EDUCAÇÃO & FORMAÇÃO
Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação
da Universidade Estadual do Ceará (UECE)

Estruturas Multiplicativas na form(ação) de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola de Fortaleza

Antonio Luiz de Oliveira Barreto[i]
Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, CE, Brasil

Rogéria Gaudencio do Rêgo[ii]
Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, PB, Brasil

Resumo
Visando entender melhor o conhecimento de docentes que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental sobre o Campo Multiplicativo, este trabalho objetivou mapear e analisar os tipos de problemas multiplicativos elaborados por eles. Participaram do estudo 15 professores, tendo cada um deles elaborado seis problemas envolvendo multiplicação e/ou divisão. Na análise das situações-problema, foram considerados como referência os eixos propostos por Magina, Merline e Santos (2016). Das 90 questões apresentadas, 75 foram classificadas como problemas multiplicativos e restritos a três eixos: proporções simples, comparação multiplicativa e produto de medidas. Nenhum problema de proporção dupla, de proporção múltipla nem da classe configuração retangular foi sugerido, desvelando um restrito repertório de situações multiplicativas dos docentes. Os resultados apontam para a necessidade de investimento em uma formação continuada que explore o estudo de problemas multiplicativos dos eixos que não foram considerados pelos professores e o aprofundamento dos eixos presentes nos problemas propostos.

Palavras-chave
Formação de professores. Teoria dos Campos Conceituais. Estruturas Multiplicativas.

Multiplicative structures in the form(action) of teachers from elementary school in a school of Fortaleza

Abstract
In order to better understand the knowledge of teachers who work in elementary school about the Multiplicative field, this study aims to map and analyze the types of multiplication problems produced by them. Fifteen teachers participated in the study, and each of them created six problems involving multiplication and/or division. In the analysis, we considered as reference the axes proposed by Magina, Merlini and Santos (2016). Out of the 90 presented questions, 75 were classified as multiplication problems and restricted to three axes: simple proportions, multiplicative comparison, and product of measures. No problems involving double proportion, multiple proportion or rectangular configuration were suggested, indicating a limited repertoire of multiplicative situations by the teachers. The results point to a need for investment in

continued training that explores the study of multiplicative problems in the axes that were not considered by the teachers and the expansion of those present in the proposed problems.

Keywords
Formation of teachers. Theory of the Conceptual Fields. Multiplicative Structures.

Estructuras Multiplicativas en forma(acción) de docentes de los años iniciales de la Enseñanza Fundamental de una escuela de Fortaleza

Resumen
Con el fin de entender mejor el conocimiento de los docentes que actúan en los años iniciales de la Educación Primaria sobre el Campo Multiplicativo, este trabajo pretendió mapear y analizar los tipos de problemas multiplicativos elaborados por ellos. Participaron del estudio 15 docentes. Cada uno de ellos elaboró seis problemas relativos a la multiplicación y/o a la división. En el análisis, se consideraron como referencia los ejes propuestos por Magina, Merlini y Santos (2016). De las 90 preguntas presentadas, 75 fueron clasificadas como problemas multiplicativos y restringidas a tres ejes: proporciones simples, comparación multiplicativa y producto de medidas. Ningún problema de proporción dupla, de proporción múltipla ni de clase de configuración rectangular fue sugerido, revelando un repertorio restringido de situaciones multiplicativas de los docentes. Los resultados apuntan a la necesidad de inversión en una formación continua que explore el estudio de problemas multiplicativos de los ejes que no fueron considerados por los profesores y la profundización en los ejes presentes en los problemas propuestos.

Palabras clave
Formación de docentes. Teoría de los Campos Conceptuales. Estructuras Multiplicativas.

1 Introdução

Segundo Pinheiro *et al.* (2018), a principal ação profissional dos pedagogos docentes da Educação Básica, particularmente aqueles que atuam na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, é na escola, que, como instituição, é o principal lócus para a aquisição do saber (BEGO, 2016; GENÚ, 2018). Consoante Maia *et al.* (2015), esses educadores apresentam lacunas de formação relativas a conceitos matemáticos. Muitos deles são egressos de cursos de licenciatura em Pedagogia que, em geral, oferecem poucas disciplinas destinadas ao ensino de Matemática. “O resultado deste quadro é a perpetuação de concepções e práticas de ensino limitadas e que pouco contribuem para o desenvolvimento de habilidades e competências matemáticas necessárias aos aprendizes" (MAIA *et al.*, 2015, p. 2225).

Na sala de aula, o conceito de multiplicação é introduzido a partir da ideia de adição repetida de parcelas iguais (NUNES *et al.*, 2009), e o professor, nessa perspectiva, ao trabalhar as situações-problema com seus alunos, promove filiações entre a operação de adição e a operação de multiplicação. Todavia, do ponto de vista conceitual, existe uma diferença significativa entre o raciocínio aditivo e o raciocínio multiplicativo.

Para Nunes *et al.* (2009), o raciocínio aditivo está baseado em um único invariante conceitual, a saber, a relação parte – todo. As partes são conhecidas e o que se procura é o todo. Ou, por sua vez, o todo e umas das partes são conhecidos e procura-se a outra parte. "Em contraste, o invariante conceitual do raciocínio multiplicativo é a existência de uma relação fixa entre duas variáveis (ou duas grandezas ou quantidades). Qualquer situação multiplicativa envolve duas quantidades em relação constante entre si" (NUNES *et al.*, 2009, p. 85). Além disso, os conceitos de adição e subtração têm origem nos esquemas de ação de juntar, separar e colocar correspondência "um-a-um". Já os conceitos de multiplicação e divisão têm origem nos esquemas de correspondência "um-a-muitos" e de distribuir.

As filiações e rupturas entre o raciocínio aditivo e multiplicativo têm sido pesquisadas profundamente por Vergnaud (1983, 2009) na sua Teoria dos Campos Conceituais. As Estruturas Multiplicativas envolvem um conjunto de situações cujo domínio requer uma operação de multiplicação ou divisão ou uma combinação entre elas e vários conceitos: múltiplo, divisor, fração, proporções simples e múltiplas, funções lineares, compostas e bilineares, entre outros.

Este estudo está focado no Campo Multiplicativo e tem como objetivo mapear e analisar situações-problema elaboradas por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental antes de uma formação continuada. Trata-se de um recorte de uma pesquisa em andamento de estágio pós-doutoral do primeiro autor do presente texto, sob a supervisão da autora que o sucede neste artigo, que investiga as contribuições de uma formação continuada, na perspectiva colaborativa, para a prática docente de professores do Ensino Fundamental, no que concerne ao desenvolvimento do conceito de covariação presente em estruturas multiplicativas no âmbito do eixo das proporções simples.

Frisamos que a formação colaborativa não privilegia a relação de verticalidade entre os participantes da formação, mas constitui "[...] uma relação de parceria entre formadores e formandos, os quais podem interagir colaborativamente, sendo corresponsáveis pela resolução de problemas, [pelos] desafios da prática e pela produção conjunta de saberes relativos às práticas educativas" (SANTOS, 2012, p. 30).

Em conformidade com essa ideia, temos em mente que um curso de formação contínua deve ser um espaço em que haja uma reflexão constante da prática voltada à sala de aula, propiciando hábitos de aprendizagem reflexiva e compartilhamentos de ideias, valorizando uma troca efetiva de experiências. Faz-se necessário um espaço de formação em que os professores formandos "[...] sejam ouvidos em relação à própria prática, a qual possa lhes proporcionar transformação, desenvolvimento ou mesmo aperfeiçoamento dessa prática" (JUNGES; KETZER; OLIVEIRA, 2018, p. 97).

Ao analisar os problemas das Estruturas Multiplicativas, Vergnaud (2009) classifica as situações segundo características e complexidade, agrupando-as em: isomorfismo de medidas, caso de um único espaço de medidas e produto de medidas. Em nossa pesquisa, utilizamos a classificação das situações das Estruturas Multiplicativas proposta por Magina, Merlini e Santos (2016), que detalharam a organização, divisão e classificação das situações-problema do Campo Conceitual Multiplicativo, como apresentado em seguida.

De acordo com Magina, Merlini e Santos (2016), os problemas multiplicativos estão divididos em relações quaternárias e relações ternárias. As relações quaternárias são constituídas por três eixos: proporção simples, proporção dupla e proporção múltipla. Cada um desses eixos é subdividido em classes (um para muitos e muitos para muitos). As relações ternárias estão organizadas em dois eixos: o da comparação multiplicativa e o do produto de medidas. O eixo comparação multiplicativa é constituído pelas classes referido (referente) desconhecido e relação desconhecida. O eixo produto de medidas tem como classes configuração retangular e configuração combinatória. Com exceção da classe combinatória, cada classe é dividida em dois tipos de quantidades: quantidades discretas e quantidades contínuas. A classe combinatória só envolve quantidades discretas. Também adotamos a classificação de

Gitirana *et al.* (2014) para os problemas das Estruturas Multiplicativas, em função do grau de complexidade cognitiva.

Gitirana *et al.* (2014) apresentam uma classificação dos problemas do Campo Multiplicativo de acordo com o seu nível de dificuldade de resolução, podendo ser protótipos ou de extensão. Os primeiros são aqueles que exigem raciocínios mais simples e as crianças não têm dificuldades para resolvê-los. Já os de extensão são aqueles que exigem dos alunos formas mais elaboradas de pensamento. Os problemas de extensão vão aumentando paulatinamente sua dificuldade numa escala extensiva de 1ª a 4ª extensão.

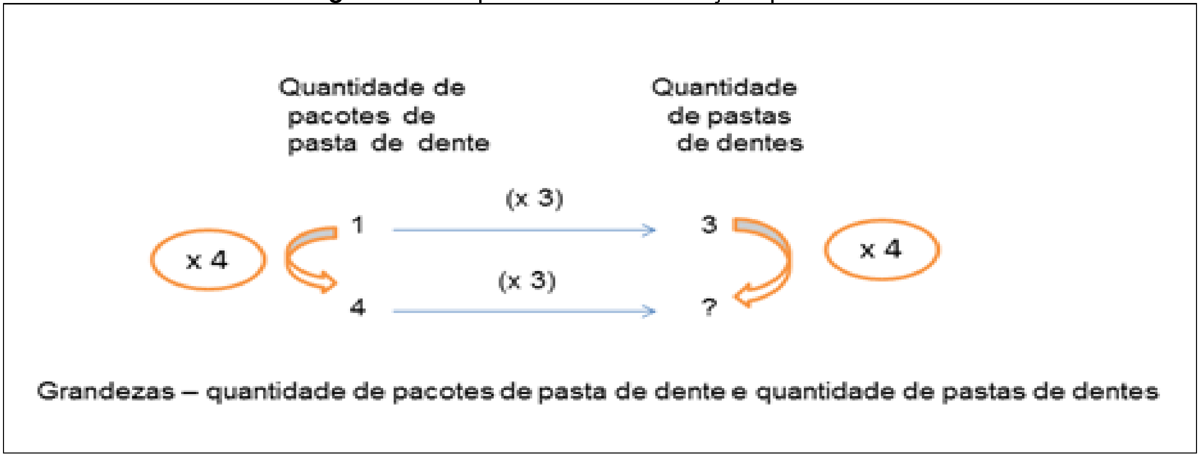
Antes de tratarmos sobre cada eixo, iremos fazer uma breve distinção entre as relações ternárias e quaternárias. As relações ternárias são aquelas que relacionam três elementos entre si (VERGNAUD, 2009), por exemplo: “A casa de Isa tem formato retangular com 11 metros de comprimento e quatro metros de largura. Qual a área da casa de Isa?”. Para a resolução desse problema, devem ser consideradas três medidas: a largura da casa (4 m); o comprimento (11 m) e a área desconhecida. A área é encontrada pelo produto das duas medidas conhecidas.

A relação quaternária é definida como uma ligação de quatro elementos entre si e “[...] tem frequentemente a forma seguinte: ‘a está para b assim como c está para d’. Ela reafirma que a relação entre a e b é a mesma que a relação entre c e d” (VERGNAUD, 2009, p. 71). Temos a seguinte situação-problema como exemplo: “Eli tem quatro pacotes de pasta de dente. Há três pastas de dente em cada pacote. Quantas pastas de dente tem Eli?”.

Consoante Santos (2012), esse tipo de problema multiplicativo é comumente resolvido na escola através de uma situação ternária: a x b = c (4 x 3 = 12). Todavia, nessa situação, implicitamente temos uma relação quaternária entre duas quantidades de naturezas distintas que esquematicamente pode ser representada como indicado na Figura 1.

Educ. Form., Fortaleza, v. 5, n. 3, e2088, set./dez. 2020
DOI: https://doi.org/10.25053/redufor.v5i15set/dez.2088
https://revistas.uece.br/index.php/redufor/index
ISSN: 2448-3583

Figura 1 – Esquema de uma situação quaternária



Fonte: Elaboração própria (2019).

Nesse caso, temos uma dupla relação entre duas quantidades (pacotes e pastas de dente). A compreensão das relações quaternárias possibilita ao aluno a justificativa da ação de se multiplicar a quantidade de pacotes pela quantidade de pastas de dente e o resultado ser dado em pasta de dente, e não em pacotes (SANTOS, 2012). Além disso, a partir da relação quaternária, o professor poderá trabalhar com seus discentes a estratégia de utilizar o fator escalar multiplicativo (“x4”, na Figura 1), ou do fator funcional (“x3”, na Figura 1), para encontrar o número de pastas de dente.

Não intencionamos aprofundar nem esgotar a discussão sobre a classificação proposta por Magina, Merlini e Santos (2016) sobre as Estruturas Multiplicativas neste artigo. À exceção do eixo proporção simples, não discutiremos a classe muito para muito nas relações quaternárias nem os tipos das quantidades (discretas ou contínuas). Para maiores detalhes, *vide* o artigo dos próprios autores ou o de Santos (2012).

Os problemas de proporção simples pertencem às relações quaternárias e “[...] trazem situações em que se tem uma relação de proporcionalidade entre quatro grandezas duas a duas de mesma espécie – que estão relacionadas por uma taxa entre as grandezas de diferentes espécies” (GITIRANA *et al.*, 2014, p. 55). O exemplo a seguir ilustra o eixo de proporções simples: “Um carro tem quatros rodas. Quantas rodas terão cinco carros?”.

Notamos no exemplo que o aumento do número de carros aumentará proporcionalmente a quantidade de rodas numa relação fixa de 1:4. Os problemas de proporção dupla apresentam situações que envolvem, no mínimo, três grandezas de diferentes naturezas. No caso particular de três grandezas, temos duas proporções simples compostas por três grandezas, sendo que duas delas são proporcionais a uma terceira, mas não entre si. O problema a seguir ilustra esse eixo: “Uma pessoa consome por dia 250 gramas de carne. Quantos gramas de carne serão consumidos por uma família de cinco pessoas em dez dias?”.

Nesse problema, a grandeza consumo de carne em gramas é diretamente proporcional à quantidade de dias e à quantidade de pessoas. Todavia, essas duas últimas grandezas não são diretamente proporcionais entre si, na medida em que, se variarmos a quantidade de pessoas, a quantidade de dias não se alterará.

Os problemas de proporção múltipla envolvem mais de duas grandezas, relacionadas duas a duas em uma relação quaternária, proporcionais entre si. Vale pontuarmos que, nesse caso, diferentemente das proporções duplas, ao alterarmos o valor de qualquer uma das grandezas envolvidas, todas elas serão alteradas (GITIRANA *et al.*, 2014), como no exemplo: “A receita de bolo de dona Teresinha é assim: para cada xícara de leite, ela usa três xícaras de farinha; para cada xícara de farinha, ela põe duas xícaras de açúcar. Se ela usar sete xícaras de leite, quantas xícaras de açúcar deverá usar?”.

Analisando o exemplo, verificamos que a grandeza quantidade de xícaras de leite é diretamente proporcional à grandeza quantidade de xícaras de farinha e quantidade de xícaras de açúcar, e essas duas últimas grandezas são diretamente proporcionais entre si. Notamos que, mudando qualquer uma delas, necessariamente todas as demais serão alteradas. Como já frisamos, todos os eixos das relações quaternárias envolvem classes um para muitos e muitos para muitos.

O Quadro 1 contém o enunciado de três problemas de proporção simples do tipo um para muitos.

Quadro 1 – Exemplos de três problemas do tipo um para muitos

Problema 1	Problema 2	Problema 3
Sá gosta muito de sorvetes. Sabe--se que cada sorvete custa R$ 2,00. Quanto Sá pagará se ela comprar quatro sorvetes?	Sá comprou quatro sorvetes por R$ 8,00. Quanto ela pagou por um sorvete?	Sá tem R$ 8,00. Quantos sorvetes ela poderá comprar se cada sorvete vale R$ 2,00?

Fonte: Elaboração própria (2019).

O problema 1 é uma proporção simples de multiplicação um para muitos. No isomorfismo de medidas, trata-se de um problema mais simples, à medida que quatro

Educ. Form., Fortaleza, v. 5, n. 3, e2088, set./dez. 2020
DOI: https://doi.org/10.25053/redufor.v5i15set/dez.2088
https://revistas.uece.br/index.php/redufor/index
ISSN: 2448-3583

quantidades são colocadas em jogo, mas uma dessas quantidades é igual a um (VERGNAUD, 2009). Temos o valor de uma unidade (o preço de um sorvete é R$ 2,00) e queremos descobrir o valor de muitas unidades (quatro sorvetes).

Os problemas de proporção simples de multiplicação um para muitos são prototípicos, não causam dificuldades aos alunos dos anos iniciais (GITIRANA *et al.*, 2014). Muitos estudantes, com filiações ao raciocínio aditivo, conseguem resolvê-los utilizando a estratégia da soma de parcelas iguais. Pode-se, porém, fazer uma variação desse problema, informando o valor correspondente a certa quantidade e pedindo para se calcular o valor correspondente à unidade (problemas de partição).

O problema 2 é de partição: para saber quanto Sá pagou por um sorvete, dividimos o total pago (R$ 8,00) pelo número de sorvetes (quatro sorvetes), ou seja, 8 / 4 = 2. Na resolução de problemas de partição, o raciocínio utilizado está associado a uma divisão de quantidades de naturezas diferentes e na divisão como uma ideia de repartir, distribuir ou partilhar (GITIRANA *et al.*, 2014; SANTOS, 2012).

Outra variação de problema da classe um para muitos é aquela denominada de problema de cota (problema de medida). O problema 3 é um problema de cota. Nessa situação-problema, tem-se o valor correspondente à unidade (um sorvete vale R$ 2,00) e uma quantidade dada (Sá tem R$ 8,00 para a compra de sorvetes) e deseja-se saber quantos sorvetes podem ser comprados com R$ 8,00. Nesse sentido, realiza-se a divisão de duas quantidades de mesma espécie: 8 / 2 = 4. Escrevendo de outra maneira, deseja-se saber quantas cotas ou grupos de R$ 2,00 podem ser obtidos com R$ 8,00. A resposta consiste em quatro grupos.

No tocante à análise de dificuldades cognitivas, os problemas de cota são mais complexos do que os de partição. Ao se dividir duas grandezas de mesma natureza, o resultado será um número adimensional. No caso do problema em análise, o aluno deverá perceber que R$ 8 : R$ 2 = R$ 4, correspondendo ao número da outra grandeza, quantidade de sorvetes. Os problemas de cota e de partição são classificados, respectivamente, como de primeira extensão e protótipo (GITIRANA *et al.*, 2014).

Vimos que, nas situações da classe um para muitos, associa-se uma unidade de uma grandeza com várias unidades da outra grandeza. Já nas situações muitos para muitos, mantém-se a relação de proporcionalidade, mas a unidade não é a mesma de um dos elementos envolvidos na situação. Os problemas de correspondência muitos

Educ. Form., Fortaleza, v. 5, n. 3, e2088, set./dez. 2020
DOI: https://doi.org/10.25053/redufor.v5i15set/dez.2088
https://revistas.uece.br/index.php/redufor/index
ISSN: 2448-3583

para muitos também são chamados de quarta proporcional. Vejamos um exemplo de situação-problema dessa classe: “Eli foi à loja de tecidos e comprou 12 metros de linho por R$ 156,00. Quanto Eli pagaria por 25 metros de linho?”.

Observamos que essa situação é mais complexa do que a apresentada no problema 1 (relação um para muitos). De fato, no exemplo dado, as duas medidas conhecidas da mesma grandeza (quantidade de linho) não são múltiplas (12 não é um divisor inteiro de 25). Entre as estratégias possíveis para a sua resolução, o estudante poderá lançar mão daquela baseada em descobrir o valor correspondente à unidade, dividindo 156 por 12, obtendo 13. Em seguida, ele multiplicará 13 por 25, obtendo 325. “Ele utiliza-se, portanto, de uma etapa intermediária. Primeiro, encontra o valor da unidade, como se resolvesse um problema de partição. Segundo, de posse do valor da unidade, resolve o problema como se fosse uma situação de um para muitos” (GITIRANA *et al.*, 2014, p. 67).

O processo de resolução de problemas de quarta proporcional, principalmente aqueles cujas medidas da mesma grandeza são conhecidas e não são múltiplas entre si, é mais complexo do que o de problemas de proporção simples de multiplicação um para muitos, exigindo um esforço cognitivo maior do estudante. Segundo Gitirana *et al.* (2014), os problemas de quarta proporcional são de segunda extensão.

Os problemas de comparação multiplicativa são ternários, envolvendo duas variáveis de mesma natureza (referente e referido), que são comparadas entre si por uma relação multiplicativa (escalar). Exemplos de problemas de situações de multiplicação comparativa são apresentados no Quadro 2.

Quadro 2 – Exemplos de três problemas de comparação multiplicativa

Problema 4	Problema 5	Problema 6
Fui a uma loja e comprei um CD de *rock* por R$ 19,00 e um DVD de *jazz* por R$ 38,00. Quantas vezes o DVD de *jazz* foi mais caro do que o CD de *rock*?	Eli e Rui são colecionadores de figurinhas de futebol. Sabe-se que Eli tem 50 figurinhas e Rui tem duas vezes mais a quantidade de figurinhas de Eli. Quantas figurinhas tem Rui?	Comprei uma bola e um carrinho. Sabe-se que o carrinho custou quatro vezes mais do que a bola. O carrinho custou R$ 80,00. Quanto custou a bola?

Fonte: Elaboração própria (2019).

O problema 4 é da classe relação desconhecida. Analisando-o, reconhecemos o referente (preço do CD de *rock*) e o referido (preço do DVD de *jazz*), sendo solicitado que se encontre a relação (quantas vezes mais) que existe entre esses dois valores.

Educ. Form., Fortaleza, v. 5, n. 3, e2088, set./dez. 2020
DOI: https://doi.org/10.25053/redufor.v5i15set/dez.2088
https://revistas.uece.br/index.php/redufor/index
ISSN: 2448-3583

Para resolvê-lo, devemos realizar a seguinte operação: 38 : 19 = 2. Como o problema envolve uma inversão de operação, os alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental têm dificuldades de resolvê-lo. Gitirana *et al.* (2014) o classificam como sendo de terceira extensão, com um grau elevado de complexidade.

O problema 5 é da classe referido desconhecido: conhecem-se o referente (a quantidade de figurinhas de Eli) e a relação (duas vezes mais) e solicita-se o cálculo do referido (a quantidade de figurinhas de Rui). Para resolvê-lo, devemos realizar a seguinte operação: 50 x 2 = 100, ou seja, trata-se de uma situação prototípica da multiplicação.

O problema 6 envolve o cálculo do referente desconhecido. Para resolvê-lo, recorremos à seguinte operação: 80 : 4 = 20. Por tratar-se de uma situação inversa, o seu grau de dificuldade de resolução é maior do que o do problema tratado anteriormente (problema 5), sendo enquadrado como uma situação-problema de segunda extensão (GITIRANA *et al.*, 2014).

O eixo de produto de medidas é constituído por duas classes: (a) situações envolvendo a ideia de configuração retangular e (b) situações envolvendo a ideia de combinatória. A configuração retangular é uma classe de situações que "[...] envolve a ideia da organização retangular, o que permite tratá-las pelo modelo matemático (a x b = c ou c : a = b)" (SANTOS, 2012, p. 119). O Quadro 3 contém exemplos de problemas de configuração retangular.

Quadro 3 – Exemplos de problemas de configuração retangular

Problema 7	Problema 8
Sabe-se que um terreno localizado em uma praia tem um formato retangular com 10 metros de frente e 12 metros de comprimento. Calcule a sua área.	A área do sítio de Maria é retangular e tem 168 metros quadrados. A largura é 12 metros. Qual é o comprimento desse sítio em metros?

Fonte: Elaboração própria (2019).

Resolvendo o problema 7, recorremos à seguinte operação: A = 10 m x 12 m = 120 m^2. No problema 8, para calcularmos o comprimento do sítio, a operação requerida é a de divisão (c = 168 m^2 : 12 m = 14 m). O eixo configuração retangular também pode envolver problemas relativos ao cálculo de volume (VERGNAUD, 2009).

A combinatória envolve o conceito de combinação, estando presente nessa classe a noção do produto cartesiano entre dois conjuntos finitos e disjuntos. É possível fazer o produto da quantidade dos elementos do conjunto A pela quantidade de elementos do conjunto B, determinando, assim, a quantidade de elementos de um novo conjunto. No Quadro 4, apresentamos dois exemplos de problemas de combinatória, denominados, respectivamente, problema combinatório parte – parte e problema combinatório parte – todo (SANTOS; MERLINE, 2018).

Quadro 4 – Exemplos de problemas de combinatória

Problema 9	Problema 10
Numa lanchonete, são servidos dois tipos de sanduíches (carne e queijo) e três tipos de vitaminas (banana, mamão e graviola). De quantas maneiras distintas eu posso obter um lanche diferente contendo apenas um sanduíche e somente uma vitamina?	Uma lanchonete serve 12 tipos de lanches diferentes. Para cada tipo de lanche é usado apenas um sanduíche e somente um suco. Sabe-se que a lanchonete oferece três tipos diferentes de sanduíches (carne, queijo e frango), quantos tipos de sucos diferentes são necessários para montar todos os tipos de lanches?

Fonte: Elaboração própria (2019).

No problema 9, apresentam-se as partes, o número de sanduíches e de vitaminas e busca-se o todo, que é a quantidade de lanches formados com as duas partes. Para resolvê-lo, efetuamos a multiplicação entre o número de sanduíches e o número de vitaminas. Assim, o número diferente de lanches é 2 sanduíches x 3 vitaminas = 6 lanches. Também podemos resolvê-lo lançando mão da estratégia do diagrama de árvore e/ou da tabela de dupla entrada (SANTOS, 2012; SOUZA, 2015). Para a resolução do problema 10, devemos conceber o raciocínio inverso e, para tanto, utilizamos uma divisão.

2 Decisões metodológicas: procedimentos e instrumentos

Nossa pesquisa de estágio de pós-doutorado foi dividida em duas partes, sendo a primeira realizada antes da formação e a segunda realizada durante um curso de formação continuada com professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Na primeira parte, aplicamos instrumentos de coleta de dados para fundamentar as demais etapas da pesquisa, bem como para ajustar a proposta inicial de formação. A segunda parte consistiu na formação dos docentes do grupo, realizada em uma escola do Ensino Fundamental dos anos iniciais do município de Fortaleza, Ceará. No presente trabalho, focamos os resultados da primeira fase da pesquisa, ou seja, a análise e discussão de dois instrumentos de coleta de dados. O primeiro instrumento

Educ. Form., Fortaleza, v. 5, n. 3, e2088, set./dez. 2020
DOI: https://doi.org/10.25053/redufor.v5i15set/dez.2088
https://revistas.uece.br/index.php/redufor/index
ISSN: 2448-3583

consistiu em um questionário que visou conhecer o perfil profissional dos participantes (formação acadêmica, tempo de serviço e quantidade de aulas ministradas).

O segundo instrumento solicitava aos professores a elaboração de seis questões sobre Estruturas Multiplicativas, objetivando levantar os tipos de problemas que eles costumam trabalhar com seus alunos. Eles receberam a instrução a seguir, acompanhada por seis retângulos numerados: “Elabore, nos espaços abaixo, seis problemas distintos envolvendo multiplicação e/ou divisão”. Os professores não poderiam consultar o livro de Matemática ou plano de aula nem recorrer a qualquer forma de consulta digital, devendo a elaboração dos problemas ser realizada individualmente. Conforme concluíam, entregavam suas situações-problema aos pesquisadores.

Os sujeitos do estudo foram 15 professores licenciados em Pedagogia, História e Geografia. Todos os participantes lecionavam nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para garantir o anonimato, os professores e seus instrumentos foram protocolados como P1, P2, ..., P15.

Para esta análise, separamos as questões propostas pelos 15 docentes, categorizados de acordo com os cinco eixos de problemas de Estruturas Multiplicativas apresentadas por Magina, Merlini e Santos (2016). Como todos os professores propuseram as seis questões, tivemos um total de 90 problemas para analisar.

3 Resultados e discussão

Dentre as 90 situações-problema elaboradas pelos professores, 15 foram classificadas como inadequadas e 75 como adequadas. As questões consideradas inadequadas estão divididas em dois grupos. O primeiro grupo envolve situações não multiplicativas (33,33%). O segundo grupo de questões inadequadas contém situações sem sentido ou com enunciado incompleto (66,67%). As dez questões sem sentido ou com enunciado incompleto foram elaboradas por cinco dos 15 professores, evidenciando um repertório restrito de problemas das Estruturas Multiplicativas e lacunas em sua formação matemática. Nesse contexto, podemos inferir que essa lacuna pode repercutir em sala de aula, quando os docentes trabalham com seus educandos problemas cujos enunciados revelam uma imprecisão linguística, dificultando a aprendizagem dos discentes (MAIA *et al.*, 2015).

Apresentamos no Quadro 5 dois problemas que consideramos inadequados:

Quadro 5 – Exemplos de problemas elaborados pelos professores

Problema 11	Problema 12
Mariana tem 12 selos e ganhou mais 48 selos de sua mãe. Quantos selos ela tem no total?	Raimundo foi ao depósito de construção comprar dois milheiros de tijolos, sendo que durante uma semana ele terá que os usar, mas terá que colocar aos poucos. Quantos tijolos ele usará cada dia?

Fonte: Elaboração própria (2019).

O problema 11, elaborado pela professora P15, que possui 22 anos de magistério e atua no 5º ano, é uma situação não multiplicativa e sua solução envolve uma adição. Analisando o grupo de problemas elaborados por ela, entre as seis questões, três foram classificadas como do campo aditivo.

Duas outras professoras também elaboraram problemas aditivos, ainda que tenhamos ressaltado no enunciado da solicitação que os problemas a serem propostos deveriam ser de multiplicação e/ou divisão. Esses dados convergem para a pesquisa realizada por Maia *et al.* (2015). No enunciado do problema 12, há uma ausência de informações relevantes, uma vez que não podemos saber quantos tijolos serão utilizados por dia e tampouco o que significa "aos poucos". Devido à falta de clareza na sua elaboração, a sua resolução pode ter várias soluções.

Analisando as situações adequadas, enfatizamos a presença preponderante de situações-problema de proporção simples. Dos 75 problemas elaborados pelos professores considerados como adequados ao que lhes havíamos solicitado, 69 eram dessa natureza, correspondendo a 92% das questões propostas. Dos outros seis problemas, cinco eram de comparação multiplicativa, cerca de 6,67% do total, e um envolvia o produto de medidas, precisamente 1,33% do total. Os outros eixos – proporção dupla e proporção múltipla – não foram contemplados.

Com base nesses resultados, podemos inferir que os professores possuem um conhecimento muito restrito sobre os tipos de situações-problema do campo conceitual multiplicativo. Isso pode ter repercussões em sala de aula, na medida em que os docentes irão explorar com seus alunos problemas prototípicos, mais simples e comuns, sem a diversificação recomendada.

Os 69 problemas de proporções simples eram do tipo um para muitos, portanto nenhum problema de muitos para muitos foi apresentado. Esses resultados se assemelham com aqueles obtidos por Maia *et al.* (2015). Concordamos com esses autores ao afirmarem que "[...] isto favorece a perpetuação da concepção equivocada de que problemas multiplicativos de isomorfismo de medidas são ternários" (MAIA *et al.*, 2015, p. 2232).

Dos cinco problemas propostos sobre comparação multiplicativa, todos foram da classe "referido desconhecido", revelando um limitado conjunto de questões relativas a esse eixo. Para resolvê-los, devemos recorrer a uma multiplicação. Como vimos, essa classe de problemas é classificada por Gitirana *et al.* (2014) como prototípica, que são aqueles de fácil resolução.

Dentre as questões citadas, identificamos dois grupos de problemas. O primeiro grupo explorava expressões como "dobro", "triplo", estando de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que indica a exploração, já no 2º ano do Ensino Fundamental, de problemas envolvendo tais significados (BRASIL, 2018). O segundo grupo de problemas envolvia expressões do tipo "vezes mais", não sendo contemplados problemas com a expressão "vezes menos", desvelando uma lacuna na elaboração de problemas dessa classe.

Situações-problema que exploram a expressão "vezes menos" são mais complexas cognitivamente do que aquelas que recorrem à expressão "vezes mais". De fato, o aprendiz, ao se deparar com a expressão "vezes mais", pode associá-la a uma multiplicação. Entretanto, a segunda expressão, "vezes menos", está longe de assumir o significado de dividir. Em alguns momentos, o educando, ao ler essa expressão linguística, poderá realizar, em vez da divisão, uma multiplicação e, em seguida, uma subtração (BARRETO *et al.*, 2017).

Tendo como foco de análise o eixo de produto de medidas, observamos a ausência de questões que explorassem a configuração retangular, envolvendo problemas relativos à área e ao volume, conteúdos nos quais os docentes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, em geral, têm dificuldades (SILVANA, 2018).

Foi apresentada apenas uma única situação-problema concernente à classe combinatória, elaborada pela professora P14, do tipo parte – parte. Paralelamente,

DOI: https://doi.org/10.25053/redufor.v5i15set/dez.2088
https://revistas.uece.br/index.php/redufor/index
ISSN: 2448-3583

percebemos a ausência de problemas de combinatória parte – todo, que envolvem a relação inversa, o que limita a formação das crianças em sala de aula.

Analisando os problemas de proporção simples, os dados revelaram que, do total dos problemas elaborados pelos professores, 52,17% eram de partição e 43,48% de problemas de proporção simples de multiplicação um para muitos, seguidos de longe de problemas do tipo cota (4,35%). Sobre os problemas que envolvem partição e cota, esses resultados estão de acordo com aqueles obtidos pela investigação de Souza (2015). Na referida pesquisa, das questões sobre proporções simples que exploravam a divisão elaboradas pelos professores, a grande predominância era de problemas de partição, em detrimento do baixo índice de questões de cota apresentado.

Em nosso estudo, os problemas de cota eram de primeira extensão, os quais são mais difíceis do que os problemas de partição. “É provável que haja uma relação entre esta complexidade com o baixo número de problemas propostos” (MAIA *et al.*, 2015, p. 2234). Por outro lado, “[...] a ênfase que a escola dá na abordagem da divisão como partição termina por promover uma barreira para os alunos identificarem significado da divisão como cota” (GITIRANA *et al.*, 2014, p. 62). Vale salientar que, no algoritmo tradicional da divisão, o modelo predominante é o quotativo, no qual se procura identificar quantas vezes um número “cabe” no outro, o que é, de acordo com Van de Walle (2009), um processo “bastante misterioso para as crianças” e pode dificultar sua compreensão.

4 Considerações finais

Ao analisarmos situações-problema elaboradas por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental frente à solicitação de que estas fossem do Campo Multiplicativo, objetivamos identificar os conhecimentos dos professores sobre os problemas desse campo e identificamos alguns pontos que devem ser ressaltados. Nas questões de proporção simples, houve uma preponderante incidência de situações-problema de partição em detrimento de situações de cota (medida), revelando um limitado repertório de problemas dessa natureza, revelando lacunas na formação dos professores.

Na sala de aula, frisamos que, conforme os pressupostos *vergnaudianos*, os docentes deveriam trabalhar tanto com problemas de partição como de cota, propiciando a aprendizagem das crianças a partir da exploração de uma maior diversidade de situações. Essa abordagem estaria de acordo com o que recomendam os autores que adotamos e, mais recentemente, com o que orienta a proposta da BNCC de Matemática, de trabalhar no 3º ano do Ensino Fundamental os diversos significados da multiplicação e divisão, entre os quais o significado de repartição em partes iguais (equitativa) e o significado de medida (BRASIL, 2018).

No eixo de comparação multiplicativa, só foram elaborados problemas de referido desconhecido, cuja resolução estava baseada na operação direta, ou seja, uma multiplicação. Faz-se necessário ampliar a experiência das crianças com o Campo Multiplicativo, trabalhando situações que envolvam o raciocínio inverso, recorrendo à operação de divisão.

Além disso, nenhum professor elaborou questões de proporção dupla nem de proporção múltipla. Podemos explicar esse fato pela seguinte razão: situações--problema desses dois eixos são mais exploradas em sala de aula a partir do 7º ano do Ensino Fundamental, existindo a possibilidade de não fazer parte do repertório de problemas multiplicativos dos docentes de nossa pesquisa (GITIRANA *et al.*, 2014; SANTOS, 2012).

No eixo de produto de medidas, apenas uma professora elaborou um problema de combinatória do tipo parte – parte, não tendo sido propostas questões desse eixo com o raciocínio inverso. A classe de problemas da configuração retangular não foi contemplada. Os resultados obtidos na parte inicial de nossa pesquisa foram essenciais para a reestruturação do planejamento da formação, levando-nos a enfatizar outras situações multiplicativas e promover um maior aprofundamento daquelas que foram elaboradas pelos professores participantes desta pesquisa.

Todavia, “[...] não se trata de meramente instrumentalizá-las com um repertório maior de problemas de estruturas multiplicativos, mas que compreendam tais conceitos e sua relevância no dia a dia” (MAIA *et al.*, 2015, p. 2235). Entendemos ser necessário que os alunos da Educação Básica ampliem seus conhecimentos sobre o Campo Multiplicativo, para tanto os professores que atuam nesse nível de escolaridade devem

Educ. Form., Fortaleza, v. 5, n. 3, e2088, set./dez. 2020
DOI: https://doi.org/10.25053/redufor.v5i15set/dez.2088
https://revistas.uece.br/index.php/redufor/index
ISSN: 2448-3583

compreender as especificidades desse campo e proporcionar um trabalho sistemático com situações-problema diversificadas em sala de aula.

5 Referências

BARRETO, A. L. O. *et al.* Situações de comparação multiplicativa: o que alunos de 4º e 5º anos do ensino fundamental demonstram saber?. *Educação Matemática em Revista*, Brasília, DF, v. 22, p. 230-245, 2017. Disponível em: http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/ojs3/index.php/emr/article/view/865. Acesso em: 10 jul. 2020.

BEGO, A. M. Políticas públicas e formação de professores sob a perspectiva da racionalidade comunicativa: da ingerência tecnocrata à construção da autonomia profissional. *Educação & Formação*, Fortaleza, v. 1, n. 2, p. 3-24, 2016. Disponível em: https://revistas.uece.br/index.php/redufor/article/view/98. Acesso em: 10 jul. 2020.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*: educação é a base. Brasília, DF: MEC, 2018.

GENÚ, M. S. A abordagem da ação crítica e a epistemologia da práxis pedagógica. *Educação & Formação*, Fortaleza, v. 3, n. 9, p. 55-70, 2018. Disponível em: https://revistas.uece.br/index.php/redufor/article/view/856. Acesso em: 10 jul. 2020.

GITIRANA, V. *et al. Repensando multiplicação e divisão*: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. São Paulo: Proem, 2014.

JUNGES, F. C.; KETZER, C. M.; OLIVEIRA, V. M. V. Formação continuada de professores: saberes ressignificados e práticas docentes transformadas. *Educação & Formação*, Fortaleza, v. 3, n. 9, p. 88-101, 2018. Disponível em: https://revistas.uece.br/index.php/redufor/article/view/858. Acesso em: 10 jul. 2020.

MAGINA, S.; MERLINI, V. L.; SANTOS, A. A Estrutura Multiplicativa à luz da Teoria dos Campos Conceituais. *In*: CASTRO FILHO, J. A. (Org.). *Matemática, cultura e tecnologia*: perspectivas internacionais. Curitiba: CRV, 2016. p. 65-82.

MAIA, D. L. *et al.* Análise dos tipos de problemas multiplicativos propostos por professoras que ensinam Matemática. *In*: SIPEMAT, 4., 2015, Ilhéus. *Anais*... Ilhéus: UFBA, 2015. p. 2224-2235.

NUNES, T. *et al. Educação Matemática 1*: números e operações numéricas. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2009.

PINHEIRO, M. N. S. *et al.* Formação de professores para a Educação Infantil e séries iniciais do Ensino Fundamental: reflexões sobre a polivalência. *Revista Internacional de Formação de Professores*, Itapetininga, v. 3, n. 2, p. 401-416, 2018. Disponível em:

https://periodicos.itp.ifsp.edu.br/index.php/RIFP/article/view/1274/959. Acesso em: 10 jul. 2020.

SANTOS, A. *Processo de formação colaborativa com foco no Campo Multiplicativo*: um caminho possível com professoras polivalentes. 2012. 189 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

SANTOS, J. S. S.; MERLINE, V. L. Situações-problema elaboradas por professores dos anos iniciais. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 20, n. 1, p. 21-40, 2018. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/33056. Acesso em: 10 jul. 2020.

SILVANA, S. H. *Reflexões com professoras acerca da Teoria dos Campos Conceituais como fundamento de reelaboração da prática docente em Matemática*. 2018. 176 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2018.

SOUZA, E. I. R. *Estruturas multiplicativas*: concepção de professor de Ensino Fundamental. 2015. 109 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2015.

VAN DE WALLE, J. A. *Matemática no Ensino Fundamental*: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VERGNAUD, G. A. *A criança, a Matemática e a realidade*: problemas do ensino da Matemática na escolar elementar. Curitiba: UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. A. Multiplicative structures. *In*: LESH, R.; LANDAU, M. (Ed.). *Acquisitions of mathematics concepts and procedures*. New York: Academic, 1983. p. 127-174.

Antonio Luiz de Oliveira Barreto, Universidade Estadual do Ceará (UECE), Centro de Educação, Curso de Pedagogia
http://orcid.org/0000-0001-9871-6338
Pós-Doutorado (em andamento) no Programa de Pós-Graduação em Educação na Universidade Federal da Paraíba (PPGE/UFPB). Doutorado em Educação pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Mestrado em Matemática pela UFC. Possui graduação em licenciatura plena em Matemática e graduação em licenciatura curta em Ciências pela UECE. Integrante do Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino (MAES) e do Projeto Obeduc. Coordenador de área do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid/Pedagogia/UECE, 2014-2018). Atua profissionalmente como professor adjunto da UECE, ministrando as seguintes disciplinas: Matemática na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental I e Matemática na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental II. No curso de Pedagogia, atua principalmente nos seguintes temas: Educação Infantil, Educação Matemática, Informática Educativa e Formação de Professores.
Contribuição de autoria: Participou de todas as etapas da elaboração e desenvolvimento do artigo.
Lattes: http://lattes.cnpq.br/2741856107159943
E-mail: antonio.barre@uece.br

Rogéria Gaudencio do Rêgo, Universidade Federal da Paraíba (UFPB), Departamento de Matemática, Centro de Ciências Exatas e da Natureza
[ii] https://orcid.org/0000-0003-4618-7213
Bacharela em Matemática pela UFPB, mestra em Filosofia pela UFPB e doutora em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Professora titular do Departamento de Matemática do Centro de Ciências Exatas e da Natureza da UFPB e professora do Programa de Pós--Graduação em Educação do Centro de Educação da UFPB. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Métodos e Técnicas de Ensino, atuando principalmente nos seguintes temas: Metodologias de Ensino, Ensino-Aprendizagem, Formação de Professores e Formação de Conceitos na área de Matemática.
Contribuição de autoria: Participou de todas as etapas da elaboração e desenvolvimento do artigo.
Lattes: http://lattes.cnpq.br/3882610066313180
E-mail: rogeria@mat.ufpb.br

Editora responsável: Lia Machado Fiuza Fialho

Pareceristas *ad hoc*: Adair Nacarato e Carmem Rolim

Como citar este artigo (ABNT):
BARRETO, Antonio Luiz de Oliveira; RÊGO, Rogéria Gaudencio do. Estruturas Multiplicativas na form(ação) de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola de Fortaleza. *Educ. Form.*, Fortaleza, v. 5, n. 3, p. 1-19, 2020. Disponível em: https://revistas.uece.br/index.php/redufor/article/view/2088.

Recebido em 29 de outubro de 2019.

Aceito em 26 de março de 2020.

Publicado em 31 de julho de 2020.