

**FUNDAMENTOS DE LA UTILIDAD DE UN ANÁLISIS NO-LINEAL EN EL SISTEMA CLIMÁTICO**

PRINCIPLES OF THE UTILITY OF A NONLINEAR ANALYSIS IN THE CLIMATE SYSTEM

Dra. Berenice Rojo-Garibaldi*

Universidad Nacional Autónoma de México
Ciudad de México - México
bendscuevas@gmail.com
ORCID: 0000-0001-8266-0616

MSc. Manuel Contreras-López**

Universidad de Valparaíso
Valparaíso - Chile
manuel.contreras.lopez@gmail.com
ORCID: 0000-0003-0366-6863

FECHA DE RECEPCIÓN: 27 mayo 2020 – FECHA DE ACEPTACIÓN: 20 julio 2020

RESUMEN: Tomando en cuenta que el Sistema Climático es el resultado de una serie de interacciones complejas entre todos los subsistemas que lo conforman, es necesario considerar la importancia del uso del análisis no-lineal para entender la variabilidad climática y los fenómenos que se derivan de ésta. A lo largo de este trabajo se hizo una recopilación sobre los métodos más importantes que se utilizan para el estudio del clima. Se puntualiza la utilidad del análisis lineal, argumentando al mismo tiempo, la relevancia de juntar este último con un enfoque no-lineal, ya que sólo con la unión de estos dos será posible predecir de manera más certera el comportamiento del sistema climático. Para ilustrar esto se analizan series de temperatura en Antofagasta, localizada en el hemisferio sur que cuenta con menos registros y más cortos en comparación al hemisferio norte.

PALABRAS CLAVES: Sistema Climático; No-linealidad; Clima; Análisis lineal

ABSTRACT: Taking into account that the Climate System is the result of a series of complex interactions between all the subsystems that comprise it, it is necessary to regard the importance of the use of non-linear analysis to understand climate variability and the phenomena derived from this. Throughout this work, a compilation was made on the most important methods used for the study of climate. The usefulness of linear analysis is pointed out, arguing at the same time, the relevance of combining the latter with a non-linear approach, since only with the union of these two will it be possible to more accurately predict the behavior of the climate system. To illustrate this, temperature series are analyzed in Antofagasta, located in the southern hemisphere, which has fewer and shorter records compared to the northern hemisphere.

KEY WORDS: Climate System; Non-linearity; Climate; Linear analysis

* **Correspondencia:** Universidad Nacional Autónoma de México, Posgrado en Ciencias del Mar y Limnología. Av. Universidad 3000, Col. Copilco, Alcaldía Coyoacán, Dd. Mx. 04510, México.

** **Correspondencia:** Universidad de Valparaíso, Escuela de Ingeniería Civil Oceánica. Av. Uruguay 556, Oficina 304, Valparaíso, Chile.

Proyecto de Investigación: "Nonlinear analysis of the dynamics of El Niño in Chile". Estadía Doctoral de Dra. Berenice Rojo-Garibaldi en el Centro de Estudios Avanzados de la Universidad de Playa Ancha (octubre 2017 - enero 2018).

1. INTRODUCCIÓN

El clima de la Tierra ha pasado por varios cambios a través de sus 4600 millones de años de historia y es el resultado de una multitud de interacciones entre varios subsistemas diferentes¹. Uno de los más importantes y del que se hablara primero en este trabajo es la atmósfera.

Debido a que la atmósfera es un sistema termo-hidrodinámico, puede ser caracterizada por variables que den cuenta de su composición, su estado termodinámico y su estado mecánico. Una descripción completa de los estados de la atmósfera también debe incluir otras variables como: la nubosidad, la precipitación, la temperatura ambiente, la temperatura oceánica, la humedad, presión atmosférica, viento, corrientes marinas y otras condiciones meteorológicas y oceanográficas de interés. Tradicionalmente, la temperatura y la precipitación son considerados los elementos más importantes del clima. Es sobre la base de estos elementos que los climas son generalmente clasificados. En general, su distribución geográfica muestra climas húmedos y cálidos en latitudes bajas, climas cálidos y mucho más secos en los subtrópicos (como en el norte de Chile), climas húmedos y templados en latitudes medias a altas (como en el centro y sur del país) y, finalmente, climas fríos y secos en regiones polares y subpolares (como en las regiones australes del país). Sin embargo, se sabe que esta distribución no da una descripción completa del clima local y regional. También se debe tener en cuenta el contraste tierra-mar y la influencia de los océanos en la temperatura; los efectos de las montañas en la precipitación, la nubosidad y la influencia de las capas de hielo en la temperatura; y otras influencias similares².

La atmósfera como un sistema termodinámico, no se puede estudiar sin tomar en cuenta sus sistemas vecinos. Los sistemas adjuntos son la hidrósfera (océanos, lagos y ríos), la criósfera formada por la nieve y las masas de hielo de la tierra, la litósfera subyacente, los biosistemas marinos y terrestres y “recientemente hemos agregado la tecnósfera”³. Aunque estos sistemas naturales son muy diferentes en su composición, propiedades físicas, estructura y comportamiento, todos están unidos por flujos de masa, energía y momento que forman un sistema mundial, llamado sistema climático-terrestre (Figura 1). Este sistema climático es extremadamente complejo debido a las interacciones dinámicas de sus componentes⁴.

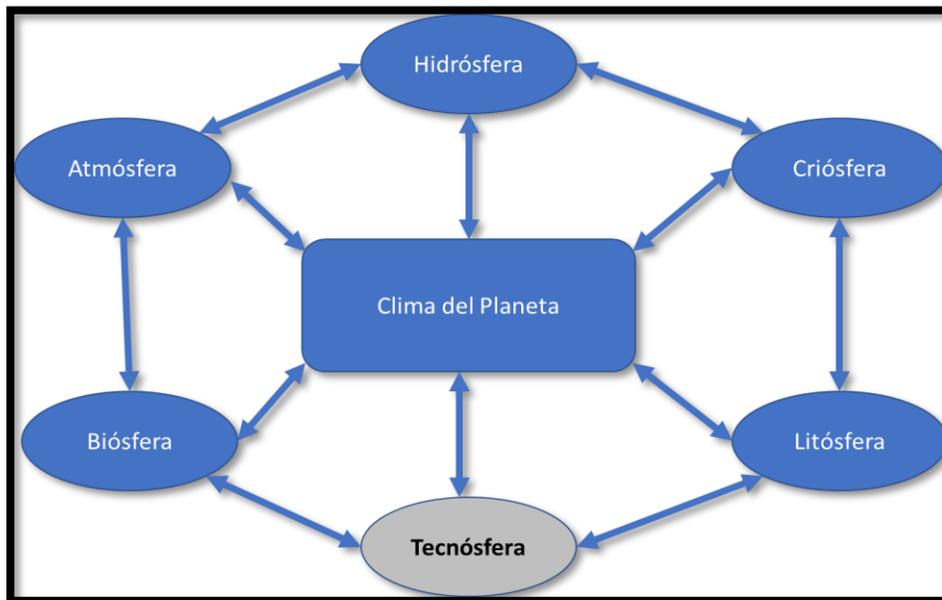
Por ejemplo, en la interacción atmósfera-hidrósfera, el océano mundial que cubre aproximadamente el 71% de la superficie de la Tierra con una extensión total⁵ de 362.5×10^6 km², tiene una gran capacidad para almacenar y liberar calor y a través de las corrientes oceánicas, mueve calor hacia los polos, contribuyendo a enfriar los trópicos y calentar zonas extratropicales, además el océano juega un papel clave en la determinación de la composición de la atmósfera a través del intercambio de gases y partículas⁶. En la interacción litósfera-hidrósfera-atmósfera, se debe considerar, para ilustrar estas interacciones, que el movimiento de las placas tectónicas a lo largo de millones de años puede alterar los patrones de las corrientes oceánicas como ocurrió hace 3-25 Ma con la formación del istmo de Panamá⁷; y estas modificaciones en las corrientes oceánicas influyen en el clima global, así como en las variaciones regionales de precipitaciones⁸.

En la interacción biosfera-atmósfera, la respiración de los seres vivos ha logrado transformar la atmósfera enriqueciéndola de oxígeno, además la vegetación ayuda a controlar el flujo de agua sobre la tierra, lo que permite modificar y moderar climas locales y regionales⁹. Mientras que en la

interacción criósfera-atmósfera-hidrosfera, el alto valor del albedo de los casquetes polares y el hielo marino en comparación al océano global (un orden de magnitud mayor), cambios en la criósfera debido a la extensión de los casquetes polares contribuyen a enfriar más el planeta, como ha ocurrido en las glaciaciones pasadas¹⁰, mientras que la tecnósfera ha contribuido a modificar el clima del planeta en la era industrial mediante los gases de efecto invernadero¹¹.

La interacción dinámica de estos subsistemas ha ocurrido durante todo el tiempo de vida del planeta (salvo la tecnósfera), lo que junto a forzantes externos como las variaciones orbitales del ciclo de Milankovitch ha definido épocas con climas más cálidos, iguales o más fríos que el actual (Figura 2). De esta forma, el cambio climático contemporáneo, es un cambio más que ha tenido el planeta. Lo que lo hace diferente a los anteriores cambios climáticos del planeta es la participación de la tecnósfera: es el primer cambio climático severo provocado por la acción humana, que ha logrado aumentar la temperatura del planeta en 1°C con respecto a niveles preindustriales¹², y eventualmente sería el segundo cambio climático antrópico, pues algunos autores especulan que la regeneración vegetal y de los suelos en América, post-arribo de los europeos y el consecuente secuestro de carbono fue un mecanismo importante de forzamiento climático, responsable (en parte) de la “Pequeña Edad del Hielo” hacia el 1600 E. C.¹³, donde ocurrieron reducciones de la temperatura promedio en el planeta de algo menos de 1°C¹⁴.

FIGURA 1
INTERACCIÓN DE SUBSISTEMAS RELEVANTES EN LA DEFINICIÓN DEL CLIMA DEL PLANETA.



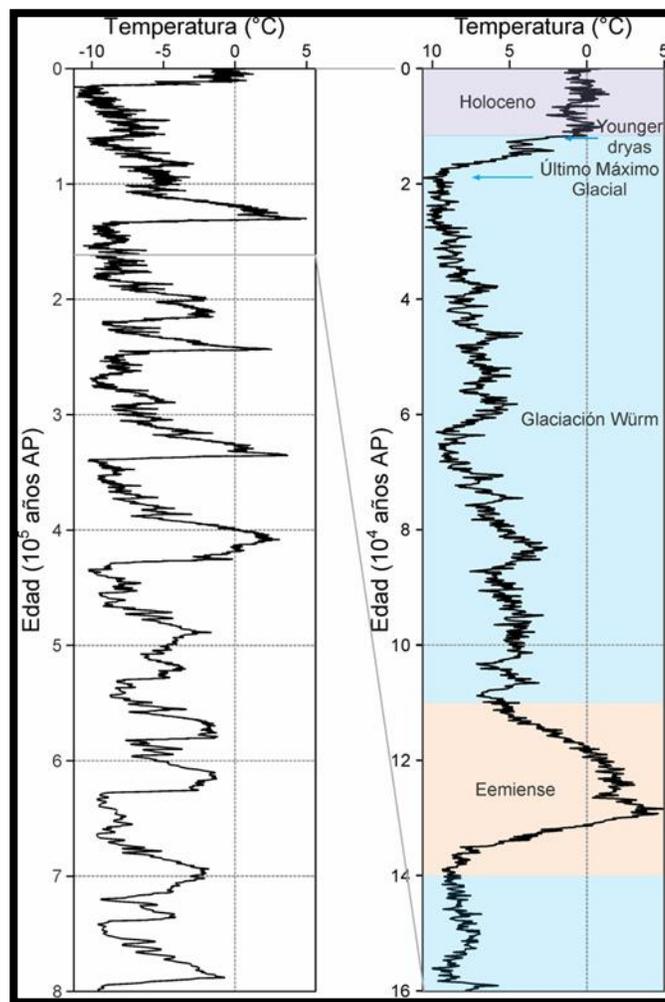
Fuente: Elaboración propia.

Para comprender y proyectar el alcance del cambio climático antropogénico, se suelen calcular tendencias que muestran cómo los parámetros que caracterizan al clima se modifican de acuerdo con los registros instrumentales disponibles (por ejemplo, aumento de temperatura para el caso de tendencias positivas, disminución de precipitaciones para tendencias negativas) o las series de tiempo que se construyen a partir de proxies o desde modelos numéricos. Estas tendencias se suelen encontrar ajustando una recta mediante el método de mínimos cuadrados y supone que el clima tiene un comportamiento lineal a largo plazo. Pero un proceso es lineal cuando se conjugan dos supuestos básicos: a) El todo es factible explicarlo por la suma de sus componentes aislados; y b) El cambio en un componente tendrá resultado proporcional en el todo.

El clima parece no tener un comportamiento lineal, por ejemplo, los conocidos ciclos del ozono¹⁵, han mostrado estar acoplados de una forma tal, que no son aditivos linealmente¹⁶, generándose sinergias en la destrucción del ozono cuyo resultado es mayor que la suma de sus componentes. Por otro lado, la atmósfera ha mostrado poseer una sensibilidad extrema a sus condiciones iniciales, lo que facilita que pequeñas perturbaciones en un lugar determinado provoquen una cascada de eventos que terminan por generar grandes variaciones en áreas diferentes¹⁷, es decir: pequeños cambios en los componentes generan grandes cambios finales. Si el clima no tiene un comportamiento lineal, entonces debe ser analizado como si fuera - no lineal.

El propósito de este trabajo es discutir las limitaciones del análisis lineal frente a los aportes del análisis no-lineal para analizar parámetros del clima, lo que por propósitos ilustrativos sólo se restringirá a analizar lineal y no-linealmente series largas de temperatura registradas en Antofagasta. Se revisará además las principales fuentes de datos para estudiar el clima del planeta. Es importante aclarar que los métodos de análisis lineal siguen siendo una herramienta primordial para la comprensión del clima; sin embargo, el enfoque propuesto por la teoría de la no-linealidad, ayuda a comprender mejor el estudio de cualquier sistema y complementa los resultados obtenidos por métodos lineales.

FIGURA 2
REGISTRO QUE ABARCA 800 000 AÑOS AP (AP=ANTES DEL PRESENTE) DE TEMPERATURA EN ANTÁRTIDA (EPICA, DOMO C)



Se hace un acercamiento hasta los 160 000 años para mostrar eventos importantes como: el Holoceno (es el último periodo de la era Cenozoica. Abarca desde el final del Pleistoceno (hace aproximadamente 11 500 años) hasta la actualidad, el Younger Dryas (fase breve de enfriamiento climático ocurrido entre 12 700 y 11 500), el Último Máximo Glacial (es la época de máxima extensión de las capas de hielo durante el último periodo glacial, aproximadamente hace 20 000 años), la Glaciación Würm (es la última de las cuatro glaciaciones del Pleistoceno) y el Eemiense (es una fase de clima templado que tuvo lugar hace 140 000 años).

Fuente: La serie de tiempo fue tomada de World Data Center for Paleoclimatology, National Oceanic and Atmospheric Administration, http://cdiac.ornl.gov/trends/co2/ice_core_co2.html.

2. FUENTES DE DATOS PARA ESTUDIAR LA EVOLUCIÓN DEL CLIMA DE LA TIERRA

2.1. REGISTROS INSTRUMENTALES Y PERCEPCIÓN REMOTA

A lo largo de la historia se han ideado una serie de instrumentos para registrar los principales parámetros que dan cuenta del clima del planeta, algunos de ellos son:

- Termómetros para medir la temperatura ambiente y que pueden ser adaptados para medir también la temperatura superficial del mar.
- Pluviómetros para medir la cantidad de agua que cae por precipitaciones en lapsos de 24 horas.
- Barómetros para medir la presión atmosférica.
- Anemómetros para medir la rapidez y dirección del viento.
- Correntómetros para medir la velocidad de corrientes marinas.
- Mareógrafos para medir los cambios del nivel del mar.

Estos instrumentos han experimentado varias modificaciones tecnológicas pasando desde lecturas visuales que eran consignadas a mano en bitácoras por sus operadores (lo que se realizaba en 3 ó 4 momentos específicos del día); pasando posteriormente a ingeniosos sistemas de relojería que podían consignar los registros en forma continua sobre rollos de papel (registros analógicos) y que posteriormente eran digitalizados manualmente cada hora; luego los instrumentos se volvieron electrónicos permitiendo la automatización del sistema (registros digitales); hasta llegar a los actuales sistemas que no sólo automatizan el registro, sino que, además permiten la trasmisión de datos en línea, centralizando su almacenamiento en bases de datos computacionales de gran capacidad de almacenamiento, permitiendo así, aumentar las frecuencias de registro.

El registro de temperatura de mayor duración es la serie de datos de temperatura del centro de Inglaterra, que comienza en 1659¹⁸, mientras que la serie de precipitaciones más larga se encuentra en Padua, Italia, desde 1725¹⁹. El registro cuasi-global de mayor duración comienza en 1850²⁰.

Como las tecnologías han cambiado con el tiempo y también las frecuencias de muestreo (pasaron de 3 ó 4 mediciones al día a registros casi continuos), y además es esperable la existencia de errores de registro cuando el proceso no se encontraba automatizado, no es una tarea trivial construir series de tiempo largas con estos datos²¹.

Un segundo problema de estos registros instrumentales es que son mediciones *in situ*, representativos sólo de la localidad en donde se emplaza el instrumento. Debido a que la distribución geográfica no es homogénea, existen sesgos para analizar el clima de todo el planeta. Aun cuando el registro instrumental de la Tierra se construye a partir de una red consistente de miles de estaciones meteorológicas, boyas y barcos de todo el mundo, la cantidad de estaciones meteorológicas y oceanográficas existentes en el hemisferio sur siempre ha sido menor a las existentes en el hemisferio norte. Además, los registros comenzaron tardíamente en el hemisférico sur. En Latinoamérica, los primeros registros sistemáticos datan del siglo XIX (ver Tabla 1).

TABLA 1
ESTACIONES METEOROLÓGICAS MÁS ANTIGUAS DE LATINOAMÉRICA

País	Ciudad	Estación	Año Inicio Registro	Fuente
Argentina	Buenos Aires	Pedro Cerviño	1804	Prieto ²²
	Córdoba	Observatorio Meteorológico Nacional	1872	Prieto ²³
Brasil	Río de Janeiro	Marinha do Brasil	1808	Prieto y Rojas ²⁴
Colombia	Bogotá	Observatorio Meteorológico Nacional	1866	Pabón ²⁵
Costa Rica	San José	Observatorio Meteorológico	1887	Solano-Chávez ²⁶
Ecuador	Quito	Colegio Nacional de Quito	1864	Prieto y Rojas ²⁷
México	Ciudad de México	Observatorio Meteorológico y Astronómico de México	1877	Jáuregui ²⁸
Perú	Lima	Observatorio Meteorológico Hipólito Unánue	1892	Prieto y Rojas ²⁹

Fuente: Elaboración propia.

En Chile los primeros registros meteorológicos datan de finales del siglo XIX, y sólo en 1920 se contaba con una red meteorológica nacional³⁰. Mientras que los registros oceanográficos costeros parten a mediados de la década de los 40, siendo una de las series más largas la serie de temperatura superficial del mar de Antofagasta³¹.

Una segunda fuente de datos instrumentales proviene de los avances en la conquista del espacio, desde mediados de los años 80, existe un sistema de satélites permanente que registra varios parámetros, entre ellos la temperatura del planeta en forma remota, e indirectamente se pueden deducir otros parámetros mediante percepción remota. Estos sistemas tienen la ventaja de cubrir simultáneamente amplias extensiones del planeta con gran resolución, pero tiene la desventaja de que son registros cortos (menos de 35 años) para propósitos de estudios del clima. Por ejemplo, destaca la tecnología AVHRR (Advanced Very High Resolution Radiometer), que proporciona el registro continuo más largo de observaciones satelitales globales desde 1981³², y cuyo objetivo es proveer datos de radianza para investigación de nubes, límites tierra-agua³³, extensión y/o fusión de nieve y hielo, distribución diurna y nocturna de nubosidad, temperaturas radiantes de superficies, y temperaturas de la superficie del mar³⁴. Los datos AVHRR también proveen oportunidades para estudiar y monitorear condiciones de vegetación en ecosistemas³⁵.

2.2. PROXIES Y PALEOCLIMAS

Para estudiar el cambio climático es necesario analizar las variaciones de temperatura a través del tiempo y para ello se usan algunos proxies como son: $\delta^{18}O$, δD y UK_{37} (alquenonas)³⁶. En el caso del $\delta^{18}O$, fue Willi Dansgaard quien en la década de 1950 investigó la relación entre la temperatura media anual y el delta del isótopo más pesado del oxígeno en la precipitación en un gran número de lugares en todo el mundo, encontrando una fuerte correspondencia en muestras actuales de precipitación, lo que lleva a creer que esta relación se mantiene en el pasado, al menos cualitativamente³⁷.

Aunque los fundamentos de la termometría isotópica se basaban en las variaciones del cociente $^{18}\text{O}/^{16}\text{O}$ en función de la temperatura a la que precipitaba el carbonato de calcio³⁸, posteriormente se observó que los cambios de estado y las variaciones de salinidad del agua introducían variaciones isotópicas mucho mayores, en otras palabras, el fraccionamiento isotópico era significativamente superior que el estrictamente debido a la temperatura de calcificación. Estas diferencias son debidas a que las moléculas de agua con isótopos ligeros (^{16}O o H) tienen una mayor presión de vapor (volatilidad) que las constituidas con isótopos pesados (^{18}O o D–deuterio). Así, durante el proceso de condensación, se extrae el isótopo pesado y el agua restante que no se condensa se enriquece más en el isótopo ligero. Las últimas fases de condensación se producen a temperaturas más frías, las cuales se alcanzan a altas latitudes (en los polos), produciendo valores mínimos isotópicos respecto a aquellos alcanzados a bajas latitudes³⁹.

Los fenómenos de condensación y evaporación sólo alteran la composición isotópica de la capa superficial del océano temporalmente ya que las aguas continentales tardan poco tiempo en volver al mar. Durante los episodios glaciales, que duraron varios miles de años, la prolongada permanencia de las aguas continentales en forma de hielo, pobres en isótopos pesados, alteró la composición isotópica del agua de todos los océanos de la Tierra⁴⁰.

Las series de tiempo del registro de $\delta^{18}\text{O}$ de las conchas de los foraminíferos han generado un registro importante de los cambios del clima. El $\delta^{18}\text{O}$ en los foraminíferos es función de la temperatura y del $\delta^{18}\text{O}$ del agua en el cual se forma. El $\delta^{18}\text{O}$ del agua de mar es una función del volumen de hielo global y de la salinidad del agua⁴¹.

La señal isotópica del $\delta^{18}\text{O}$ indica que durante el proceso glacial/interglacial (expansión/fusión del hielo), un aumento gradual en los valores isotópicos indica una acumulación progresiva de hielo en los polos y/o un enfriamiento gradual que culmina en un máximo glacial (máximo volumen de hielo). Ese máximo isotópico y de volumen de hielo es seguido por un descenso isotópico brusco que identifica una desglaciación rápida o calentamiento (terminaciones) que da paso a un período interglacial⁴².

La razón por la cual se estudian los núcleos de hielo es porque éstos dan acceso a series paleoclimáticas que incluyen temperatura local y tasas de precipitación, condiciones de fuente de humedad y flujos de aerosoles de origen marino, volcánico, terrestre, cosmogénico y antropogénico. También, son únicos por sus inclusiones de aire atrapados de registros directos proporcionados por cambios pasados en la composición de gases traza atmosféricos⁴³. Con ello pueden verse las variaciones en la escala milenaria, aunque también son registradas en isótopos de oxígeno de foraminíferos plantónicos⁴⁴, composición química de sedimentos⁴⁵, e isótopos de nitrógeno⁴⁶ registrando un intervalo de cambios ambientales que incluye la fuerza de la zona de mínimo oxígeno⁴⁷, temperaturas superficiales del mar y la profundidad de la termoclina⁴⁸, masas de agua intermedia⁴⁹, condiciones redox del sedimento⁵⁰, desnitrificación subsuperficial⁵¹, la intensidad de las surgencias y la productividad marina⁵².

2.3. MODELOS

Un modelo climático es una representación de los procesos físicos, químicos y biológicos que afectan al sistema climático. Los modelos climáticos usan técnicas numéricas y el avance computacional de gran escala para simular las interacciones de la atmósfera, los océanos, el relieve terrestre y el hielo.

En general, para que un modelo funcione y tenga las mejores aproximaciones de la realidad debe tener: consistencia, convergencia y estabilidad. De acuerdo con el teorema de equivalencia de Lax, si un esquema es consistente y estable, entonces es convergente⁵³.

De manera particular, se cuenta con una variedad de modelos, dependiendo de lo que se quiera estudiar, ya sea el clima global o regional. Están los Modelos de Circulación General (GCM por sus siglas en el inglés), los cuales representan procesos físicos en la atmósfera, océano y hielo marino, realizando proyecciones basadas en las emisiones futuras de gases de efecto invernadero y aerosoles. Este tipo de modelos también es llamado en ocasiones Modelo de Circulación General Océano-Atmósfera⁵⁴. De igual manera, están los Modelos de Sistema Tierra, que se diferencian de los primeros porque incluyen representaciones de varios ciclos biogeoquímicos, incluyendo el ciclo del carbono, la evolución del suelo, la vegetación que se adapta al clima e incluso puede incluir la infraestructura humana y la toma de decisiones como variables predichas dentro del modelo⁵⁵. Finalmente, están los Modelos Regionales, los cuales se focalizan con mayor detalle en una región específica del planeta y basan sus condiciones de frontera en resultados de un modelo más general, como el Modelo de Circulación General⁵⁶.

Una contribución clave para entender la circulación general y validar los procesos climáticos ha sido a través del reanálisis de datos meteorológicos utilizando modelos climáticos de última generación para producir el mejor registro del estado atmosférico durante el pasado reciente⁵⁷.

El marco dinámico básico de un GCM incluye la solución de las ecuaciones que describen la conservación del momento, masa y energía para un fluido. Además, se necesita una ecuación de conservación del agua para el aire y así poder predecir la cantidad de vapor de agua en la atmósfera. El vapor de agua es crítico para la formación de nubes y lluvia, y es una de las variables más importantes en el cálculo del calentamiento radiativo⁵⁸. Así, un GCM simula un conjunto de modelos de procesos acoplados en un código computacional que calcula la solución a ecuaciones diferenciales de movimiento de fluidos y termodinámica para obtener valores dependientes del tiempo y el espacio para temperatura, vientos, corrientes, humedad y/o salinidad y presión tanto en la atmósfera como en el océano.

A medida que nuestra comprensión del sistema climático ha mejorado y los recursos computacionales se han expandido, los GCM han sido capaces de capturar y simular un número cada vez mayor de procesos físicos. En el marco de la modelación del cambio climático antropogénico, y con objeto de entender los impactos del aumento en la concentración de gases de efecto invernadero en la atmósfera, la comunidad científica realiza ejercicios de modelación coordinada. Actualmente los grupos que desarrollan modelos climáticos se encuentran ejecutando la

sexta fase del proyecto de intercomparación de las simulaciones de proyecciones de cambio climático (CMIP6, por sus siglas en inglés).

Los GCM simulan el clima utilizando una malla tridimensional sobre el planeta teniendo típicamente una resolución horizontal del orden de 1° de latitud, 10 a 20 capas verticales en la atmósfera y algunas veces hasta 30 capas en los océanos. Por lo tanto, su nivel de resolución sólo les permite resolver los procesos de manera aproximada. Además, muchos procesos físicos, como los relacionados con las nubes, se producen a escalas más finas y su modelación a esta escala aún presenta desafíos. Así, algunas propiedades conocidas deben promediarse a una escala mayor siguiendo una técnica conocida como parametrización⁵⁹.

La cartografía desarrollada sobre modelos y escenarios de cambio climático proviene de la climatología de Hijmans et al.⁶⁰, de los modelos globales de circulación y de los escenarios de emisiones del IPCC. La topografía del territorio es un factor muy importante que no es tomado en cuenta en los modelos y escenarios de cambio climático, pero que si está considerado en la climatología a muy alta resolución⁶¹. Al sumar la anomalía de los modelos del IPCC a la climatología, se incorpora el efecto topográfico y se obtiene una mejor alternativa de distribución espacial de la variable de cambio climático considerada.

En el contexto de las modelaciones de cambio climático antropogénico, los GCMs son forzados principalmente por distintos escenarios de concentraciones de gases atmosféricos, antropogénicos y naturales (gases de efecto invernadero, aerosoles provenientes de erupciones volcánicas, quema de biomasa, o contaminación). También son forzados por cambios de uso de suelo y por radiación solar. Dado que la trayectoria de emisiones de gases de efecto invernadero para el futuro no es conocida, se utilizan distintos escenarios de desarrollo económico-social para establecer escenarios de emisiones plausibles en base a supuestos⁶². Debido a que gran parte de las emisiones de gases de efecto invernadero provienen de las necesidades energéticas de las naciones, distintas vías posibles de desarrollo, considerando distintos patrones de consumo, tecnologías para la producción de energía, etc., se traducen en distintas trayectorias de emisiones, las que se conocen como escenarios de cambio climático.

A partir del cuarto reporte del IPCC en 2007, se cimentaron las bases para establecer los actuales escenarios de emisiones, pasando de los escenarios del “Special Report on Emission Scenarios” (SRES)⁶³ a los “Representative Concentration Pathways” (RCPs). Los escenarios actuales se basan en el concepto de RCPs. Los RCPs son trayectorias dependientes del tiempo y el espacio de concentraciones de gases de efecto invernadero y contaminantes resultantes de las actividades humanas, incluidos los cambios en el uso de la tierra. Los RCPs proporcionan una descripción de las concentraciones de los contaminantes del cambio climático en la atmósfera a lo largo del tiempo (por ejemplo, el escenario RCP6.0 alcanza un impacto global de 6 Watts por metro cuadrado en el año 2100). La palabra representativo significa que cada RCP proporciona sólo uno de los muchos posibles escenarios que conducirían a una trayectoria radiativa específica, haciendo de éste un proceso estocástico (una colección o familia de variables aleatorias X_t con $t \in T$, ordenadas según el subíndice t que se suele identificar con el tiempo. Así, para cada instante t se obtiene una variable aleatoria distinta representada por X_t , con lo que un proceso estocástico puede

interpretarse como una sucesión de variables aleatorias cuyas características pueden variar a lo largo del tiempo).

3. ANÁLISIS LINEAL

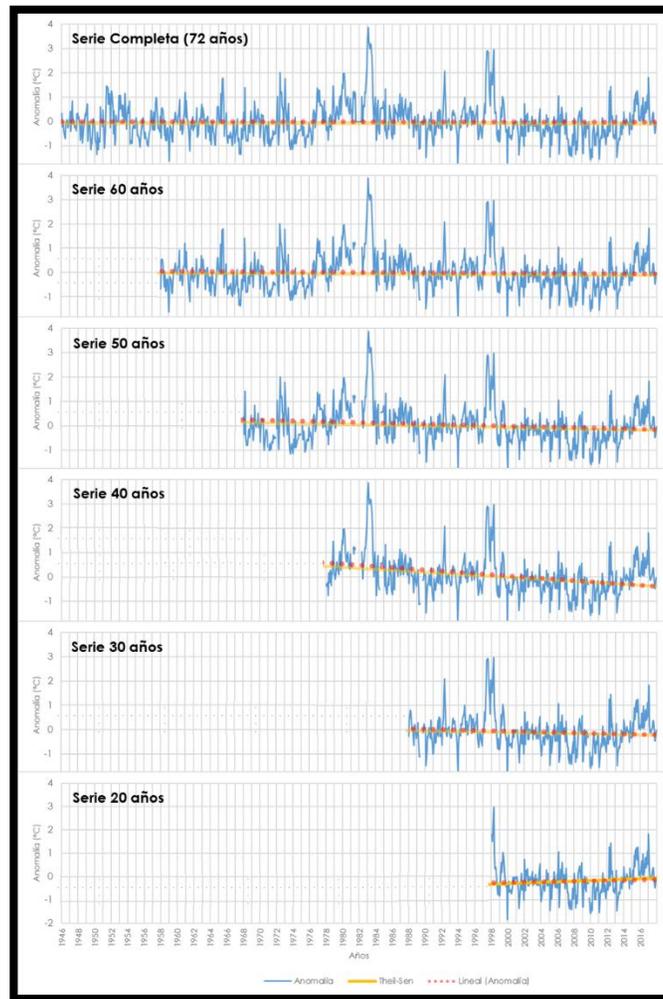
El análisis de una serie de tiempo se inicia con el supuesto de que su señal (X_t) se compone esencialmente de tres tipos diferentes de componentes: a) un comportamiento de largo plazo, conocido como tendencia (T_t); b) un comportamiento cíclico, conocido como estacionalidad (E_t); y c) fluctuaciones de origen aleatorio, conocidas como ruido (R_t). Se asume que estas tres componentes son independientes entre sí, lo que permite considerar que la señal se construye aditivamente: $X_t = T_t + E_t + R_t$. Como la estacionalidad normalmente tiene un comportamiento cíclico regular, es una tarea básica removerla (sustrayendo el ciclo de la serie), formándose así lo que se conoce como la “serie de anomalías”, que se compone de la tendencia y el ruido (y el error de estimación de la estacionalidad que se asume despreciable). Para aislar la tendencia en la serie de anomalías, se suele utilizar el método de mínimos cuadrados⁶⁴, este método requiere que asumamos un modelo para el comportamiento principal de la señal, el que típicamente se asume lineal: es decir $T_t = mt + b$, donde m y b son parámetros desconocidos que el método busca estimar. Es importante observar que la pendiente m , de este modelo lineal, corresponde a la tasa de cambio de la tendencia. Los parámetros m y b , al final dependen de la media aritmética entre las diferencias de los valores estimados como el modelo y la señal real. Esto es un problema ya que, la media aritmética es sensible a valores extremos y por lo tanto, valores anómalos de la señal original afectan severamente la estimación de la pendiente. Para solucionar este problema de sensibilidad a valores extremos, se puede utilizar el estimador no-paramétrico Theil-Sen⁶⁵. El estimador Theil-Sen se diferencia del método de mínimos cuadrados por utilizar la mediana y no la media para estimar la pendiente, mejorando así la estabilidad frente a valores extremos o atípicos⁶⁶.

Sin embargo, surge otro problema: la sensibilidad a la ventana temporal de análisis (la cantidad de datos disponibles): Diferentes longitudes de la serie de tiempo, producen estimaciones diferentes de la pendiente m , o tasa de cambio. Para ilustrar esto, consideremos la serie mensual de temperatura superficial del mar registradas en Antofagasta entre los años 1946 y 2017 (72 años de registros) y realicemos los cálculos de estimación de la tendencia por el método de mínimos cuadrados y Theil-Sen para la serie completa y series truncadas (suponiendo que, en vez de 72 años, sólo contamos con registros de 70, 60, 50, 40, 30 y 20 años). En la figura 3 se ilustran las tendencias lineales encontradas por ambos estimadores para diferentes tamaños de la serie de datos disponibles, resalta que existen notorias diferencias de la pendiente para las series de 20, 40 y 50 años. Esos pequeños cambios entre pendientes pueden indicar tanto una dinámica o comportamiento caótico, como simplemente presencia de ruido dinámico, para saber cuál de ellos está gobernando el sistema, es necesario desarrollar un análisis no-lineal.

Podemos conjeturar que entre más larga sea la serie, se logrará una mejor estimación. Pero, ¿qué tan larga debe ser para encontrar estimaciones más estables y que representen mejor el comportamiento principal de la señal? En estudios de clima, se suele indicar que las series deben cubrir ventanas de al menos 30 años de longitud; sin embargo, en la Figura 3 es evidente que aun

con series de 50 años de longitud, la estimación de la pendiente sufre cambios significativos. Si consideramos que no siempre contamos con series instrumentales largas (a diferencia del hemisferio norte, donde existen series de más de 250 años de longitud, en el hemisferio sur las series más largas apenas superan un siglo, y la gran mayoría tiene extensiones inferiores a 40 años, siendo frecuente contar con series de no más de 20 años de longitud en muchas localidades), entonces, ¿qué tan creíbles son las proyecciones de cambio climático basadas en estas series?; ¿habrá cambios significativos en décadas posteriores cuando se cuente con series más largas?

FIGURA 3
ESTIMACIONES DE LA TENDENCIA LINEAL POR EL MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS (EN ROJO), EL ALGORITMO DE THEIL-SEN (AMARILLO) PARA LA SERIE MENSUAL DE TEMPERATURA SUPERFICIAL DEL MAR EN ANTOFAGASTA ENTRE LOS AÑOS 1946 Y 2017



Las estimaciones se muestran para la serie completa y subconjunto más cortos de datos, ilustrando los cambios de la pendiente en la tendencia estimada.
Fuente: Elaboración propia.

4. ANÁLISIS NO-LINEAL

La naturaleza no se comporta todo el tiempo de forma lineal, es decir, no todo cambio genera un efecto proporcional. De igual manera, si observamos de cerca algunos objetos comunes como un brócoli o una planta, notaremos que presentan patrones repetitivos (figuras que se repiten sin importar la escala), a esto se le llama “comportamiento fractal”, un objeto invariante ante transformaciones de escala. Estos objetos con dimensión fractal (no entera), son asociados a un tipo de comportamiento llamado “caos”. En palabras simples, un sistema es caótico cuando es sensible a condiciones iniciales, es decir, al momento de perturbar el sistema, por mínima que sea la perturbación cada vez que se realiza, el sistema siempre llegará a condiciones finales totalmente diferentes. Lo que hace difícil, más no imposible, predecir su comportamiento; en este caso, el comportamiento de cualquier sistema que tenga una dinámica caótica podrá ser predecible a corto plazo. El conjunto de valores numéricos hacia los cuales un sistema tiende a evolucionar se conoce como atractor del sistema.

De acuerdo con Devaney⁶⁷, los sistemas caóticos satisfacen tres condiciones: 1) Son sensibles a las condiciones iniciales. 2) Tiene un exponente de Lyapunov positivo (explicado en sección 4.1) y 3) Poseen un atractor extraño (explicado a continuación).

Una razón por la cual se hace un análisis no-lineal es porque el ruido continuo en un espectro de potencia puede surgir ya sea de procesos que exhiben caos determinístico, un término usado en el campo de la dinámica no-lineal (es predecible) o de un proceso azaroso (no se puede predecir). Si el caos está presente, entonces el diagrama de fase (representación de un sistema formulado por medio de ecuaciones diferenciales, a través de trayectorias que cambian con el tiempo y se mueven alrededor de un punto de equilibrio) puede exhibir una clara, aunque compleja estructura, la cual se describe como un atractor extraño⁶⁸. Un atractor extraño tiene una geometría muy especial llamada fractal, lo que significa que tiene una dimensión no entera. Sin embargo, aunque característico, una dimensión no entera no es diagnóstico de caos debido a que hay sistemas con dimensiones no enteras que no muestran dependencia sensible sobre las condiciones iniciales⁶⁹.

Para comprender este tipo de análisis es necesario tener claras algunas bases matemáticas dentro de la Teoría de la no-linealidad, como: exponente de Lyapunov, atractor y diagrama de fase (permite obtener el atractor), entre otros que se detallan a continuación.

4.1. EXPONENTES DE LYAPUNOV

Los exponentes de Lyapunov (λ) miden cantidades que constituyen la divergencia exponencial o la convergencia de puntos iniciales cercanos en el espacio de fase de un sistema dinámico. Por lo tanto, cuando la dependencia sensible de las condiciones iniciales conduce a trayectorias divergentes y, en consecuencia, a la pérdida de información, podemos cuantificar la velocidad a la cual se pierde información a través de estos exponentes. “Un sistema caótico es aquel en el que esta pérdida de información hace imposible la predicción a largo plazo”⁷⁰. Por lo tanto, un sistema dinámico es estructuralmente caótico si pequeños cambios en las ecuaciones que describen la evolución del sistema producen grandes cambios en su comportamiento⁷¹.

Los exponentes de Lyapunov de un sistema dinámico son uno de los invariantes que caracterizan a los atractores de un sistema, asimismo, son independientes de las condiciones iniciales en cualquier órbita y, por lo tanto, son propiedades de la geometría del atractor y la dinámica⁷².

Para poder obtener el máximo exponente de Lyapunov, es necesario calcular primero el tiempo de retardo (la diferencia temporal en el número de muestras entre componentes adyacentes de los vectores de retardo, estos vectores se forman para cada punto de la trayectoria de un atractor, y la diferencia temporal para cada par de vectores es el tiempo de retardo o mejor conocido como *lag*), el cual se obtiene con el primer mínimo de la información mutua, ésta toma en cuenta correlaciones de tipo no-lineal y de acuerdo con Krakovská et al.⁷³ proporciona mejores resultados que la función de autocorrelación; y la dimensión de embebimiento (la dimensión mínima en la que es necesario incrustar el atractor que se construye en el diagrama de fase, para estudiar su dinámica), ésta se calcula con el método de los vecinos cercanos falsos, propuesto por Kennel et al.⁷⁴.

El algoritmo más usado para calcular el máximo exponente de Lyapunov es el algoritmo de Kantz⁷⁵ el cual calcula el máximo exponente de Lyapunov buscando todos los vecinos en la vecindad de la trayectoria de referencia, y estimando la distancia promedio entre los vecinos y la trayectoria de referencia en función del tiempo, o un tiempo relativo, multiplicado por la frecuencia de muestreo de los datos. El algoritmo se basa en la siguiente expresión:

$$s(\tau) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \ln \left(\frac{1}{|U_t|} \sum_{i \in U_t} |x_{t+\tau} - x_{i+\tau}| \right) \quad (1)$$

donde X_t representa un punto arbitrario de señal; U_t es la vecindad de X_t ; X_i es un vecino de X_t ; τ es el tiempo relativo, multiplicado por la frecuencia de muestreo; T es el tamaño de la muestra; y $s(\tau)$ es un factor de estiramiento en la región de crecimiento lineal, indicando una curva cuya pendiente es igual al máximo exponente de Lyapunov⁷⁶.

El valor que se obtiene del exponente de Lyapunov corresponde a diferentes tipos de movimientos: $\lambda < 0$ corresponde a un punto fijo estable, $\lambda = 0$ es un ciclo límite estable, $0 < \lambda < \infty$ indica caos y $\lambda = \infty$ representa un movimiento Browniano, que concuerda con el hecho de que la entropía de un proceso estocástico es infinita⁷⁷.

4.2. DIAGRAMA DE FASES. TEOREMA DE TAKENS

Un sistema dinámico consta de un conjunto de posibles estados que evolucionan recursivamente en el tiempo siguiendo una regla que expresa el presente estado en términos del estado anterior. Además, se requiere que la regla que define los estados sea determinista, lo que significa que se puede determinar completamente el estado actual haciendo uso únicamente de los estados anteriores.

El teorema de Takens también conocido como el teorema de embebimiento, se trata de encontrar una dimensión de embebimiento suficientemente grande para los vectores de retardo en un espacio fase con exactamente las mismas cantidades que el sistema original⁷⁸.

$$P(t) = X_t, X_{t+\tau}, X_{t+2\tau}, \dots \dots X_{t+(m-1)\tau} \quad (2)$$

donde τ es el tiempo de retardo y m es la dimensión de embebimiento, previamente calculadas.

4.3. DIMENSIÓN DE CORRELACIÓN

Los atractores extraños con dimensión fractal son característicos de los sistemas caóticos. Entre los diferentes procedimientos que se han desarrollado para calcular la dimensión fractal está el método de los vecinos cercanos⁷⁹, el método de la Integral de Correlación⁸⁰ y el método de sistema-singular⁸¹. Se ha reportado información sobre la calidad de los resultados obtenidos con los diferentes métodos⁸². Sin embargo, el método más robusto y eficiente para estimar la dimensión fractal es la suma o integral de Correlación de Grassberger-Procaccia⁸³.

Para estimar la dimensión de correlación D_2 se puede usar la siguiente expresión:⁸⁴

$$D_2 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln C(\varepsilon, \tau, m)}{\ln \varepsilon} \quad (3)$$

Donde $C(\varepsilon, \tau, m)$ es la integral de correlación, la cual se define como:

$$C(\varepsilon, \tau, m) = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \Theta(\varepsilon - \|x_i - x_j\|) \quad (4)$$

donde x_i son los puntos en el atractor y N es el número de puntos incrustados en el espacio de fases. El símbolo $\| \cdot \|$ representa la norma en un espacio euclidiano y Θ es la función de paso de Heaviside⁸⁵.

La integral de correlación representa la probabilidad de que un par de puntos escogidos aleatoriamente sobre la reconstrucción tengan una distancia menor a ε . Cuando se hacen los cálculos estándar se asume que las distancias entre pares de puntos son debido a la geometría de la reconstrucción, y no porque los puntos estén dinámicamente correlacionados y su separación en el espacio refleje el ser vecinos en el tiempo. Esta correlación temporal lleva a Theiler⁸⁶ a restringir la suma en la integral de correlación para los pares i, j donde $|i - j| > W$ para alguna constante W (Ventana de Theiler). Las curvas que salen de la gráfica de separación espacio-tiempo representan un método para elegir W ; en el caso de ruidos de leyes de potencia no-estacionarias la gráfica indica que no hay ningún valor de W para el cual la integral de correlación refleje escalamiento global debido a la recurrencia⁸⁷.

4.4. NO-LINEALIDAD Y DETERMINISMO EN LA DINÁMICA DEL SISTEMA

La estacionariedad y el determinismo son propiedades que hasta cierto punto deben estar presentes para garantizar la relevancia de cantidades invariantes tales como el exponente de Lyapunov. Para esto se usa la prueba de estacionariedad conocida como gráfica de recurrencia, ésta es una herramienta útil para identificar la estructura en el conjunto de datos en el tiempo de manera cualitativa. La estructura puede presentarse como intermitencia (se detecta por inspección visual), proximidad temporal de la trayectoria caótica a una órbita periódica inestable, o no-estacionariedad. La gráfica de recurrencia es un escaneo de la serie de tiempo y marca cada par de índices de tiempo (i, j) con un punto negro, el cual corresponde a un par de vectores de retardo con una distancia $\leq \varepsilon$. Por lo que en el plano (i, j) los puntos negros indican cercanía. En una situación ergódica, los puntos pueden cubrir en promedio el plano de manera uniforme, mientras que la estacionariedad se expresa por una tendencia general de los puntos a estar cerca de la diagonal y mostrar una estructura coherente⁸⁸. En términos físicos, ésta compara la distribución de distancias entre pares de vectores en el espacio estado, reconstruido con la distribución de distancias entre diferentes órbitas evolucionando en el tiempo⁸⁹.

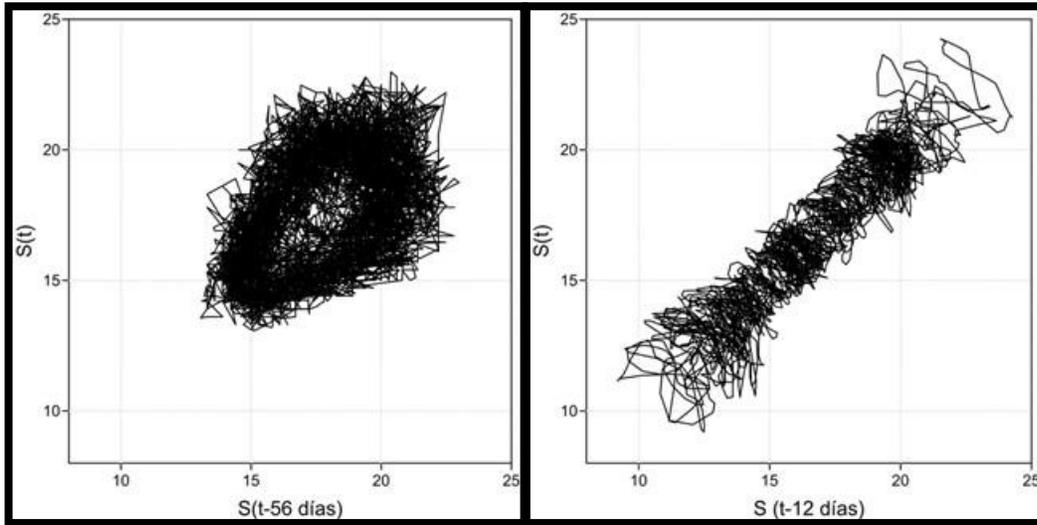
Otro punto importante por confirmar es la no-linealidad de la serie de tiempo. Para ello se aplica la prueba de hipótesis de datos sustitutos propuesta por Theiler et al.⁹⁰. Ésta se realiza aplicando una transformada de Fourier a los datos, seguida de la aleatorización de las fases de los componentes espectrales obtenidos. La transformación inversa de Fourier devuelve la serie temporal sustituta, que tiene las mismas propiedades estadísticas que la original. Bajo la hipótesis nula de que la secuencia analizada es estocástica, la estimación de los parámetros encontrados para los datos sustitutos confirma o rechaza esta hipótesis, de acuerdo con si coinciden o difieren de los parámetros obtenidos para la serie temporal original⁹¹.

Si estas pruebas resultan positivas para la serie de tiempo, entonces el máximo exponente de Lyapunov puede ser calculado y su valor nos indicará la naturaleza dinámica del sistema.

Para ilustrar el análisis no-lineal, se usarán las series diarias de temperatura superficial atmosférica (TSA) (1967-2016) y temperatura superficial del mar (TSM) (1946-2016), registradas en Antofagasta. Observar que la serie TSM es la misma analizada linealmente (figura 3).

Como primera inspección visual en la Figura 4 se muestra el diagrama de fase para la estación de Antofagasta. Los atractores fueron calculados para TSM y TSA, con un tiempo de retardo de $\tau = 12$, $m = 10$ y $W = 100$, y $\tau = 56$, $m = 6$ y $W = 20$, para TSM y TSA respectivamente. Se observa una menor variabilidad en TSA que en TSM. Por otro lado, se puede apreciar un comportamiento dinámico más rápido en TSA.

FIGURA 4



(Izquierda) El comportamiento dinámico del sistema para TSM es más lento que en TSA, ya que le toma más tiempo a las trayectorias hacer el recorrido al mismo punto. (Derecha) La dinámica del sistema para TSA está evolucionando más rápido, nuevamente puede apreciarse con la evolución de las trayectorias. Ambas dinámicas pueden comprobarse también con ayuda del tiempo de retardo (56 y 12 días, respectivamente).
Fuente: Elaboración propia.

Las series de tiempo para ambas temperaturas pasaron la prueba de datos sustitutos, lo que demuestra que nuestros datos provienen de un proceso no-lineal, un requisito que debe cumplirse de acuerdo con la teoría de la dinámica no-lineal. Por lo tanto, los exponentes de Lyapunov se calcularon para TSM y TSA.

Los valores que se obtuvieron del exponente de Lyapunov para ambas series temporales, resultaron positivos, lo cual indica un comportamiento caótico en la temperatura superficial del mar y la atmosférica para la región de Antofagasta. El comportamiento de la TSM fue diferente, aun cuando se detectó un ligero incremento en el valor de los exponentes de Lyapunov al comparar la ventana temporal inicial y final, es la ventana central (1982-1999), la que mostró valores más positivos del exponente, esto puede estar relacionado con la ocurrencia de los intensos fenómenos El Niño de 1982/83 y 1998/1999. En la Tabla 2 se muestran los diferentes valores del máximo exponente de Lyapunov para TSM y TSA, de igual manera se proporcionan los valores de la dimensión de correlación D_2 para ambas temperaturas y cuyo valor será discutido más adelante.

TABLA 2
MÁXIMO EXPONENTE DE LYAPUNOV PARA LA ESTACIÓN DE ANTOFAGASTA EN UN AMBIENTE TANTO CONTINENTAL COMO OCEÁNICO PARA DIFERENTES VENTANAS DE TIEMPO. SE MUESTRAN LAS DIMENSIONES DE CORRELACIÓN D_2 PARA AMBAS SERIES

Estación	Fecha	Exponente de Lyapunov	Dimensión de Correlación
Antofagasta Tierra	1967-1981	$\lambda = 0.0009$	$D_2=2.1$
	1981-2002	$\lambda=0.0017$	
	2002-2016	$\lambda=0.0018$	
Antofagasta Mar	1952-1981	$\lambda=0.0004$	$D_2=2.8$
	1982-1999	$\lambda=0.0011$	
	1999-2016	$\lambda=0.0005$	

Fuente: Elaboración propia.

El valor de D_2 representa una medida de la complejidad de un sistema⁹², y es por esta razón que vinculamos los valores de D_2 con la complejidad de las diferentes series de tiempo. Por su parte, Timmermann et al.⁹³ ha sugerido que la estructura topológica del atractor puede variar para mejorar los eventos extremos de El Niño. Se obtuvo un valor de $D_2 = 2.1$ para la temperatura superficial atmosférica y un valor de $D_2 = 2.8$ para la temperatura superficial del mar. Estos valores sugieren que la TSM es ligeramente más compleja que la TSA; sin embargo, ambas pueden modelarse mediante un sistema de tres ecuaciones diferenciales.

De igual manera, se hizo la comprobación para el valor obtenido de la dimensión del atractor. En este caso, las dos series de tiempo debían cumplir con el requisito de Ruelle⁹⁴, donde la cantidad de datos utilizado para una estimación fiable de la dimensión fractal debe cumplir con:

$$M = 10^{D_2/2} \quad (5)$$

donde M es el número de puntos de datos y D_2 es la dimensión de correlación. Por otro lado, las series también cumplen con el requisito de Tsonis et al.⁹⁵ donde:

$$M \sim 10^{2+0.4D_2} \quad (6)$$

5. CONCLUSIONES

El tradicional enfoque del análisis lineal para estimar tendencias que nos permitan comprender y pronosticar el cambio del clima del planeta, es limitado entre otras cosas por la longitud de las series que son analizadas. Esta limitación es especialmente relevante en el hemisferio sur, donde la disponibilidad y extensión de registros instrumentales es menor que en el hemisferio norte. Además, se busca analizar simplificadaamente un sistema con interacciones complejas, caótico y no-lineal. Por esta razón, el análisis no-lineal puede proporcionar más información acerca del comportamiento dinámico del sistema.

El enfoque utilizado en este estudio nos permitió explorar la fractalidad y el caos de las series temporales en la estación de Antofagasta, ubicada en la parte norte de Chile, por lo tanto, afectada por el HCS. Los resultados del análisis no-lineal arrojaron valores positivos del máximo exponente de Lyapunov, por lo que, el comportamiento climático en esta región es caótico y por tanto puede ser predecible a corto plazo. Los valores obtenidos para la dimensión de correlación indican que es posible hacer un modelo de baja dimensión del comportamiento dinámico de la temperatura oceánica y atmosférica para esta parte de la región chilena. La versión de este modelo, como ya se mencionó, deberá contar con una parametrización óptima acerca de las condiciones climáticas de la región, en este caso, nuestro aporte va enfocado a puntualizar que el modelo dará buenos resultados ocupando únicamente un sistema de tres ecuaciones (conocer las variables involucradas en esto, sería una investigación para futuros trabajos).

A lo largo del artículo se habló sobre el comportamiento del clima desde épocas pasadas (paleoclima) y de cómo ha sido posible estudiar su evolución a lo largo del tiempo con ayuda de proxies y modelos climáticos, así como, del gran trabajo que implica recopilar información confiable y suficientemente rica en cuanto a extensión de tiempo en un registro. Todo esto ayuda a enriquecer los resultados obtenidos por medio de un análisis no-lineal, ya que con ello se está estudiando la dinámica intrínseca de un sistema, por tanto, cuanto mayor información se tenga, mejores serán los resultados y la manera en que podremos entender las interacciones complejas ocurridas en el Sistema Climático será más fácil.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

a) Libros y Artículos

- Awrejcewicz, Jan, et al. "Quantifying Chaos by Various Computational Methods. Part 1: Simple Systems" *Entropy* Vol. 20 n° 175 (2018), pp. 2-28.
- Baddi, Remo y Antonio Politi. "Statistical description of chaotic attractors: The dimension Function" *Journal of Statistical Physics* n° 40 (1985), pp. 725-750.
- Bambach, Nicolás, David Morales-Moraga y Francisco Meza. "Modelación Climática". En: Juan Carlos Castilla, et al. (Eds.). *Cambio climático en Chile: Ciencia, Mitigación y Adaptación* (Santiago: Ediciones UC, 2019), pp. 57-69.
- Bradley, Elizabeth y Holger Kantz. "Nonlinear time-series analysis revisited" *Chaos* Vol. 25 n° 9 (2015).
- Bradley, Raymond S. y Philip D. Jones (Eds.). *Climate since AD 1500* (London: Psychology Press, 1995).
- Breaker, Laurence C., et al. *Reconstructing an 83-year time series of daily sea surface temperature at Pacific Grove, California* (California: Scripps Institution of Oceanography Library, 2005).
- Brewin, Robert J. W., et al. "Evaluating operational AVHRR sea surface temperature data at the coastline using surfers" *Estuarine, Coastal and Shelf Science* Vol. 196 n° 5 (2017), pp. 276-289.
- Brohan, Philip, et al. "Uncertainty estimates in regional and global observed temperature changes: a new dataset from 1850" *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* Vol. 111 n° 12 (2006).

- Broomhead, David S. y Gregory P. King. "Extracting qualitative dynamics from experimental data" *Physica*, 20D (1986), pp. 217-236.
- Cannariato, Kevin G., James P. Kennett y Richard J. Behl. "Biotic response to late Quaternary climate flickers in the Santa Barbara Basin: Ecological and evolutionary implications" *Geology* Vol. 27 n° 1 (1999), pp. 63-66.
- Castilla, Juan Carlos. "Cambios Climáticos y los seres humanos: ayer, hoy y mañana". En: Juan Carlos Castilla, et al. (Eds.). *Cambio climático en Chile: Ciencia, Mitigación y Adaptación* (Santiago: Ediciones UC, 2019), pp. 461-476.
- Chapman, Sydney. "A theory of upper atmospheric layer" *Memory Royal Society* n° 3 (1930), pp. 103-109.
- Chatfield, Chris. *Time-series forecasting* (Boca Raton: CRC press, 2000).
- Coates, Anthony G. y Robert F. Stallard. "How old is the Isthmus of Panama" *Bulletin of Marine Science* Vol. 89 n° 3 (2013), pp. 801-813.
- Cogley, J. Graham. "Area of the ocean" *Marine Geodesy* Vol. 35 n° 4 (2012), pp. 379-388.
- Criss, Robert E. *Principles of Stable Isotope Distribution* (Oxford: Oxford University Press, 1999).
- Cronin, T. M. *Principles of Paleoclimatology* (New York: Cambridge University Press, 1999).
- Dasan, J., et al. "Stress fluctuations in sheared Stokesian suspensions" *Physical Review* Vol. 66 n° 2 (2002), 021409.
- Dee, Dick P., et al. "The ERA-Interim reanalysis: configuration and performance of the data assimilation system" *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* Vol. 137 n° 656 (2011), pp. 553-597.
- Devaney, Robert L. *An introduction to Chaotic Dynamical System* (Redwood City, California: Addison-Wesley, 1989).
- DMC. *Aniversario N° 136 Dirección Meteorológica de Chile* (Santiago: Dirección General de Aeronáutica Civil, 2020). (Accesado: 30 abril 2020. En: <https://www.dgac.gob.cl/aniversario-n136-direccion-meteorologica-de-chile/>)
- Dull, Robert A., et al. "The Columbian encounter and the Little Ice Age: Abrupt land use change, fire and green house forcing" *Annals of the American Association of Geographers* Vol. 100 n° 4 (2010), pp. 755-771.
- Emmer, Edwin y Robert C. Thunell. "Nitrogen isotope variations in Santa Barbara Basin sediments: Implications for denitrification in the eastern tropical North Pacific during the last 50,000 years" *Paleoceanography* Vol. 15 n° 4 (2000), pp. 377-387.
- García Cueto, Rafael. "Los sensores remotos y su aplicación en la meteorología: Un estudio de caso". En: *XVI Congreso Mexicano de Meteorología, Edición Internacional*, Vol. 12 (Veracruz: Organización Mexicana de Meteorólogos, 2007).
- Grassberger, Peter y Procaccia Itamar. "Characterization of strange attractors" *Physical Review Letters* Vol. 50 n° 5 (1983), pp. 448-451.
- Grotzinger, John, Thomas H. Jordan y Frank Press. *Understanding earth* (London: Macmillan, 2010).
- Guastello, Stephen J., y Robert A. M. Gregson (Eds.). *Nonlinear Dynamical Systems Analysis for the Behavioral Sciences Using Real Data* (Boca Raton: CRC Press, 2011).
- Hartmann, Dennis L. *Global Physical Climatology* (Oxford: Elsevier, 2016).

- Hegger, Rainer, Holger Kantz y Thomas Schreiber. "Practical implementation of nonlinear time series methods: The TISEAN package" *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science* Vol. 9 n° 2 (1999), p. 413.
- Hendy, Ingrid L. y James P. Kennett. "Latest Quaternary North Pacific surface-water responses imply atmosphere-driven climate instability" *Geology* Vol. 27 n° 4 (1999), pp. 291-294.
- Hendy, Ingrid L. y Tom F. Pedersen. "Is pure water oxygen content decoupled from productivity on the California Margin? Trace element results from Ocean Drilling Program Hole 1017E, San Lucia slope, California" *Paleoceanography* Vol. 20 n° 4 (2005), PA4026.
- Hendy, Ingrid L., et al. "Apparent synchronicity of submillennial scale climate events between Greenland and Santa Barbara Basin, California from 30-10 ka" *Quaternary Science Reviews* Vol. 21 n° 10 (2002), pp. 1167-1184.
- Herrmann-Pillath, Carsten. "The case for a new discipline: technosphere science" *Ecological Economics* n° 149 (2018), pp. 212-225.
- Hijmans, Robert J., et al. "Very high resolution interpolated climate surfaces for global land areas" *International Journal of Climatology* Vol. 25 n° 15 (2005), pp.1965-1978.
- Holzfuß, Joachim y Gottfried Mayer-Kress. "An approach to error-estimation in the application of dimension algorithms, Dimensions and Entropies". En: Gottfried Mayer-Kress (Ed.). *Chaos Systems* (Berlin: Springer-Verlag, 1986), pp. 114-122.
- IPPC. *Calentamiento global de 1,5 °C: Resumen para responsables de políticas* (Berna: Grupo Intergubernamental de Expertos sobre el Cambio Climático, 2019).
(Accesado: 30 abril 2020. En: https://www.ipcc.ch/site/assets/uploads/sites/2/2019/09/IPCC-Special-Report-1.5-SPM_es.pdf)
- Jáuregui Ostos, Ernesto. *El Clima de la Ciudad de México* (México D.F.: Plaza y Valdés Editores, 2000).
- Kalnay, Eugenia, et al. "The NCEP/NCAR 40-year Reanalysis Project" *Bulletin of the American Meteorological Society* Vol. 77 n° 3 (1996), pp. 437-471.
- Kantha, Lakshmi H. y Carol Anne Claryson. "Numerical Models of Oceans and Oceanic Processes" *International Geophysic Series* n° 66 (San Diego: Academic Press, 2000).
- Kantz Holger y Thomas Schreiber. *Nonlinear Time Series Analysis* (Cambridge: Cambridge University Press, 2004).
- Kantz, Holger. "A robust method to estimate the maximal Lyapunov exponent of a time series" *Physics Letters A* Vol. 185 n° 1 (1994), pp. 77-87.
- Keller, Edward A. y Robert H. Blodgett. *Riesgos naturales: procesos de la tierra como riesgos, desastres y catástrofes* (Madrid: Pearson Prentice Hall, 2007).
- Kennel, Matthew B., Reggie Brown y Henry D. Abarbanel. "Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical" *Physical Review A* Vol. 45 n° 6 (1992), pp. 3403-3411.
- Kennett, James P. *Marine Geology* (New Jersey: Prentice-Hall, 1982).
- Krakovská, Anna, Kristina Mezeiová y Hana Budáčová. "Use of False Nearest Neighbours for Selecting Variables and Embedding Parameters of State Space Reconstruction" *Journal of Complex Systems* ID 932750 (2015).
- Lewis, Simon L. y Mark A. Maslin. "Defining the Anthropocene" *Nature* n° 519 (2015), pp. 171-180.

- Lisiecki, Lorraine E. y Maureen E. Raymo. "A Plio-Pleistocene Stack of 57 Globally Distributed Benthic $\delta^{18}\text{O}$ Records" *Paleoceanography* Vol. 20 n° 1 (2005), PA1003.
- Lorenz, Edward N. *The Essence of Chaos* (Seattle: University of Washington Press, 1993).
- Manley, Gordon. "Central England temperatures: monthly means 1659 to 1973" *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* n° 100 (1974), pp. 389-405.
- Mayo-Wilson, Conor. "Structural Chaos" *Philosophy of Science* Vol. 82 n° 5 (2015), pp. 1236-1247.
- Medio, Alfredo. *Chaotic Dynamics. Theory and Applications to Economics* (Cambridge: Cambridge University Press, 1992).
- Nakicenovic, Nebojsa, et al. *Special report on emissions scenarios (SRES), a special report of Working Group III of the intergovernmental panel on climate change* (Cambridge: Cambridge University Press, 2000).
- Neelin, J. David. *Climate Change and Climate Modeling* (Cambridge: Cambridge University Press, 2011).
- Ortiz, Joseph D., et al. "Enhanced marine productivity off western North America during warm climate intervals of the past 52 kyr" *Geology* Vol. 32 n° 6 (2004), pp. 521-524.
- López-Otálvaro, Gatsby. *Paleoceanografía de los sectores tropicales en los océanos Pacífico oriental y Atlántico occidental durante los últimos ciclos climáticos* (Salamanca: Universidad de Salamanca, Tesis Doctoral, 2008).
- Pabón Caicedo, José Daniel. "El Clima de Colombia durante los siglos XVI-XIX a partir de Material Histórico. Parte I: Inventario de Fuentes de Información" *Cuadernos de Geografía* n° 15 (2008), pp. 75-92.
- Parker, David E., Tim P. Legg y Chris K. Folland. "A new daily Central England Temperature series 1772-1991" *International Journal of Climatology* Vol. 12 n° 4 (1992), pp. 317-342.
- Paz Pellat, Fernando y Heriberto Díaz Solís. "Relaciones entre la precipitación, producción de biomasa e índices espectrales de la vegetación: alcances y limitaciones" *Terra Latinoamericana* Vol. 36 n° 2 (2018), pp. 153-168.
- Peixoto, José P. y Abraham H. Oort. *Physics of Climate* (New York: Springer, 1992).
- Perc, Matjaž. "Introducing nonlinear time series analysis in undergraduate courses" *FISIKA A (Zagreb)* Vol. 15 n° 2 (2006), pp. 91-112.
- Petit, Jean-Robert, et al. "Climate and atmospheric history of the past 420,000 years from the Vostok ice core, Antarctica" *Nature* Vol. 399 n° 6735 (1999), pp. 429-436.
- Petkov, Boyan H. "Difficulties in detecting chaos in a complex system" *Applied Mathematics and Computation* Vol. 260 n° 1 (2015), pp. 35-47.
- Posso, Fausto. "El agujero en la capa de ozono: origen, evolución y estado actual" *Geoenseñanza* Vol. 4 n° 1 (1999), pp. 157-189.
- Prieto, M. del Rosario y Facundo Rojas. "Climate History in Latin America". En: Sam White, Christian Pfister y Franz Mauelshagen (Eds.). *The Palgrave Handbook of Climate History* (London: Palgrave Macmillan, 2018), pp. 213-224.
- Prieto, María del Rosario. "Climatología". En: *Diccionario Histórico de las Ciencias de la Tierra en la Argentina* (Rosario: Prohistoria Ediciones, 2016), pp. 117-119.

- Qu, Jian, et al. "Non-linear analyses of temperature oscillations in a closed-loop pulsating heat pipe" *International Journal of Heat and Mass Transfer* Vol. 52 ns° 15-16 (2009), pp. 3481-3489.
- Raman, Anantanarayanan, B. N. Goswami y Anantharaman Chandrasekar. "Lyapunov exponents and predictability of the tropical coupled ocean-atmosphere system" *Current Science Association* Vol. 68 n° 9 (1995), pp. 946-950.
- Ruelle, D. "Deterministic chaos: The science and the fiction" *Proc. Royal Soc. Lond. A* 427 (1990), pp. 241-248.
- Schimel, David. *Climate and Ecosystems* (New Jersey: Princeton University, 2013).
- Sen, Pranab Kumar. "Estimated of the regression coefficient based on Kendall's Tau" *Journal of the American Statistical Association* Vol. 63 n° 324 (1968), pp. 1379-1389.
- Sievers, Hellmuth. *La Oceanografía en Chile: Historia de un desarrollo imperativo* (Valparaíso: Comité Oceanográfico Nacional, Servicio Hidrográfico y Oceanográfico de la Armada de Chile, 2018).
- Solano-Chaves, Flora J. *El clima, la Historia Natural y las instituciones estatales en Costa Rica: el caso de la Oficina de Estadística (1860-1888)* (Programa Estudios Sociales de la Ciencia, la Técnica y el Medio Ambiente, Universidad de Costa Rica, 2012).
- Song, Zhen, et al. "Long-term record of top-of-atmosphere albedo over land generated from AVHRR data" *Remote Sensing of Environment* n° 211 (2018), pp. 71-88.
- Steffen, Will, et al. "The emergence and evolution of Earth System Science" *Nature Reviews Earth & Environment* n° 1 (2020), pp. 54-63.
- Stoop, Ruedi y Jürgen Parisi. "Calculation of Lyapunov exponents avoiding spurious elements" *Physica D* Vol. 50 n° 1 (1991), pp. 89-94.
- Stott, Lowell D., M. Neumann y Doug Hammond. "Intermediate water ventilation on the northeastern Pacific margin during the late Pleistocene inferred from benthic foraminiferal $\delta^{13}C$ " *Paleoceanography* Vol. 15 n° 2 (2000), pp. 161-169.
- Theil, Henri. "A rank-invariant method of linear and polynomial regression analysis. I, II, III" *Nederl. Akad. Wetensch. Proc.* n° 53 (1950), pp. 386-392, 521-525 y 1397-1412.
- Theiler, James, et al. "Testing for nonlinearity in time series: the method of surrogate data" *Physica D* Vol. 58 ns° 1-4 (1992), pp. 77-94.
- Timmermann, Alex, Jin Fei-Fei y Abshagen Jan. "A nonlinear theory for El Niño bursting" *Journal of the Atmospheric sciences* Vol. 60 n° 1 (2003), pp. 152-165.
- Tsonis, Anastasios A., James Brian Elsner y K. P. Georgakakos. "Estimating the Dimension of the Weather and Climate Attractors: Important Issues about the Procedure and Interpretation" *Bull Amer Meteorol Soc.* Vol. 50 n° 15 (1993), pp. 2549-2555.
- Urey, Harold C. "The thermodynamic properties of isotopic substances" *Journal of Chemical Society* (1947), pp. 562-581.
- Van Geen, Alexander, et al. "On the preservation of laminated sediments along the western margin of North America" *Paleoceanography and Paleoclimatology* Vol. 18 n° 4 (2003), pp. 1-17.
- Wang, Shuangfeng F., Mosdorf Romuald y Shoji Masahiro. "Nonlinear analysis on fluctuation feature of two-phase flow through a T-junction" *International Journal of Heat and Mass* Vol. 46 n° 9 (2003), pp. 1519-1528.

Weedon, Graham P. *Time Series Analysis and Cyclostratigraphy* (Cambridge: Cambridge University, 2003).

Wilcox, Rand R. *Fundamentals of Modern Statistical Methods: Substantially Improving Power and Accuracy* (New York: Springer Science and Business Media, 2001).

Wolf, Alan. "Quantifying chaos with Lyapunov exponents" *Chaos* n° 16 (1986), pp. 285-317.

Zalasiewicz, Jan, et al. "Scale and diversity of the physical technosphere: A geological perspective" *The Anthropocene Review* Vol. 4 n° 1 (2017), pp. 9-22.

¹ Will Steffen, et al. "The emergence and evolution of Earth System Science" *Nature Reviews Earth & Environment* n° 1 (2020), pp. 54-63.

² José P. Peixoto y Abraham H. Oort. *Physics of Climate* (New York: Springer, 1992), p. 538.

³ Jan Zalasiewicz, et al. "Scale and diversity of the physical technosphere: A geological perspective" *The Anthropocene Review* Vol. 4 n° 1 (2017), pp. 9-22; Carsten Herrmann-Pillath. "The case for a new discipline: technosphere science" *Ecological Economics* n° 149 (2018), pp. 212-225.

⁴ Peixoto y Oort (1992), p. 538; T. M. Cronin. *Principles of Paleoclimatology* (New York: Cambridge University Press, 1999), pp. 11-13 y 79-94.

⁵ Graham Cogley, J. "Area of the ocean" *Marine Geodesy* Vol. 35 n° 4 (2012), pp. 379-388.

⁶ Dennis L. Hartmann. *Global Physical Climatology* (Oxford: Elsevier, 2016), pp. 17-20.

⁷ Anthony G. Coates y Robert F. Stallard. "How old is the Isthmus of Panama" *Bulletin of Marine Science* Vol. 89 n° 3 (2013), pp. 801-813.

⁸ Edward A. Keller y Robert H. Blodgett. *Riesgos naturales: procesos de la tierra como riesgos, desastres y catástrofes* (Madrid: Pearson Prentice Hall, 2007), pp. 210-217.

⁹ John Grotzinger, Thomas H. Jordan y Frank Press. *Understanding earth* (London: Macmillan, 2010), pp. 400-416.

¹⁰ Hartmann (2016), p. 22.

¹¹ IPCC. *Calentamiento global de 1,5 °C: Resumen para responsables de políticas* (Berna: Grupo Intergubernamental de Expertos sobre el Cambio Climático, 2019).

¹² IPCC (2019), p. 6.

¹³ Juan Carlos Castilla. "Cambios Climáticos y los seres humanos: ayer, hoy y mañana". En: Juan Carlos Castilla, et al. (Eds.). *Cambio climático en Chile: Ciencia, Mitigación y Adaptación* (Santiago: Ediciones UC, 2019), pp. 461-476

¹⁴ Robert A. Dull, et al. "The Columbian encounter and the Little Ice Age: Abrupt land use change, fire and green house forcing" *Annals of the American Association of Geographers* Vol. 100 n° 4 (2010), pp. 755-771; Simon L. Lewis y Mark A. Maslin. "Defining the Anthropocene" *Nature* n° 519 (2015), pp. 171-180.

¹⁵ Sydney Chapman. "A theory of upper atmospheric layer" *Memory Royal Society* n° 3 (1930), pp. 103-109.

¹⁶ Fausto Posso. "El agujero en la capa de ozono: origen, evolución y estado actual" *Geenseñanza* Vol. 4 n° 1 (1999), pp. 157-189.

¹⁷ Edward N. Lorenz. *The Essence of Chaos* (Seattle: University of Washington Press, 1993), pp. 88-121.

¹⁸ Gordon Manley. "Central England temperatures: monthly means 1659 to 1973" *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* n° 100 (1974), pp. 389-405; David E. Parker, Tim P. Legg y Chris K. Folland. "A new daily Central England Temperature series 1772-1991" *International Journal of Climatology* Vol. 12 n° 4 (1992), pp. 317-342.

¹⁹ Raymond S. Bradley y Philip D. Jones (Eds.). *Climate since AD 1500* (London: Psychology Press, 1995), pp. 155-170.

²⁰ Philip Brohan, et al. "Uncertainty estimates in regional and global observed temperature changes: a new dataset from 1850" *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* Vol. 111 n° 12 (2006), D12106, p. 1.

²¹ Laurence C. Breaker, et al. *Reconstructing an 83-year time series of daily sea surface temperature at Pacific Grove, California* (California: Scripps Institution of Oceanography Library, 2005), pp. 3-46.

²² María del Rosario Prieto. "Climatología". En: *Diccionario Histórico de las Ciencias de la Tierra en la Argentina* (Rosario: Prohistoria Ediciones, 2016), pp. 117-119.

²³ Prieto (2016), pp. 117-119.

²⁴ M. del Rosario Prieto y Facundo Rojas. "Climate History in Latin America". En: Sam White, Christian Pfister y Franz Mauelshagen (Eds.). *The Palgrave Handbook of Climate History* (London: Palgrave Macmillan, 2018), pp. 213-224.

- ²⁵ José Daniel Pabón Caicedo. “El Clima de Colombia durante los siglos XVI-XIX a partir de Material Histórico. Parte I: Inventario de Fuentes de Información” *Cuadernos de Geografía* n° 15 (2008), pp. 75-92.
- ²⁶ Flora J. Solano-Chaves. *El clima, la Historia Natural y las instituciones estatales en Costa Rica: el caso de la Oficina de Estadística (1860-1888)* (Programa Estudios Sociales de la Ciencia, la Técnica y el Medio Ambiente, Universidad de Costa Rica, 2012).
- ²⁷ Prieto y Rojas (2018), pp. 213-224.
- ²⁸ Ernesto Jáuregui Ostos. *El Clima de la Ciudad de México* (México D.F.: Plaza y Valdés Editores, 2000), pp. 23-29.
- ²⁹ Prieto y Rojas (2018), pp. 213-214.
- ³⁰ DMC. *Aniversario N° 136 Dirección Meteorológica de Chile* (Santiago: Dirección General de Aeronáutica Civil, 2020).
- ³¹ Hellmuth Sievers. *La Oceanografía en Chile: Historia de un desarrollo imperativo* (Valparaíso: Comité Oceanográfico Nacional, Servicio Hidrográfico y Oceanográfico de la Armada de Chile, 2018), pp. 45-49.
- ³² Zhen Song, et al. “Long-term record of top-of-atmosphere albedo over land generated from AVHRR data” *Remote Sensing of Environment* n° 211 (2018), pp. 71-88.
- ³³ Fernando Paz Pellat y Heriberto Díaz Solís. “Relaciones entre la precipitación, producción de biomasa e índices espectrales de la vegetación: alcances y limitaciones” *Terra Latinoamericana* Vol. 36 n° 2 (2018), pp. 153-168.
- ³⁴ Robert J. W. Brewin, et al. “Evaluating operational AVHRR sea surface temperature data at the coastline using surfers” *Estuarine, Coastal and Shelf Science* Vol. 196 n° 5 (2017), pp. 276-289.
- ³⁵ Rafael García Cueto. “Los sensores remotos y su aplicación en la meteorología: Un estudio de caso”. En: *XVI Congreso Mexicano de Meteorología, Edición Internacional*, Vol. 12 (Veracruz: Organización Mexicana de Meteorólogos, 2007), pp. 1-10.
- ³⁶ J. David Neelin. *Climate Change and Climate Modeling* (Cambridge: Cambridge University Press, 2011), pp. 151-157.
- ³⁷ David Schimel. *Climate and Ecosystems* (New Jersey: Princeton University, 2013), pp. 11-157.
- ³⁸ Harold C. Urey. “The thermodynamic properties of isotopic substances” *Journal of Chemical Society* (1947), pp. 562-581.
- ³⁹ Gatsby López-Otálvaro. *Paleoceanografía de los sectores tropicales en los océanos Pacífico oriental y Atlántico occidental durante los últimos ciclos climáticos* (Salamanca: Universidad de Salamanca, Tesis Doctoral, 2008), pp. 79-207.
- ⁴⁰ Robert E. Criss. *Principles of Stable Isotope Distribution* (Oxford: Oxford University Press, 1999), pp. 89-129.
- ⁴¹ Lorraine E. Lisiecki y Maureen E. Raymo. “A Plio-Pleistocene Stack of 57 Globally Distributed Benthic $\delta^{18}\text{O}$ Records” *Paleoceanography* Vol. 20 n° 1 (2005), pp. 1-17; López-Otálvaro (2008), pp. 2-5.
- ⁴² James P. Kennett. *Marine Geology* (New Jersey: Prentice-Hall, 1982), p. 105.
- ⁴³ Jean-Robert Petit, et al. “Climate and atmospheric history of the past 420,000 years from the Vostok ice core, Antarctica” *Nature* Vol. 399 n° 6735 (1999), pp. 429-436.
- ⁴⁴ Ingrid L. Hendy y James P. Kennett. “Latest Quaternary North Pacific surface-water responses imply atmosphere-driven climate instability” *Geology* Vol. 27 n° 4 (1999), pp. 291-294; Ingrid L. Hendy, et al. “Apparent synchronicity of submillennial scale climate events between Greenland and Santa Barbara Basin, California from 30-10 ka” *Quaternary Science Reviews* Vol. 21 n° 10 (2002), pp. 1167-1184.
- ⁴⁵ Hendy, et al. (2002), pp. 1167-1184; Ingrid L. Hendy y Tom F. Pedersen. “Is pure water oxygen content decoupled from productivity on the California Margin? Trace element results from Ocean Drilling Program Hole 1017E, San Lucia slope, California” *Paleoceanography* Vol. 20 n° 4 (2005), pp. 1-12.
- ⁴⁶ Edwin Emmer y Robert C. Thunell. “Nitrogen isotope variations in Santa Barbara Basin sediments: Implications for denitrification in the eastern tropical North Pacific during the last 50,000 years” *Paleoceanography* Vol. 15 n° 4 (2000), pp. 377-387; Hendy y Pedersen (2005), pp. 1-12.
- ⁴⁷ Kevin G. Cannariato, James P. Kennett y Richard J. Behl. “Biotic response to late Quaternary climate flickers in the Santa Barbara Basin: Ecological and evolutionary implications” *Geology* Vol. 27 n° 1 (1999), pp. 63-66; Petit, et al. (1999), pp. 429-436.
- ⁴⁸ Hendy y Kennett (1999), pp. 291-294.
- ⁴⁹ Lowell D. Stott, M. Neumann y Doug Hammond. “Intermediate water ventilation on the northeastern Pacific margin during the late Pleistocene inferred from benthic foraminiferal $\delta^{13}\text{C}$ ” *Paleoceanography* Vol. 15 n° 2 (2000), pp. 161-169.
- ⁵⁰ Hendy y Pedersen (2005), pp. 1-12; Alexander Van Geen, et al. “On the preservation of laminated sediments along the western margin of North America” *Paleoceanography and Paleoclimatology* Vol. 18 n° 4 (2003), pp. 1-17.
- ⁵¹ Emmer y Thunell (2000), pp. 377-387.

-
- ⁵² Joseph D. Ortiz, et al. "Enhanced marine productivity off western North America during warm climate intervals of the past 52 kyr" *Geology* Vol. 32 n° 6 (2004), pp. 521-524; Petit, et al. (1999), pp. 429-436.
- ⁵³ Lakshmi H. Kantha y Carol Anne Claryson. "Numerical Models of Oceans and Oceanic Processes" *International Geophysic Series* n° 66 (San Diego: Academic Press, 2000), pp. 144-148.
- ⁵⁴ Nicolás Bambach, David Morales-Moraga y Francisco Meza. "Modelación Climática". En: Juan Carlos Castilla, et al. (Eds.). *Cambio climático en Chile: Ciencia, Mitigación y Adaptación* (Santiago: Ediciones UC, 2019), pp. 57-69.
- ⁵⁵ Bambach, Morales-Moraga y Meza (2019), pp. 57-69.
- ⁵⁶ Neelin (2011), pp. 145-191.
- ⁵⁷ Eugenia Kalnay, et al. "The NCEP/NCAR 40-year Reanalysis Project" *Bulletin of the American Meteorological Society* Vol. 77 n° 3 (1996), pp. 437-471; Dick P. Dee, et al. "The ERA-Interim reanalysis: configuration and performance of the data assimilation system" *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* Vol. 137 n° 656 (2011), pp. 553-597.
- ⁵⁸ Hartmann (2016), p. 298.
- ⁵⁹ Bambach, et al. (2019), pp. 57-69.
- ⁶⁰ Robert J. Hijmans, et al. "Very high resolution interpolated climate surfaces for global land areas" *International Journal of Climatology* Vol. 25 n° 15 (2005), pp. 1965-1978.
- ⁶¹ Hijmans, et al. (2005), pp. 1965-1978.
- ⁶² Bambach, et al. (2019), pp. 57-69.
- ⁶³ Nebojsa Nakicenovic, et al. *Special report on emissions scenarios (SRES), a special report of Working Group III of the intergovernmental panel on climate change* (Cambridge: Cambridge University Press, 2000), p. 4.
- ⁶⁴ Chris Chatfield. *Time-series forecasting* (Boca Raton: CRC press, 2000), pp. 13-24.
- ⁶⁵ Henri Theil. "A rank-invariant method of linear and polynomial regression analysis. I, II, III" *Nederl. Akad. Wetensch. Proc.* n° 53 (1950), pp. 386-392, 521-525 y 1397-1412; Pranab Kumar Sen. "Estimated of the regression coefficient based on Kendall's Tau" *Journal of the American Statistical Association* Vol. 63 n° 324 (1968), pp. 1379-1389.
- ⁶⁶ Rand R. Wilcox. *Fundamentals of Modern Statistical Methods: Substantially Improving Power and Accuracy* (New York: Springer Science and Business Media, 2001), pp. 29-45.
- ⁶⁷ Robert L. Devaney. *An introduction to Chaotic Dynamical System* (Redwood City, California: Addison-Wesley, 1989), pp. 23-25.
- ⁶⁸ Graham P. Weedon. *Time Series Analysis and Cyclostratigraphy* (Cambridge: Cambridge University, 2003), pp. 1-48.
- ⁶⁹ Alfredo Medio. *Chaotic Dynamics. Theory and Applications to Economics* (Cambridge: Cambridge University Press, 1992), pp. 1-344; Weedon (2003), pp. 1-48.
- ⁷⁰ Alan Wolf. "Quantifying chaos with Lyapunov exponents" *Chaos* n° 16 (1986), pp. 285-317.
- ⁷¹ Conor Mayo-Wilson. "Structural Chaos" *Philosophy of Science* Vol. 82 n° 5 (2015), pp. 1236-1247; Anantanarayanan Raman, B. N. Goswami y Anantharaman Chandrasekar. "Lyapunov exponents and predictability of the tropical coupled ocean-atmosphere system" *Current Science Association* Vol. 68 n° 9 (1995), pp. 946-950; Ruedi Stoop y Jürgen Parisi. "Calculation of Lyapunov exponents avoiding spurious elements" *Physica D* Vol. 50 n° 1 (1991), pp. 89-94.
- ⁷² Raman, et al. (1995), pp. 946-950.
- ⁷³ Anna Krakovská, Kristina Mezeiová y Hana Budáková. "Use of False Nearest Neighbours for Selecting Variables and Embedding Parameters of State Space Reconstruction" *Journal of Complex Systems* ID 932750 (2015), pp. 1-12.
- ⁷⁴ Matthew B. Kennel, Reggie Brown y Henry D. Abarbanel. "Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical" *Physical Review A* Vol. 45 n° 6 (1992), pp. 3403-3411.
- ⁷⁵ Holger Kantz. "A robust method to estimate the maximal Lyapunov exponent of a time series" *Physics Letters A* Vol. 185 n° 1 (1994), pp. 77-87.
- ⁷⁶ Jan Awrejcewicz, et al. "Quantifying Chaos by Various Computational Methods. Part 1: Simple Systems" *Entropy* Vol. 20 n° 175 (2018), pp. 2-28.
- ⁷⁷ Kantz Holger y Thomas Schreiber. *Nonlinear Time Series Analysis* (Cambridge: Cambridge University Press, 2004), pp. 65-69.
- ⁷⁸ Matjaž Perc. "Introducing nonlinear time series analysis in undergraduate courses" *FISIKA A (Zagreb)* Vol. 15 n° 2 (2006), pp. 91-112.
- ⁷⁹ Remo Baddi y Antonio Politi. "Statistical description of chaotic attractors: The dimension Function" *Journal of Statistical Physics* n° 40 (1985), pp. 725-750.
- ⁸⁰ Peter Grassberger y Procaccia Itamar. "Characterization of strange attractors" *Physical Review Letters* Vol. 50 n° 5 (1983), pp. 448-451.

- ⁸¹ David S. Broomhead y Gregory P. King. "Extracting qualitative dynamics from experimental data" *Physica*, 20D (1986), pp. 217-236.
- ⁸² Joachim Holzfuss y Gottfried Mayer-Kress. "An approach to error-estimation in the application of dimension algorithms, Dimensions and Entropies". En: Gottfried Mayer-Kress (Ed.). *Chaos Systems* (Berlin: Springer-Verlag, 1986), pp. 114-122.
- ⁸³ Elizabeth Bradley y Holger Kantz. "Nonlinear time-series analysis revisited" *Chaos* Vol. 25 n° 9 (2015), pp. 1.11.
- ⁸⁴ Shuangfeng F. Wang, Mosdorf Romuald y Shoji Masahiro. "Nonlinear analysis on fluctuation feature of two-phase flow through a T-junction" *International Journal of Heat and Mass* Vol. 46 n° 9 (2003), pp. 1519-1528; Jian Qu, et al. "Non-linear analyses of temperature oscillations in a closed-loop pulsating heat pipe" *International Journal of Heat and Mass Transfer* Vol. 52 ns° 15-16 (2009), pp. 3481-3489.
- ⁸⁵ Qu, et al. (2009), pp. 3481-3489.
- ⁸⁶ James Theiler, et al. "Testing for nonlinearity in time series: the method of surrogate data" *Physica D* Vol. 58 ns° 1-4 (1992), pp. 77-94.
- ⁸⁷ Stephen J. Guastello y Robert A. M. Gregson (Eds.). *Nonlinear Dynamical Systems Analysis for the Behavioral Sciences Using Real Data* (Boca Raton: CRC Press, 2011), pp. 73-102.
- ⁸⁸ Rainer Hegger, Holger Kantz y Thomas Schreiber. "Practical implementation of nonlinear time series methods: The TISEAN package" *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science* Vol. 9 n° 2 (1999), pp. 1-27; J. Dasan, et al. "Stress fluctuations in sheared Stokesian suspensions" *Physical Review* Vol. 66 n° 2 (2002), pp. 1-14.
- ⁸⁹ Dasan, et al. (2002), pp. 1-14.
- ⁹⁰ Theiler, et al. (1992), pp. 77-94.
- ⁹¹ Theiler, et al. (1992), pp. 77-94; Boyan H. Petkov. "Difficulties in detecting chaos in a complex system" *Applied Mathematics and Computation* Vol. 260 n° 1 (2015), pp. 35-47.
- ⁹² Qu, et al. (2009), pp. 3481-3489.
- ⁹³ Alex Timmermann, Jin Fei-Fei y Abshagen Jan. "A nonlinear theory for El Niño bursting" *Journal of the Atmospheric sciences* Vol. 60 n° 1 (2003), pp. 152-165.
- ⁹⁴ D. Ruelle. "Deterministic chaos: The science and the fiction" *Proc. Royal Soc. Lond. A* 427 (1990), pp. 241-248.
- ⁹⁵ Anastasios A. Tsonis, James Brian Elsner y K. P. Georgakakos. "Estimating the Dimension of the Weather and Climate Attractors: Important Issues about the Procedure and Interpretation" *Bull Amer Meteorol Soc.* Vol. 50 n° 15 (1993), pp. 2549-2555.

Las opiniones, análisis y conclusiones del autor o los autores son de su responsabilidad y no necesariamente reflejan el pensamiento de *Revista Estudios Hemisféricos y Polares*.

La copia y reproducción parcial o total de este artículo se encuentra autorizada, siempre que no sea para fines comerciales y se reconozca y mencione al autor o autores y a *Revista Estudios Hemisféricos y Polares*.

Los artículos publicados en *Revista Estudios Hemisféricos y Polares* se encuentran bajo licencia Creative Commons CC BY-NC-SA 3.0 CL.

