

RECYT

Año 22 / N° 34 / 2020 / 77–84

Registros semióticos de representación en el tratamiento del crecimiento y concavidad de una función

Semiotic registers of representation in the treatment of the growth and concavity of a function

Graciela C. Lombardo¹, Velma M. Benítez¹, Lucas J. Domínguez¹,
René M. Skrypczuk¹, Liliana R. Pagnoni¹

1- Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Misiones, Ruta 12 Km 7 ½

CP 3304, Miguel Lanús, Misiones, Argentina.

* E-mail: gracielalombardo@gmail.com

Recibido: 03/08/2020; Aprobado: 28/10/2020

Resumen

El propósito del presente trabajo fue identificar los registros semióticos de representación en el tratamiento del crecimiento y concavidad de una función en relación a la función derivada. Se tomaron como objeto de estudio evaluaciones del primer y segundo cuatrimestre, de la asignatura Análisis Matemático de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Misiones, ambas del año 2019.

Se llevaron a cabo dos etapas claramente diferenciadas entre sí, aunque complementarias. En la primera se analizaron los registros de representación empleados en el primer parcial del primer cuatrimestre, con relación al tema abordado. En tanto que en la segunda etapa se implementó, en un primer momento, una secuencia didáctica diseñada a efectos de promover el mayor uso de registros en el abordaje temático; y en un segundo momento analizar el uso de registros semióticos de representación en dos grupos de alumnos de una misma comisión.

Este trabajo propició herramientas para repensar la práctica docente y generar actividades que promuevan el uso de diferentes registros semióticos de representación a efecto que estén presentes para la resolución de actividades, aún diferentes a las realizadas comúnmente.

Palabras clave: Registros semióticos de representación; Función derivada; Crecimiento, Concavidad; GeoGebra

Abstract

The purpose of this work was to identify the semiotic registers of representation in the treatment of the growth and concavity of a function in relation to the derived function. Assessments from the first and second semester 2019 of the subject Mathematical Analysis of the Faculty of Economic Sciences of the National University of Misiones were taken as study object.

Two clearly differentiated, though complementary, stages were carried out. In the first, the representation records used in the first part of the first four-month period were analyzed. In the second stage, a didactic sequence designed to promote the greater use of registers in the thematic approach was first implemented; and in a second phase, the use of semiotic representation registers was analyzed within two teams of students from the same instructional grouping.

This work provided tools to rethink our teaching practice and to generate activities that would promote the use of different semiotic registers of representation, so that they are present for solving activities, even for the ones that may differ from those that are generally implemented.

Keywords: Semiotic representation registers; Derived function; Growth; Concavity; GeoGebra

Introducción

El presente artículo es un avance del proyecto de investigación “Análisis de la incidencia en el razonamiento visual del software GeoGebra en el proceso de enseñanza y aprendizaje del Cálculo”, de la Facultad de Ciencias Económicas (FCE) de la Universidad Nacional de Misiones

(UNaM), aprobado según Resolución CD N° 009/19 (16/E1007-PI).

En el marco de la enseñanza universitaria, y en particular en Cálculo, los docentes buscan diversos métodos que mejoren la calidad del proceso de enseñanza y aprendizaje. Por tal motivo se recurre a la investigación educativa para que, mediante la adecuación del conocimiento específico,

este sea transferido efectivamente a los educandos. Un punto álgido para lograr este cometido es propender la integración y el compromiso de los estudiantes en ese proceso, ya como actores fundamentales y no como meros receptores de contenidos.

La investigación exploratoria se realizó en la Cátedra Análisis Matemático de las carreras Contador Público, Licenciatura en Administración de Empresas y Licenciatura en Economía, de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Misiones, durante los dos cuatrimestres del año 2019. El objeto de estudio fueron las evaluaciones de los estudiantes de dos comisiones del mencionado período.

El propósito de esta etapa de investigación fue determinar cuáles son los registros semióticos de representación utilizados por los estudiantes en el tratamiento de la relación existente entre el crecimiento y concavidad de una función con su función derivada.

La motivación para realizar este trabajo emerge de observar, año a año, dificultades en la interpretación de la relación existente entre los intervalos de crecimiento, decrecimiento, concavidad y convexidad de una función y las características intrínsecas de la función derivada. Sumado a este inconveniente está, en muchos alumnos, el manejo escaso de registros semióticos de representación en los diversos conceptos del Cálculo Diferencial, y el tratado en esta oportunidad no es la excepción.

Marco teórico

Las representaciones semióticas son las “producciones constituidas por el empleo de signos que pertenecen a un sistema de representación, el cual tiene sus propias limitaciones de significado y de funcionamiento” [1]

Por ser entes abstractos, los objetos matemáticos son visualizados mediante representaciones semióticas diversas. Una función o una relación funcional puede expresarse mediante un conjunto infinito de pares ordenados, de forma tabular, a través de una gráfica, etc. [2]

En toda actividad matemática se recurre a la transformación de signos dentro de sistemas semióticos culturalmente dados, por lo tanto, el aprendizaje de las matemáticas intrínsecamente es, ante todo, una actividad semiótica. Para comprender el uso de signos se debe tener en cuenta la actividad reflexiva mediada que subyace a la coordinación de sistemas semióticos, esto es, a las configuraciones cognitivas que son activadas por dichos sistemas de prácticas. [3]

Una teoría que permite caracterizar el trabajo matemático vinculado a las funciones es el enfoque cognitivo basado en los registros de representaciones semióticas de Duval (1995). El mismo plantea que la conceptualización se logra cuando el estudiante es capaz de recurrir a varios registros de representación semiótica, como ser: gráficos, símbolos, íconos, tablas, expresiones en lenguaje natural,

etc. Aunque se ha determinado que los alumnos poseen dificultades en la conversión entre diferentes registros de representación, hasta en algunos casos imposible de ser realizada [1]. [2]

Las representaciones cumplen funciones como mediar con los objetos matemáticos y el entendimiento de los conceptos abordados.

En particular, lo que se refiere a representaciones ostensivas que están vinculadas al concepto de función, pueden clasificarse en expresión verbal, tabla, gráfica y expresión analítica [4] [5].

La representación verbal se relaciona con la capacidad lingüística de las personas, y es básica para interpretar y relacionar las otras tres; la representación en forma de tabla se relaciona con el pensamiento numérico; la representación gráfica se conecta con las potencialidades conceptualizadoras de la visualización y se relaciona con la geometría y la topología; mientras que la expresión analítica se conecta con la capacidad simbólica y se relaciona principalmente con el álgebra. [5]

Las transformaciones entre representaciones pueden ser el tratamiento de una representación que es la transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formulada y la conversión de una representación que es la transformación de la representación en otra representación de otro registro, en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial. [6]

Las habilidades que requieren los alumnos para realizar las transformaciones en un mismo registro o conversiones entre diferentes registros se muestran en la Tabla 1 [4]. Con el paso de una a otra representación se amplía y reorganiza la información presente en la representación de salida.

Tabla 1: Habilidades requeridas en las transformaciones entre registros semióticos de representación

		Hasta			
		Descripción verbal	Tabla de datos	Gráfico cartesiano	Expresión algebraica
Desde	Descripción verbal	Describir	Medir	Esbozar	Modelizar
	Tabla de datos	Leer	Modificar	Dibujar	Ajustar
	Gráfico cartesiano	Interpretar	Leer	Variar (escala o unidades)	Ajustar
	Expresión algebraica	Reconocer parámetros	Calcular	Dibujar	Transformar

Resulta fructífero que los estudiantes realicen las transformaciones entre todas las formas de representación (incluso dentro de una misma forma), aunque la incorporación de software matemático, al proceso de enseñanza y aprendizaje, imprime el riesgo de facilitar o automatizar algunas de ellas. De aquí la conveniencia de posibilitar la transformación entre el registro gráfico y la expresión simbólica [5].

Materiales y métodos

La investigación exploratoria efectuada tomó como objeto de estudio las evaluaciones de los alumnos de la asignatura Análisis Matemático, de las Carreras de grado (Contador Público, Licenciatura en Administración de Empresas y Licenciatura en Economía) de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Misiones. Esta exploración corresponde a dos cursos del ciclo lectivo 2019, uno al primer cuatrimestre (doble cursado) y otros dos al segundo cuatrimestre (cursado normal). En ambos casos se centró el análisis sobre los conceptos relativos a crecimiento, decrecimiento, concavidad y convexidad de una función.

Se pueden reconocer dos etapas en este período de investigación, las cuales atañen y tienen como propósito la identificación del uso de registros semióticos de representación en la resolución de actividades propias de exámenes parciales del primer cuatrimestre del año 2019, como también en el segundo cuatrimestre del mismo año.

A tal efecto, se adaptó la Tabla 1 incorporando dos columnas a cada una de las existentes, donde con el fin de indicar si la respuesta en esa transformación o conversión, según corresponda, está bien (B), regular (R), mal (M) o no responde (N) (Ver Tabla 2).

En tal sentido, los significados de las calificaciones refieren a la forma en que el estudiante realizó los tratamientos en los registros semióticos de representación. En particular se consideró regular (R) a una transformación que tiene algún error en el proceso resolutorio, ya sea gráfico, tabular o analítico, pero no es incorrecto en su totalidad.

Cabe aclarar que, en el proceso investigativo, se completó una tabla por cada examen escudriñado.

Tabla 2: Calificaciones de habilidades de las transformaciones entre registros semióticos de representación

		Hasta																	
		Descripción verbal				Tabla de datos				Gráfico cartesiano				Expresión algebraica					
		B	R	M	N	B	R	M	N	B	R	M	N	B	R	M	N		
Desde	Descripción verbal																		
	Tabla de datos																		
	Gráfico cartesiano																		
	Expresión algebraica																		

Primera etapa: Teniendo en cuenta que la conceptualización, en Matemática, se logra cuando el estudiante es capaz de recurrir a varios registros semióticos de representación, y ante la experiencia docente de observar inconvenientes, incluso fracasos, en el abordaje de esta temática, es que se planteó el propósito de identificar cuáles son los registros que usualmente utilizan los alumnos en las resoluciones de actividades inherentes a estos conceptos.

Esta etapa transcurrió durante el primer cuatrimestre del año 2019. El equipo de investigación identificó en las resoluciones de una actividad del primer examen parcial (Figura 1), efectuadas por los alumnos cursantes, cuáles fueron los registros de representación utilizados, así como las transformaciones de las representaciones dentro de un mismo registro, y la conversión de representaciones en otras de otros registros.

Dada la función $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$, indicar cuáles son los intervalos de crecimiento, decrecimiento, concavidad y convexidad. Graficar.

Figura 1: Actividad del primer parcial del primer cuatrimestre 2019.

Segunda etapa: Esta aconteció durante el segundo cuatrimestre del año 2019; se llevaron a cabo dos subetapas diferentes, aunque complementarias:

Primera subetapa: Teniendo en cuenta que el uso de la mayor cantidad de representaciones semióticas posibilita la mediación entre los objetos matemáticos y el entendimiento de los conceptos abordados, es que el equipo de investigación decidió diseñar un instrumento que genere la intervención y uso de una mayor cantidad de registros posibles.

Es así que, se diseñó una secuencia didáctica referida al tema en cuestión (Figura 2).

Se pensó este instrumento a los efectos de promover el mayor uso de registros semióticos de representación en el abordaje temático, a través de la utilización de GeoGebra. A tal efecto, los estudiantes deberían asistir con notebook o netbook o bien con Smartphone con el software GeoGebra instalado.

Cabe destacar que, entre las características con las que cuenta GeoGebra están las diferentes vistas, las cuales se actualizan sincrónicamente a medida que se introducen modificaciones en cualquiera de ellas, en este caso la función y la recta tangente tratadas en la secuencia. Las vistas que dispone el software, y que fueron utilizadas con los fines antes aludidos, son: algebraica, gráfica y hoja de cálculo. Estas se corresponden con los registros: analítico, gráfico y tabular, respectivamente. Además, GeoGebra cuenta con recurso de animación que potencian la visualización de las características propias de la función y su relación con la función derivada, en cada uno de los registros semióticos de representación.

Posteriormente se implementó, la mencionada subetapa, en la comisión del turno mañana, durante dos módulos de dos horas reloj cada uno, y los alumnos trabajaron grupalmente.

- Graficar, en GeoGebra, la función $f(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 - 3x$
- Crear el deslizador "a" definido entre -10 y 10
- Generar el punto $P_0(a, f(a))$
- ¿Cuál es el significado de $f(a)$?
- Graficar la recta tangente a la gráfica de f en P_0
- Determinar el valor de la pendiente de la recta tangente en P_0 , y su signo de acuerdo a las coordenadas de P_0 .
- Analizar y determinar las características o comportamiento que posee la función f , en relación al signo de f' .
- ¿Qué puede afirmarse respecto del crecimiento o decrecimiento que tiene la pendiente de la recta tangente de acuerdo a las coordenadas de P_0 ?
- Analizar y determinar las características que posee la función f , en relación al crecimiento o decrecimiento del valor de $f'(a)$.

Figura 2: Actividades de la secuencia didáctica.

Para la ejecución de la secuencia didáctica, se diseñó la Tabla 3, cuyas columnas se completaron sucesivamente a medida que los equipos abordaron los ítems c), d), e), f), g), h), e i) de la actividad 1, respectivamente, para luego, en cada caso, hacer la puesta en común en el pizarrón.

Tabla 3: Registros de la secuencia didáctica.

1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°
a	$f(a)$	$f'(a)$	Signo de $f'(a)$	Característica de f	¿ f' es creciente o decreciente?	Característica de f	Signo de $f''(a)$

Segunda subetapa: El propósito de esta etapa fue determinar la diferencia en la utilización de mayor cantidad de registros semióticos de representación entre los alumnos que asistieron a la secuencia didáctica y los que no. Estos últimos no lo hicieron diversos motivos personales ajenos a la cátedra.

En esta subetapa se estudiaron las actividades resueltas en los exámenes escritos, utilizando como marco de referencia a los autores mencionados precedentemente (Figura 3).

A tal efecto, se tomaron de las evaluaciones del primer parcial las resoluciones de la actividad relativa al tema abordado en el presente. Los exámenes indagados fueron, por un lado, de aquellos alumnos que asistieron a la secuencia didáctica (grupo experimental) y, por otro, de los restantes, de la misma comisión, que no estuvieron presente en esa oportunidad (grupo de control).

Dada la gráfica de f' : a) Indicar los intervalos de crecimiento, puntos críticos, intervalos de concavidad y convexidad y punto de inflexión de f b) Hacer un bosquejo de f

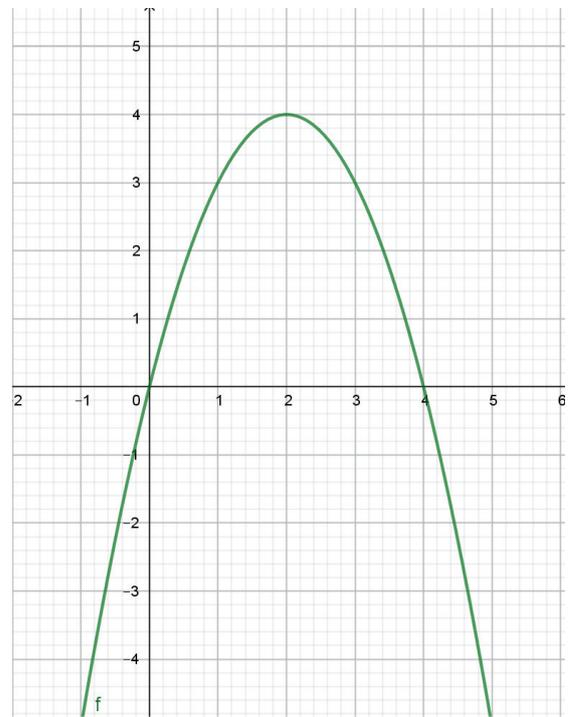


Figura 3: Actividad del primer parcial del segundo cuatrimestre 2019.

Resultados

Primera etapa: La cantidad de alumnos que realizaron el primer parcial del primer cuatrimestre del 2019, respecto de los cuales se llevó a cabo la investigación exploratoria, fue 32.

Tal como fuera indicado en la sección anterior, se procedió a completar la Tabla 2, una por cada examen analizado. En tal sentido, pudo determinarse que los tratamientos dentro de un mismo registro de representación son: verbal, analítico y tabular. Asimismo, se observó que las conversiones entre diferentes registros detectadas fueron: verbal al analítico, tabular a gráfico, analítico a verbal, analítico a tabular, gráfico a verbal, analítico a gráfico y verbal a gráfico.

Para analizar las respuestas, de los estudiantes, se construyeron las Tablas 4 y 5, ambas de doble entrada, en las que se consignaron los tratamientos en un mismo registro y conversiones entre registros diferentes, en función de las calificaciones de las respuestas (bien, regular, mal, o no realiza).

Tabla 4: Cantidad de registros, según calificación por tipo de tratamiento, correspondientes al primer parcial del primer cuatrimestre de 2019.

		Calificación			
		Bien	Regular	Mal	No realiza
Tratamiento	Verbal	12	3	5	12
	Tabular	10	2	3	17
	Analítico	13	7	6	6

Tabla 5: Cantidad de registros, según calificación por tipo de conversión, correspondientes al primer parcial del primer cuatrimestre de 2019.

		Calificación			
		Bien	Regular	Mal	No realiza
Conversión	Verbal a analítico	16	4	5	7
	Tabular a gráfico	11	2	3	16
	Analítico a verbal	8	2	7	15
	Analítico a tabular	3	0	0	29
	Gráfico a verbal	3	0	1	28
	Analítico a gráfico	4	1	0	27
	Verbal a gráfico	3	0	5	24

De la información obtenida, de la Tabla 4, se tiene que el 62,5% de las evaluaciones se observa el tratamiento dentro del registro verbal en las descripciones que realizan sus autores en las conclusiones parciales o finales de la resolución de la actividad.

El 46,88% realizó el tratamiento dentro del registro tabular al hallar las imágenes, a través de la función, de cada punto seleccionado.

El tratamiento realizado dentro del registro algebraico fue evidenciado en un 82,25% de las evaluaciones. En este proceso los estudiantes se abocaron a la búsqueda de puntos críticos, intervalos de crecimiento, decrecimiento, intervalos de concavidad, convexidad y puntos de inflexión.

De los datos recabados de la Tabla 5, pudo inferirse que el 78,13% de los alumnos realizaron conversión del registro verbal al analítico. Esto significa que a partir de la consigna se abocaron a obtener, desde el cálculo diferencial, relaciones que indiquen intervalos de crecimiento, decrecimiento, extremos, intervalos de concavidad y convexidad.

El 50% de los jóvenes procedieron en la conversión del registro tabular al gráfico. En esto se procedió a encontrar el gráfico cartesiano de la función a partir de pares ordenados expresamente seleccionados en una disposición tabular.

El 53,13% de los exámenes mostraron la conversión del registro analítico al verbal. En este proceso, los jóvenes procedieron a describir las características de la función luego de proceder al desarrollo algebraico en el que desplegaron sus conocimientos del cálculo diferencial.

Un 9,36% de los exámenes manifestaban la conversión del registro analítico al tabular, proceso que requirió la habilidad de ir de las conclusiones algebraicas al cálculo de coordenadas de puntos que pertenecen a la gráfica de la función.

El 12,5% realizaron la traducción del registro gráfico al verbal, a efectos de traducir las características de la función. Este es válido para un curso inicial de matemática, en un curso de la Universidad, no en el nivel que el estudiante ya ha adquirido herramientas conceptuales que otorga el cálculo diferencial.

En la conversión del registro analítico al gráfico operaron 15,63% de los estudiantes. Si bien no se observó la presencia de tablas de datos, se infiere que tuvieron que hacer esos cálculos en hoja a parte para lograr la confección deseada.

Finalmente, el 25% procedió a la traducción del registro verbal al gráfico. En este aspecto se supone que el 9,38% graficó en forma correcta, aunque tuvo que recurrir a una tabla de datos en hoja aparte, en tanto que el 15,62% procedió a realizar esbozos incorrectos de la función pretendida.

Segunda etapa: Esta etapa transcurrió durante el segundo cuatrimestre del año 2019, la que, su vez, consta de dos subetapas.

Primera subetapa: Como se manifestó en la sección anterior se diseñó una secuencia didáctica referida al tema abordado, la que consta de dos actividades consignadas en la Figura 2. En fechas acordadas, con el equipo de investigación, se implementó la secuencia didáctica y se trabajó con grupos de al menos tres integrantes. Más precisamente seis equipos de tres y dos de cinco miembros cada uno respectivamente.

Para llevar a cabo la secuencia didáctica los estudiantes debieron asistir con al menos una notebook o netbook con el software GeoGebra instalado, aunque también se dio el caso que algunos alumnos contaban con esta instalación en sus Smartphone.

Se inició el encuentro exponiendo, a través del cañón proyector, y explicando la forma de introducción de la función $f(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 - 3x$, mediante sintaxis específica, al tiempo que los estudiantes lo realizaron en equipo en sus computadoras. Asimismo, se los instruyó en la construcción del deslizador "a", en un rango seteado convenientemente, y la determinación del punto $Po(a, f(a))$, asociado al deslizador.

Se formuló la pregunta ¿Cuál es el significado de $f'(a)$?, y los alumnos respondieron que representa la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto Po . Acto seguido se los invitó a graficar la mencionada tangente (Figura 4).

Cabe destacar que, la gráfica de la función, el punto, el deslizador y la recta tangente muestran sus representaciones tanto en la vista gráfica como en la vista algebraica, virtudes que posee la interface de GeoGebra al brindar simultáneamente, en este caso, dos registros de representación: expresión analítico y gráfico.

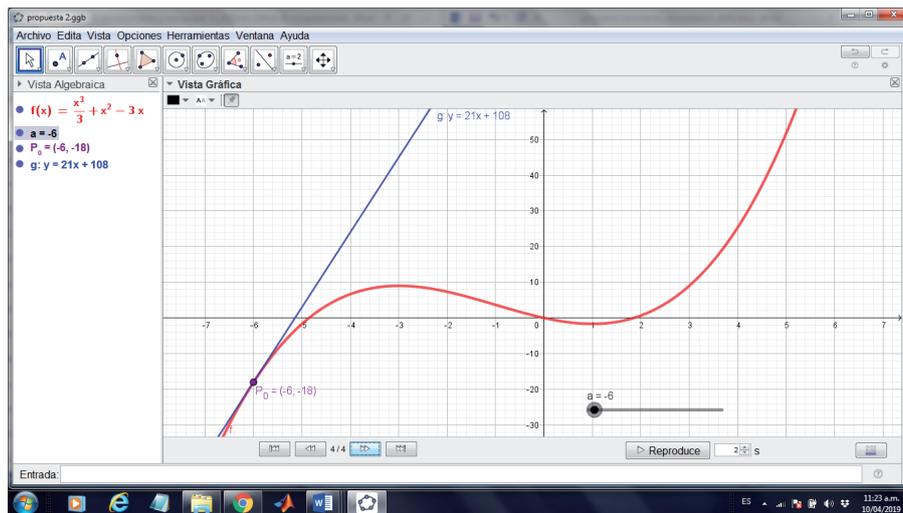


Figura 4. Captura de pantalla de Geogebra: Representación gráfica y analítica de deslizador “a”, función f y recta tangente a la curva en el punto $P_0(a, f(a))$.

Si bien GeoGebra cuenta con hoja de cálculo donde pueden registrarse, en forma sincrónica, valores que surgen de la animación de diversos objetos, por una cuestión de espacio y mejor visión se optó por construir y completar, en el pizarrón, la Tabla 3 (registro tabular).

A partir de la participación de los alumnos, la docente fue completando la tabla en forma paulatina, y se obtuvieron relaciones y conclusiones conjuntas, tal como se indica a continuación:

- Abscisa y ordenada de P_0 , pendiente de la recta tangente en P_0 ($f'(a)$) y signo que adopta de acuerdo a las coordenadas de P_0 .

- Análisis y determinación de características de la función, en relación al signo de $f'(a)$. Los estudiantes establecieron que cuando $f'(a) > 0$, f es creciente; cuando $f'(a) < 0$, f es decreciente; y cuando $f'(a) = 0$, f no es creciente ni decreciente. Lo cual derivó en la institucionalización de las características del crecimiento o decrecimiento de una función en un determinado intervalo.

- Determinación del crecimiento o decrecimiento que tiene pendiente de la recta tangente de acuerdo a las coordenadas de P_0 . Los jóvenes determinaron los intervalos en los cuales $f'(a)$ aumenta, disminuye o no aumenta ni disminuye.

- Análisis y determinación de características que posee la función, en relación al crecimiento o decrecimiento del valor de $f'(a)$. Los estudiantes establecieron que cuando $f'(a)$ es creciente entonces f es cóncava; y cuando $f'(a)$ es decreciente entonces f es convexa. Posteriormente, se realizó la institucionalización del concepto abordado. Asimismo, se analizó y estipuló la relación existente entre la concavidad y convexidad de la función, en un intervalo, con el signo de la derivada segunda en el mismo intervalo.

Se produjeron los tratamientos dentro de los registros analítico, gráfico, tabular y verbal, al tiempo que se hicieron conversiones entre: registro gráfico y analítico, gráfico

y tabular, analítico y gráfico, verbal y analítico, verbal y gráfico, verbal y tabular.

Segunda subetapa: La cantidad de alumnos que realizaron el primer parcial en el segundo cuatrimestre del año 2019, de la comisión del turno mañana, respecto de los cuales se llevó a cabo la investigación exploratoria, fue 58. A su vez, se subdividen en 27 que asistieron a la secuencia didáctica (grupo experimental) y 31 que no lo hicieron (grupo de control).

Cabe destacar que, si bien los alumnos del grupo de control, por razones de índole personal, no asistieron a la clase donde se implementó la secuencia didáctica, existieron otras instancias donde pudieron abordar la temática en cuestión, como ser clases prácticas, tutorías y horarios de consulta, lo cual garantiza el abordaje del tema por otros medios.

Al igual que en la primera etapa, se completó la Tabla 2, una por cada examen analizado. Es así que, pudo determinarse que los tratamientos dentro de un mismo registro de representación son: verbal y gráfico. Asimismo, se observó que las conversiones entre diferentes registros detectadas fueron: gráfico a verbal, y verbal a gráfico.

A efectos de analizar las respuestas, dadas por los estudiantes, se construyeron las Tablas 6 y 7, para el grupo experimental y Tablas 8 y 9 para el grupo de control, del mismo modo que se hizo con las Tablas 4 y 5, respectivamente, en la primera etapa.

El 96,3% de los alumnos del grupo experimental realizó el tratamiento en el registro verbal al plasmar las diversas características de la gráfica de la función. Aunque el 22,22% lo hizo incorrectamente y solo el 3,7% no lo efectuó. En tanto que el 77,78% de los estudiantes realizaron correctamente o en forma regular el tratamiento dentro del registro gráfico, mientras que el 22,22% lo hizo incorrectamente. Este proceso fue llevado a cabo al esbozar la función solicitada a partir del gráfico de la función derivada.

Tabla 6: Cantidad de registros, según calificación por tipo de tratamiento, correspondientes al primer parcial del segundo cuatrimestre de 2019 en el grupo experimental.

		Calificación			
		Bien	Regular	Mal	No realiza
Tratamiento	Verbal	17	3	6	1
	Gráfico	19	2	6	0

Tabla 7: Cantidad de registros, según calificación por tipo de conversión, correspondientes al primer parcial del segundo cuatrimestre de 2019 en el grupo experimental.

		Calificación			
		Bien	Regular	Mal	No realiza
Conversión	Gráfico a verbal	19	1	6	1
	Verbal a gráfico	19	1	6	1

Además, el 74,08% de los exámenes evidenciaron la conversión entre los registros verbal y gráfico de manera correcta o medianamente correcta, en tanto que el 22,22% lo hizo incorrectamente y en el 3,7% no se efectuó.

El 58,06% de los estudiantes del grupo de control hicieron un tratamiento incorrecto en el registro verbal en contraposición con el 41,94% que lo hizo de manera correcta o regular. Mientras que un 54,39% lo efectuó incorrectamente en el registro gráfico, en contraste con el 41,94% que lo hizo de modo correcto o regular.

Tabla 8: Cantidad de registros, según calificación por tipo de tratamiento, correspondientes al primer parcial del segundo cuatrimestre de 2019 en el grupo control.

		Calificación			
		Bien	Regular	Mal	No realiza
Tratamiento	Verbal	9	4	18	0
	Gráfico	13	0	17	1

Tabla 9: Cantidad de registros, según calificación por tipo de conversión, correspondientes al primer parcial del segundo cuatrimestre de 2019 en el grupo control.

		Calificación			
		Bien	Regular	Mal	No realiza
Conversión	Gráfico a verbal	10	3	18	0
	Verbal a gráfico	10	3	18	0

Al mismo tiempo, el 58,06% de los exámenes acreditaron la conversión entre los registros verbal y gráfico de manera incorrecta, en tanto que el porcentaje restante lo hizo de forma correcta o medianamente correcta.

El 63% del grupo experimental efectúa, en el Parcial, Bien el tratamiento del lenguaje verbal y sólo el 22% lo realiza Mal. A diferencia del grupo de control en el que sólo el 29% realiza Bien este tratamiento y, el 58%, Mal. En cuanto al tratamiento Regular del lenguaje citado, son similares los porcentajes en ambos grupos.

En las Figuras 5 y 6 se comparan los porcentajes de los tratamientos en un mismo registro en función de las

calificaciones entre el grupo experimental y el de control, en tanto que en las Figuras 7 y 8 se procede de idéntica forma con las conversiones entre dos registros.

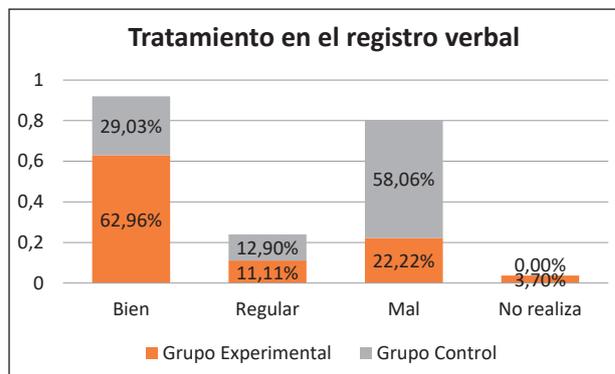


Figura 5: Tratamiento en el registro verbal del 1er parcial del Segundo Cuatrimestre 2019.

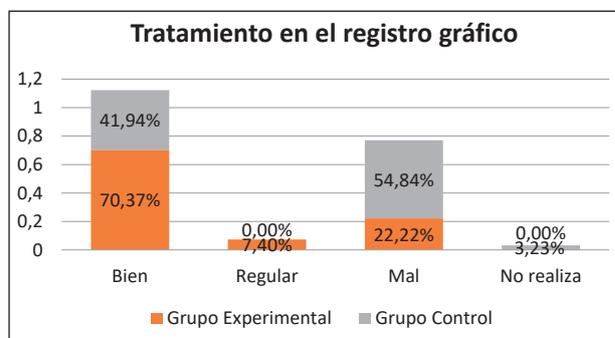


Figura 6: Tratamiento en el registro gráfico del 1er parcial del Segundo Cuatrimestre 2019.

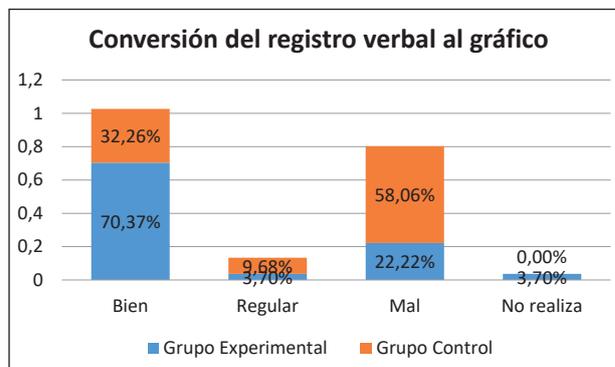


Figura 7: Conversión del registro verbal al gráfico del 1er parcial del Segundo Cuatrimestre 2019.

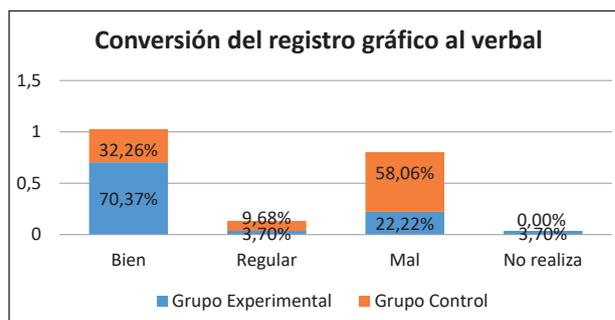


Figura 8: Conversión del registro gráfico al verbal del 1er parcial del Segundo Cuatrimestre 2019.

El 77,78% del grupo experimental efectúa correctamente o de modo regular, el tratamiento del lenguaje gráfico y sólo el 22,2% lo realiza Mal. A diferencia del grupo de control en el que sólo el 42% realiza Bien este tratamiento y, el 55%, Mal. Se observa, un bajo porcentaje de alumnos del grupo experimental que realiza de forma regular el tratamiento del lenguaje al que se hace referencia y sólo el grupo de control no lo realiza.

En cuanto a la conversión del lenguaje verbal al gráfico, en el grupo experimental el 70,4% de los alumnos hicieron Bien y sólo el 22,2% Mal. A diferencia del grupo de control, en el que el 32,3% hizo Bien y el 58% Mal. Un 9,7% del grupo de control hizo Regular esta conversión entre lenguajes y el 3,7% del grupo experimental lo hizo de esta manera.

Existe una clara diferencia entre los estudiantes que realizaron mayor número de tratamientos y conversiones del grupo experimental comparada con el grupo de control. Diferencia que finalmente se traduce no solamente en número de transformaciones sino también en la forma correcta de hacerlo. A la luz de la teoría postulada por Duval, la conceptualización es alcanzada cuando el alumno puede recurrir a distintos registros semióticos de representación.

Conclusiones

En el presente trabajo pudo determinarse cuáles son los registros semióticos de representación utilizados por los alumnos de dos comisiones de la cátedra Análisis Matemático, de las carreras de grado antes mencionadas. Los tratamientos determinados son relativos al estudio de intervalos de crecimiento y de concavidad de una función, como también su relación con las características propias de la función derivada.

El haber operado con mayor cantidad de transformaciones de registros semióticos de representación habla de un mejor manejo de los conceptos abordados, lo cual se condice con lo postulado por los autores de la bibliografía utilizada en el marco teórico.

El contraste observado entre el grupo experimental y el de control, permite conjeturar que la implementación de la secuencia didáctica abonó en favor de enriquecer las habilidades de los alumnos al momento de utilizar mayor número de transformaciones de registros semióticos de representación, a diferencia de lo que también sucedía en la evaluación del cuatrimestre anterior. Cabe destacar que los alumnos de primer cuatrimestre podrían haber hecho uso correcto de una gran variedad de tratamientos y conversiones, pero no lo hicieron, lo cual motivó al equipo de investigación a llevar a cabo el diseño e implementación de la secuencia didáctica.

También, puede señalarse que el uso de GeoGebra propició los resultados obtenidos, ya que los estudiantes advirtieron las características de la función en concordancia con las de su derivada. Características evidenciadas

en los distintos registros semióticos de representación que ofrece el software en sus diferentes vistas, además de los recursos de animación que potencian la visualización de las características intrínsecas y relaciones entre las funciones estudiadas.

Este trabajo propició herramientas que demostraron ser superadoras para repensar la práctica docente y generar actividades que promuevan el uso de diferentes registros semióticos de representación a efecto que estén presentes para la resolución de nuevas actividades.

Referencias

1. Duval, R. (1993). *Registros de Representación Semiótica y Funcionamiento Cognitivo del Pensamiento*. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives. 5, págs. 37-65.
2. Soto, M., Herrera, C. y Pereyra, N. (2019). *Coordinación de Registros de Representación en el Aprendizaje de la Función Lineal*. UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática. 55, 71-84. Recuperado de <http://www.fisem.org/www/union/revistas/2019/55/03.pdf>
3. Rojas Garzón, P. (2015). *Objetos matemáticos, representaciones semióticas y sentidos*. Enseñanza de las ciencias. 33 (1), 151-165. Recuperado de <https://ensciencias.uab.es/article/view/v33-n1-rojas/1479-pdf-es>
4. Janvier, C. (1987). *Representation and Understanding: The notion of Functions as an example*. C. Janvier (ed) Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematica, Lawrence Erlbaum Associates, 67-71.
5. Font, V. (2001). *Reflexiones didácticas desde y para el aula*. Revista EMA. 6 (2), 180-200. Recuperado de [http://www.pagvf.esy.es/index_archivos/\(04\)RD.pdf](http://www.pagvf.esy.es/index_archivos/(04)RD.pdf)
6. Godino, J., Wilhelmi, M., Blanco, T., Contreras, A. y Giacónome, B. (2016). *Análisis de la actividad matemática mediante dos herramientas: Registros de representación semiótica y configuración ontosemiótica*. AIEM. Avances de la Investigación en Educación Matemática. 10. 91-110. Recuperado de <https://www.researchgate.net/publication/310100320>