

Juegos y Rarezas Matemáticas

Las matemáticas en la notación de ajedrez

Mathematics in chess notation

Ronnie Torres Hugues

Yudeimys Ymas Dávila

Enrique Nieves Santana

Revista de Investigación



Volumen X, Número 2, pp. 109-133, ISSN 2174-0410

Recepción: 16 mar'20; Aceptación: 5 may'20

1 de octubre de 2020

Resumen

En este trabajo se presenta un resumen histórico de las diversas notaciones que se han empleado para registrar partidas de ajedrez, a partir de un enfoque geométrico, donde se comentan los sistemas de coordenadas desarrollados. Además, se realizan análisis en los que se considera al tablero de ajedrez como un plano cartesiano, así como el componente vectorial que presentan las piezas y la importancia para los planes del juego. Por último, se presentan curiosidades sobre el juego y las matemáticas, destacando la figura de Euler.

Palabras Clave: Notación de ajedrez, matemáticas, tablero de ajedrez, plano cartesiano, análisis vectorial.

Abstract

This work shows a historical resume about many notations that has been employed to record chess play, taking into account a geometrical focus, where the coordinate systems developed are commented. Besides, analysis considering chess board as Cartesian plane, the vectorial component of pieces movement and its importance for game's plain is performed. At last, curiosities about the game and mathematics, lighting Euler, are shown.

Keywords: Chess notation, mathematics, chess board, Cartesian plane, vectorial analysis.

1. Introducción

El ajedrez: el juego de la complementación y de la discordia en la unión. Los eternos rivales se acoplan: letras y números limitan y descubren el teatro de operaciones conformado por colores que se alternan, ver Figura 1. Masculino y femenino, plebeyos y monarcas comprometidos luchan por un bien común. El blanco y negro se relacionan dándole sentido y explicando el significado implícito del famoso símbolo chino Yin-Yang.

En cualquier momento comienza la contienda. Se planifican las estrategias, poniendo atención al campo de batalla. A la hora indicada comienza la acción, primero la infantería, luego la caballería protagonista de interesantes maniobras, que le dan vida a la guerra, convirtiendo el juego en arte, ciencia y deporte.



Figura 1. Piezas gigantes en un jardín.

Durante todo el tiempo que dura la partida se anotan los movimientos propios y los del rival, ya que el análisis es el factor decisivo para el éxito. En esto es fundamental la forma en que el tablero de ajedrez está estructurado y el sistema de coordenadas que presenta.

Actualmente la notación de ajedrez sobrepasa las fronteras de los lenguajes juntando caracteres universales tanto de matemática, como del idioma. El uso del triángulo con la punta hacia arriba es tan enérgico como lo es en el misticismo. En ambos casos refiere una trascendencia, ya sea en forma de idea o de virtud. Otros tienen su turno, como es el de exclamación (!) para significar lo bien hecho, el de interrogación (?) para lo mal hecho, el de multiplicación (x) para la captura (o en buen español "comer"), el de igualdad (=) para la promoción de peones, entre varios otros, tales como: (∞), (...), (+) y (-).

A través de los años, se han desarrollado diversos tipos de notación de ajedrez, que han evolucionado hasta la actual. En estas el tablero se ha concebido como un plano cartesiano con un sistema alfanumérico de coordenadas. De ahí que es objetivo de este trabajo describir algebraicamente las distintas notaciones empleadas. Para ello se realiza un análisis histórico y geométrico del tablero, se desarrolla el movimiento de las piezas desde un punto de vista vectorial, se caracterizan las distintas notaciones empleadas a lo largo de la historia, así como

su evolución y se muestran algunas curiosidades del ajedrez, en cuanto a las notaciones y al tablero asociadas a las matemáticas.

2. Tablero de ajedrez

Desde los inicios de este juego-batalla se ha establecido un tablero para su desarrollo. Este tiene como célula básica un cuadrado subdividido por cuatro cuadrados iguales de colores alternos, que se repite 16 veces, ver Figura 2.

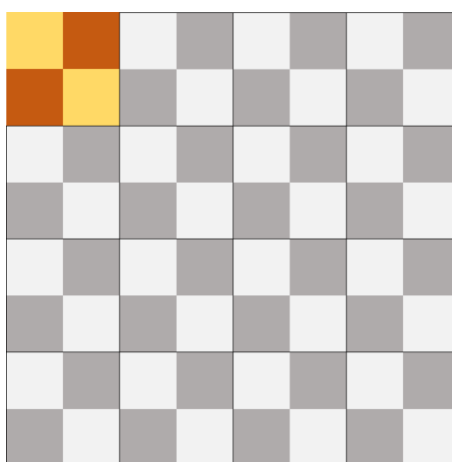


Figura 2. Célula básica del tablero de ajedrez.

Para poder representar gráficamente un movimiento, anotar una posición o dar respuesta a una situación específica, a este plano se le ha tenido que incorporar un sistema de coordenadas, de forma tal que cada casilla tenga una identificación única a partir de la nomenclatura que adopten los ejes ortogonales establecidos: eje horizontal X y eje vertical Y. La intersección de estos ejes (origen de las coordenadas) es extremadamente importante, y su ubicación depende de la notación que se adopta, las cuales se tratarán más adelante. Actualmente, la Federación Internacional de Ajedrez (FIDE, por sus siglas en francés) ha establecido solo una [4].

Antiguamente esta superficie, en cuanto a colores, presentaba distintas configuraciones: casillas alternas rojas y negras, rojas y blancas o simplemente 64 blancas (delimitadas solo por líneas verticales y horizontales). Las formas escaqueadas se hicieron más populares y cómodas porque permitían visualizar mejor las jugadas y distinguir en cada campo los alfiles (que al inicio eran elefantes y luego bufones) [8]. Un cambio en el aspecto cromático ocurrió en el siglo XIII cuando las piezas y casillas no blancas (rojas preferiblemente) cambiaron al negro [8].

En la edad medieval, esta estructura alterna tuvo una gran influencia cultural ya que se podía apreciar en escudos y banderas, pavimentos, trajes y decoración. En todo aquello que se asociara al movimiento, a la dinámica [8]. Si se observa una fila o una columna se pudiera (con un poco de abstracción) ver una onda con los valles y las crestas, un patrón, ver Figura 3.

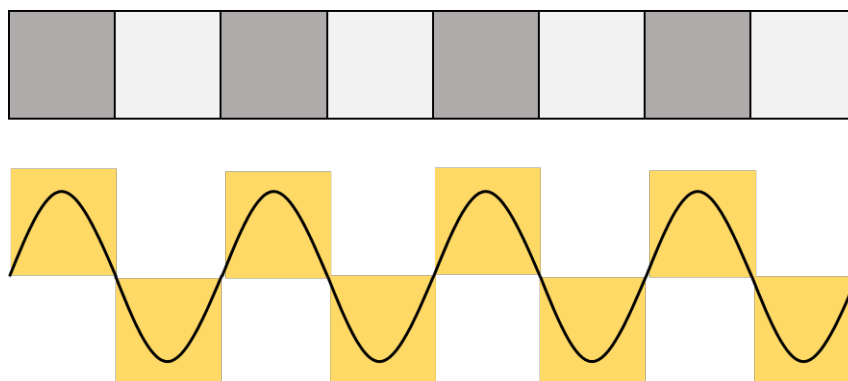


Figura 3. Representación como onda de una fila.

Por otra parte, para comprobar la sensación de movimiento de esta configuración basta con oscurecer algunas líneas del tablero, se podrán obtener algunos efectos como los mostrados en la Figura 4.

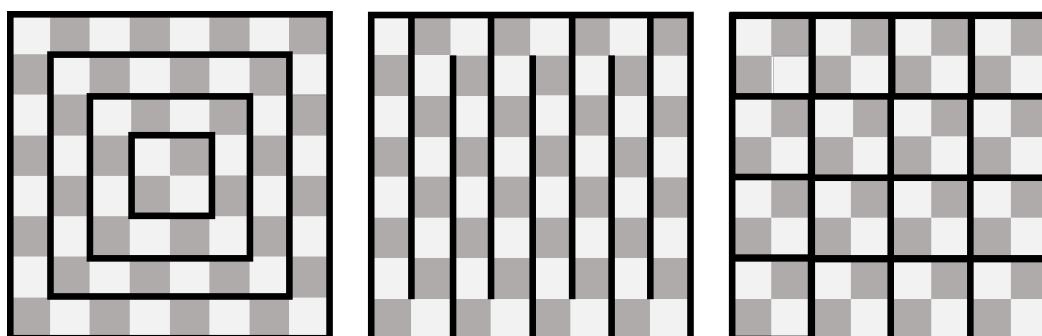


Figura 4. Diferentes formas de obtener la perspectiva de movimiento con el tablero.

Respecto al número de cuadrículas, los árabes no lo cambiaron, pero los europeos sí, ya que el 8 y el 64 no escondían ninguna simbología mística, más convenientes son el 3, el 7 y el 12 con sus múltiplos. En imágenes medievales se reproducen tableros de 3x3, 6x6 o 7x7 [8].

El empleo de un sistema de coordenadas se implementó casi con su origen, se plantea que los árabes lo usaban desde el año 880 y en 1295 Bonus Socius es el primer europeo en utilizar un sistema coordinado [10]. Nótese que fue en 821 cuando este juego entró en Europa, específicamente por la región de Algeciras, gracias a un cantante y músico persa de nombre Ziryab. Fue a partir de la segunda mitad del siglo XV que se reformó el ajedrez: el alfil y la dama alcanzaron la movilidad que presentan hoy [1], el peón podía avanzar dos pasos al inicio y se introdujo el enroque [1].

En la enciclopedia de variantes de ajedrez (más de 2000) aparecen varias en las que este cambia de forma, algunas de las cuales se muestran en la Tabla 1 [9].

Tabla 1. Algunas variantes de ajedrez cambiando el tablero [9].

No.	Nombre	Tablero	Observación
1	Cilíndrico	8x8	Como si el tablero fuera un cilindro. Por tanto, cuando una pieza sale por el lado derecho, reaparece por el lado izquierdo y viceversa.
2	de Capablanca	10x8	Se incorporan dos piezas más: un canciller y un arzobispo.
3	del mensajero	8x12	Se incorporan cuatro piezas más: el consejero, el bufón, el mensajero y el arquero.
5	hexagonal	hexágono regular	91 hexagonales, formando un hexágono regular (cada lateral tiene seis casillas). Se emplean tres colores en vez de dos para rellenar las casillas.
6	para cuatro jugadores		Hecho a partir de un tablero estándar de 8x8, con 3 filas adicionales de 8 casillas cada una en los lados
7	Grande Acedrex	12x12	Cada jugador tiene doce peones, un rey, un grifo, dos cocodrilos, dos jirafas, dos unicornios o rinocerontes, dos leones, y dos torres.
8	Circular	circular	Consistente en cuatro anillos, cada uno de 16 casillas.
9	de doble ancho	16x8	Se conectan dos convencionales y cada jugador juega con dos conjuntos completos de piezas. Debido a que cada jugador tiene dos reyes, el primer rey puede ser capturado sin terminar la partida.
10	Volador	8x8x2	Sólo ciertas piezas se pueden mover hacia y desde un nivel adicional.
11	en rejilla		El tablero tiene superpuesta una rejilla de líneas. Para que un movimiento sea legal, tiene que cruzar al menos una de estas líneas.
12	Infinito		El tablero tiene una forma de símbolo de infinito. Está conectado en el centro y se utilizan todas las piezas del ajedrez tradicional.
13	Los Álamos	6x6	Jugado en un tablero sin alfiles.
14	de Alicia	Dos tableros	Una pieza que se mueve en el tablero pasa "a través de un espejo" al otro tablero.
15	de Romanchenko	8x8	En el tablero tradicional las filas de la e-h se desplazan dos casillas verticalmente. Se incorporan dos números más: 9 y 10.

2.1 Sistemas de coordenadas

Dada la propia forma plana del tablero de ajedrez, este se puede ver como un mapa o un plano cartesiano, ya que en él se puede representar relaciones de movimiento. Para ello se dispone de dos coordenadas (x ; y) que pueden adoptar 8 valores cada una, para el total de 64 posiciones en las que se puede colocar cada una de las piezas. Este sistema bidimensional presenta ejes ortogonales que se extienden desde un origen hasta el último rincón de este espacio. Los ejes se interceptan en un único punto, que se denota punto de origen de coordenadas.

El plano cartesiano debe su nombre al filósofo francés René Descartes (1596-1650), creador del campo de la geometría analítica.

En la actualidad se ha impuesto un sistema de coordenadas que responde a la notación algebraica, con origen en la casilla negra ubicada en el extremo inferior izquierdo del tablero y extendiendo sus ejes hacia la derecha y hacia arriba, ver Figura 5.

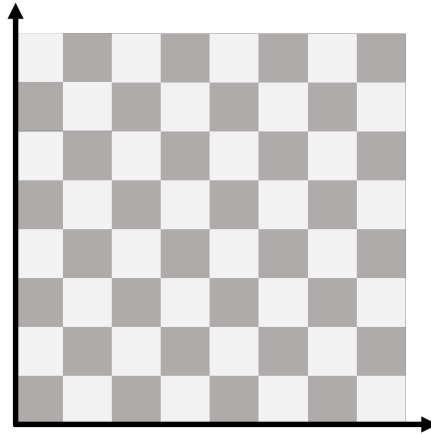


Figura 5. Ejes del sistema de coordenadas en la notación algebraica.

Pero este no es el único sistema creado. Han aparecido varios sistemas de notación, que han ubicado el origen de coordenadas para los ejes en un lugar diferente. En este sentido la variedad es abundante, por ejemplo: con un solo origen se encuentra las notaciones Koch, Forsyth y el código Uedeman, en el que el eje vertical tiene dos sentidos y con dos orígenes, uno para cada bando, aparecen las notaciones descriptiva y Gringmuth, ver Figura 6.

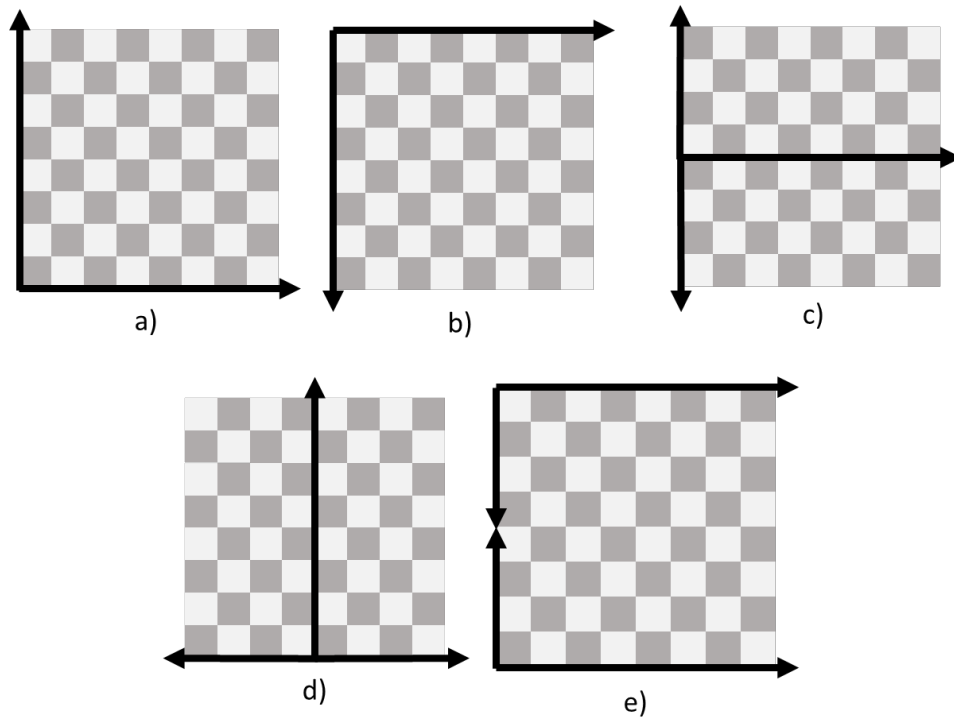


Figura 6. Ejes del sistema de coordenadas en notaciones a) Koch b) Forsyth, c) código Uedeman, d) descriptiva para las blancas y e) Gringmuth.

Por tanto, se puede establecer una tipología de ejes para los sistemas de coordenadas de las notaciones de ajedrez. Una primera clasificación tiene que ver con la cantidad de orígenes, otra tiene que ver con la posibilidad de un eje de tener un sentido o dos y una tercera con la ubicación del origen (en el extremo o en el medio). Una mayor descripción de estas notaciones se abordará más adelante.

3. Análisis vectorial

Como juego de mesa con piezas móviles, como las damas, damas chinas o parchís, entre otros, este es un juego dinámico en el que las piezas están en movimiento. A diferencia de estos, cada pieza tiene una forma diferente de moverse, ver Figura 7.

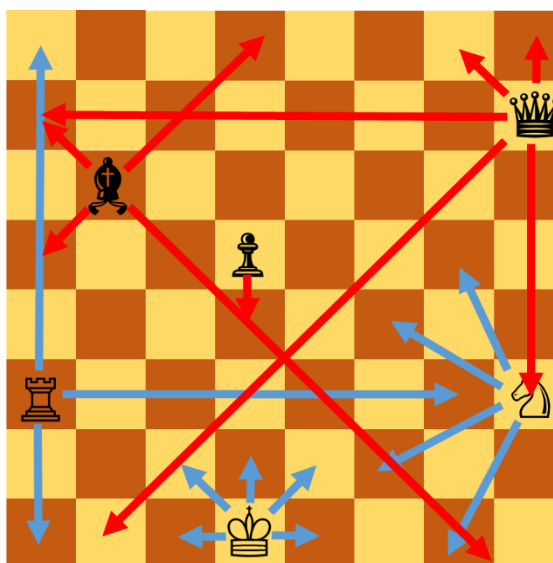


Figura 7. Movimiento de figuras y correspondencia con vectores.

Por tanto, a la hora de calcular los posibles desplazamientos hay que tener en cuenta el alcance del vector de cada una. Es decir, a partir de su posición inicial $(x_0; y_0)$ cual será la ubicación final $(x_1; y_1)$, lo que constituye un vector posición. Por ello, es tan importante establecer un sistema de coordenadas para la notación de las jugadas. Más adelante se abordará lo relacionado con las distintas notaciones que se han creado.

No debe confundirse este vector posición con la distancia, ya que el espacio recorrido por el objeto no tiene por qué coincidir con la longitud recta que une al punto de partida y al de llegada, por ejemplo: el movimiento en L del caballo. Para el resto de las piezas, como tienen un movimiento rectilíneo la cantidad de casillas recorridas es la misma que la cantidad que hay entre la posición inicial y final.

El máximo potencial de desplazamiento de cada pieza se encuentra en el centro del tablero, por eso su importancia. De ahí, el caballo presenta ocho vectores (dominando igual cantidad de casillas), el alfil cuatro vectores que coinciden con las diagonales mayores (dominando 14 casillas). Por su parte, las torres siempre pueden controlar la misma cantidad de casillas (16) con dos o cuatro vectores, pero desde el centro su vector posición es más corto hacia cualquier extremo. En el caso de la dama, en las casillas centrales despliega ocho vectores controlando 29 casillas.

El rey y el peón son los que tienen el vector más corto (de una casilla, salvo el peón cuando sale que puede tener un vector de dos casillas), pero el primero a diferencia del segundo puede controlar las ocho que tiene a su alrededor, mientras que el otro solo la de adelante. Como curiosidades el peón es el único que implementa un vector diferente cuando captura, que no tiene vector hacia atrás (retroceso) y puede cambiarse por otra pieza, cambiando su potencial vectorial.

Obsérvese que en el jaque mate el rey se ha quedado sin movimientos.

En la estrategia que deben seguir los jugadores se plantean determinados principios que tienen como objetivo darles mayor movilidad a las piezas, o sea, establecer un vector de

mayor alcance. Por eso, los caballos deben alejarse de las bandas, los alfiles ocupar la diagonal mayor, las torres las columnas abiertas y la dama ponerla en acción en posiciones abiertas [2].

Por supuesto, en el contrajuego se trata de que el rival pierda espacio, por eso en algunos casos se deben poner los peones propios en las mismas casillas del color del alfil rival, si la posición es cerrada cambiar alfiles por caballos para quedarse con la pareja de caballos, en caso de posiciones abiertas lo contrario. En otro orden, también se puede reducir el alcance haciendo jugadas que obliguen a inmovilizar las piezas, por ejemplo: copar al caballo para que no pueda moverse o clavar y esclavizar piezas [2].

4. Sistemas de notación

Cualquiera de los sistemas que se presentan a continuación responde a una matriz donde cada elemento se relaciona con un vector de desplazamiento en un sistema de coordenadas específico.

4.1 Notación de los movimientos en prosa

Cuando apareció la necesidad de registrar las partidas comentándolas en los libros impresos, estas aparecían en forma de un párrafo de texto, donde no había separación entre cada jugada [6] [5], por ejemplo: el movimiento de un caballo podría ser registrado de la siguiente manera [3]:

"Entonces el rey negro en su segundo lance lleva adelante su caballo y lo ubica en la tercera casilla, enfrente del peón de su alfil".

Un gran seguidor de esta notación lo fue el gran jugador y músico del siglo XVIII André Danican Philidor (1726-1795), y como ejemplo clásico se encuentra un tratado publicado en 1747. Sin embargo, la manera de registrar las jugadas de Philidor tenía que ser mejorada si se pretendía que la literatura ajedrecística inglesa creciera y, por eso, se fueron introduciendo abreviaturas a partir de 1817, que ganaron terreno dando paso a la notación descriptiva.

4.2 Notación descriptiva

La notación descriptiva también es llamada sistema inglés. Con esta forma más simplificada de registrar partidas, los libros de ajedrez incluyeron más información y se hicieron más populares. Para poder utilizarla las columnas se denominan por el nombre de la pieza que las ocupaba inicialmente y cada jugador anotaba considerando la fila 1 como la más cercana a él, ver figura 8. Esto quiere decir que pudieran darse casos en los que tanto blancas como negras tenían la misma notación. En la Figura 8 se muestra a modo de ejemplo la designación de cuatro casillas, entre paréntesis se indica el color de referencia de las piezas.

PARA LAS BLANCAS	8								PARA LAS NEGRAS
	7					7AR (B)			
	6								
	5			5D (B)					
	4								
	3					6AR (N)			
	2	7TD (N)							
	1								
		TD	CD	AD	D	R	AR	CR	TR

Figura 8. Denominación para filas y columnas en notación descriptiva.

Los libros de ajedrez impresos antes de 1820 tenían como norma escribir en una línea el movimiento de cada jugador. Aparentemente, fue Philidor el primero en introducir la regla moderna de enumerar cada movimiento y su respuesta con el mismo número. Se hizo popular en Inglaterra y Francia en el siglo XVIII [7]. Los grandes maestros del pasado como Steinitz, Lasker, Capablanca, Alekhine, Bobby Fisher, y muchos otros utilizaron esta notación [11], que se abandonó oficialmente posteriormente.

En la Figura 9 se muestra la evolución temporal de las maneras de escribir el movimiento que en notación descriptiva actual es C3AR. Se puede apreciar los cambios fueron graduales, ver Figura 9.

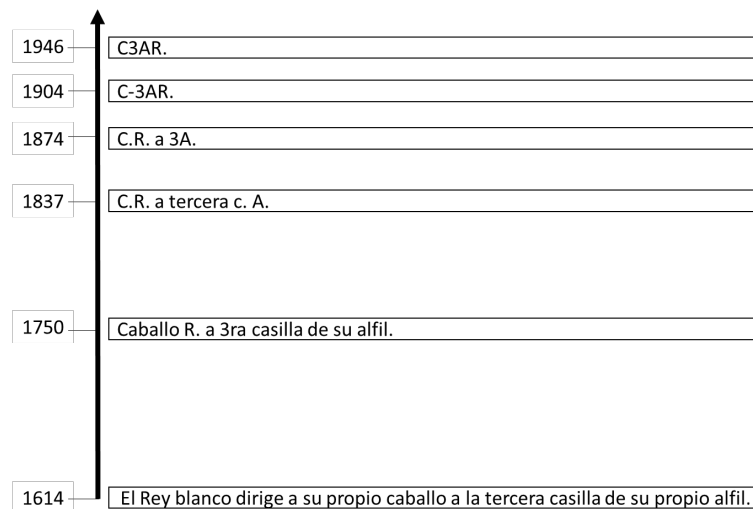


Figura 9. Línea del tiempo con la evolución de la notación descriptiva [3].

Por su parte, en el periodo del shatranj (antecesor árabe del ajedrez moderno) también fue utilizada una especie de notación descriptiva. Esto hizo posible registrar juegos y finales. Los jugadores comenzaron a analizar toda clase de posiciones desde el medio juego y los finales, y entonces comenzaron a elaborar los suyos propios, marcando el nacimiento de la composición en ajedrez [1].

4.3 Notación algebraica

También conocida como notación francesa. Se pueden encontrar diversas referencias sobre el uso de esta notación, por ejemplo, en 1173 se utiliza la notación algebraica en un manuscrito francés [10], también se dice que fue desarrollado por el sirio Philipp Stamma (1705-1755) en 1737 cuando publica en París el libro *Essai sur le Jeu des Échecs*, ver Figura 10, una colección de posiciones de partidas, partiendo de una determinada posición [6] y, por otra parte, se plantea que este la reintrodujo haciéndole unas mejoras [7].

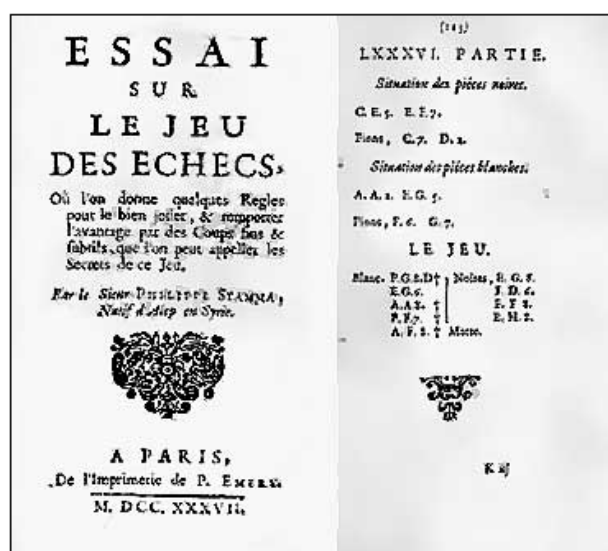


Figura 10. La primera página del libro y la correspondiente a la partida LXXXVI [6]

Básicamente consiste en establecer un sistema de coordenadas con un único punto de referencia, en el que el eje horizontal está compuesto por las primeras ocho letras (minúsculas) del abecedario [a b c d e f g h], comenzando de izquierda a derecha. Por su parte, en el eje vertical, y de abajo hacia arriba, se establecen los [1 2 3 4 5 6 7 8], ver figura. Una casilla se refiere escribiendo primero la letra de la columna y luego el número de la. En la Figura 11 se muestra, a modo de ejemplo, la designación de cuatro casillas. Las blancas se colocan en las filas 1 y 2 y las negras en la 7 y 8. Desde 1981 es el único sistema de notación oficial en ajedrez, reemplazando al sistema de notación descriptiva [10].

8								
7					f7			
6								
5			d5					
4								
3					f3			
2	a2							
1								
	a	b	c	d	e	f	g	h

Figura 11. Denominación para filas y columnas en notación algebraica.

Existen varias formas de usarla:

1) Notación algebraica estándar o corta (SAN por sus siglas en inglés), en él solamente se escribe la inicial (en mayúscula y según el idioma) de la pieza y la casilla de destino, por ejemplo: 2. Cf3 Cc6, es la forma más popular de este sistema.

2) Notación algebraica ampliada o larga (LAN por sus siglas en inglés), en el que se registra la casilla de salida y de llegada de la pieza movida, por ejemplo: 1. e2-e4 e7-e5;

3) Notación algebraica mínima (MAN por sus siglas en inglés), es similar a la SAN, pero omite los indicadores para la captura ("x") y el jaque ("+").

4) Notación algebraica reversible (RAN por sus siglas en inglés) está basado en LAN, pero añade una letra adicional para la pieza que fue capturado, en su caso. El movimiento puede ser revertido moviendo la pieza a su plaza original, y la restauración de la pieza capturada. Por ejemplo, Td2xAd6.

5) Notación algebraica reversible concisa (CRAN por sus siglas en inglés) es como RAN, pero omite la casilla si no es necesaria para eliminar la ambigüedad del movimiento. Por ejemplo, Td2xA6. Véase que en este caso la torre solo puede capturar al alfil en d6, por lo que se puede prescindir de indicar la letra. Otro caso sería Td2xAg, en el cual no es necesario aclarar que la casilla es g2.

6) Notación de Smith, diseñada para ser reversible y representar cualquier movimiento sin ambigüedad. La notación codifica la casilla de origen, la de destino, y qué pieza fue capturada, en su caso.

7) Notación coordinada, no usa abreviatura o símbolo para mostrar la pieza que se está moviendo. Se incluye la casilla de la que se mueve la pieza, así como su destino. En caso de promociones se incluye el tipo de pieza promocionada entre paréntesis. Ha demostrado ser

difícil para escribir y leer, pero es utilizado internamente por algunos programas informáticos relacionados con el ajedrez.

8) Notación algebraica con figurines (FAN por sus siglas en inglés), en el que se sustituye la letra de la pieza por una imagen de esta, ver Figura 12, así se evita que el lector se confunda o no se demore en traducir la denominación de las piezas en otros idiomas y se hace de la misma una notación totalmente internacional. Como excepción la letra 'P' de Peón nunca se usa y únicamente se anotan las coordenadas de la columna y fila final.



Figura 12. Figurines y denominación de piezas correspondiente (en español).

Esta variante fue usada por primera vez por Count Robiano en el año de 1846 y se le llamó “notación parlante” [11]. En 1927 se emplea por vez primera esta notación en una revista belga [3]. El método ha sido popularizado por periódicos y revistas de ajedrez.

Por su parte, los primeros en implementarlo fueron los jugadores de habla germana (Alemania y Suiza) [7] y luego, a mediados del siglo XIX se propaga su uso en el resto de Europa [6]. Tanto esta notación como la descriptiva fueron adoptadas de los jugadores musulmanes [7].

Como ya se planteó, la figura que más se relaciona con este sistema es Philip Stamma, originario de Alepo, Siria. Fue un famoso ajedrecista del siglo XVIII y habitual del club londinense Café Slaughter. El libro anteriormente mencionado, de su autoría, tuvo una repercusión extraordinaria, ya que, por primera vez, era posible escribir una jugada y su respuesta en una sola línea, introduciendo un orden en el texto y facilitando las referencias [7].

Sin embargo, su propuesta no fue exactamente la que se conoce hoy, sino que intentó hacer la notación completamente internacional usando nombres de piezas estándar, según la letra en su posición inicial, así como letras en mayúscula y números para las casillas, ver Figura 13 [6].

8.			A. E.					
7.			G. T.		T. T.	X. T.		
6.	A. E.			B. E.				
5.			D. E.					
4.								
3.								
2.								
1.								
	A.	B.	C.	D.	E.	F.	G.	H.

Figura 13. Denotación de filas y columnas establecida por Philipp Stamma en 1737 [6].

De esta manera la torre del rey se escribía "H" en lugar de "T" a lo largo del juego, porque inicialmente estaba en la columna h; el rey: "E", la dama: "D" y el caballo de la reina: "B", etc. [7]. Para el peón usó "p" y un asterisco en caso de tener que aclarar un movimiento, por ejemplo *pe4 quiere decir que el peón de la izquierda se mueve para e4 y pe4* hace referencia al de la derecha. Además, no usaba marca para la captura ni símbolo para el enroque, simplemente se escribía RG1 o RC1 para los enroques corto y largo, respectivamente [7].

La forma moderna de la notación usando la inicial de las piezas para su denominación, minúsculas para las celdas y 0-0 ó 0-0-0 para los enroques fue introducida por Moses Hirschel en 1784, quien usaba el sistema ampliado [7].

Pero antes de los arreglos realizados por Stamma, la denominación para las casillas tenía otros formatos, provenientes de los musulmanes. Donde este estableció para las columnas las letras de la A a la H se usaban las letras t, sh, r, f, m, l, k, y, mientras que, para las filas, en vez de 1 a 8: a, b, j, d, h, w, z, h, ver figura. En otra variante, para las columnas se destinaban las letras de la a hasta la h, pero las filas comenzaban desde arriba hacia abajo con las letras k, l, m, n, o, p, q. La fila superior no tenía ninguna letra especial [7], ver Figura 14. Así fue como por primera vez se introdujo este sistema antes [7].

h											c						
z						lz			k					fk			
w									l								
h			fh						m			dm					
d									n								
j						lj			o					fo			
b	tb								p	ap							
a									q								
	t	sh	r	f	m	l	k	l		a	b	c	d	e	f	g	h

Figura 14. Denominaciones anteriores a las de Stamma para filas y columnas en la notación algebraica.

Al comienzo del siglo XVI se usaron otras variantes para las casillas y llevar a cabo una notación de este tipo. Una fue propuesta por Köbel, que usa solamente letras, y otra fue empleada por los italianos con números, ver Figura 15. Ambas formas han sido consideradas como torpes y chapuceras para ser usadas [7].

a	ab	ac	ad	ae	af	ag	ah	64	63	62	61	60	59	58	57
b	bc	bd	be	bf	bg	bh	bi	56	55	54	53	52	51	50	49
c	cd	ce	cf	cg	ch	ci	ck	48	47	46	45	44	43	42	41
d	de	df	dg	dh	di	dk	dl	40	39	38	37	36	35	34	33
e	ef	eg	eh	ei	ek	el	em	32	31	30	29	28	27	26	25
f	fg	fh	fi	fk	fl	fm	fn	24	23	22	21	20	19	18	17
g	gh	gi	gk	gl	gm	gn	go	16	15	14	13	12	11	10	9
h	hi	hk	hl	hm	hn	ho	hp	8	7	6	5	4	3	2	1

Figura 15. Otras variantes para denominar casillas. A la izquierda la de Köbel y a la derecha la italiana [7].

Por su parte, en las antiguas revistas soviéticas se implementaron ligeros cambios, por ejemplo: para la captura se omitía el signo "x" y, en su lugar se empleaba el signo ":", es decir, la jugada exd4 sería ed o e:d.

4.4 Notación Forsyth

En 1883 apareció una notación con un objetivo diferente: registrar posiciones. La idea fue del editor de ajedrez del *Glasgow Weekly Herald*, David Forsyth (1854 - 1909). En esta, de forma eficiente, no hace falta dibujar un diagrama y se emplean muy pocos caracteres. El tablero se mira desde la usual posición de las blancas (blancas abajo, negras arriba). Para anotar se comienza desde la parte superior izquierda del tablero y se va recorriendo fila por fila, a la par se van registrando las piezas y los espacios, estos últimos utilizando números (1=un espacio; 2=dos espacios, etc) [13]

Las piezas se denominan con su inicial y para diferenciar las blancas de las negras, las primeras se escriben con mayúscula, mientras que las otras en minúscula o mayúsculas encerradas en un círculo. Cada fila se puede indicar en un renglón [13] o separadas por el signo "/". A continuación, se muestra una posición y la correspondiente notación en este sistema, ver Figura 16. Véase que para las negras se ha usado la minúscula.

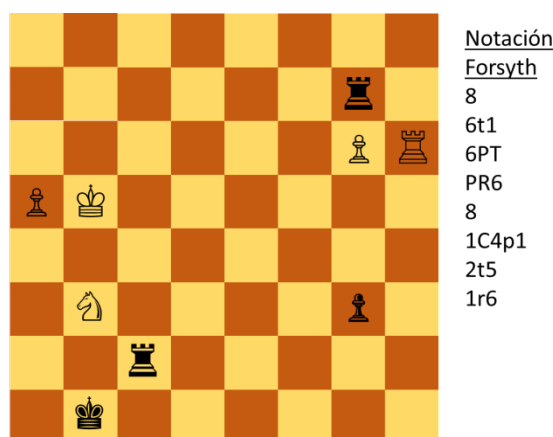


Figura 16. Posición y su correspondiente notación Forsyth.

Se puede entender que en la fila 8 no hay ninguna pieza. Luego en la 7 hay seis casillas deshabitadas, una torre negra y un espacio en blanco. En la 6 hay otras seis casillas vacías, un peón blanco y una torre blanca. Por su parte, en la 5 hay un Peón blanco y al lado el rey de este color seguido de seis espacios. La fila 4 tiene la misma situación que la 8. En la 3 hay un espacio, un caballo blanco, cuatro vacíos, un peón negro y un espacio. En la 2 dos casillas vacías, una torre negra y otras cinco vacías. En la última, la 1, hay un espacio, el rey negro y seis espacios más.

Más tarde, en 1993 Steven J. Edwards le hizo arreglos para poderlo implementar en programas de computación. A partir de esto se le puede identificar como FEN (*Forsyth-Edwards Notation*)

4.5 Notación Gringmuth

Este método fue inventado por Dimitri Alexeievich Gringmuth, ajedrecista de San Petersburgo, para facilitar el envío de jugadas por telegrama. Se referencia un match acontecido en 1886, en la que se implementó, entre Londres y St. Petersburgo.

Las filas están etiquetadas, partiendo de cada extremo, como "a", "e", "i", "o", "o", "i", "e" y "a" y las columnas como "b", "c", "d", "f", "g", "h", "k" y "l" para las blancas y "m", "n", "p", "r", "s", "t", "w" y "z" para las negras, ver figura. Cada casilla se denomina con las dos letras que corresponden con la columna y la fila (e4=go y e5=so), considerando que el tablero se divide a la mitad, de ahí que cada columna posea dos letras, una para cada bando. En la Figura 17 se muestra, a modo de ejemplo, la designación de cuatro casillas [13].

	m	n	p	r	s	t	w	z
a								
e						te		
i								
o				ro				
o								
i						hi		
e	be							
a								
	b	c	d	f	g	h	k	l

Figura 17. Denominación para filas y columnas en notación Gringmuth

A su vez, cada movimiento se anota con cuatro letras, las dos primeras para la casilla de origen y las otras dos para la casilla de destino (1. e2 e4...e7 e5 se anotaría 1. gego-seso). Se omiten signos, no se especifica qué pieza hay en la casilla de origen y el enroque se considera como un movimiento del rey.

Por su parte, hay quien lo identifica con el código Uedemann, ideado por Louis Uedemann (1854-1912) [10]. Fue muy usado entre los barcos de la marina de la URSS. En este, a diferencia con la otra notación, las columnas en vez de denominarse con dos letras (según el bando), lo hace con una sola: "b", "d", "f", "g", "h", "k", "l" y "p", ver Figura 18.

a								
e					ke			
i								
o			go					
o								
i					ki			
e	be							
a								
	b	d	f	g	h	k	l	p

Figura 18. Denominación para filas y columnas en el código Uedeman

4.6 Notación Koch

Este sistema es muy similar al algebraico. Fue empleado en juegos por correspondencia, pero en la actualidad ha dejado de utilizarse. Las casillas se identifican con dos cifras, la primera por las columnas y la segunda por las filas. Ambas se numeran de 1 a 8 de izquierda a derecha y de abajo hacia arriba, ver Figura 19 [13]. En esta se muestra, a modo de ejemplo, la designación de cuatro casillas.

8								
7					67			
6								
5			45					
4								
3					63			
2	12							
1								
	1	2	3	4	5	6	7	8

Figura 19. Denominación para filas y columnas en notación Koch.

4.7 Código Rutherford

Fue creado por Sir William Watson Rutherford (1853–1927) en 1880 ya que la oficina británica de correos solo admitía palabras en latín en los telegramas. Como ventaja, permitía que se transmitieran movimientos para dos juegos al mismo tiempo. Los movimientos legales en la posición se contaban utilizando un sistema hasta alcanzar el movimiento realizado. El número de movimiento del primer juego se multiplicó por 60 y se agregaba al número de movimiento del segundo juego. Se agregaban ceros hasta completar un número de cuatro dígitos. Los primeros dos dígitos serían del 00 al 39, que correspondían a una tabla de 40 raíces latinas. El tercer dígito correspondía a una lista de 10 prefijos latinos y el último dígito correspondía a una lista de 10 sufijos latinos. La palabra resultante era transmitida [13].

Después de que se cambiaron las reglas para permitir el cifrado en los telegramas, este sistema fue reemplazado por la notación de Gringmuth.

4.8 Sistemas de notación para computadoras

Con el desarrollo de las tecnologías de computación, el ajedrez también se vio beneficiado y aparecieron sistemas de notación para las máquinas. Estos son los más comunes:

- Notación Portable para Juego (PGN por sus siglas en inglés). Es la más común de todas y se basa en la algebraica.
- Steno-Chess. Es otro formato ideado para el procesamiento de las computadoras.
- Notación de Forsyth–Edwards. En este formato se anota en una línea la posición de las piezas en el tablero siguiendo los principios de la notación de Forsyth. Además, contiene otras informaciones asociadas al enroque, números de movimientos y color del bando en turno. Se ha incorporado al PGN.
- Descripción extendida de la posición (EPD por sus siglas en inglés). Usa caracteres ASCII para establecer la posición en el tablero. Se usa para comandos de intercambio entre programas de ajedrez.

5. Miniaturas

Philidor y Stamma fueron rivales como jugadores y autores. Philidor derrotó a Stamma en un match [7] razón por la cual su libro se hizo más popular que el de Stamma, en Inglaterra, y su sistema de notación se transformó en el dominante. Sin embargo, el libro de Stamma también fue ganando popularidad, y durante el siglo XIX su sistema se había convertido en la norma en algunos países europeos. De esta manera comenzó una batalla entre notaciones descriptiva y algebraica, que continuó en tiempos modernos [3].

Como se ha venido tratando en cada notación, se han escogido cuatro casillas para ejemplificar las notaciones. A modo de resumen se presentan estos ejemplos en la Tabla 2. En el caso de la notación descriptiva se indica entre paréntesis que color de piezas se ha tomado de referencia.

Tabla 2. Ejemplos de distintas formas de anotar un movimiento.

Notación						
Descriptiva	Algebraica	Gringmuth	Koch	Musulmán	Köbel	Italiana
7TD (N)	a2	be	12	tb, ap	g	16
5D(B)	d5	ro	45	fh, dm	dg	37
6AR(N)	f3	hi	63	lj, fo	fl	19
7AR(B)	f7	te	67	lz, fk	bg	51

Para mayor recreación se reproduce en las cuatro notaciones fundamentales una partida entre José Raúl Capablanca (con blancas) y Charles Jaffe (con negras), acontecida el 5 de marzo de 1910 en Nueva York, ver Tabla 3. La posición final se escribe en notación Forsyth, ver Figura 20.

Tabla 3. Partida registrada en varias notaciones.

No.	Algebraica		Descriptiva		Koch		Gringmuth	
1	d4	d5	P4D	P4D	4244	4745	fefo	rero
2	Cf3	Cf6	C3AR	C3AR	7163	7866	kahi	wati
3	e3	c6	P3R	P3AD	5253	3736	gegi	pepi
4	c4	e6	P4AD	P3R	3234	5756	dedo	sesi
5	Cc3	Cbd7	C3AD	CD2D	2133	2847	cadi	nare
6	Ad3	Ad6	A3D	A3D	6143	6846	hare	tari
7	O-O	O-O	O-O	O-O	5171	5878	gaka	sawa
8	e4	dx4	P4R	PxPR	5354	4554	gigo	rogo
9	Cxe4	Cxe4	CxP	CxC	3354	6654	digo	tigo
10	Axe4	Cf6	AxC	C3AR	4354	4766	figo	reti
11	Ac2	h6	A2A	P3TR	5432	8786	gode	zezi
12	b3	b6	P3CDD	P3CD	2223	2726	ceci	neni
13	Ab2	Ab7	A2C	A2C	3122	3827	dace	pane
14	Dd3	g6	D3D	P3C	4143	7776	fafi	wewi
15	Tae1	Ch5	TD1R	C4T	1151	6685	baga	tizo
16	Ac1	Rg7	A1A	R2C	2231	7877	ceda	wawe
17	Txe6	Cf6	TxP	C3A	5156	8566	gasi	zoti
18	Ce5	c5	C5R	P4A	6355	3635	hiso	pipo
19	Axh6+	Rxh6	A6T+	RxA	3186	7786	dazi	wezi
20	Cxf7+		CxPA		5567	0	sote	

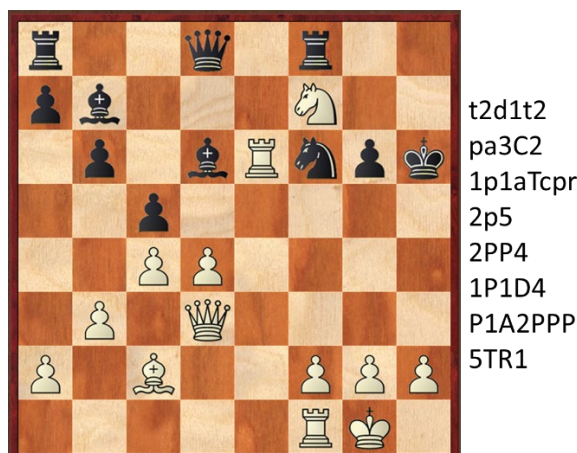


Figura 20. Posición después de la jugada 20 y en la notación Forsyth correspondiente.

Con la notación algebraica se puede obtener, en un solo movimiento, una cadena alfanumérica de 2 a 7 caracteres sin contar los relacionados con observaciones (ej: ! o ??, etc.). La primera cantidad corresponde con un movimiento de peón (ej: e4). Tres elementos se logran de dos formas: una captura de peón (ej: exd) y un movimiento de pieza (ej: Cc3). Cuatro caracteres hacen alusión a un movimiento con ambigüedad (ej: Cbd2), a la captura por una pieza (ej: Dxd7), a una jugada de jaque (ej: Ac5+) y a la promoción de un peón (ej: e1=D). Para obtener media decena debe estar involucrada una pieza con movimiento ambiguo como el caballo o la torre, la promoción de un peón y un jaque o una captura (ej: T2a4+; Chxf2 y e1=D+). Por su parte, la media docena se logra cuando se mueve una pieza con ambigüedad y se captura dando jaque (ej: Taxf1+). Por último, los siete caracteres solo se pueden conseguir con la captura por un peón a la vez que promociona y da jaque (ej: cxd1=D+). Véase cómo en cada cadena se combinan de forma armónica símbolos matemáticos y del lenguaje para expresar una acción.

Usando la notación Gringmuth, solo con la mitad superior del tablero, se pueden formar más de 130 palabras (en español) a partir de movimientos válidos de las piezas. Por ejemplo, que empiecen con PA se encuentran: PANA, PARA, PASA, PATA, PAPI, PARE, PATO y PASE.

Con la notación Koch la diagonal a1-h8 (en notación algebraica) está compuesta por los múltiplos del 11 y la otra diagonal a8-h1 (en notación algebraica) encierra los múltiplos del 9. La consecución de los números del 1 al 8 de uno en uno se puede lograr con la diagonal a2-g8 (en notación algebraica). Lo más sorprendente es que varios múltiplos del 4 ¡pueden encontrarse a partir del salto de caballo!, partiendo de la casilla h8 (en notación algebraica), ver Figura 21

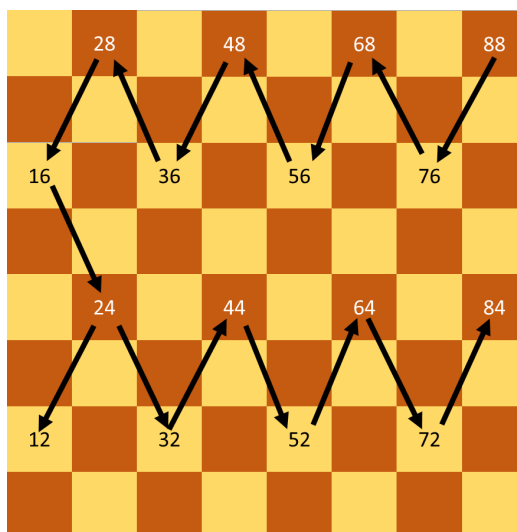


Figura 21. Patrón para hallar los múltiplos del 4 en la denominación de casillas de la notación Koch.

Otra notación que puede resultar confusa a los principiantes es cuando se informa lo que obtuvo un jugador respecto a otro después de haber jugado un match. Por ejemplo, en el encuentro entre Philidor y Stamma, mencionado anteriormente, el resultado a favor del primero fue de (+8 =1 -1). Esto quiere decir que ganó ocho partidas, una fue tablas y perdió igual cantidad, para un total de 10 partidas. El convenio en estos casos es que el número que acompaña al signo “+” son las victorias, al signo “=” las tablas y al signo “-” las derrotas.

Asociado con el tablero se presenta el problema del paseo del caballo, que es un famoso acertijo matemático de ajedrez. Este involucra el recorrido de la pieza por todo el tablero de ajedrez, siguiendo las reglas del juego de moverse en forma de L, y pasar por todos los escaques una sola vez en movimientos consecutivos. Uno de los que más aportó en la resolución fue el famoso matemático Leonard Euler en el siglo XVIII. Propuso como solución un cuadrado mágico de 8x8. Los escaques van numerados del 1 al 64, siguiendo una posible ruta, donde la suma de cada fila o columna da 260 [12], ver Figura 22.

8	1	48	31	50	33	16	63	18
7	30	51	46	3	62	19	14	35
6	47	2	49	32	15	34	17	64
5	52	29	4	45	20	61	36	13
4	5	44	25	56	9	40	21	60
3	28	53	8	41	24	57	12	37
2	43	6	55	26	39	10	59	22
1	54	27	42	7	58	23	38	11
	A	B	C	D	E	F	G	H

Figura 22. Cuadrado mágico de Euler.

Si se parte el cuadrado mágico en 4 pequeños cuadrados de 4x4, la suma es de 130.

Por último, se hace alusión a una notación especial para las piezas de ajedrez mágicas, aquellas que son usadas en variantes del juego que no sean las clásicas. Estas se pueden clasificar atendiendo al tipo de movimiento en saltadoras, corredoras, langostas, pieza marina y brincadoras. Esta forma fue propuesta por David Parlett en 1999 y modificada posteriormente. Las características de los distintos desplazamientos son especificadas a partir de una expresión que considera: condiciones, tipo de movimiento, distancia, dirección y otras. Por ejemplo, el Rey clásico sería: 1* (Distancia: 1 casilla, por eso 1; Dirección: todas las direcciones, por eso *), la Torres sería: n+ (Distancia: cualquier casilla, por eso n; Dirección: ortogonal cuatro sentidos, por eso +) y el Canciller (=C+T) sería: n+, ~1/2 (dos posibles movimientos, por eso la coma, uno como Torre y el otro saltando ortogonalmente 1 casilla y luego dos)

Conclusiones

A partir de lo relacionado anteriormente se puede concluir que:

El tablero de ajedrez, si bien mantuvo su forma cuadrada, a lo largo de la historia sufrió cambios asociados al número de casillas y alternancia entre los colores con vista a favorecer el desarrollo de las piezas y lograr un mayor entendimiento del juego. La simple idea de variar las dimensiones de este ha dado pie a otras variantes.

El registro de los movimientos de las piezas responde a una matriz cuyos elementos son vectores. Los planes trazados por los jugadores en el desarrollo del juego se pueden concebir a partir de analizar la amplitud del vector Desplazamiento, tratando de mejorar la movilidad de las piezas propias y a limitar la del rival. Con las capturas y los tenedores se logra ampliar el

campo de acción vectorial propio y con las entregas de piezas limitar parcial o totalmente el campo vectorial del Rey.

Cada notación empleada se ha logrado estableciendo en el tablero un sistema de coordenadas útil para sentar los movimientos de las piezas. La evolución de estas, buscando la forma de ser breves y efectivas, resolviendo cualquier ambigüedad, ha traído como consecuencia el establecimiento de una única forma: La algebraica, que en su variante con figurines logra sobrepasar las barreras del idioma y posibilitando estudiar de forma más eficiente.

En sentido general, el juego de ajedrez extiende su relación con las matemáticas a través de la notación de los movimientos de las piezas ya que el tablero es un plano cartesiano delimitado por un sistema de coordenadas y en las planillas de ajedrez, a medida que se va rellenando, se registra una matriz de dos columnas, cuyos elementos, como indican el movimiento de las piezas, son vectores de posición.

Referencias

- [1] AVERBACH, Yuri. *A History of Chess from Chaturanga to the present day*, pp., 69, 70 y 41, Russell Enterprises, EUA, 2012.
- [2] CAPABLANCA, José Raúl. *Arte y secretos del ajedrez*, pp. 57 y 45, Quetzal, Argentina, 2009.
- [3] ECHEVERRÍA, Juan. *La notación de ajedrez*, pp. 1, 4 y 3, monografías.com, 2012.
- [4] FIDE, *Leyes del ajedrez de la Fide*, pp. 13, FIDE, Atenas, 2017.
- [5] GANZO, Julio. *Historia general del ajedrez*, pp. 90, Ed. Ricardo Aguilera, España, 1973.
- [6] GUDE, Antonio. *Historia del ajedrez*, <https://antoniogude.com/stamma>.
- [7] MURRAY, Harold James Ruthven. *A History of Chess*, pp. 1199, 604, 1357, 293 y 1215, Skyhorse Publishing Inc., EUA, 2012.
- [8] PASTOUREAU, Michel. *Una historia simbólica de la Edad Media occidental*, pp. 318, 313 y 315, Editores Katz, Buenos Aires, 2006.
- [9] PRITCHARD, David. *The classified encyclopedia of chess variants*, pp. 93 y 113, John Beasley, England, 2007.
- [10] WALL, Bill. *Chess history and chronology*, <http://www.geocities.com/siliconvalley/lab/7378/histor y.txt>
- [11] MORENO, Enrique. Notación, <http://www.123ajedrez.com>
- [12] SIFUENTES, Aida. El caballo matemático de Euler, <https://chess24.com/es/informate/noticias/el-caballo-matematico-de-euler>

[13] WIKIPEDIA. Chess notation, https://en.wikipedia.org/wiki/Chess_notation

Sobre los autores:

Nombre: Ronnie Torres Hugues

Correo Electrónico: ronnie@cih.cujae.edu.cu

Institución: Centro de Investigaciones Hidráulicas. Universidad Tecnológica de La Habana “José Antonio Echeverría”, Cuba.

Nombre: Yudeimys Ymas Dávila

Correo Electrónico: yudeimys_ymas@unah.edu.cu

Institución: Departamento de BioSave. Universidad Agraria de La Habana “Fructuoso Rodríguez”, Cuba.

Nombre: Enrique Nieves Santana

Correo Electrónico: -

Institución: Dirección Municipal Boyeros del INDER., Cuba.