendizaje, considerando la diversidad de conocimientos didáctico-matemáticos que se ponen en juego cuando un profesor enseña, en este caso, matemáticas elementales (Vásquez y Alsina, 2017).

Las situaciones problemáticas de enseñanza presentes en el cuestionario, tienen estricta relación con los contenidos presentes en los ejes temáticos de matemática (tabla 3), correspondiente al primer ciclo de enseñanza básica (1.º a 4.º año básico).

Tabla 3
Contenidos que se espera movilizar en el conjunto de ítems que conforman el cuestionario del conocimiento didáctico-matemático sobre la matemática elemental

ítems	Contenidos
1	Adición de fracciones y su representación
2	Patrones y secuencias numéricas
3	Resolución de problemas en situaciones aditivas
4	Reconocimiento y descripción de cuerpos geométricos en el entorno
5	Cálculo de media aritmética e interpretación en su contexto
6	Estimación

Nota: fuente propia de la investigación.

La tabla 4, describe los conocimientos que se evalúan en cada uno de los ítems del cuestionario, a través de las distintas facetas que componen el modelo de conocimiento del profesor en que se basa nuestro estudio.

Tabla 4
Conocimientos a evaluar en los ítems que conforman el cuestionario

ítem	Preguntas	Tipos de conocimientos y facetas
1	a. ¿Cuál o cuáles respuestas debiera aceptar el profesor como correctas? ¿Por qué?	Conocimiento común del contenido
	b. ¿Qué conceptos y/o propiedades matemáticas deben usar los alumnos de la profesora Carvajal, para dar una solución correcta?	Conocimiento del contenido especializado (faceta epistémica)
	c. Describa las posibles dificultades presentes en las respuestas incorrectas, que han llevado a los alumnos a responder de manera errónea.	Conocimiento del contenido en relación con los estudiantes (faceta afectiva y cognitiva)
	d. ¿Qué estrategias utilizaría usted como profesor para orientar a aquellos alumnos que no han sabido resolver el problema? Explique en detalle su respuesta.	Conocimiento del contenido en relación con la enseñanza (faceta mediacional e interaccional)

	e. ¿Para cuál curso considera usted pertinente este problema, de acuerdo con el currículo actual?	Conocimiento del contenido en relación con el currículo (faceta ecológica)
	a. Resuelva el problema planteado por el profesor Bilbao. Explique su respuesta.	Conocimiento común del contenido
	b. Describa las posibles dificultades presentes en las respuestas incorrectas, que han llevado a los alumnos a responder de manera errónea.	Conocimiento del contenido en relación con los estudiantes (faceta afectiva y cognitiva)
2	c. ¿Para cuál curso considera usted pertinente este problema, de acuerdo con el currículo actual?	Conocimiento del contenido en relación con el currículo (faceta ecológica)
	d. ¿Qué tipo de recurso utilizaría para representar el problema? Explique cómo lo utilizaría y justifique su elección.	Conocimiento del contenido en relación con la enseñanza (faceta mediacional e interaccional)
3	a. Señale las posibles dificultades presentes en las respuestas incorrectas.	Conocimiento del contenido en relación con los estudiantes (faceta afectiva y cognitiva)
	b. ¿Qué estrategia utilizaría para remediar los errores encontrados?	Conocimiento del contenido en relación con la enseñanza (faceta mediacional e interaccional)
	a. Indique con qué estrategias conduciría a sus alumnos para que identifiquen los cuerpos geométricos presentes.	Conocimiento del contenido en relación con la enseñanza (faceta mediacional e interaccional)
4	b. ¿Para cuál nivel escolar considera usted pertinente la situación problemática planteada?	Conocimiento del contenido en relación con el currículo (faceta ecológica)
	c. ¿Qué preguntas haría a sus alumnos?	Conocimiento del contenido en relación con la enseñanza (faceta mediacional e interaccional)
	d. ¿Cómo evaluaría los aprendizajes logrados? Fundamente.	Conocimiento del contenido en relación con la enseñanza (faceta mediacional e interaccional)
	a. Explique por qué esa altura común sería la media de los números dados.	Conocimiento común del contenido
5	b. ¿En qué nivel escolar es útil esta representación de la media? Justifique.	Conocimiento del contenido en relación con el currículo (faceta ecológica)
	c. ¿Qué limitaciones tiene este procedimiento para calcular la media?	Conocimiento del contenido especializado (faceta epistémica)
	a. Considerando que el alumno se refiere a una regla graduada, diseñe una actividad breve que permita a los alumnos responder a la pregunta planteada.	Conocimiento del contenido en relación con la enseñanza (faceta mediacional e interaccional)
6	b. ¿De qué forma se podría aprovechar el problema para discutir acerca de cómo controlar los errores en las mediciones?	Conocimiento del contenido en relación con la enseñanza (faceta mediacional e interaccional)
	c. ¿Con cuáles conceptos más avanzados del currículo escolar relaciona el contenido involucrado en la resolución de este problema?	Conocimiento avanzado del contenido

Nota: fuente propia de la investigación.

Fiabilidad de la consistencia interna del cuestionario

Las respuestas otorgadas en el cuestionario permiten inferir aspectos parciales e iniciales del conocimiento didáctico-matemático sobre matemáticas elementales, que no pueden ser observados de manera directa. Para ello, se ha analizado el grado de consistencia y estabilidad de los ítems del cuestionario, por medio de la fiabilidad de la consistencia interna del instrumento. Con esta intención se aplicó el coeficiente alfa de Cronbach, donde se ha obtenido un valor de 0.78, siendo aceptable. Esto indica que el instrumento permite realizar mediciones estables y consistentes, respecto de los ítems que lo componen.

Índice de dificultad de los ítems

El índice de dificultad (ID), evalúa la dificultad que supone la resolución de las situaciones problemáticas de enseñanza que propone el instrumento. Muñiz (1994), lo define como la relación entre el número de sujetos que responden correctamente el ítem y los que han intentado resolverlo. Los valores que puede tomar este índice, fluctúan entre 0 y 1, donde 0 indica un alto grado de dificultad del ítem y 1 un grado de máxima facilidad, en este sentido, los índices de dificultad media son aquellos que mejor discriminan.

Para el cálculo del índice de dificultad, se clasificaron las respuestas en correctas e incorrectas, no se consideraron aquellas preguntas no respondidas. De esta manera, fue posible visualizar las situaciones problemáticas presentes en los ítems del cuestionario que resultaron más sencillas o complejas de responder (tabla 5). La dificultad media del instrumento corresponde al 61 %, lo cual se puede interpretar como el porcentaje de la muestra que responde de manera correcta.

Tabla 5
Índice de dificultad de los ítems del cuestionario

Ítem	1					2				3		4				5			6		
	a	b	c	d	e	a	b	c	d	a	b	a	b	C	D	a	b	c	a	b	c
ID (%)	87	65	60	60	78	100	49	80	54	45	59	53	70	44	52	83	64	55	45	46	27

Nota: fuente propia de la investigación.

El ítem que presenta mayor grado de dificultad evalúa el conocimiento ampliado, perteneciente al eje temático de medición, mientras que aquellos que representan menor grado de dificultad son 1a y 2a relacionado con el conocimiento común sobre los ejes de números y patrones-álgebra, respectivamente.

RESULTADOS

Para desarrollar el análisis y efectuar una primera aproximación de manera global a los resultados, en una primera instancia se realizó un estudio de las puntuaciones totales del cuestionario, para luego describir el comportamiento de las facetas y los componentes del conocimiento didáctico-matemático.

Puntuación de cuestionario

A partir de las respuestas y el grado de corrección obtenido, por parte de los 157 futuros profesores de Educación Básica, se analizaron las puntuaciones totales. De acuerdo con los 6 ítems propuestos en el cuestionario CDM-Matemáticas Elementales, los cuales abordan 21 preguntas, es posible obtener un máximo de 42 puntos y un mínimo de 0. Los totales obtenidos fluctúan entre los 18 y 34 puntos, por lo que no se observan puntuaciones máximas, es decir, ningún profesor en formación resolvió correctamente el cuestionario en su totalidad.

De esta forma, el porcentaje de logro por los futuros profesores fue de un 57 %. Asimismo, la puntuación media alcanzada fue de 24 puntos, lo que se encuentra ligeramente sobre la media teórica, correspondiente a 21 puntos. Dado esto, la desviación típica obtenida fue de 6289 puntos, lo que se considera bajo, dado que se han analizado las respuestas tanto correctas como parcialmente correctas.

En efecto, el resultado del análisis de las de las puntuaciones obtenidas da cuenta de las limitaciones que presentan los futuros profesores de Educación Básica, para enseñar matemáticas elementales desde la aproximación al modelo de conocimiento didáctico-matemático.

Descripción de los resultados, según los componentes del conocimiento didáctico-matemático, para enseñar matemáticas elementales

Para describir el comportamiento de los resultados y realizar un análisis más detallado, se agruparon los ítems que conforman el cuestionario CDM-Matemáticas Elementales, a partir de los componentes del modelo de conocimiento didáctico-matemático. De este modo, se analizaron, al igual que en Vásquez y Alsina (2015), según el grado de corrección de las respuestas presentes en el instrumento: correcta, incorrecta, parcialmente correcta, no responde.

Conocimiento común del contenido

El conocimiento común del contenido se evalúa a partir de los ítems 1a, 2a y 5a. En estos, se plantean situaciones problemáticas de enseñanza relacionados con los ejes temáticos

del currículo nacional: números y operaciones; patrones y álgebra; datos y probabilidades, respectivamente.

Los porcentajes de las respuestas obtenidas (tabla 6) dan cuenta de un mejor manejo de conocimiento común en el eje de patrones y álgebra, con un 82.8 % de las respuestas correctas, es decir, la mayoría de los futuros profesores no presentaron problemas para reconocer patrones y determinar el término de la secuencia. Seguido de esto, un 72.6 % de respuestas correctas corresponden al conocimiento del profesor en el eje de números y operaciones, más específicamente, en la representación de operaciones con fracciones.

Finalmente, se observa un menor porcentaje de respuestas correctas (67.5 %) al evaluar el conocimiento del profesor sobre el eje de estadística y probabilidad, siendo la media aritmética y su interpretación con base en el concepto de reparto equitativo, el contenido más débil de abordar por los futuros profesores.

Tabla 6

Porcentaje según grado de corrección de las respuestas sobre conocimiento común (n=157)

Ítems	Respuesta correcta	Respuesta parcialmente correcta	Respuesta incorrecta	Sin respuestas
1a	72.6	16.6	10.8	0
2a	82.8	17.2	0	0
5a	67.5	19.1	13.4	0

Nota: fuente propia de la investigación.

En general, los resultados muestran que los profesores en formación, que participaron del estudio, presentan un manejo adecuado del conocimiento común del contenido, para los ejes temáticos que se proponen; es decir, en su mayoría logran resolver la situación problemática planteada y dar una respuesta correcta al problema.

Conocimiento especializado del contenido

El conocimiento especializado del contenido sobre matemáticas elementales se ha evaluado a través de los 6 ítems del cuestionario. Para llevar a cabo el análisis del conocimiento especializado, nos hemos centrado desde la reflexión epistémica que los futuros profesores de Educación Básica pueden realizar acerca de los conceptos y/o propiedades que se requieren para dar respuesta a las situaciones problemáticas de enseñanza planteadas en el cuestionario.

De este modo, se analizan aspectos parciales e iniciales del conocimiento especializado del contenido, pues a partir del grado de corrección de las contestaciones y los argumentos entregados en las preguntas que conforman el cuestionario, no es posible observar las prácticas o los argumentos que ponen en juego los futuros profesores en el proceso de enseñanza, y acceder a un análisis profundo.

En general, los ítems del cuestionario que presentan un porcentaje de respuestas correctas mayor o igual al 50 %, están vinculados con los conocimientos que se ponen en juego desde la faceta ecológica, relacionadas a factores curriculares que condicionan el proceso de instrucción matemática, como lo es el determinar el nivel educativo, para el cual es pertinente un contenido matemático presente en una situación problemática de enseñanza.

Mientras que los porcentajes más bajos de respuestas correctas obtenidas en el cuestionario están relacionados con los conocimientos que se ponen en juego, por una parte, desde la faceta interaccional con la organización de las tareas matemáticas, interacciones establecidas dentro del aula, así como con estrategias utilizadas y resolución de dificultades, por otra parte, las preguntas vinculadas a la faceta mediacional que consideran bajos resultados, corresponden al conocimiento de los recursos adecuados para favorecer el aprendizaje de los estudiantes, según los distintos escenarios y contenidos a enseñar que se deba enfrentar el futuro profesor.

Para realizar un análisis más minucioso respecto de los componentes del conocimiento especializado, se han clasificado los ítems del cuestionario, según los conocimientos del profesor que se desean evaluar, desde las distintas facetas que componen el conocimiento didáctico-matemático: el conocimiento epistémico (faceta epistémica), conocimiento del contenido en relación con los estudiantes (faceta cognitiva y afectiva), conocimiento del contenido en relación con la enseñanza (faceta interaccional y mediacional) y conocimiento del currículo (faceta ecológica).

Conocimiento epistémico

El conocimiento epistémico se evalúa a partir de los ítems 1b y 5c. Desde la faceta epistémica podemos analizar el conocimiento de los futuros profesores en relación con los conceptos y las propiedades que se deben utilizar para dar solución a una tarea (figura 2), como es el caso del ítem 1b, para representar de manera pictórica la adición de fracciones. Asimismo, el ítem 5c pone en juego este conocimiento, al analizar las limitaciones que presenta un procedimiento determinado para realizar el cálculo de la media aritmética de un conjunto de datos.

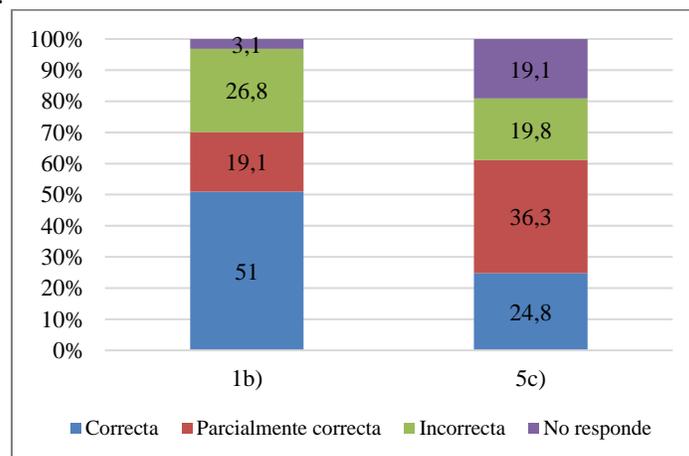


Figura 2. Distribución de las respuestas presentes en los ítems 1b y 5c.

Se observa un mejor desempeño por parte de los futuros profesores en el ítem 1b, puesto que el 51 % entrega una respuesta correcta, es decir, logran identificar los conceptos y propiedades que se requieren para dar solución a la tarea propuesta en el eje de números y operaciones. Muy por el contrario, los resultados del ítem 5c exponen las dificultades que se tienen para el desarrollo del trabajo en el eje de medición, con la media aritmética y las restricciones que presenta el procedimiento de reparto equitativo mediante el uso de bloques. Solo el 24.8 % logra responder de manera adecuada este ítem.

Conocimiento del contenido en relación con los estudiantes

El conocimiento del contenido en relación con los estudiantes, se encuentra presente en los ítems 1c, 2b y 3a. Estos se analizan desde la faceta cognitiva y afectiva, donde se indaga sobre cómo los estudiantes razonan y comprenden las matemáticas elementales, especialmente, las posibles dificultades que presentan las respuestas incorrectas que llevan a los estudiantes a responder de manera errónea las tareas matemáticas que se presentan en el cuestionario.

El ítem 1c y 3a tiene relación con el eje de números y operaciones, representación de fracciones y resolución de problemas con situaciones aditivas, respectivamente. El ítem 2b corresponde al eje de patrones y álgebra, donde se abordan las dificultades que presentan los estudiantes para el trabajo con patrones y secuencias numéricas. Una visión global de las respuestas obtenidas en el cuestionario respecto del conocimiento del contenido en relación con los estudiantes se presenta en la figura 3.

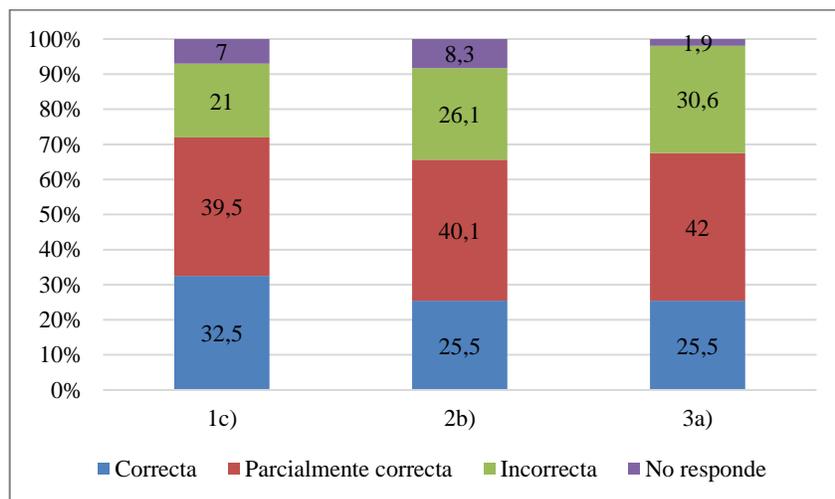


Figura 3. Distribución de las respuestas presentes en los ítems 1c, 2b y 3a

Los resultados muestran que las respuestas correctas no superan el 32.5 %. Los futuros profesores de Educación Básica no logran identificar completamente, las dificultades que llevan a los estudiantes a responder de manera errónea las tareas que se presentan en

relación con los contenidos de los dos ejes mencionados anteriormente. La mayor concentración de los datos se encuentra en las respuestas parcialmente correctas.

Conocimiento del contenido en relación con la enseñanza

El conocimiento del contenido en relación con la enseñanza es representado por la mayor cantidad de ítems del cuestionario. Casi la totalidad de las situaciones hipotéticas de enseñanza que se plantean en el cuestionario evalúan este conocimiento. Las facetas del conocimiento didáctico-matemático implícitas en dichos ítems corresponden a la faceta interaccional y mediacional.

Estos ítems evalúan aspectos parciales de las facetas antes mencionadas, tales como estrategias pertinentes para conducir el aprendizaje de los estudiantes (ítem 1d, 4a y 4c), estrategias para remediar errores (ítem 3b, 6b), diseño, organización y evaluación de tareas matemáticas (ítem 4d y 6a), uso de recursos para favorecer el aprendizaje (ítem 2d). Dichos aspectos, resultan esenciales para abordar la enseñanza de la matemática elemental, presentes en los ejes temáticos del primer ciclo del currículo escolar chileno.

La visión global de las contestaciones obtenidas para estos ítems (figura 4) da cuenta de los bajos resultados obtenidos, dado que el promedio de respuestas correctas no supera el 25.3 %. Los resultados no muestran diferencias significativas respecto de los diversos ítems que componen este conocimiento.

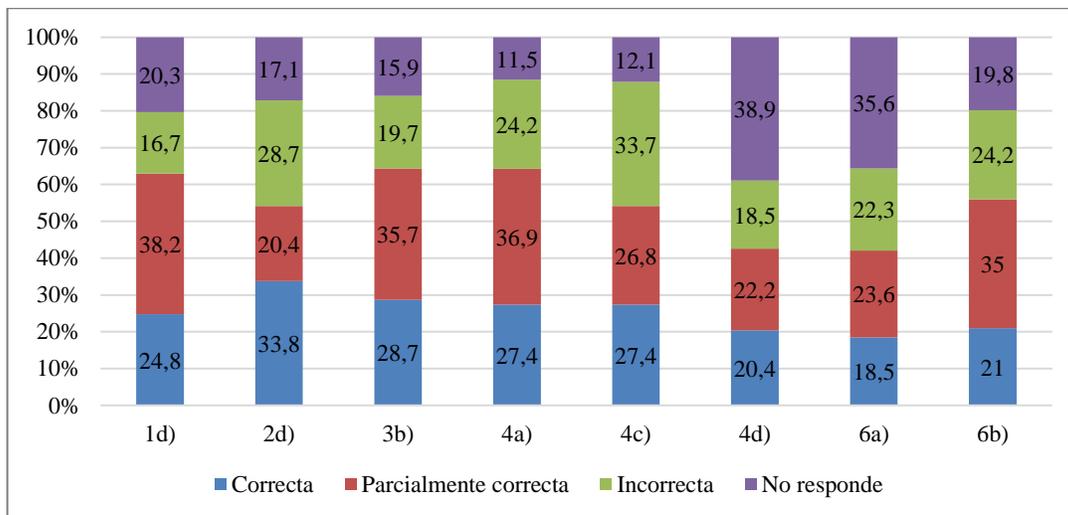


Figura 4. Distribución de las respuestas presentes en los ítems 1d, 2d, 3b, 4a, 4c, 4d, 6a y 6b.

Conocimiento del contenido en relación con el currículo

El conocimiento del contenido en relación con el currículo es evaluado a través de los ítems 1e, 2c, 4b y 5b. Estos se analizan desde la faceta ecológica, se quiere observar si los futuros profesores incorporan las relaciones del contenido matemático presente en las

situaciones problemáticas de enseñanza con los factores curriculares que condicionan el proceso de instrucción matemática. En la figura 5, se sintetizan los resultados obtenidos.

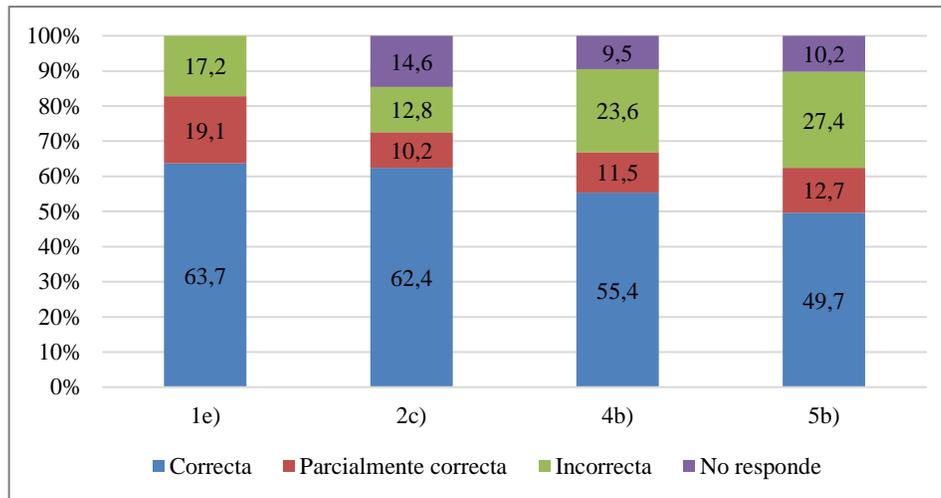


Figura 5. Distribución de las respuestas presentes en los ítems 1e, 2c, 4b y 5b.

Los resultados revelan un desempeño aceptable por parte de los futuros profesores, en su mayoría logran vincular el contenido matemático con el nivel educativo para el cual es pertinente la situación planteada, de acuerdo con el currículo actual chileno. El contenido matemático que resultó más complejo de relacionar con el currículo es el de media aritmética, para el eje de datos y probabilidades, alcanzando solo un 49.7 % de respuestas correctas. Mientras que el contenido de representación de fracciones en el eje de números y operaciones, resultó más sencillo de vincular con el currículo, logrando un 63.7 % de respuestas correctas.

Conocimiento ampliado del contenido

Para analizar el conocimiento ampliado del contenido sobre la matemática elemental, se estudiaron las respuestas obtenidas en el ítem 6c. Este aborda contenidos del eje de medición, más específicamente, el concepto de estimación. Como podemos observar en la tabla 7, responder a este ítem resultó de gran dificultad para los futuros profesores de Educación Básica, ya que solo el 9.6 % logró hacerlo de manera correcta, mientras que el 39.5 % no respondió. Por otra parte, el 26.1 % de los profesores en formación responde de manera incorrecta, es decir, no logran identificar el contenido involucrado en la situación problemática de enseñanza planteada, con otros conceptos más avanzados del currículo escolar.

Tabla 7

Porcentaje según grado de corrección de las respuestas sobre conocimiento ampliado (n = 157)

Ítems	Respuesta correcta	Respuesta parcialmente correcta	Respuesta incorrecta	Sin respuestas
6c	9.6	24.8	26.1	39.5

Nota: fuente propia de la investigación.

CONCLUSIONES

En este trabajo, se ha evaluado de manera fiable los conocimientos que poseen los futuros profesores de Educación Básica para enseñar matemáticas elementales, para ello, nos hemos situado desde el modelo de conocimiento didáctico-matemático del profesor. Los datos obtenidos se han recogido a partir de la aplicación del cuestionario denominado CDM-Matemáticas Elementales (Pincheira y Vásquez, 2018), a 157 futuros profesores de Educación Básica, lo que ha permitido evaluar aspectos parciales e iniciales de dicho conocimiento a partir de los ítems propuestos.

Dichos ítems, se fundamentan en los ejes temáticos del currículo escolar chileno, los que presentan menor dificultad de ser abordados por los futuros profesores son números y operaciones, y patrones y álgebra. Mientras que los que tienen mayor dificultad de ser tratados son los de medición, datos y probabilidades. Los resultados dan cuenta de las dificultades que poseen los profesores en formación para dar respuesta a los ítems que conforman el cuestionario, pues la media de las puntuaciones alcanzadas corresponde a 24 puntos de un total de 42.

Por otra parte, a partir de la interpretación de los resultados podemos observar que el conocimiento didáctico-matemático que poseen los futuros profesores de educación básica es limitado. Respecto de sus componentes, se observa un manejo aceptable del conocimiento común del contenido, sin embargo, el conocimiento especializado presenta ciertas dificultades al ser abordado. Mientras que el conocimiento ampliado resulta ser el peor evaluado.

Los resultados muestran que la mayoría de los futuros profesores que participaron del estudio presenta un buen desarrollo del conocimiento común del contenido, sobre matemáticas elementales, pues son capaces de resolver y dar respuesta a las situaciones problemáticas de enseñanza planteadas. Los futuros profesores no presentan mayores conflictos para identificar un patrón y determinar el término de una secuencia, a su vez, son capaces de identificar de buena manera la representación pictórica de las fracciones, como también, explicar de manera total o parcial el concepto de media aritmética.

Las dificultades más notorias presentes en el conocimiento especializado del contenido tienen relación con los conocimientos que se ponen en juego desde la faceta

interaccional, como lo es la organización de tareas matemáticas, interacciones establecidas dentro del aula, estrategias utilizadas y resolución de dificultades.

Así también, se obtuvieron bajos resultados en los conocimientos que se establecen desde la faceta mediacional. Estos son los relacionados con los conocimientos que deben tener los futuros profesores respecto de los recursos adecuados, para favorecer el aprendizaje de los estudiantes, de acuerdo con los distintos escenarios y contenidos a enseñar que se deba enfrentar el profesor.

Por otra parte, el escaso desarrollo del conocimiento ampliado del contenido permite observar que los futuros profesores no poseen un buen manejo del contenido con relación al concepto de estimación y no logran relacionarlo con otros temas o conceptos más avanzados del currículum escolar. Un 65.6 % de los participantes del estudio responde de manera errónea o no responde la pregunta planteada relacionada a este conocimiento.

Finalmente, el estudio otorga información relevante respecto de la formación inicial que reciben los futuros profesores, al proporcionar resultados sobre el conocimiento didáctico-matemático. A partir de los resultados obtenidos, surge la necesidad de generar programas de apoyo a la formación que permitan mejorar el nivel de los conocimientos, tanto matemáticos como didácticos para enseñar matemáticas elementales en los primeros años de escolaridad.

RECONOCIMIENTOS

Este trabajo se ha realizado en el marco del proyecto de investigación en formación de profesorado PGC2018-098603-B-I00 (MCIU/AEI/FEDER, UE).

DECLARACIÓN DE LA CONTRIBUCIÓN DE LOS AUTORES

El porcentaje total de contribución para la conceptualización, preparación y corrección de este artículo fue el siguiente: N. P. 50 %, C.V. 30 % y B. G. 20 %.

DECLARACIÓN DE DISPONIBILIDAD DE LOS DATOS

Los datos que respaldan los resultados de este estudio serán puestos a disposición por el autor correspondiente [N. P.], previa solicitud razonable.

REFERENCIAS

- Alpízar-Vargas, M., & Alfaro-Arce, A. (2019). La formación universitaria de docentes de educación primaria: el caso de matemáticas. *Uniciencia*, 33(2), 110-154. doi: <https://doi.org/10.15359/ru.33-2.8>
- Chapman, O. (2014). Overall Commentary: Understanding and Changing Mathematics Teachers. In: Lo, Jane-Jane; Leatham, Keith R.; Van Zoest, Laura R. (Ed.). *Research Trends in Mathematics Teacher Education* (pp. 295-309). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-02562-9_16

- Chapman, O., & An, S. (2017). A survey of university-based programs that support in-service and pre-service mathematics teachers' change. *ZDM Mathematics Education, Berlín*, 49(2), 171-185. doi: <http://doi.org/10.1007/s11858-017-0852-x>
- Clotfelter, C., Ladd, H., & Vigdor, J. (2007). Teacher credentials and student achievement: Longitudinal analysis with student fixed effects. *Economics of Education Review*, 26(6), 673-682. <https://doi.org/10.1016/j.econedurev.2007.10.002>
- Darling-Hammond, L., & Bransford, J. (2005). *Preparing Teachers for a Changing World: What Teachers Should Learn and Be Able to Do*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Darling-Hammond, L., Wei, R., & Johnson, C. (2009). Teacher Preparation and Teacher Learning: A Changing Policy Landscape. In: Sykes, G.; Schneider, B.; Plank, D. (Ed.). *Handbook of Education Policy Research* (pp. 613-636). Nueva York: American Educational Research Association and Routledge.
- Eurydice. (2013). *Key Data on Teachers and School Leaders in Europe*. 2013 Edition. Eurydice Report. Luxembourg: Publications Office of the European Union.
- Even, R., & Ball, D. L. (2009). *The professional education and development of teachers of mathematics*. New York, NY: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-09601-8>
- Ghauri, P., & Gronhaug, K. (2010). *Research methods in business studies*. Prentice Hall, Harlow.
- Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. UNION, *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31. <https://union.fespm.es/index.php/UNION/issue/view/27>
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, 39(1), 127-135. doi: <http://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Godino, J. D., Batanero, C., Font, V., & Giacomone, B. (2016). Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo CCDM. In: Fernández, C. et ál. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 288-297). Málaga: SEIEM. <https://www.seiem.es/docs/actas/20/ActasXXSEIEM.pdf>
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*, 31(57), 90-113. doi: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05>
- Hanushek, E. A. (2004). *Some simple analytics of school quality*. Cambridge, MA: National Bureau of Economic Research. <https://doi.org/10.3386/w10229>
- Hattie, J. (2008). *Visible learning: A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. London, UK: Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203887332>
- Hattie, J. (2012). *Visible Learning for Teachers*. London, UK: Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203181522>
- Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-specific Knowledge of Students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400. www.jstor.org/stable/40539304

- Hoover, M. (2014). Commentary on Section 1: Mounting Progress on Understanding Mathematics Teacher Content Knowledge. In: Lo, Jane-Jane; Leatham, K.; Van Zoest, L. R. (Ed.). *Research Trends in Mathematics Teacher Education*, (pp. 83-90). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-02562-9_5
- Krainer, K. (2011). Teachers as stakeholders in mathematics education research. In B. Ubuz (Ed.). *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME35)* (pp. 47-62). Ankara, Turkey: PME.
- Ma, L. (2010). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203856345>
- Ministerio de Educación. (2011). *Estándares Orientadores para la Formación Inicial Docente*. Unidad de Currículo y Evaluación: Santiago de Chile.
- Ministerio de Educación. (2012a). *Bases Curriculares 2012: Educación Básica Matemática*. Unidad de Currículo y Evaluación: Santiago de Chile.
- Ministerio de Educación. (2012b). *Estándares Disciplinarios de Matemática con Ejemplos*. Unidad de Currículo y Evaluación: Santiago de Chile.
- Ministerio de Educación. (2018). *Resultados Evaluación Diagnóstica Nacional 2017*. Santiago, Chile.
- Muñiz, J. (1994). *Teoría Clásica de los Tests*. Madrid: Pirámide.
- Organisation for Economic Co-Operation and Development (OECD). (2005). *Teachers matter: Attracting, developing and retaining effective teachers*. Paris, France: OCDE. <https://www.oecd.org/education/school/34990905.pdf>
- Pincheira, N., & Vásquez, C. (2018). Conocimiento didáctico-matemático para la enseñanza de la matemática elemental en futuros profesores de educación básica: diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación. *Revista Estudios Pedagógicos*, 44(1), 25-48. doi: <https://doi.org/10.4067/S0718-07052018000100025>
- Pino-Fan, L., & Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma*, 36(1), 87-109. http://ve.scielo.org/scielo.php?pid=S1011-22512015000100007&script=sci_abstract
- Ponte, J. (2014). *Práticas profissionais dos professores de Matemática*. Portugal: Instituto de Educação de la Universidad de Lisboa.
- Scheiner, T. (2015). Lessons we have (not) learned from past and current conceptualizations of mathematics teachers' knowledge. In: Krainer, K.; Vondrová, N. (Ed.). *Proceedings of the CERME 9-Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 3248-3253). Prague, Czech Republic. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01289875>
- Segarra, J., & Julià, C. (2021). Conocimiento matemático de estudiantes para docentes de educación primaria: análisis de variables. *Uniciencia*, 35(1). doi: <https://doi.org/10.15359/ru.35-1.8>
- Tatto, M., et ál. (2012). *Policy, Practice, and Readiness to Teach Primary and Secondary Mathematics in 17 countries: Findings from the IEA Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M)*. International Association for the

Evaluation of Educational Achievement. Herengracht 487, Amsterdam, 1017 BT, The Netherlands.

Vásquez, C., & Alsina, A. (2015). Conocimiento didáctico-matemático del profesorado de educación primaria sobre probabilidad: diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación. *Bolema*, 29(52), 681-703. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n52a13>

Vásquez, C., & Alsina, Á. (2017). Aproximación al conocimiento común del contenido para enseñar probabilidad desde el modelo de Conocimiento Didáctico-Matemático. *Educación Matemática*, 29(3), 79-108. doi: <http://doi.org/10.24844/EM2903.03>



Uniciencia is protected by Attribution-NonCommercial-NoDerivs 3.0 Unported ([CC BY-NC-ND 3.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/))