

William Orlando Prieto-Bustos*
Joan Miguel Tejedor-Estupiñán**

La generación de nuevo conocimiento en economía: un modelo de crecimiento endógeno¹

Recibido: 1 de marzo de 2020

Concepto de evaluación: 12 de agosto de 2020

Aprobado: 13 de agosto de 2020

Artículo de investigación

© 2020 Universidad Católica de Colombia.

Facultad de Ciencias

Económicas y Administrativas.


Todos los derechos reservados


Resumen

Este artículo presenta un modelo para la producción de nuevo conocimiento sobre la relación endógena de actividades docentes y actividades investigativas. La descripción teórica del modelo expone los rendimientos a escala en función de una curva de aprendizaje. En esta, la existencia de una comunidad académica —en el sentido de Lakatos— es determinante para la generación de nuevo conocimiento científico, pues contrarresta el caso particular de rendimientos decrecientes. La base para el ejercicio de Montecarlo fue construida sobre las características estadísticas de los registros de la producción científica de la Universidad Católica de Colombia, que constan en las revistas de economía desde el 2007 hasta el 2010, y permitió establecer dos conclusiones. La primera es que, ante rendimientos crecientes, las mejoras en el coeficiente de aprendizaje y en capital humano impulsan progresivamente la tasa de crecimiento de nuevo conocimiento, sin modificar las cantidades de capital y trabajo, combinadas en la tecnología inicial. La segunda conclusión muestra que el ritmo de crecimiento del coeficiente de aprendizaje por la práctica y en el capital humano aumenta la producción de nuevo conocimiento en forma continua cuando existe una comunidad académica, en relación con una tecnología con rendimientos decrecientes de un entorno sin comunidad académica.

Palabras clave: enseñanza de la economía, modelo de crecimiento endógeno, rendimientos a escala.

JEL Classification: A10, A23, F12, I26, O40.

* Magíster en Economía y economista. Docente de la Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas de la Universidad Católica de Colombia. Correo electrónico: woprieto@ucatolica.edu.co.
 <https://orcid.org/0000-0001-7992-8781>

** Ph.D. (c) in Economics. Magíster en Derechos Humanos y economista. Docente de la Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas de la Universidad Católica de Colombia. Correo electrónico: jmtejedor@ucatolica.edu.co.
 <https://orcid.org/0000-0002-2346-3222>

¹ Este trabajo forma parte de las investigaciones desarrolladas por los autores como integrantes del Grupo de Investigación Finanzas y Política Económica de la Universidad Católica de Colombia (Bogotá, Colombia).

The Generation of New Knowledge in Economics: An Endogenous Growth Model

Abstract

This document presents a model to produce new knowledge on the endogenous relationship of teaching and research activities. The theoretical description of the model explains returns to scale as a function of a learning curve, in which the existence of an academic community—in the Lakatos sense—is critical for the generation of new scientific knowledge, as it counteracts the particular case of diminishing returns. The Montecarlo exercise was based on the statistical characteristics of the records of scientific production of the Universidad Católica de Colombia from 2007 to 2010 in economics journals, which allowed establishing two conclusions. First, in the presence of increasing returns, improvements in the learning coefficient and human capital progressively drive the growth rate of new knowledge without modifying the levels of capital and labor combined in initial technology. Second, the growth rate of the learning coefficient due to practice and in human capital continuously increases the production of new knowledge when there is an academic community in relation to a technology with diminishing returns, characteristic of an environment without an academic community.

Keywords: Teaching of economics, endogenous growth model, returns to scale.

INTRODUCCIÓN

La relación de la investigación con las prácticas de docencia es considerada un aspecto esencial en la gestión de conocimiento de las instituciones de educación superior (Bejarano, 1999a, 1999b; González, 1990; Sanz de Santamaría, 1999). Sin embargo, la literatura especializada no ha cuantificado su importancia en las actividades de ciencia e investigación, particularmente en la enseñanza de la economía. El presente artículo pretende contribuir tanto teórica como empíricamente en este sentido, ofreciendo un marco de análisis para fundamentar la relevancia de dicha relación en lo que atañe a la producción científica.

Con base en el ejercicio de Montecarlo, que toma las características estadísticas de los registros de la producción científica de la Universidad Católica de Colombia, en las revistas de economía desde el 2007 hasta el 2010, este documento propone un modelo teórico y una aplicación empírica, que estructura la relación de la investigación y las prácticas de docencia como una relación endógena. Esta relación tiene como base una curva de aprendizaje para la determinación de nuevo conocimiento, entendido como la producción de artículos resultado de investigación, sin control por aspectos específicos sobre la calidad. Siguiendo la especificación del *aprender haciendo*, el modelo identifica la relación docencia-investigación en entornos en los que la existencia de una comunidad académica —en el sentido de Lakatos— favorece la difusión del nuevo conocimiento, y en aquellos en los que no existe, lo cual aumenta el costo marginal de producción de nuevo conocimiento.

Haciendo uso de una función de producción, la relación docencia-investigación permite generar crecimiento endógeno, en la medida en que la acumulación de conocimientos no depende de la asignación de recursos de capital y de trabajo, sino de la cantidad de nuevos conocimientos generados en la actividad productiva. Debido a la práctica que ocurre en la interacción de docentes y estudiantes, el aprendizaje incrementa la acumulación de conocimiento, como un efecto colateral de la propia actividad de producción, sin un incremento en los recursos productivos. Así, la relación docencia-investigación desborda los alcances de la tecnología, generando una mejora en la producción sin innovación en la cantidad de recursos utilizados. Dos parámetros de la función de producción de nuevo conocimiento resultan relevantes para el análisis. El parámetro *theta* θ es uno de ellos, determina la influencia del *stock* de conocimientos sobre el crecimiento de nuevo conocimiento. El otro es el parámetro *b*, que determina la innovación en la relación docencia-investigación, lo cual afecta las tasas de progreso y de aprendizaje en la generación de nuevo conocimiento.

La existencia de una comunidad académica fortalece ambos parámetros (θ y b), en la medida en que reduce los costos marginales de producción. Por un lado, mejora el impacto del *stock* de conocimientos sobre las investigaciones posteriores, debido a la existencia de costos fijos, líneas y redes de investigación, y la correspondiente institucionalidad acorde a las necesidades de los proyectos de investigación, cuya continuidad no depende del mercado. Con esto se fortalece el impacto del parámetro θ sobre la producción de nuevo conocimiento. Por otro lado, mejora la eficiencia de la relación docencia-investigación sobre la creación de nuevo conocimiento descrita por la curva de aprendizaje. De este modo, se reducen los costos de producción, pues el diseño institucional que regula la producción se ajusta, favoreciendo el impacto del parámetro b sobre la generación de nuevo conocimiento.

Las simulaciones del modelo, realizadas en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Católica de Colombia, con un ejercicio de Montecarlo dirigido para 593 datos, permitieron establecer dos conclusiones. La primera es que, en presencia de rendimientos crecientes, las mejoras en el coeficiente de aprendizaje y en capital humano impulsan progresivamente la tasa de crecimiento de nuevo conocimiento, sin modificar los niveles de capital y trabajo combinados en la tecnología inicial. La segunda conclusión es que, cuando existe una comunidad académica, el ritmo de crecimiento del coeficiente de aprendizaje —por la práctica y en el capital humano— aumenta la producción de nuevo conocimiento en forma continua, con relación a una tecnología de rendimientos decrecientes, característica de un entorno con ausencia de comunidad académica.

El contenido del artículo se presenta en tres secciones, además de la presente introducción. En la primera se discuten los antecedentes de la investigación, y el marco jurídico de las actividades de investigación y de las prácticas docentes en la ciencia económica en Colombia. El modelo de crecimiento endógeno se expone en la segunda sección. La tercera sección hace la aproximación empírica y discute las estimaciones realizadas. Las conclusiones describen los principales hallazgos del trabajo.

ANTECEDENTES

Desde una perspectiva institucional, Bejarano (1999a) sugiere la enseñanza de la economía, la investigación económica pura y aplicada, la profesionalización de la economía y la consultoría académica como áreas temáticas para elaborar un diagnóstico

del estado actual de la ciencia económica en Colombia. Desde la enseñanza, sobresale el aspecto curricular compuesto no solo por las habilidades y destrezas técnicas y profesionales, sino por la capacidad del programa académico de fortalecer ciertos aspectos. Entre estos se cuentan la comunicación con otras ciencias; la habilidad para resolver y plantear problemas, para crear e inventar; las relaciones entre la ciencia de manual y la de revista, que promueven una artesanía pedagógica que impulsa la enseñanza crítica; y las alternativas y disyuntivas de la especialización del conocimiento, frente a la erudición como referente para la transmisión de enseñanzas de una ciencia dura en su método pero social en su objeto. En definitiva, el currículo se presenta como un procedimiento en el cual se establecen objetivos y metodologías interconectados con la investigación y la extensión.

Según Sanz de Santamaría (1999), la problemática de la educación en economía en general se discute a partir de las dimensiones de la experiencia docente, con énfasis en la interacción docente-estudiante, respecto al contenido del saber científico que se pretende transmitir. En tal sentido, la atención del docente se centra exclusivamente en la dimensión informativa, mientras que la del estudiante está en la dimensión formativa, a través de la cual se relaciona con el objeto del aprendizaje. En la versión no pedagógica, la relación docente-estudiante deriva en una confrontación que termina en miedo e inseguridad; seguridad y arrogancia, o en una situación intermedia, con respecto al objeto de aprendizaje. En esta vía, el resultado del proceso educativo es, a largo plazo, la pérdida de las dimensiones inaprensibles para el intelecto científico, relacionadas con la libertad, la conciencia, la autonomía y la creatividad. Esto conlleva un proceso de enajenación progresiva del estudiante del entorno social en el cual coexiste.

Por otro lado, Sanz de Santamaría (1999) afirma que las prácticas docente-estudiante han de ser objeto de investigación si su objetivo último es transformar la educación. En consecuencia, lo fundamental del proceso investigativo no se encuentra en los contenidos curriculares ni en los procedimientos y metodologías de enseñanza, sino en las relaciones de enseñanza establecidas por docentes y estudiantes durante el proceso de aprendizaje y, en particular, en la investigación. Por lo tanto, para mejorar la calidad de la educación, todo proceso educativo debe ser complementado por los procesos investigativos.

Con relación a los espacios de intercambio de los procesos educativos e investigativos, González (1990) describe tres instantes diferenciados de la tensión entre la voluntad de la institución y la autonomía del docente: el curso, el programa y la

bibliografía. La voluntad de la institución define el curso y determina el programa. La autonomía del docente especifica la bibliografía. Aunque el propósito de la formación se establezca en el curso y en el programa, una institución que carezca de buenos docentes no puede formar. A decir de este autor, la ausencia de una práctica investigativa, la transmisión de conocimientos en lugar de investigación, y la preocupación por buscar una formación integral son las tres razones que se esgrimen para explicar la alta dispersión hallada en los cursos de una muestra de 15 universidades. Asimismo, los currículos con demasiados cursos tienden a ser inflexibles en cuanto a la escogencia de materias y la sucesión de semestres. Por otra parte, la bibliografía expresa conflictos respecto al tema propuesto por la corriente principal y el problema fundante que afecta los propósitos de la formación integral (González, 1990).

En Colombia no existen escuelas de economía —señala González (1990)— debido a que su enseñanza es muy homogénea y la mayoría de las facultades pretenden formar profesionales sin transmitir reglas de razonamiento propias de la disciplina, limitándose a entrenar en ciertos métodos de trabajo. En los currículos se conforma, entonces, un mosaico desordenado de asignaturas, sin una articulación interdisciplinaria. En cuanto a las tensiones de bibliografía, se observa una preferencia por el libro de texto, a expensas de la lectura de autores. En tal sentido, la elección de bibliografía refleja el afán de seguir los criterios impuestos por la corriente principal de la teoría económica, descuidando sus problemas fundamentales.

Lo anterior conlleva la desarticulación de la investigación y los procesos de docencia, que se sostienen en parámetros estables, sin una trayectoria de progreso definida. Bejarano (1999b) caracteriza la investigación económica a partir de la existencia de una comunidad académica de investigadores, de donde se desprenden elementos que permiten juzgar la calidad y pertinencia de la investigación. La ausencia de programas de investigación —en el sentido de Lakatos¹—, como líneas persistentes, secuenciales, continuadas de resolución de enigmas dentro de paradigmas científicos, chocan con programas individuales, discontinuos. Esto afecta la comunicación científica, evidenciando la pérdida de relevancia del sistema universitario en el establecimiento de orientaciones, prioridades, métodos y resultados. La falta de una comunidad académica afecta la calidad de las investigaciones,

1 Definido por Bejarano (1999b) como “un conjunto de enigmas surgidos de una comunidad académica —no del mercado— que comprometen de manera sistemática y acumulativa los esfuerzos de esa comunidad o parte de ella. Un programa de investigación consiste en un conjunto de indagaciones parciales que apuntan al objetivo compartido de resolver esos enigmas y que van articulando en un conjunto ordenado y coherente, las diversas informaciones que van resultando de la investigación”.

lo que revela la importancia relativa de una política institucional que conduzca a la formación de comunidades académicas.

Según Bejarano (1999b), en la evolución de la investigación económica en Colombia entre 1970 y 1985, se distinguen dos etapas, considerando la temática dominante en la investigación. En este periodo sobresalen temas como el desarrollo y el carácter del desarrollo en cuanto a los determinantes internos y externos; la naturaleza de la estructura económica, especialmente la industrialización; las relaciones de producción y de trabajo en la agricultura; la historia económica en los enfoques marxistas y dependentistas. Una particularidad de los estudios realizados es la escasa utilización de modelos formales orientados a la comparación internacional. Una descripción detallada de la segunda etapa, caracterizada por la inclusión de métodos econométricos y modelos de equilibrio general computable, resalta la influencia de la comunidad académica internacional en los posteriores avances de la investigación económica en Colombia.

Dos mecanismos están implicados en la producción de nuevo conocimiento económico: el mecanismo académico y el mecanismo institucional. En cuanto al primero, Bejarano (1999b) sugiere que la aparición de líneas de investigación temáticas a lo largo de la evidencia investigativa, en lugar de programas de investigación en el sentido de Lakatos, no ha permitido la consolidación de una comunidad académica. Respecto al mecanismo institucional, el surgimiento de nuevos centros de producción científica en torno a la consultoría y los cambios institucionales que favorecieron la investigación en entidades públicas y privadas tuvieron resultados inciertos. Por un lado, es poco probable que la consultoría haya contribuido, en una dirección no financiera, a la consolidación del pensamiento científico; por otro, la aparición de entidades gubernamentales con necesidades de formación en investigación condujo a la aparición de nuevo conocimiento aplicado en la ciencia económica.

Aubad López y Vásquez Caro (1999) afirman que la consultoría no constituye en sí misma un problema para los propósitos de la creación de una comunidad académica. Genera nuevos escenarios a la ciencia aplicada y hace posible, en un entorno institucional regulado, la producción de conocimiento de libre disposición, que a su vez fortalece la docencia. Sin embargo, una universidad carente de una definición apropiada de líneas de investigación, consolidadas sobre el marco normativo de una comunidad científica, corre el riesgo de perder su autonomía y libertad de opinión, al reemplazar una actividad científica más independiente por la contratación a través

del mercado. Por ello, las líneas de investigación disponibles para consultoría deben estar delimitadas previamente a la búsqueda de fuentes alternativas de financiación.

MARCO REGULATORIO

La Constitución Política de Colombia concibe la educación superior como un derecho y un servicio público que tiene una función social (artículo 67), instituida sobre libertades de enseñanza, aprendizaje, investigación y cátedra (artículo 68) en centros de formación autónomos (artículo 69) (Asamblea Nacional Constituyente, 1991). En el sistema de educación, las universidades se diferencian de otras instituciones de formación por la utilización de la investigación como herramienta de docencia, de acuerdo con lo establecido en la Ley 30 de 1992, que rige el servicio y el fundamento de la educación superior (Congreso de la República de Colombia, 1992). En consecuencia, uno de los objetivos de la universidad es la producción de nuevo conocimiento, desde un enfoque pedagógico y curricular que fortalezca las prácticas docentes. La finalidad es capacitar a los educandos como personas y ciudadanos, de modo que la sociedad disponga del talento humano requerido para el progreso económico y social.

A tal efecto, la universidad debe cumplir con las condiciones de calidad y las condiciones de carácter institucional especificadas para la obtención del Registro Calificado, emitido por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) y regulado por la Ley 1188 de 2008 (Congreso de la República de Colombia, 2008). Cabe señalar que esta ley deroga el artículo 1, referido a las condiciones de calidad, del Decreto 2566 de 2003, el cual describe las condiciones mínimas y los requisitos para el ofrecimiento y desarrollo de programas académicos de educación superior (Presidencia de la República de Colombia, 2003). En esencia, las condiciones de calidad que permanecen en la ley que modifica el decreto son la correspondencia entre la denominación del programa, los contenidos curriculares y el logro de metas para la consecución del título; la adecuada justificación del programa; el establecimiento de contenidos curriculares acordes al programa; la organización de actividades académicas; la adecuada formación en investigación; la relación efectiva con el sector externo; el número y calidad del personal docente para garantizar las funciones de docencia, investigación y extensión; el uso adecuado y eficiente de los medios educativos de enseñanza que faciliten el aprendizaje; y la garantía de infraestructura física en aulas, bibliotecas, auditorios, laboratorios, y espacios para la recreación y la cultura.

Asimismo, la ley especifica las condiciones de carácter institucional asociadas a altos estándares de calidad. Entre estas se encuentran la existencia de mecanismos de selección y evaluación de estudiantes y profesores; una estructura académica flexible, ágil y eficiente; el desarrollo de una cultura de autoevaluación; la existencia de un programa de egresados; la implantación de un modelo de bienestar universitario; la consecución de recursos suficientes para garantizar el cumplimiento de las metas, y la capacidad de proyectarse hacia el futuro de acuerdo con las necesidades de la región y el país.

El artículo 67 de la Constitución Política de Colombia establece que la Educación Superior es un servicio público con funciones sociales. El artículo 53 de la Ley 30 de 1992 señala que el Sistema Nacional de Acreditación (SNA) es el encargado de garantizar a la sociedad que las instituciones de educación superior cumplan con los más altos requisitos de calidad, guiadas por el logro de sus propios objetivos. El Decreto 1330 del 2019 reglamenta el Registro Calificado de que trata la Ley 1188 de 2008, así como la oferta y el desarrollo de programas académicos de educación superior (Presidencia de la República de Colombia, 2019; Ministerio de Educación Nacional, 2008). La carencia de registro calificado invalida el carácter académico de los títulos que otorgue una institución de educación superior. Una vez que es emitido por el MEN, tiene una vigencia de siete años, según lo descrito en el Decreto 1330 de 2019. La Acreditación, según el Decreto 2904 de 1994, es el acto por el cual el Estado adopta y hace público el reconocimiento que los pares académicos hacen de la calidad de los programas académicos, la organización, el funcionamiento y del cumplimiento de la función social de una institución de educación superior (Presidencia de la República de Colombia, 1994). El proceso de Acreditación continúa con la evaluación realizada por pares académicos, sigue la evaluación del Consejo Nacional de Acreditación y termina con el acto oficial de Acreditación por parte del Estado. El Decreto 1295 del 2010 reglamenta el registro calificado, contemplado en la Ley 1188 de 2008, y la oferta y desarrollo de programas académicos de educación superior (Presidencia de la República de Colombia, 2010).

Aunque es voluntario acogerse al Sistema de Acreditación, el Registro Calificado es obligatorio. Las instituciones registradas generan confianza en la sociedad, en cuanto a criterios de calidad se refiere. Los incentivos para realizar los procesos de Acreditación, además de la legitimación de los títulos emitidos en cada programa académico, están establecidos por el Decreto 1655 de 1999 y el Decreto 4322 del 2005. Mediante estos decretos se crean, respectivamente, la orden a la educación superior y a la fe pública “Luis López de Mesa”, y la orden a la Acreditación Institucional de

Alta Calidad de la Educación Superior “Francisco José de Caldas”. Estas se otorgan, en categoría única, a los programas académicos que, luego del correspondiente proceso, han sido acreditados por el MEN y han demostrado que sus actividades académicas y administrativas están orientadas por un ideal de excelencia, y, por tanto, contribuyen al mejoramiento de la calidad del sistema de educación superior del país (Ministerio de Educación Nacional, 1999; Presidencia de la República de Colombia, 2005).

Uno de los objetivos de la educación superior es fomentar la producción de conocimiento a través de la investigación, para garantizar el acceso a la ciencia, la tecnología y la cultura. Dichos objetivos deben establecerse con claridad en el Proyecto Educativo Institucional (PEI) de cada institución regida por la Ley General de la Educación (Congreso de la República de Colombia, 1994). Una vez establecidas las actividades de investigación, orientadas dentro del PEI por los principios establecidos en la ley de educación superior, se exige el cumplimiento mínimo de condiciones de calidad: cada institución presentará en forma explícita su cultura investigativa enmarcada en un pensamiento crítico y autónomo. Además, debe garantizar los medios para desarrollar la investigación y acceder a los avances del conocimiento, tal como se describe en el Decreto 2566 de 2003. Por su parte, las especificaciones de calidad de la investigación en los programas de economía en Colombia se regulan a través de la obtención del Registro Calificado, el cual garantiza estándares de calidad en el contenido curricular y las condiciones institucionales, conforme se describe en el Decreto 1295 de 2010 y la Resolución 3010 del 2008 (Ministerio de Educación Nacional, 2008).

El MEN fija las características de calidad para cada programa con el apoyo del Consejo Nacional de Educación Superior (CESU), conformado por las Instituciones de Educación Superior (IES) acreditadas. Para los programas de economía, el plan de estudios básicos comprenderá mínimamente tres áreas: un área de formación básica, que contiene el componente económico; un área de formación profesional, con un componente instrumental y otro de énfasis; y un área de formación sociohumanística, con un componente interdisciplinario. Dentro del currículo, cada institución estará en libertad de organizar otras áreas de interés para el cumplimiento del PEI, el cual establece la importancia de la investigación para las actividades de docencia. Asimismo, cada IES que aspire a la obtención de Registro Calificado deberá garantizar el cumplimiento de estándares de calidad en las actividades de investigación, que permitan desarrollar una actitud crítica y una capacidad creativa; el uso de tecnologías de la información y la comunicación en la formación investigativa; la existencia de un ambiente de investigación; la determinación de estrategias para incorporar

resultados de la investigación en el quehacer formativo; la disponibilidad de medios de difusión de la investigación; la disponibilidad de profesores para fomentar la investigación, y el recurso humano capacitado.

MODELO DE CRECIMIENTO ENDÓGENO PARA LA PRODUCCIÓN DE NUEVO CONOCIMIENTO EN ECONOMÍA

Desde la perspectiva económica, la generación de nuevo conocimiento puede entenderse a partir de la existencia de un problema tecnológico. En tal sentido, la comprensión de las múltiples causas del cambio en la generación de conocimiento es relevante para promover entornos más fructíferos con los mismos recursos disponibles. Además, fortalece la comprensión de características intangibles presentes en la interacción de los factores causales del nuevo conocimiento. Por tanto, el enfoque propuesto utiliza una descripción abstracta de la tecnología, basada en el concepto de función de producción, como constructo teórico organizador del argumento implícito en la presunción central: la gestión de conocimiento es un acto transformador que utiliza recursos escasos y, por ende, es objeto de análisis económico.

De esta manera, para una condición del mundo particular, existe una combinación determinada de recursos asociados a un nivel de conocimiento susceptible de descripción tecnológica, mediante una función de producción. Así las cosas, la actividad de generación de nuevos conocimientos está en función de capital, trabajo y tecnología. El capital describe el uso de herramientas relacionadas con infraestructura física, bibliotecas, *software* e infraestructura institucional para los procesos administrativos que median la gestión de nuevo conocimiento. El trabajo se refiere al recurso humano contratado para realizar actividades de investigación. La tecnología combina capital y trabajo para obtener un determinado nivel de producción establecido como nuevo conocimiento.

La relación docencia-investigación permite generar nuevo conocimiento de manera endógena. Una vez incorporadas las estrategias que vinculan los esfuerzos de investigación con los esfuerzos de docencia y viceversa, la acumulación de conocimientos no depende de la asignación de recursos de capital y de trabajo, sino de la cantidad de nuevos conocimientos generados en la actividad productiva. Los profesores —capital humano contratado para realizar investigaciones— y los estudiantes —recurso humano que realiza investigaciones—, al estar inmersos en la actividad productiva de nuevo conocimiento, constantemente intentan mejorarla.

El aprendizaje por la práctica de la interacción de docentes y estudiantes incrementa la acumulación de conocimiento, como efecto colateral de la propia actividad de producción, sin demandar un incremento en los recursos productivos. En ese sentido, la relación docencia-investigación desborda los alcances de la tecnología, pues ocasiona una mejora en la producción sin innovación en la cantidad de recursos utilizados.

La función de producción de nuevo conocimiento puede describirse a partir de una tecnología que incorpora el aprendizaje por la práctica:

$$A'(t) = B[K(t)]^\beta [(1 - a_L)L(t)]^\gamma \left[A_0 \left(\frac{q_t}{q_0} \right)^b \right]^\theta \quad [1]$$

$B, K_0, L_0, A_0, q_t, q_0 > 0, 0 \geq a_L, \gamma, \beta \geq 1$, los parámetros b, θ no están restringidos

La hipótesis central del argumento se describe en el componente de la función de producción, que describe la curva de aprendizaje. Al nivel inicial de producción q_0 , la creación de conocimiento experimenta crecimientos en el tiempo, que originan q_t . El cambio en relación al momento inicial depende de la curva de aprendizaje $\left[A_0 \left(\frac{q_t}{q_0} \right)^b \right]^\theta$, definida por las condiciones iniciales de conocimiento A_0 y un coeficiente de aprendizaje b . La curva de aprendizaje mejora a partir de la relación docencia-investigación descrita por el parámetro θ , el cual establece la influencia del *stock* inicial de conocimientos q_0 sobre el crecimiento de nuevo conocimiento que lleva a q_t . De modo que, cuando θ es mayor que cero, la acumulación de conocimientos promueve la producción; mientras que cuando θ es menor que cero, la acumulación de conocimientos dificulta la generación de nuevo conocimiento.

De esta manera, la ecuación [1] describe la función de producción con una curva de aprendizaje definida. La primera parte de la ecuación corresponde al componente estándar, donde $A(t)$ es la producción de nuevo conocimiento; B es una constante que indica los desplazamientos en la tecnología; $K(t)$ es el capital en el momento t ; β es la participación del capital en la producción de nuevo conocimiento; $L(t)$ es la cantidad de trabajo dedicado a actividades administrativas; a_L es la proporción de trabajo dedicado a realizar actividades de investigación y docencia; y γ es la participación del trabajo en la producción de nuevos conocimientos.

La curva de aprendizaje reduce los costos en la producción y refleja la eficiencia de la relación docencia-investigación sobre la creación de conocimiento. El coeficiente de aprendizaje b describe la relación entre el *stock* de conocimientos y la

innovación resultante del aprendizaje por la práctica. Por lo tanto, el coeficiente de aprendizaje b indica el ajuste al cual ocurre la innovación de conocimiento, a través de la relación docencia-investigación θ , que se amplifica con una mayor participación del capital humano de los docentes en la producción de nuevo conocimiento $A(t)$. Según Nemet (2006), de la curva de aprendizaje se obtienen dos subproductos:

La tasa de progreso, que es definida como la variación de los productos de investigación en un momento del tiempo, dada la tasa de aprendizaje:

$$TP = \left(\frac{q_o}{q_t} \right)^b \quad [2]$$

La tasa de aprendizaje, que se define a partir de la tasa de progreso:

$$TA = 1 - TP \quad [3]$$

Los incrementos en la tasa de progreso reducen la tasa de aprendizaje, por lo que los incrementos en el coeficiente de aprendizaje b reducen la brecha de conocimientos implícita en la relación docencia-investigación. El coeficiente de aprendizaje b depende de los contenidos de la enseñanza, de una organización curricular como proceso de investigación, de la pedagogía y de la existencia de espacios de práctica; mientras que la participación del capital humano en la generación de nuevo conocimiento $A(t)$ depende de la educación y la experiencia de los docentes.

Manteniendo constante el capital $K(t)$ y asumiendo que la curva de aprendizaje depende del tiempo, la función de producción que describe las posibilidades de creación de nuevo conocimiento es la siguiente:

$$A(t) = B[(1 - a_L)L(t)]^\gamma [A(t)^b]^\theta \quad [4]$$

El sistema sobre el cual se evalúan las propiedades dinámicas de la acumulación de nuevo conocimiento en función del aprendizaje por la práctica, como forma particular de la relación docencia-investigación, está definido así:

$$\frac{A(t)}{A(t)} = g_{A(t)} = B[(1 - a_L)L(t)]^\gamma [A(t)^b]^{\theta-1} \quad [5]$$

$$g_{A(t)} = \gamma n g_{A(t)} + b(\theta - 1)(g_{A(t)})^2 \quad [6]$$

La ecuación [5] especifica la tasa de crecimiento de la producción de nuevo conocimiento en función del parámetro B ; la proporción de trabajo $(1 - a_L)$ dedicado a las actividades administrativas; la proporción de trabajo a_L dedicado a docencia e investigación; la participación en la producción de nuevo conocimiento del trabajo $L(t)$; del coeficiente de aprendizaje b , y de la participación θ docencia-investigación en la producción de nuevo conocimiento. La ecuación [6] especifica la velocidad de ajuste de la tasa de crecimiento de la producción de nuevo conocimiento, en función de la participación del trabajo Y , el crecimiento poblacional n , el coeficiente de aprendizaje b y la participación θ en la producción de nuevo conocimiento. Por lo tanto, la ecuación [5] describe el comportamiento de la tasa de crecimiento y la ecuación [6] registra el ajuste en la tasa de crecimiento. Las propiedades del sistema dinámico se presentan bajo tres supuestos concernientes al coeficiente de aprendizaje b y a la participación de θ , que especifican la importancia de la relación docencia-investigación en la producción de nuevo conocimiento.

Rendimientos decrecientes

El primer supuesto asume rendimientos decrecientes a escala, caso en el cual $\theta < 1$, $b > 1$. Por la ecuación [6] tenemos que, a mayores valores de $g_{A(t)}$, la tasa de crecimiento de nuevo conocimiento disminuye. Asimismo, a menores valores de $g_{A(t)}$, la tasa de crecimiento aumenta. El valor de $g_{A(t)}$ para el cual el cambio en la tasa de crecimiento y la tasa de crecimiento son iguales es el siguiente:

$$g_{A(t)} \dot{g}_{A(t)} = \gamma n g_{A(t)} + b(\theta - 1) g_{A(t)}^2 = 0 \quad [7]$$

$$\gamma n + b(\theta - 1) g_{A(t)} = 0 \quad [8]$$

$$g_{A(t)}^* = \frac{\gamma n}{(1 + \theta)b} \quad [9]$$

El máximo valor de la tasa de crecimiento de nuevo conocimiento se alcanza en este caso:

$$\frac{\partial g_{A(t)} \dot{g}_{A(t)}}{\partial g_{A(t)}} = \gamma n + 2b(\theta - 1) g_{A(t)} = 0 \quad [10]$$

$$g_{A(t)} = \frac{-\gamma n}{2b(\theta - 1)} \quad [11]$$

$$g_{A(t)}^{max} = \frac{\gamma n}{2(1 - b\theta)} \quad [12]$$

El valor de la tasa de crecimiento que logra el máximo cambio en la producción de nuevo conocimiento está en función directa a la participación de la población Y , y la tasa de crecimiento de la población universitaria n . Los cambios positivos en la tasa de crecimiento, que resultan del aumento en la población, son contrarrestados por un aumento en el coeficiente de aprendizaje y la participación de la relación docencia-investigación en la producción de nuevo conocimiento. La regla de oro para la acumulación de nuevo conocimiento es el valor de la tasa de crecimiento para el cual se alcanza el mayor cambio posible, dada la población y los parámetros b y θ , que indican la interrelación del aprendizaje por la práctica y las relaciones de docencia-investigación. Luego, una disminución en b o en θ reduce la producción de nuevo conocimiento por debajo de su nivel máximo.

Cabe aclarar que la producción de nuevo conocimiento no supone necesariamente calidad. Este hecho representa una potencial extensión del modelo, que incluya un parámetro referido a la innovación, frente a la trayectoria previa de la curva de aprendizaje y el *stock* inicial de conocimientos. En otras palabras, el crecimiento observado se evalúa a partir de la relación con el conocimiento anterior, y no en función de la calidad de la contribución realizada por el cambio en la función. De esta manera, la producción de nuevo conocimiento debería entenderse como la descripción de una tendencia de crecimiento observada, que depende de factores tecnológicos. Por tanto, el modelo no intenta descifrar la calidad del nuevo conocimiento, sino comprender los mecanismos de transmisión que puedan dar cuenta de la recurrencia de tangibles observados (como el número de publicaciones realizadas) en función de intangibles relevantes (como la relación docencia-investigación).

La producción de nuevo conocimiento converge hacia $g_{A(t)}^*$, de modo que si $g(0) < g_{A(t)}^*$, el cambio en la tasa de crecimiento de nuevo conocimiento $g_{A(t)}^*$ aumenta según la ecuación [2] del sistema. En consecuencia, $g_{A(t)}$ aumenta por la ecuación [1] del sistema. Los aumentos y las disminuciones se agotan una vez que $g_{A(t)}^* = g_{A(t)}$, es decir, cuando se alcanza $g_{A(t)}^*$. En este punto, la tasa de crecimiento crece en forma constante sobre una senda de crecimiento sostenido en la producción de nuevo conocimiento.

Incrementos sucesivos en el coeficiente de aprendizaje b , dada una participación $\theta < 1$, aumentan la producción de nuevos conocimientos, hasta la acumulación de regla de oro. Debido a los retornos decrecientes en la participación del capital humano sobre la producción (pues cada vez resulta más difícil realizar una innovación sobre un *stock* de conocimientos más avanzados), los incrementos en la generación de

conocimientos no son continuos. De modo que las primeras innovaciones presentan una mayor productividad que las innovaciones posteriores.

Aunque los incrementos en la población universitaria conllevan incrementos en la producción de conocimientos sin controlar por un parámetro de calidad, un aumento en la proporción de la población que realiza tareas de investigación no afecta el ajuste de la tasa de crecimiento de la producción. Al igual que en el caso de los incrementos sucesivos en el coeficiente de aprendizaje, esto se debe a la presencia de rendimientos decrecientes. Sin importar el nivel de recursos humanos y el nivel de capital humano destinado a la investigación, el ajuste en la tasa de crecimiento tiende a cero (nivel de estado estacionario).

De lo anterior se obtienen dos importantes conclusiones. La primera es que, en presencia de rendimientos decrecientes, la mejora en el coeficiente de aprendizaje y la asignación de capital humano deben propender a garantizar la tasa de crecimiento de la producción consistente con la regla de oro, controlando la población y la cantidad de trabajo en actividades administrativas. La segunda conclusión es que, sin importar el nivel de recursos y de capital humano, el incremento en el crecimiento de la producción de conocimiento no es continuo. Por lo tanto, los incrementos en cantidad de capital humano solo tendrán un efecto sobre el nivel de la producción, pero no sobre el ajuste de la tasa de crecimiento de la producción. La Figura 1 presenta la evolución de la producción de nuevo conocimiento bajo rendimientos decrecientes.

La regla de oro en la generación de conocimiento implica la existencia de una tasa de crecimiento a la cual no es posible alcanzar mejoras adicionales en el crecimiento de la producción. En tal sentido, es una métrica relevante que hace posible entender la frontera de posibilidades de producción, dadas las condiciones iniciales del proceso de generación de conocimiento.

Lo anterior implica la concurrencia de economías de escala en la producción de nuevo conocimiento. Por ende, si existe una regla de oro, entonces no es posible alcanzar mejoras adicionales una vez se alcanza una determinada tasa de crecimiento. Entonces, el problema tecnológico de la generación de conocimiento está limitado por el estado de la relación entre insumos y producción (rendimientos decrecientes a escala). Para contrarrestar rendimientos decrecientes e impulsar crecimientos sostenidos en la producción de nuevos conocimientos, es posible generar crecimiento endógeno a partir de la curva de aprendizaje. En tal sentido, los crecimientos en el aprendizaje promueven tecnologías de generación de conocimiento, que exhiben rendimientos crecientes a escala.

A continuación se constituyen tres posibles escenarios de la tecnología asociada a la generación de nuevo conocimiento. Para esto se ha considerado la existencia de rendimientos crecientes, decrecientes y constantes a escala, y la descripción planteada en la ecuación [1].

Rendimientos crecientes

El segundo supuesto describe una tecnología con rendimientos crecientes, caso en el cual $\theta > 1$ y $b > 1$. Por la ecuación [6], el ajuste de la tasa de crecimiento de nuevo conocimiento $g_{A(t)}$ es positivo para todos los valores de $g_{A(t)}$, de modo que un aumento en nuevo conocimiento es mayor al ritmo de acumulación de conocimientos. Dado que la función de producción implica una tasa de crecimiento positiva $g_{A(t)}$, el aumento en el coeficiente de aprendizaje por la práctica por b , ponderada por la participación de las actividades de docencia-investigación θ , aumenta la producción de nuevo conocimiento en una proporción mayor al *stock* de conocimientos existentes. En consecuencia, la producción de nuevo conocimiento crece al ritmo de $g_{A(t)}$.

A diferencia del caso de rendimientos decrecientes, el de rendimientos crecientes sugiere un papel más relevante de la cantidad de esfuerzo laboral en actividades de investigación. Por la ecuación [5], un incremento en a_L aumenta $g_{A(t)}$, y, debido a que $g_{A(t)}$ es función positiva creciente de $g_{A(t)}$, la producción de nuevo conocimiento aumenta progresivamente. La última innovación no es tan costosa como en el caso de rendimientos decrecientes, debido a la importancia relativa de los costos fijos inmersos en la producción y a la existencia de líneas y redes de investigación intra- e interinstitucionales, orientadas por una comunidad académica. Entonces, la última investigación realizada no solo es insumo de la nueva investigación, sino que también facilita su implementación. Por consiguiente, el nivel de recursos humanos y el de capital humano afectan el ajuste de la tasa de crecimiento de nuevo conocimiento.

De lo anterior se obtienen dos importantes conclusiones. La primera se refiere a que, en presencia de rendimientos crecientes, la mejora en el coeficiente de aprendizaje y la asignación de capital humano impulsan progresivamente la tasa de crecimiento de nuevo conocimiento, sin modificar las cantidades de capital y trabajo, combinadas en la tecnología dada. La segunda conclusión es que los incrementos en los recursos, orientados a aumentar el coeficiente de aprendizaje por la práctica y el capital humano, a su vez aumentan la producción de nuevo conocimiento en forma continua. La Figura 2 describe el ajuste de la tasa de crecimiento de nuevo conocimiento bajo rendimientos crecientes.

Rendimientos constantes

El tercer supuesto asume una tecnología de rendimientos constantes en la producción de nuevo conocimiento, caso en el cual $\theta = 1$ y $b > 1$. Por la ecuación [6], el ajuste de la tasa de crecimiento de nuevo conocimiento es constante para todos los valores de $g_{A(t)}$; entonces, un aumento en nuevo conocimiento es proporcional al ritmo de acumulación de conocimientos. Dado que la función de producción implica una tasa de crecimiento positiva $g_{A(t)}$, los incrementos en la cantidad de esfuerzo laboral destinado a la investigación a_L y los incrementos en la participación del trabajo Y son las únicas fuentes de crecimiento de nuevo conocimiento.

A diferencia de los casos anteriores, donde la tasa de crecimiento de nuevo conocimiento es o no es continua (rendimientos crecientes y rendimientos decrecientes, respectivamente), en los rendimientos constantes la producción de nuevo conocimiento crece a una tasa constante, definida por el crecimiento de la población universitaria n y el trabajo dedicado a la investigación a_L . Dos importantes conclusiones se infieren en este caso. La primera muestra que el aprendizaje por la práctica no tiene relevancia sobre el crecimiento ni sobre el ajuste del crecimiento de nuevo conocimiento, en ausencia de una interacción entre docencia e investigación θ . La segunda señala que los aumentos constantes en la producción de conocimiento solo ocurren ante incrementos en la contratación de trabajo dedicado a la investigación o incrementos en la participación del trabajo en la producción de nuevo conocimiento. Estas variables son constantes en el corto plazo. La Figura 3 presenta el comportamiento de la producción de nuevo conocimiento bajo rendimientos constantes.

RESULTADOS

Las simulaciones del modelo se llevaron a cabo con un proceso generador de datos, implementado con el método de Montecarlo dirigido. Este método combina una estimación de números aleatorios y la distribución de frecuencias histórica, para determinar el comportamiento futuro de la variable de interés: producción de nuevo conocimiento. La elección del método permite aumentar el número de datos disponibles para el ajuste, con las mismas propiedades de la distribución empírica observada para evaluar la consistencia de las estimaciones en distintos tamaños de muestra.

Según *SCImago Journal* (2011), para el periodo comprendido entre 1996 y 2009, la producción académica colombiana en las áreas de Economía, Econometría

y Finanzas fue de 235 documentos publicados en revistas indexadas, de los cuales 234 fueron citados en otros documentos. En promedio, la producción en Colombia representó el 5,4% de la producción en América Latina, y el 0,1% de la producción mundial. En términos del escalafón estimado por dicha entidad, eso equivale al quinto puesto en América Latina, después de Brasil con 1179 documentos, de México con 563, de Argentina con 458 y de Chile con 450; y al puesto 55 en el mundo.

La base para el ejercicio de Montecarlo se construyó con las características estadísticas de los registros de la producción científica de la Universidad Católica de Colombia, de las revistas de economía desde el 2007 hasta el 2010. De este modo, se agregó un total de 39 documentos de investigación. Aunque existe argumentación teórica y empírica respecto al comportamiento del progreso tecnológico como una caminata aleatoria con aumentos sucesivos, los movimientos futuros de la producción de nuevo conocimiento científico en economía están restringidos por la disponibilidad de recursos y la infraestructura inicial de cada institución de educación superior (Plosser, 1989). La relación entre el *stock* inicial y el crecimiento de la producción de nueva tecnología está descrita en el modelo teórico con los supuestos de rendimientos decreciente, creciente y constante.

La serie simulada con el método de Montecarlo dirigido reproduce el comportamiento de la serie histórica, manteniendo las propiedades de la distribución de frecuencias, con el objeto de determinar el tipo de rendimientos que exhibe la tecnología. De este modo, es posible realizar las simulaciones correspondientes a cambios en los parámetros de investigación y docencia. A diferencia del progreso tecnológico, la serie simulada de producción de nuevo conocimiento para la Universidad Católica presenta un promedio 5,6 documentos por año, para las primeras 100 observaciones estimadas. A partir de la observación 113, la producción se reduce a 4,8 documentos por año.

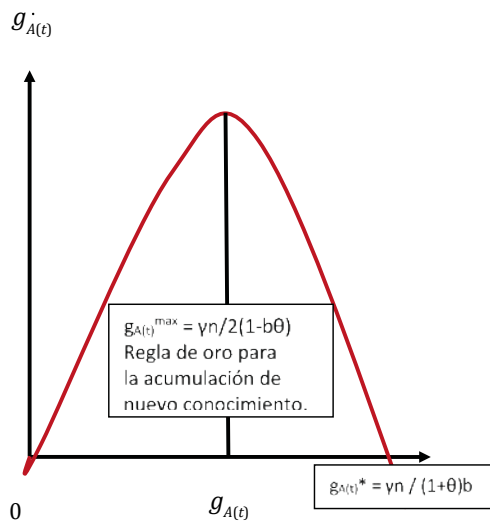
La serie de trabajo se obtuvo a partir de dos indicadores: profesores-investigadores y estudiantes en semilleros. Para depurar la serie, en cuanto a la producción de nuevo conocimiento se ponderó el número de profesores por el crecimiento de la productividad observada. Esta se mide como la razón entre el total de productos producidos y el número total de profesores-investigadores en cada año de la serie histórica. De esta manera, la serie estimada presenta las características históricas de contratación de profesores-investigadores, corregida por la productividad; y el número de estudiantes que han participado en los semilleros de investigación. Incluyendo a profesores de planta, la contratación de docentes en la Facultad de

Figura 1.

Modelo de crecimiento endógeno: rendimientos a escala

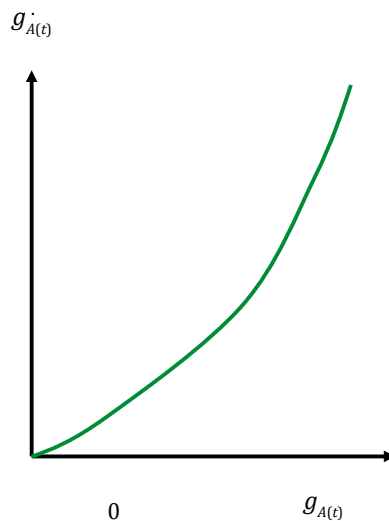
A. Rendimientos decrecientes

$\Theta < 1$ y $b < 1$



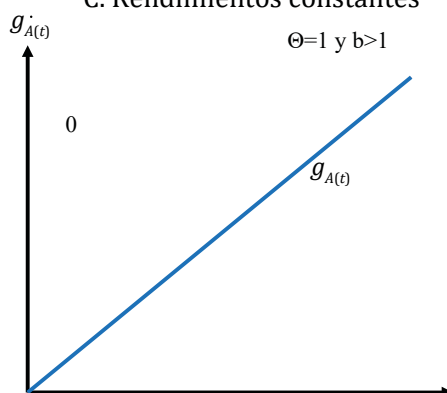
B. Rendimientos crecientes

$\Theta > 1$ y $b > 1$



C. Rendimientos constantes

$\Theta = 1$ y $b > 1$



Fuente: elaboración de los autores con base en Romer (2006).

Economía ha disminuido desde el 2006, cuando ascendía a 107 profesores. Hubo un leve incremento en el 2007, año en el que el plantel alcanzó 118 docentes, pero disminuyó en el 2008, el 2009 y el 2010 a 102, 92 y 79 profesores, respectivamente. Por su parte, el número de estudiantes en ambas jornadas creció hasta el 2008, alcanzando un total de 1670 estudiantes. Esta cifra disminuyó progresivamente: desde 1580 matriculados en el 2009 hasta 1529 y 1496 en el 2010. Puesto que el total de profesores es menor al total de estudiantes, una disminución en los profesores afecta en mayor medida a la razón de estudiantes por profesor que una disminución de estudiantes. La razón profesor-estudiante ha aumentado progresivamente desde el 2006, pues por cada profesor estaban matriculados casi 14 estudiantes, hasta el 2010, cuando existían cerca de 19 estudiantes por profesor.

Del total de la población universitaria de la Facultad, que incluye estudiantes, profesores y administrativos, cerca del 1% está relacionado con actividades de investigación de productos preestablecidos. Se trata de las publicaciones registradas para los profesores investigadores, y los semilleros para los estudiantes. Así, en el 2006 se registra la contratación de 107 profesores, de los cuales 8 realizan actividades de investigación, con un total de 4 productos, para un índice de productividad de 0,46 por profesor. Además, existe un total de 1477 estudiantes matriculados, de los cuales 10 se registran en semilleros, para un índice de productividad de 0,006. Por tanto, el esfuerzo real en productos de investigación equivale a 10 estudiantes en semilleros de investigación (0,006 por el total de matriculados) y al número de profesores-investigadores ponderados por el índice de productividad: 3,8 personas. El índice agregado de trabajo efectivo relacionado con investigación está representado por 13,8 personas, equivalentes a 0,9% del total de la población universitaria en la facultad. El porcentaje aumenta a 1,2% en el 2007, como consecuencia de un incremento en la productividad de los profesores. Posteriormente, se mantiene alrededor del 1% hasta el 2010. Con base en la distribución de frecuencias de trabajo efectivo entre el 2005 y el 2010, se implementó un método de Montecarlo dirigido para estimar las probabilidades de ocurrencia de los eventos descritos, mediante la distribución de frecuencias de los datos para 595 observaciones. Por tanto, la serie simulada de esfuerzo laboral replica las características observadas en la serie histórica, de modo que indica la probabilidad de ocurrencia del esfuerzo laboral efectivo de cada año, registrado en las 595 observaciones simuladas. Una vez obtenidas las probabilidades, se calculan los niveles del esfuerzo laboral, multiplicando por las series observadas.

El presupuesto asignado a investigación, en términos de los salarios correspondientes a los docentes-investigadores, se estimó a partir de un salario promedio

de COP 2.600.000. Con un total de ocho docentes investigadores, la inversión total asciende a COP 20.800.000 por mes, lo que representa COP 249.600.000 al año. Considerando el número de documentos de investigación, al 2010 se obtuvo un índice per cápita que asciende a COP 31.536.675, por cada uno de los seis documentos registrados como actividades de investigación. En la serie observada, se realiza un ajuste al presupuesto inicial por el indicador de productividad del año inmediatamente anterior y un incremento anual de 0,01 puntos de inflación. La serie de presupuesto efectivo también se estimó utilizando un método de Montecarlo dirigido. Se realizó una simulación de 595 probabilidades de ocurrencia de los eventos descritos por la distribución de frecuencias, para los datos observados de presupuesto total. En consecuencia, la serie simulada de presupuesto efectivo replica las características de la serie histórica; por tanto, indica la probabilidad de ocurrencia del presupuesto de cada año registrado en las 595 observaciones simuladas. Los niveles del presupuesto efectivo se obtienen de la misma forma que los niveles de esfuerzo laboral.

La curva de aprendizaje se aproxima con la pendiente intertemporal de la curva de productos de investigación. De esta manera, partiendo de los datos observados, se estima la razón de la producción en el momento $t+1$ y la producción en el momento t , que representa el progreso en las actividades de aprendizaje. Un coeficiente mayor a 1 indica un incremento en los productos de investigación y un coeficiente menor a 1 indica una reducción. El aprendizaje y el progreso de las actividades de investigación se asumen en relación directa a la presencia de una comunidad académica, a las actividades de docencia e investigación, y a los semilleros de investigación. La curva de aprendizaje es una transformación de las actividades de investigación: sigue un proceso de generación de datos diferentes, aunque correlacionado con la variable a explicar, como lo sugiere el modelo económico. Para estimar la serie de probabilidad, se utilizó la frecuencia de probabilidades observadas, y se obtuvo el nivel para 595 probabilidades ponderando por los datos observados. Al igual que en las series de esfuerzo efectivo y presupuesto efectivo, la curva de aprendizaje representa las condiciones de las actividades de investigación observadas, descritas por la distribución de probabilidades. Para todas las series del modelo se controló por variables atípicas, reemplazándolas con el promedio observado para los últimos tres periodos.²

2 La estimación de las probabilidades vía Montecarlo presenta dos tipos de controles: el primero está relacionado con la distribución de frecuencias observada; el segundo, por la aparición de un dato atípico, consecuencia de un valor aleatorio extremadamente grande, en relación con la probabilidad observada correspondiente.

ESTIMACIÓN DE LA TECNOLOGÍA DE PRODUCCIÓN DE NUEVO CONOCIMIENTO CON LOS DATOS SIMULADOS

Largo plazo

Una vez elaborada la base de datos con la información histórica descrita en la distribución de frecuencias de los últimos seis años, se estima el modelo econométrico identificado en la ecuación [1]. La estimación por mínimos cuadrados, corrigiendo por autocorrelación en los errores, permite especificar los parámetros β (β), γ (γ) y θ (θ). Estos indican las participaciones del presupuesto por producto de investigación, el esfuerzo efectivo en las actividades de investigación y la participación de la relación docencia-investigación sobre la producción de nuevo conocimiento. La Tabla 1 presenta las estimaciones del modelo econométrico.

La suma de las participaciones estimadas del presupuesto efectivo β , del trabajo efectivo γ y de la relación docencia-investigación θ (0,61) es menor a 1, por lo cual la tecnología simulada presenta rendimientos decrecientes a escala. Los incrementos sucesivos en el esfuerzo laboral efectivo, en el presupuesto por actividad de investigación y en el aprendizaje por la práctica eventualmente disminuyen la producción de nuevo conocimiento. Los aumentos en el trabajo efectivo y en el presupuesto *per cápita* efectivo están asociados a incrementos en la producción de nuevo conocimiento, en las magnitudes estimadas de los parámetros γ (0,098) y β (0,018). Sin embargo, solo la participación del trabajo γ es estadísticamente significativa. La prueba F para las tres variables independientes rechaza la hipótesis nula de que alguno de los regresores sea igual a cero, pues los tres especifican el modelo econométrico identificado por el modelo económico. El ajuste del modelo econométrico explica menos de la mitad de la variación de la producción de nuevo conocimiento ($R^2 = 0,43$). Esto se debe a la parsimonia de la identificación de este modelo, la cual implica 591 grados de libertad.

Una descomposición del ajuste de la producción de nuevo conocimiento, estimada con la función de producción, permite establecer la contribución de cada factor de producción a la elaboración de nuevo conocimiento.³ Por cada unidad nueva de

3 Las contribuciones de trabajo, capital y docencia-investigación para los periodos 1 y 10 se obtienen a partir de la función de producción de largo plazo. Para esta, la contribución del trabajo efectivo es igual a $\gamma (\ln L_{10} - \ln L_1) / \ln A_{10} - \ln A_1$; la del presupuesto efectivo es igual a $\beta (\ln K_{10} - \ln K_1) / \ln A_{10} - \ln A_1$; y la de la relación docencia-investigación, implementada como un aprendizaje por la práctica, es igual a $\theta (\ln LCP_{10} - \ln LCP_1) / \ln A_{10} - \ln A_1$. El residuo restante de 0,08 para el periodo es considerado error de ajuste con las observaciones simuladas en los periodos 1 y 10.

Tabla 1.

Estimaciones de la función de producción de nuevo conocimiento

<i>Logaritmo de trabajo efectivo</i>	0,0983011** (0,0343344)
<i>Logaritmo de presupuesto efectivo</i>	0,0186658 (0,0323366)
<i>Logaritmo de investigación-docencia</i>	0,4974462*** (0,0231324)
<i>Constante</i>	1,057355 (0,540832)
<i>N</i>	595
<i>R2</i>	0,4225
<i>F</i>	0,0000

Errores estándar en paréntesis. ***p < 0,001; ** p < 0,01

Fuente: elaboración de los autores.

conocimiento que ocurre entre el periodo 1 y el periodo 10, el trabajo efectivo contribuye en 0,11; el presupuesto efectivo, en 0,02; y la relación investigación-docencia, en 0,79.

Corto plazo

Manteniendo constante el presupuesto por actividad de investigación, los incrementos sucesivos en el trabajo efectivo y en el aprendizaje por la práctica, determinado por la relación investigación-docencia, están asociados a disminuciones en la producción de nuevo conocimiento. La estimación del modelo de corto plazo se presenta en la Tabla 2. Aunque los incrementos en el trabajo efectivo γ (0,09) y en el aprendizaje por la práctica θ (0,49) conllevan incrementos en la producción de conocimientos, eventualmente estarán asociados a disminuciones en la producción de nuevo conocimiento. Tal situación se debe a la presencia de rendimientos marginales decrecientes.⁴

La tasa de crecimiento máxima de la velocidad de ajuste de la producción de nuevo conocimiento —denominada la regla de oro de la acumulación— se define a partir del modelo teórico presentado en esta sección. Dados los supuestos de la formulación del modelo económico, la velocidad de ajuste del nuevo conocimiento alcanzará el máximo en el siguiente caso:

⁴ Los parámetros γ y θ , iguales 0,09 y 0,49, correspondientemente, son menores a 1.

Tabla 2.

Estimaciones de la función de producción de nuevo conocimiento

corto plazo, serie simulada

<i>Logaritmo de trabajo efectivo</i>	0,0992002** (0,0343455)
<i>Logaritmo de investigación-docencia</i>	0,4967644*** (0,0231437)
<i>Constante</i>	1,369177*** (0,0491859)
<i>N</i>	595
<i>R2</i>	0,4223
<i>F</i>	0,0000

Errores estándar en paréntesis. *** $p < 0,001$; ** $p < 0,01$

Fuente: elaboración de los autores.

$$g_{A(t)}^{max} = \frac{\gamma n}{2(1-b\theta)} \quad [13]$$

Para un nivel de trabajo efectivo de 16, equivalente a ocho profesores elaborando un total de dos documentos por profesor, con un total de 10 estudiantes en semilleros de investigación, y con una tasa de aprendizaje b igual a 1, la tasa de crecimiento de la producción de nuevo conocimiento máxima será la siguiente:

$$g_{A(t)}^{max} = \frac{0,09*(16)}{2(1-0,49)} = 1.41 \quad [14]$$

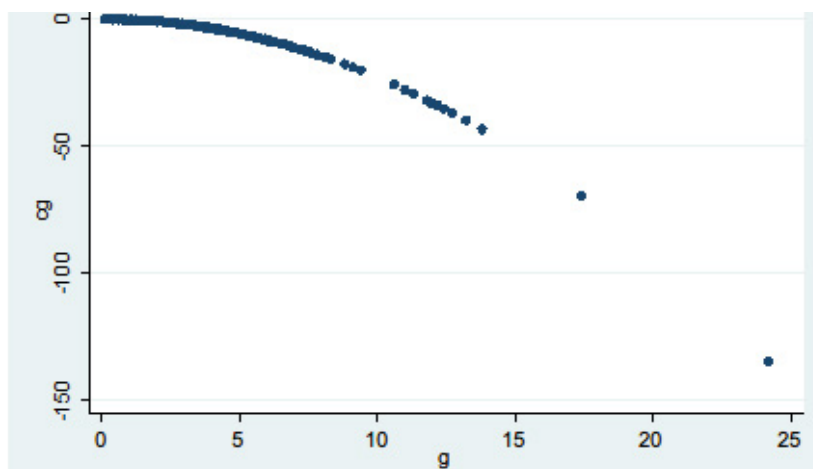
Manteniendo constante el presupuesto por actividad de investigación, los incrementos adicionales en el trabajo efectivo y en la relación investigación-docencia conllevarán, eventualmente, disminuciones sucesivas en la producción de nuevo conocimiento. Tal afirmación se deriva de las características de la distribución de frecuencias observadas, que fue la base de la simulación de datos. Ante la ausencia de una comunidad académica dispuesta sobre líneas de investigación preestablecidas, la producción de una unidad adicional de nuevo conocimiento resulta cada vez más costosa.

Una vez calibrado el modelo con los resultados del modelo econométrico, el sistema de ecuaciones descrito en las ecuaciones [5] y [6] se implementa, para así

evaluar el ajuste dinámico del modelo a los datos simulados. Las Figuras 2, 3 y 4 presentan los resultados del ajuste dinámico para diferentes valores de la participación del trabajo efectivo y la relación investigación-docencia. La Figura 2 de rendimientos decrecientes representa el escenario base, producto de las estimaciones econométricas. Los movimientos en el parámetro de aprendizaje por la práctica b —que mide la relación investigación-docencia— y en el parámetro de θ —que indica la importancia de la relación investigación-docencia en la producción de nuevo conocimiento— desplazan la gráfica del ajuste de la tasa de crecimiento hacia el caso de rendimientos crecientes y constantes a escala.

Figura 2.

*Crecimiento y ajuste del crecimiento: rendimientos decrecientes
(Escenario base: $b = 0,45$; $\theta = 0.50$)*



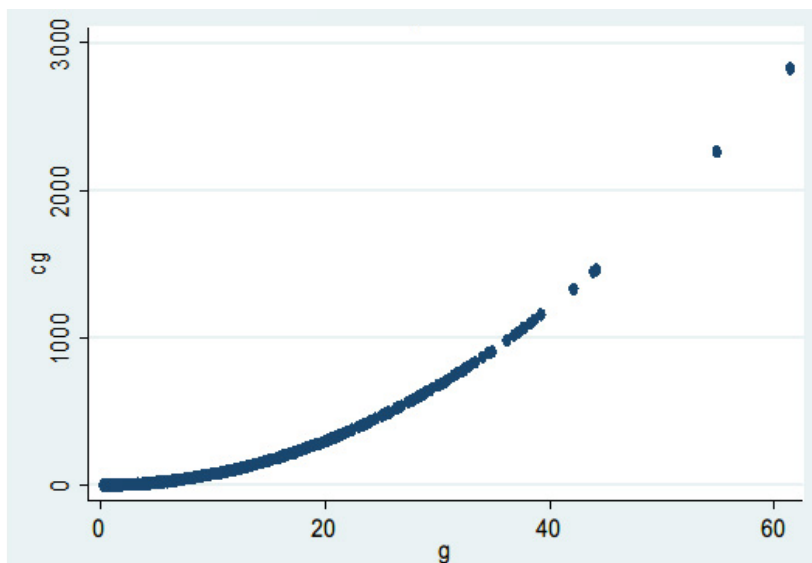
Fuente: elaboración de los autores con base en la serie de datos simulada.

Con una participación $\theta < 1$ y $b < 1$, los incrementos sucesivos en la producción de nuevo conocimiento aumentan la producción de nuevos conocimientos hasta la acumulación de regla de oro. Debido a los retornos decrecientes, cada vez resulta más difícil realizar una innovación sobre un *stock* de conocimientos más avanzados. El incremento en la generación de conocimientos no es continuo, las primeras innovaciones resultan en una mayor productividad con relación a las posteriores. La Figura 3 presenta un impacto sobre el escenario base, incrementando el parámetro de aprendizaje b y el de importancia relativa de la relación docencia-investigación.

Un aumento simultáneo en ambos modifica los rendimientos de la tecnología de producción de nuevo conocimiento, revirtiendo los rendimientos decrecientes hasta lograr rendimientos crecientes.

Figura 3.

Crecimiento y ajuste del crecimiento: rendimientos decrecientes ($b = 1,5$; $\theta = 1,5$)



Fuente: elaboración de los autores con base en la serie de datos simulada.

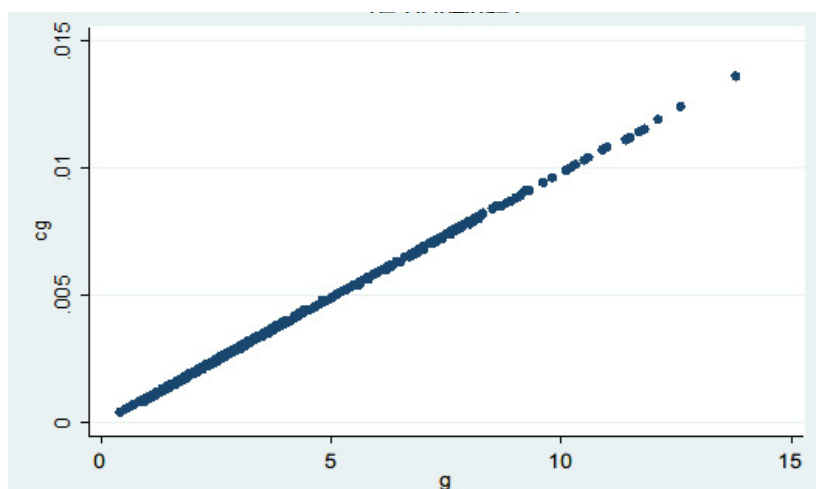
En este caso, la última innovación no es tan costosa como con los rendimientos decrecientes. Esto se explica por la importancia relativa de los costos fijos inmersos en la producción y por la existencia de una comunidad académica que orienta las líneas y redes de investigación intra- e interinstitucionales. Así, la última investigación realizada no solo es insumo de la nueva investigación, sino que además facilita su implementación. Como se discutía en la descripción del modelo teórico, el nivel de recursos humanos y el de capital humano afectan el ajuste de la tasa de crecimiento de nuevo conocimiento. De lo anterior se obtienen dos importantes conclusiones. En primer lugar, en presencia de rendimientos crecientes, la mejora en el coeficiente de aprendizaje y la asignación de capital humano impulsan progresivamente la tasa de crecimiento de nuevo conocimiento, sin modificar las cantidades de capital y trabajo (bases) en la tecnología dada. Como segunda conclusión se tiene que los aumentos

en el coeficiente de aprendizaje por la práctica y el capital humano (exponentes) aumentan la producción de nuevo conocimiento en forma continua.

La Figura 4 presenta un incremento relativo más importante en la tasa de aprendizaje que en la relación docencia-investigación. La tecnología de producción disminuye el ritmo de acumulación de nuevo conocimiento, con relación a los rendimientos crecientes. En tal caso, la tecnología presenta rendimientos constantes a escala, evidenciando la importancia que tiene la consolidación de la relación docencia-investigación para la tasa de aprendizaje b , en el proceso de producción de nuevo conocimiento.

Figura 4.

Crecimiento y ajuste del crecimiento: rendimientos constantes ($b = 5$; $\theta = 1$)



Fuente: elaboración de los autores con base en la serie de datos simulada.

En presencia de rendimientos constantes a escala, el impacto del aprendizaje en la práctica depende de la importancia relativa de la relación investigación-docencia. En ausencia de estrategias que relacionen la investigación y la docencia ($\theta=0$) con la acumulación de conocimientos en la práctica, la tasa de aprendizaje b no tiene relevancia alguna para la producción de nuevo conocimiento. Asimismo, los aumentos constantes en la producción de conocimiento solo ocurren ante incrementos en la contratación de trabajo efectivo.

Los tres escenarios se resumen en los impactos en la tasa de progreso y en la de aprendizaje, subproductos de la curva de aprendizaje, incorporada para abordar

el crecimiento de la producción de nuevo conocimiento de manera endógena. En el escenario base con rendimientos decrecientes, la tasa de progreso indica el cambio en los productos de investigación de un año t y un año $t+1$. En este sentido, la medida de progreso es una razón que muestra cuántas veces más se produce la cantidad observada en el periodo anterior. La velocidad de cambio de dicha razón es el coeficiente b , que mide la interacción productiva de la docencia en cuanto a investigación. A mayor velocidad de ajuste, mayor producción de nuevo conocimiento. Como se argumentó en la descripción teórica, el coeficiente b depende de las estrategias institucionales orientadas a vincular, a través de una comunidad académica, los esfuerzos de la investigación con la docencia. La tasa de progreso puede ser mayor a 1 cuando se mejora la producción de investigación observada en el periodo anterior; menor a 1 cuando ocurre una disminución, e igual a 1 cuando no existe progreso.

Con una tasa de progreso igual a 1 no existen posibilidades de aprendizaje. Por otro lado, cuando la tasa de progreso es mayor a 1, el aprendizaje se ha convertido en una producción concreta de nuevo conocimiento. Si la tasa de progreso es menor a 1, existen posibilidades de aprendizaje que no se han interiorizado en los nuevos productos de conocimiento, con relación a la producción del periodo inmediatamente anterior. En la Tabla 3 se presentan los resultados de las estimaciones correspondientes.

Tabla 3.

Tasa de progreso y tasa de aprendizaje (serie simulada)

Parámetros	Escenario base: rendimientos decrecientes	Rendimientos crecientes	Rendimientos constantes
Coeficiente de aprendizaje b	0,45	1,5	5,00
Tasa de progreso	0,92	1,26	2,73
Tasa de aprendizaje	0,08	-0,26	-1,73
Participación docencia- investigación θ	0,50	1,50	1,00
Promedio de crecimiento	2,36	10,86	4,00

Fuente: elaboración de los autores, con base en las simulaciones realizadas con el modelo de crecimiento endógeno.

Los rendimientos crecientes y constantes transfieren con mayor velocidad la tasa de aprendizaje a la tasa de progreso. Esto explica por qué la tasa de aprendizaje en ambos casos es negativa y por qué la tasa de progreso es mayor a la tasa de progreso observada en el escenario base con rendimientos decrecientes. La tasa de progreso es mayor en el caso de rendimientos constantes que en el de rendimientos crecientes, debido a que el coeficiente de aprendizaje b es mayor. Por lo tanto, la tasa de aprendizaje se transforma en productos de nuevo conocimiento a una mayor velocidad. Es importante resaltar que el coeficiente de aprendizaje y la tasa de progreso solo afectan la función de producción de nuevo conocimiento en la medida en que existe una participación relativa de la relación docencia-investigación en la tecnología subyacente. Dicho coeficiente depende de factores relacionados con la inversión en capital humano, la contratación, los esquemas de incentivos, y las estrategias de consolidación de líneas de investigación orientadas por una comunidad académica. Con una participación nula ($\theta=0$), la tasa de progreso y la tasa de aprendizaje no tienen ninguna importancia en la generación de nuevo conocimiento. Finalmente, el promedio de crecimiento de nuevos productos de investigación es mayor en el caso de los rendimientos crecientes. La razón es que el impacto de los niveles de esfuerzo productivo y relación docencia-investigación es mayor en los rendimientos constantes que en los rendimientos crecientes. En consecuencia, los aumentos en los productos de investigación bajo la tecnología de rendimientos constantes son más sensibles a cambios en la contratación de esfuerzo laboral efectivo, que aquellos ocurridos bajo la tecnología de rendimientos crecientes a escala. Estos últimos son más sensibles a las tasas de crecimiento de b y θ , parámetros susceptibles de cambio a través de una política de investigación.

CONCLUSIONES

El documento realiza una presentación exhaustiva de las posibilidades de la relación docencia-investigación desde una perspectiva teórica. Se formula un modelo de crecimiento endógeno en el que se evidencian rendimientos decrecientes en la tecnología de producción de nuevo conocimiento, ante la falta de una comunidad académica —en el sentido de Lakatos— que oriente los contenidos curriculares, la proyección social y las líneas de investigación. Así también lo sugiere la revisión bibliográfica que se plantea dentro del marco regulatorio del Ministerio de Educación Nacional de Colombia. El análisis de la producción científica de la Universidad Católica de Colombia registrada en SJR muestra la necesidad de una formulación estratégica,

acorde a las restricciones particulares de cada universidad, para la implementación endógena de mecanismos institucionales que prevengan los rendimientos decrecientes en la tecnología de nuevo conocimiento.

En primer lugar, se concluye que, ante rendimientos crecientes, las mejoras en el coeficiente de aprendizaje y en capital humano impulsan progresivamente la tasa de crecimiento de nuevo conocimiento, sin modificar las cantidades de capital y trabajo, combinadas en la tecnología inicial. En segundo lugar, se muestra que el ritmo de crecimiento del coeficiente de aprendizaje por la práctica y en el capital humano aumenta la producción de nuevo conocimiento en forma continua cuando existe una comunidad académica, en relación con una tecnología con rendimientos decrecientes de un entorno sin comunidad académica.

REFERENCIAS

1. Aubad López, R. y Vásquez Caro, M. (1999). La consultoría económica: invitación a una discusión completa. En J. A. Bejarano (Ed.), *Hacia dónde va la ciencia económica en Colombia. Siete ensayos exploratorios* (pp. 209-241). Bogotá: Tercer Mundo Editores.
2. Bejarano, J. A. (Ed.). (1999a). *Hacia dónde va la ciencia económica en Colombia. Siete Ensayos Exploratorios*. Bogotá: Tercer Mundo Editores.
3. Bejarano, J. A. (1999b). La Investigación económica en Colombia. En *Hacia dónde va la ciencia económica en Colombia. Siete ensayos exploratorios* (pp. 179-204). Bogotá: Tercer Mundo Editores.
4. Congreso de la República de Colombia (1992). Ley 30 de 1992, por la cual se organiza el servicio público de la Educación Superior.. <https://minciencias.gov.co/node/269>
5. Congreso de la República de Colombia. (1994). Ley 115 de 1994, por la cual se expide la Ley General de Educación. http://www.secretariasenado.gov.co/senado/basedoc/ley_0115_1994.html
6. Congreso de la República de Colombia (2008). Ley 1188 de 2008, por la cual se regula el Registro Calificado de programas de educación superior y se dictan otras disposiciones. http://www.secretariasenado.gov.co/senado/basedoc/ley_1188_2008.html
7. González, J. I. (1990). La fetichización del currículo y la absolutización del libro de texto. En J. A. Bejarano (Ed.), *Hacia dónde va la ciencia económica en Colombia. Siete ensayos exploratorios* (pp. 53-87). Bogotá: Tercer Mundo Editores.
8. Ministerio de Educación Nacional (1999). Decreto 1655 de 1999, por el cual se crea la Orden a la Educación Superior y a la Fe Pública "Luis López de Mesa".

- https://www.mineduccion.gov.co/normatividad/1753/articles-185202_archivo_pdf_decreto_1655_1999.pdf
9. Ministerio de Educación Nacional (2008). Resolución 3010 de 2008. por la cual se reconoce el registro calificado a programas acreditados de alta calidad. https://www.cna.gov.co/1741/articles-186370_R3010.pdf
 10. Nemet, G. F. (2006). Beyond the learning curve: Factors influencing cost reductions in photovoltaics. *Energy Policy*, 34(17), 3218-3232. <https://doi.org/10.1016/j.enpol.2005.06.020>
 11. Plosser, C. (1989). Understanding real business cycles. *Journal of Economic Perspectives*, 3(3), 51-77. <https://doi.org/10.4324/9780203443965.ch17>
 12. Presidencia de la República de Colombia (1994). Decreto 2904 de 1994, por el cual se reglamentan los artículos 53 y 54 de la Ley 30 de 1992. https://www.mineduccion.gov.co/1759/w3-article-104334.html?_noredirect=1
 13. Presidencia de la República de Colombia (2003). Decreto 2566 de 2003, por el cual se establecen las condiciones mínimas de calidad y demás requisitos para el ofrecimiento y desarrollo de programas académicos de educación superior y se dictan otras disposiciones. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. https://www.mineduccion.gov.co/1759/w3-article-86425.html?_noredirect=1
 14. Presidencia de la República de Colombia (2005). Decreto 4322 de 2005, por el cual se crea la Orden a la Acreditación Institucional de Alta Calidad de la Educación Superior “Francisco José de Caldas”. https://www.mineduccion.gov.co/1759/w3-article-382291.html?_noredirect=1
 15. Presidencia de la República de Colombia (2010). Decreto 1295 de 2010, por el cual se reglamenta el registro calificado de que trata la Ley 1188 de 2008 y la oferta y desarrollo de programas académicos de educación superior. Recuperado de https://www.cna.gov.co/1741/articles-186370_Dec1295.pdf
 16. Presidencia de la República de Colombia (2019). Decreto 1330 de 2019, por el cual se sustituye el Capítulo 2 y se suprime el Capítulo 7 del Título 3 de la Parte 5 del Libro 2 del Decreto 1075 de 2015-Único Reglamentario del Sector Educación. https://www.mineduccion.gov.co/1759/w3-article-387348.html?_noredirect=1
 17. Sanz de Santamaría, A. (1999). Enseñanza de la economía: aspectos metodológicos y pedagógicos, en enfoque institucional Sanz de Santamaría Alejandro. En J. A. Bejarano (Ed.), *Hacia dónde va la ciencia económica en Colombia. Siete ensayos exploratorios* (pp. 89-140). Bogotá: Tercer Mundo Editores.
 18. SCImago Journal y Country Rank (2010). *Indicadores de producción científica en Economía para Colombia y América Latina*. [http://www.scimagojr.com/countrysearch.php?area=2000&country=CO&w=.](http://www.scimagojr.com/countrysearch.php?area=2000&country=CO&w=)
 19. Sistema Nacional de Información de la Educación Superior (SNIES) (2009). *Indicadores del Sistema de Educación Superior*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. <http://www.mineduccion.gov.co/sistemasdeinformacion/1735/w3-article-212350.html>.

ANEXO 1: IDENTIFICACIÓN DEL MODELO DE CRECIMIENTO ENDÓGENO

La función de producción de nuevo conocimiento puede describirse a partir de una tecnología que incorpora el aprendizaje por la práctica:

$$A(t) = B[K(t)]^\beta [(1 - a_L)L(t)]^\gamma \left[A_0 \left(\frac{qt}{q_0} \right)^b \right]^\theta \quad [1]$$

$B, K_0, L_0, A_0, q, q_0 > 0.0 \geq a_L, \gamma, \beta \geq 1$, los parámetros b y θ no están restringidos.

Donde $A(t)$ es la producción de nuevo conocimiento; B es una constante que indica los desplazamientos en la tecnología; $K(t)$ es el capital en el momento t ; β es la participación del capital en la producción de nuevo conocimiento; $L(t)$ es la cantidad de trabajo dedicado a actividades administrativas; a_L es la proporción de trabajo dedicado a realizar actividades de investigación y docencia; γ es la participación del trabajo en la producción de nuevos conocimientos; $A_0 \left(\frac{qt}{q_0} \right)^b$ es una curva de aprendizaje, que indica la efectividad del aprendizaje por la práctica: b es el coeficiente de aprendizaje que, al ponderarse por θ , indica el impacto de la relación docencia-investigación sobre la producción de nuevo conocimiento.

El parámetro θ establece la influencia del *stock* de conocimientos sobre el crecimiento de nuevo conocimiento. De modo que, cuando θ es mayor que cero, la acumulación de conocimientos promueve la producción; y cuando θ es menor que cero, la acumulación de conocimientos dificulta la generación de nuevo conocimiento. En el primer caso, la investigación marginal facilita las investigaciones posteriores, debido a la existencia de costos fijos, líneas y redes de investigación, y una institucionalidad acorde a las necesidades de los proyectos de investigación. En el segundo caso, la acumulación de conocimientos es de tal magnitud que resulta cada vez más difícil realizar una innovación en la producción de conocimientos.

La curva de aprendizaje reduce los costos en la producción y refleja la eficacia de la relación docencia-investigación sobre la creación de conocimiento. El diseño institucional que regula la producción; un sistema de información sobre metas y resultados; la especificación y delimitación de líneas de investigación, y los semilleros de investigación determinan el coeficiente de aprendizaje b . Este coeficiente es la relación entre el *stock* de conocimientos y la innovación que resulta del aprendizaje por la práctica. Por lo tanto, indica el ajuste al cual ocurre la innovación de conocimiento, a través de la relación docencia-investigación. Se amplifica con una

mayor participación del capital humano de los docentes en la producción de nuevo conocimiento θ , destinada a la orientación del aprendizaje por la práctica.

De la curva de aprendizaje se obtienen dos subproductos:

- La tasa de progreso, definida como la variación de los productos de investigación en determinado momento, dada la siguiente tasa de aprendizaje siguiente:

$$TP = \left(\frac{q_t}{q_0} \right)^b \quad [2]$$

- La tasa de aprendizaje, definida a partir de la tasa de progreso que sigue:

$$TA = 1 - TP \quad [3]$$

Los incrementos en la tasa de progreso reducen la tasa de aprendizaje. De modo que los incrementos en el coeficiente de aprendizaje b reducen la brecha de conocimientos implícita en la relación docencia-investigación. El coeficiente de aprendizaje b depende de los contenidos de la enseñanza, de una organización curricular como proceso de investigación, de la pedagogía y de la existencia de espacios de práctica. Por su parte, la participación del capital humano en la generación de nuevo conocimiento θ depende de la educación y la experiencia de los docentes.

Manteniendo constante el capital $K(t)$ y asumiendo que la curva de aprendizaje depende del tiempo, la función de producción que describe las posibilidades de creación de nuevo conocimiento es la siguiente:

$$A(t) = B [(1 - a_L)L(t)]^\gamma [A(t)^b]^\theta \quad [4]$$

La tasa de crecimiento de la producción de nuevos conocimientos se define a partir del *stock* inicial:

$$\frac{\dot{A}(t)}{A(t)} = \frac{B[(1 - a_L)L(t)]^\gamma [A(t)^b]^\theta}{A(t)} \quad [5]$$

$$\frac{\dot{A}(t)}{A(t)} = B[(1 - a_L)L(t)]^\gamma [A(t)^b]^{\theta-1} \quad [6]$$

Tomando logaritmos a ambos lados, se obtiene lo que sigue:

$$\ln(A(t)) - \ln(A(t)) = \ln B + \gamma \ln[1 - a_L]L(t) + b(\theta - 1) \ln A(t) \quad [7]$$

Derivando con respecto al tiempo, resulta así:

$$\frac{A''(t)}{A'(t)} - \frac{A'(t)}{A(t)} = \gamma \frac{L'(t)}{L(t)} + b(\theta - 1) \frac{A'(t)}{A(t)} \quad [8]$$

$$\frac{\partial \ln \dot{A}(t)}{\partial t} - \frac{\partial \ln(A(t))}{\partial t} = \gamma \frac{\partial \ln[(1-a_L)L(t)]}{\partial t} + b(\theta - 1) \frac{\partial \ln A(t)}{\partial t} \quad [9]$$

$$\frac{A''(t)}{A'(t)} - \frac{A'(t)}{A(t)} = \frac{\gamma(1-a_L)}{[(1-a_L)L(t)]} L'(t) + b(\theta - 1) \frac{A'(t)}{A(t)} \quad [10]$$

El crecimiento de la población universitaria se asume constante, exógeno e igual a la tasa n . De manera que $\frac{L'(t)}{L(t)} = n$; el crecimiento de la producción de nuevos conocimientos es $g_{A(t)} = \frac{A'(t)}{A(t)}$, y el crecimiento de la tasa de crecimiento de la producción de nuevos conocimientos es $g_{A(t)}'' = \frac{A''(t)}{A'(t)}$. En consecuencia, se tiene lo siguiente:

$$g_{A(t)}'' - g_{A(t)}' = \gamma n + b(\theta - 1)g_{A(t)}' \quad [11]$$

La diferencia del cambio de los logaritmos en el tiempo equivale a la variación en la tasa de crecimiento de nuevo conocimiento:

$$\frac{g_{A(t)}''}{g_{A(t)}'} = \gamma n + b(\theta - 1)g_{A(t)}' \quad [12]$$

De donde resulta lo siguiente:

$$g_{A(t)}'' = \gamma n g_{A(t)}' + b(\theta - 1)(g_{A(t)}')^2 \quad [13]$$

El sistema sobre el cual se evalúan las propiedades dinámicas de la acumulación de nuevo conocimiento en función del aprendizaje por la práctica, como forma particular de la relación docencia-investigación, está definido de esta manera:

$$\frac{A'(t)}{A(t)} = g_{A(t)}' = B[(1 - a_L)L(t)]^\gamma [A(t)^b]^{\theta-1} \quad [14]$$

$$g_{A(t)}'' = \gamma n g_{A(t)}' + b(\theta - 1)(g_{A(t)}')^2 \quad [15]$$

La ecuación [14] especifica la tasa de crecimiento de la producción de nuevo conocimiento en función del parámetro B , la proporción de trabajo $(1 - a_L)$ dedicado a las actividades administrativas, la proporción de trabajo a_L dedicado a docencia e

investigación, la participación en la producción de nuevo conocimiento del trabajo $L(t)$; del coeficiente de aprendizaje b ; y de la participación θ de docencia-investigación en la producción de nuevo conocimiento. La ecuación [15] determina la velocidad de ajuste de la tasa de crecimiento de la producción de nuevo conocimiento en función de la participación del trabajo Y ; el crecimiento poblacional n ; el coeficiente de aprendizaje b , y la participación θ en la producción de nuevo conocimiento. Por lo tanto, la ecuación [14] describe el comportamiento de la tasa de crecimiento y la ecuación [15] registra el ajuste en la tasa de crecimiento.

Las propiedades del sistema dinámico se presentan bajo tres supuestos concernientes al coeficiente de aprendizaje b y a la participación de θ , que establece la importancia de la relación docencia-investigación en la producción de nuevo conocimiento.

