

LEVITACIÓN MAGNÉTICA EN FLUIDOS DE ALTA VISCOSIDAD Y DENSIDAD

MAGNETIC LEVITATION IN FLUIDS OF HIGH VISCOSITY AND DENSITY

ELIANA RONDÓN

Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, elianarondon7@hotmail.com

JULIO CARRILLO

Escuela de matemáticas, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, jcarril@uis.edu.co

RODRIGO CORREA

Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, crcorrea@uis.edu.co

Recibido para revisar enero 17 de 2009, aceptado marzo 19 de 2009, versión final abril 17 de 2009

RESUMEN: Este artículo describe el diseño de un sistema prototipo de levitador magnético que opera sumergido en un aceite dieléctrico de viscosidad y densidad sustancialmente superior a la del aire. Se implementó un compensador de atraso de fase en cascada con la planta con el fin de posicionar un cascaron esférico metálico en un punto en particular dentro del aceite. Se analizó el comportamiento del sistema al variar la viscosidad mediante la variación de la temperatura del fluido, observándose que a medida que su viscosidad disminuye con el aumento de temperatura, el sistema se torna inestable, mientras que para el caso del incremento de su viscosidad, el tiempo de respuesta se torna muy grande y el sistema responde lentamente. El sistema se simuló obteniéndose resultados que concuerdan estrechamente con los resultados del prototipo experimental que sirvió para validar el diseño.

PALABRAS CLAVE: levitación magnética, compensador de atraso de fase, sistemas de control modelado.

ABSTRACT: This article describes the design of a magnetic levitation prototype that suspends a metallic shell submerged in a dielectric oil of substantial higher viscosity and density compared to air. A closed-loop control system was implemented using a phase lag compensator with the purpose of positioning a metallic spherical shell in a specific point. The behavior of the system was analyzed with different changes in the oil viscosity; the system became unstable when its viscosity was decreased due to the oil temperature increasing. Similarly, it shows the results of the system simulation and how they were contrasted with the experimental results.

KEYWORDS: magnetic levitation, phase lag compensator, control systems, modeling.

1. INTRODUCCIÓN

La levitación magnética es un fenómeno físico de amplia aplicación industrial. Ha llegado a tal punto el conocimiento y aprovechamiento tecnológico de su principio, que ya existen en varios países sistemas de transporte público masivo basados en su fundamento. El diseño

de cojinetes magnéticos en sistemas de control de alta precisión es una de las sofisticadas áreas de aplicación [1-10]. De otro lado, se observa que existe un continuo interés en tal principio, tanto en su aplicación a problemas de la vida diaria como al desarrollo de modelos experimentales a nivel de laboratorio,

que puedan ser utilizados como herramienta para probar diferentes configuraciones de esquemas de control y diseños electromagnéticos. Incluso, hoy día ya no es raro disponer de modelos virtuales en los que se pueden probar el efecto de los parámetros de un controlador PID (Proporcional Integral Derivativo) sobre el desempeño de un sistema de levitación en aire [11-15]. Teniendo como motivación estos desarrollos, surgió la pregunta relacionada con el comportamiento de este sistema convencional de levitación, pero sometido a condiciones ambientales radicalmente diferentes a la del aire; con ello en mente, se construyó un modelo funcional con el que se realizaron varios ensayos de laboratorio, en donde este sistema convencional se sumergió en un aceite dieléctrico, llegándose a la conclusión que independientemente de los valores de los parámetros de ajuste del controlador (Proporcional Derivativo), resultó imposible controlarlo. Seguidamente y dados estos resultados, se diseñó otro prototipo de sistema de levitación magnética que, a diferencia de la gran mayoría de trabajos reportados en la literatura, ver especialmente [9-14], utiliza este principio para suspender magnéticamente un cascarón esférico metálico pero sumergido en un fluido con densidad y viscosidad sustancialmente mayores que las del aire. Para el nuevo prototipo primero se obtuvo su modelo matemático, se calcularon las constantes y parámetros necesarios para completar la función de transferencia que describa la dinámica del sistema y posteriormente se diseñó un compensador en atraso de fase utilizando la técnica del lugar geométrico de las raíces. A continuación se mostró mediante simulaciones que, dependiendo de la viscosidad del medio y de la masa a levantar, se puede aproximar este sistema de tercer orden mediante uno de orden inferior.

Además, tal simulación permitió demostrar que el sistema de control diseñado para el levitador magnético que opera en aceite, resulta ineficiente para el mismo sistema operando en aire con iguales condiciones iniciales. Una vez se conocieron todos los parámetros del sistema se procedió a la construcción y prueba del prototipo, dejándose para el final la comparación

de los resultados experimentales con los de la simulación del sistema completo.

En el presente artículo se explican los principales aspectos relacionados con el diseño del sistema de levitación, remitiéndose al lector a [16], donde encontrará los detalles de construcción.

2. FUNDAMENTOS

En la Figura 1 se muestra el esquema del sistema de levitación magnética a considerar, en donde el cascarón esférico metálico de masa m_c está sumergido en aceite y está sometido a la acción de cuatro fuerzas, la fuerza magnética \vec{F}_m , la fuerza de boyancia o de empuje \vec{F}_b , el peso $m_c g$, siendo g la fuerza de gravedad, y la fuerza de fricción sólido-fluido \vec{F}_f (ver [16]). Estas mismas fuerzas están presentes cuando hay levitación magnética en un fluido como el aire, pero existen suficientes argumentos para poder despreciar algunas de ellas en el modelado de dicho sistema.

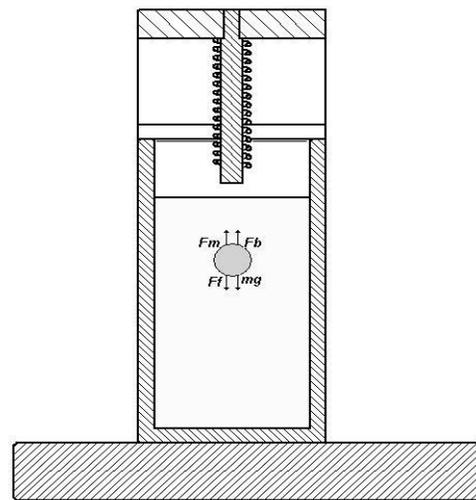


Figura 1. Modelo del levitador magnético en un aceite dieléctrico. m corresponde a la masa del cascarón esférico

Figure 1. Magnetic levitator model in dielectric oil. m is the mass of the spherical shell

En este caso, la fuerza magnética generada por la intensidad de corriente que circula en el electroimán está dada por

$$\vec{F}_m = \frac{K_m i^2}{x^2}, \quad (1)$$

donde i es la intensidad de corriente, x es la distancia al punto de operación y $K_m = 0,5\mu A_b N^2$, siendo $\mu = \mu_r \mu_0$ la constante de permeabilidad absoluta del núcleo de la bobina, con $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} H/m$ la constante de permeabilidad magnética del aire o el vacío, A_b el área de la sección transversal del núcleo de la bobina y N el número de espiras del imán. La fuerza de boyancia F_b , viene dada por

$$\vec{F}_b = \gamma V, \tag{2}$$

donde γ es el peso específico del fluido y V es el volumen del cascarón esférico. De otro lado, la fuerza de fricción \vec{F}_f debida al fluido es

$$\vec{F}_f = K_f \dot{x}, \tag{3}$$

donde $K_f = 3\pi\eta D$, siendo η la viscosidad del fluido y D el diámetro del cascarón esférico. La ecuación que gobierna el movimiento del cascarón es entonces,

$$m_c \ddot{x} = m_c g - \vec{F}_b - \vec{F}_f - \vec{F}_m, \tag{4}$$

En equilibrio, la fuerza magnética debe igualar el peso de la esfera y la fuerza de boyancia; es decir,

$$m_c g - \gamma V = K_m \frac{i_0^2}{x_0^2}, \tag{5}$$

donde i_0 y x_0 corresponden a la intensidad de corriente y la posición del cascarón en el punto de equilibrio, respectivamente. Estos datos iniciales se utilizan para linealizar la expresión de la fuerza magnética y además permiten calcular de (5) a K_m de forma experimental. Reorganizando (4) y (5) se llega a la siguiente expresión, que describe la dinámica del sistema de levitación magnética del cascarón esférico en el aceite,

$$m_c \ddot{x} = -K_f \dot{x} + K_x x - K_i i, \tag{6}$$

donde $K_x = 2K_m i_0^2 x_0^{-3}$ y $K_i = 2K_m i_0 x_0^{-2}$ se obtuvieron al linealizar el modelo alrededor del punto de operación. Finalmente, mediante transformada de Laplace se llega a la función de transferencia de la planta

$$G(s) = \frac{X(s)}{I(s)} = -\frac{K_i}{m_c s^2 + K_f s - K_x}, \tag{7}$$

donde $X(s)$ e $I(s)$ representan las transformada de Laplace de la posición x del cascarón esférico y de la intensidad de corriente i de la bobina, respectivamente. La Figura 2 muestra el correspondiente diagrama de bloques de este sistema donde se incluye, además de la planta, una ganancia y la función de transferencia del electroimán.

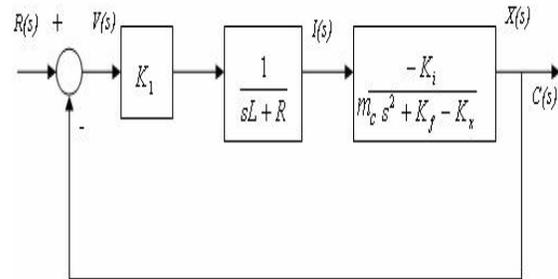


Figura 2. Diagrama de bloques del sistema con realimentación unitaria

Figure 2. Block diagram for the unity feedback system

3. MODELO FUNCIONAL

De la Figura 2, reemplazando los valores de las constantes en la función de transferencia de lazo abierto del sistema sin compensar se obtiene

$$\frac{X(s)}{V(s)} = \frac{778,9}{0,0007s^3 + 7,936s^2 + 2,234 \times 10^4 s - 95,36}, \tag{8}$$

donde $V(s)$ representa la transformada de Laplace de la tensión v (ver [16]). Los valores de las constantes utilizados para la construcción del prototipo experimental se encuentran en la Tabla 1.

Teniendo la función de transferencia de la planta dada en (3), se utiliza la herramienta Simulink™ de Matlab™ para observar el comportamiento del sistema en tiempo y en frecuencia. El lugar geométrico de las raíces del sistema mostrado en la Figura 2 se observa en la Figura 3.

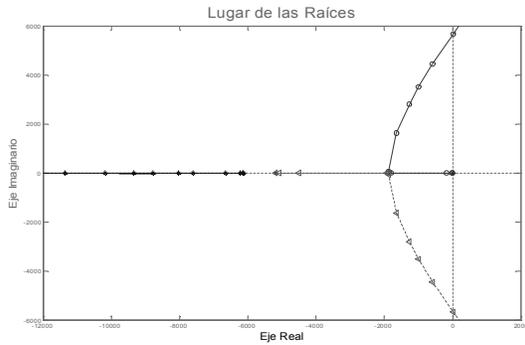


Figura 3. Lugar geométrico de las raíces del sistema

(3)

Figure 3. Root locus for the system (3)

Los polos en lazo abierto de la planta son -6153 , -5201 y $0,0043$. El polo positivo muy cercano a cero corrobora la situación física en la vida real, esto es, la planta es inherentemente inestable, aunque para este caso su efecto no se visualiza en forma apreciable dada las condiciones en que está sumergido el cascarón esférico.

Tabla 1. Constantes del sistema de suspensión magnética del modelo funcional

Table 1. Constants for the magnetic suspension system of the functional model

Nombre de Constantes	Constantes	Valor	Unidades
Función de transferencia			
Pendiente Electroimán	K_1	-936	Vm^{-1}
Constante magnética	$K_m = (m_c g - \gamma V) x_0^2 i_0^{-2}$	$3,4147 \times 10^{-6}$	$Nm^2 A^{-2}$
Constante de corriente	$K_i = 2K_m i_0 x_0^{-2}$	$6,07057 \times 10^{-3}$	NA^{-1}
Constante de posición	$K_x = 2K_m i_0 x_0^{-3}$	$0,16188$	Nm^{-1}
Constante de Fricción	K_f	$37,9182$	$kg s^{-1}$
Fluido			
Masa cascaron esférico	m_c	$0,0073$	kg
Radio de la esfera	r	$0,0125$	m
Viscosidad dinámica del fluido	η	$160,93$	$kg(m.s)^{-1}$
Peso específico del fluido	γ	8447	Nm^{-3}
Electroimán			
Inductancia	L	$0,7$	mH
Resistencia	R	$4,3$	Ω
Radio	r	$0,0125$	m
Longitud	l	$0,10$	m
Corriente punto de operación	i_0	$0,8$	A
Distancia punto de operación	x_0	$0,03$	m

La función operativa del compensador se definió entonces para que mantenga suspendido el cascarón esférico metálico en un punto de equilibrio nominal, mediante la manipulación de la corriente que pasa por el electroimán. Cuando el sistema permanece en el punto de equilibrio

estable, cualquier perturbación ya sea, o por movimiento intencionado del cascarón esférico o por la variación de la tensión de entrada al electroimán, por ejemplo, lo hará oscilar alrededor de este punto hasta quedar con un error de estado estable definido por el usuario.

Como se implementó un compensador de atraso de fase se tendrá un error en estado estable diferente de cero. El controlador debe mejorar el error en estado estable. Para el sistema sin controlador se simula la respuesta transitoria para diferentes viscosidades, como se muestra en la Figura 4. La figura de la izquierda muestra la respuesta del sistema de control cuando se simula el levitador magnético sumergido en un fluido de viscosidad muy pequeña (aproximada a la del aire) donde la respuesta a una entrada escalón hace que el cascarón esférico oscile de tal forma que el sistema se torna inestable. Esta simulación corresponde al caso experimental cuando se incrementa la temperatura del aceite en donde se encuentra sumergido el cascarón metálico; la temperatura se incrementó hasta aproximadamente los 30°C . La figura del centro corresponde a la simulación del caso cuando la viscosidad se incrementa al disminuir la temperatura; a medida que la viscosidad aumenta, las oscilaciones del cascarón se hacen menores.

Cuando la viscosidad aumenta a aproximadamente $\eta = 100\text{kg}(ms)^{-1}$ el comportamiento del sistema pasa de ser no amortiguado a uno críticamente amortiguado. Esto correspondió a mantener una temperatura cercana a los 23°C del aceite en el prototipo experimental. Si la viscosidad se hace lo suficientemente alta, el sistema se torna muy lento y presenta un comportamiento simulado como el que se muestra en la parte derecha de la Figura 4. En esta figura, para $\eta = 150\text{kg}(ms)^{-1}$ el sistema se puede aproximar a un sistema de primer orden. Para este caso además, el aceite del prototipo experimental permaneció a temperaturas cercanas a los 15°C . Por último, cuando $\eta = 200\text{kg}(ms)^{-1}$ el cascarón esférico flota y la fuerza ejercida por el electroimán debe ser de repulsión para que la levitación sea posible.

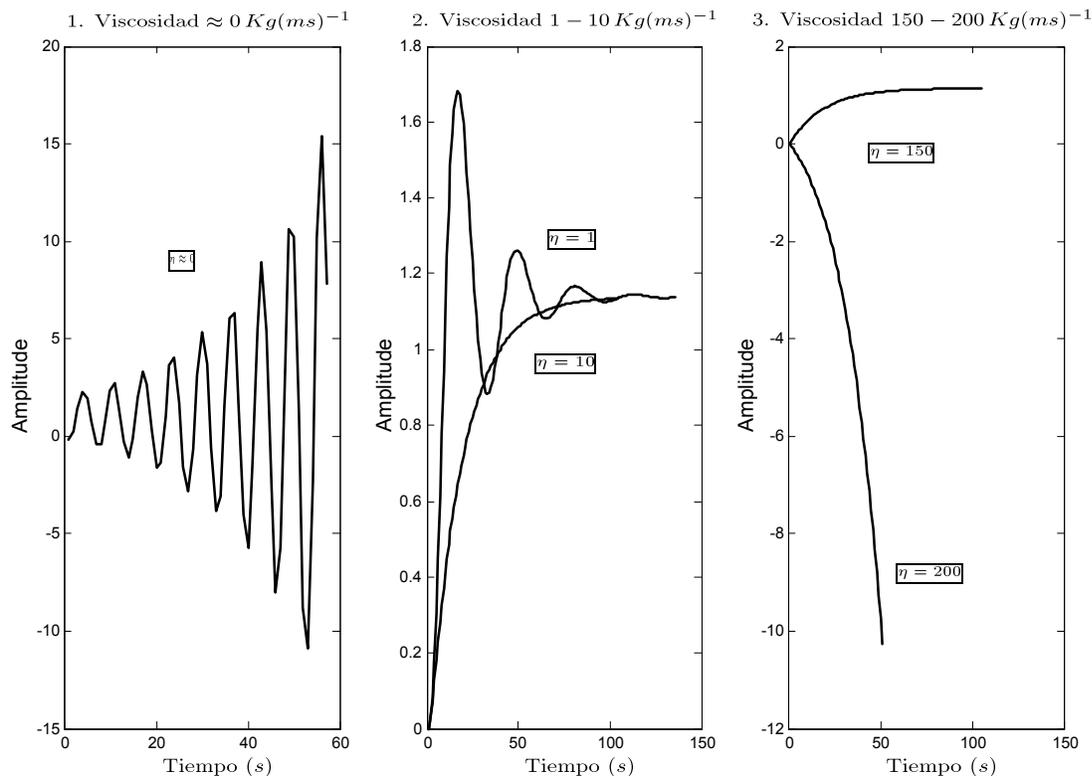


Figura 4. Simulación del efecto de la variación de la viscosidad para el levitador magnético sumergido en un fluido.

Figure 4. Simulation of the viscosity variation effect for the magnetic levitator in a fluid.

De los cálculos realizados hasta el momento, ya se dispone de la función de transferencia en lazo cerrado para el sistema expresada como

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{778,9}{0,0007s^3 + 7,936s^2 + 2,234 \times 10^4 + 683,5}, \quad (9)$$

donde $C(s)$ y $R(s)$ representan las transformadas de Laplace de la variable controlada x y del punto de ajuste (ver [16]). Se diseñó un compensador de atraso de fase mediante el método del lugar de las raíces, con el objeto de mejorar el error en estado estable sin modificar en forma apreciable su respuesta transitoria. La inclusión de un polo con un compensador de atraso de fase no aumenta el tipo de sistema y produce una mejoría en la constante de error estático sobre el sistema no compensado.

Como especificación de diseño se escogió un sobrepaso máximo del 1%, buscando que el cascarón esférico no se elevara hasta alcanzar el electroimán y, teniendo en cuenta el tiempo que tarda el cascarón esférico en irse al fondo del tanque, se definió un tiempo de asentamiento T_s de dos segundos. El tiempo de asentamiento y el sobrepaso OS en porcentaje se calculan como en [5,16] de la forma,

$$\%OS = 1\% = e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}, \quad (10)$$

$$T_s = 2 = \frac{4}{\zeta\omega_n} [s], \quad (11)$$

donde la frecuencia natural ω_n y el coeficiente de amortiguamiento ζ toman los valores de 2,4210 y 0,8260, respectivamente. Mediante estos coeficientes se pueden calcular los polos dominantes en lazo cerrado que tendrá el sistema compensado empleando la relación

$$\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = -2 \pm 1,3643j, \quad (12)$$

La función de transferencia del compensador está dada por

$$G_{com} = \frac{K_c(s + Z_c)}{s + P_c}, \quad (13)$$

donde K_c , Z_c y P_c son la ganancia, el cero y polo del compensador, respectivamente. El polo y el cero del compensador se pueden evaluar calculando la deficiencia de ángulo de los polos y ceros del sistema en lazo abierto. Entonces la función de transferencia para el controlador resulta ser

$$G_{com} = \frac{56,20(s + 3,32)}{s + 2,24}, \quad (14)$$

El lugar de las raíces alrededor del punto de operación se muestra en la Figura 5.

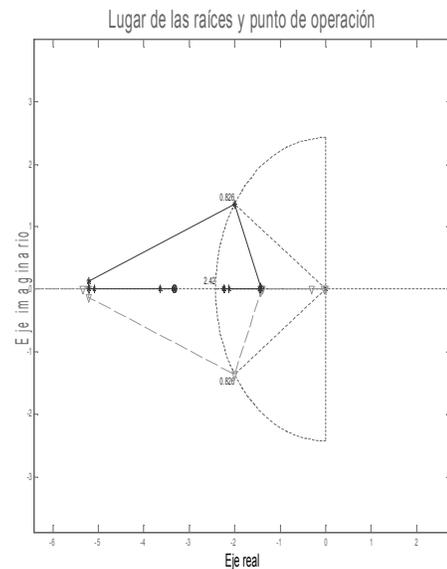


Figura 5. Lugar de las raíces y punto de operación
Figure 5. Root locus and operation point

La respuesta en el tiempo del sistema compensado se muestra en la Figura 6. De esta figura se observa que el sistema tiende al estado estable ante una entrada tipo escalón con un error pequeño. De igual manera se observa que el diseño satisface las condiciones de operación impuestas sobre el controlador.

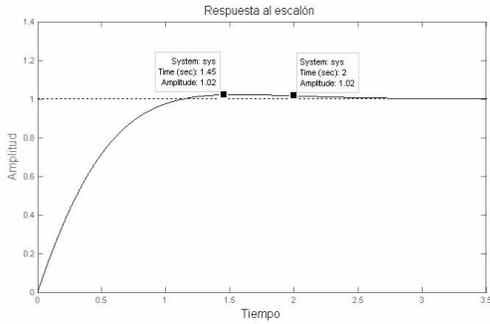


Figura 6. Respuesta al escalón unitario del sistema compensado.

Figure 6. Step response of the compensated system.

La forma del lugar geométrico de las raíces, ver la Figura 5, permite validar el diseño porque sus ramales pasan por el punto de diseño de los factores ω_n y ζ , los cuales afectan el tiempo de asentamiento según (11). Finalmente, los polos del sistema compensado en lazo cerrado son -6154 , -5182 y $-2, 1 \pm 1, 4j$. Por el criterio de polos dominantes el sistema se puede aproximar mediante uno de segundo orden, ya que los polos en -6154 y en -5182 están muy alejados del par de polos complejos conjugados dominantes.

4. EL CONTROLADOR

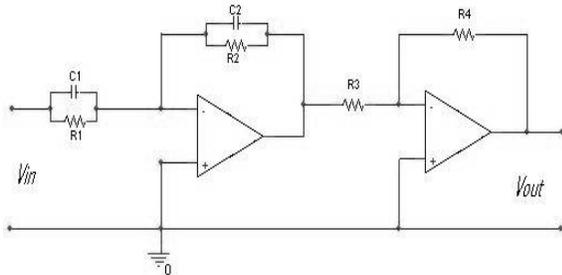


Figura 7. Arquitectura típica de un compensador de atraso de fase

Figure 7. Typical architecture of a lag compensator.

Para el compensador de atraso de fase mostrado en la Figura 7, la señal de entrada V_{in} representa la salida del sensor y V_{out} es aplicada al electroimán a través de un transistor de potencia que actúa como fuente de corriente. Se implementó un circuito para adecuar la señal proveniente del sensor de forma tal que esta no sature los amplificadores operacionales del controlador.

Este circuito acondicionador de señal se muestra en la Figura 8. Entre la etapa de sensado y la etapa de control se implementa un atenuador de ganancia $100V/V$. El circuito atenuador se muestra en la Figura 9.

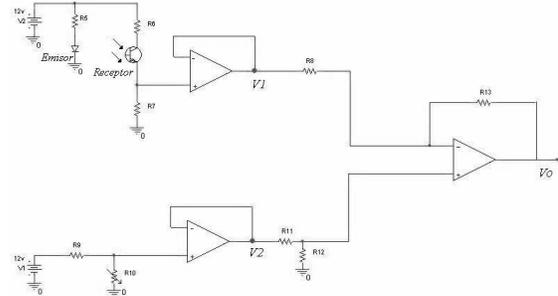


Figura 8. Circuito acondicionador de la señal proveniente del sensor.

Figure 8. Conditioning circuit of the sensor signal.

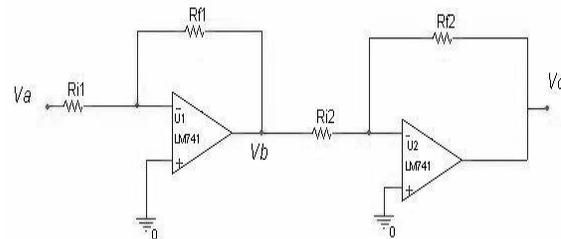


Figura 9. Circuito atenuador

Figure 9. Attenuation circuit

Como protección, se integró al diseño un sistema que permite desconectar la fuente que alimenta la corriente al electroimán, si el cascarón esférico está por fuera del rango de operación del equipo. Este circuito fue implementado como lo muestra la Figura 10.

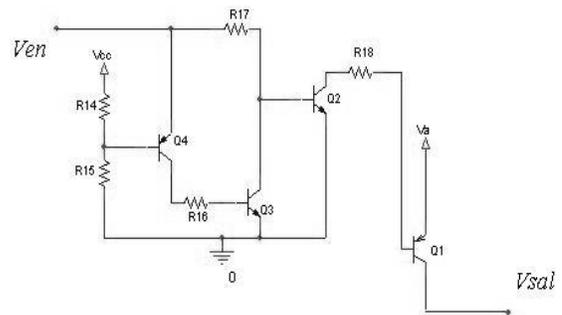


Figura 10. Detector de nivel de tensión

Figure 10. Voltage level detector

El acople de los circuitos mostrados en las Figuras 7 a 10 operó con una tensión de alimentación de 12V (ver [16]).

Pruebas simuladas en aire

Adicional a los resultados de diseño mostrados para el sistema cuando el cascarón está inmerso en aceite, se realizaron simulaciones para el sistema donde se desprecian la fricción y la flotación que ofrece el fluido. La respuesta a una entrada escalón de este nuevo sistema en aire se presenta en la Figura 11.

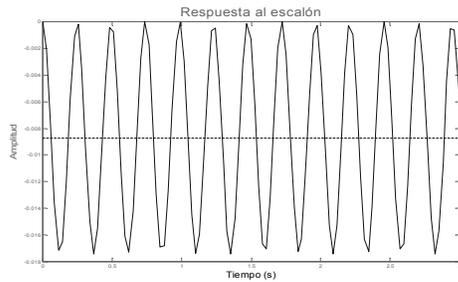


Figura 11. Respuesta al escalón del sistema en aire
Figure 11. System's step response in the air

El lugar de las raíces confirma la inestabilidad del sistema en aire como se muestra en la Figura 12. Se obtuvo también la función de transferencia para el sistema en aire de la forma,

$$G(s) = \frac{X(s)}{I(s)} = -\frac{K_i}{m_c s^2 + K_x}, \quad (15)$$

donde el valor de las constantes utilizadas están dadas en la Tabla 1.

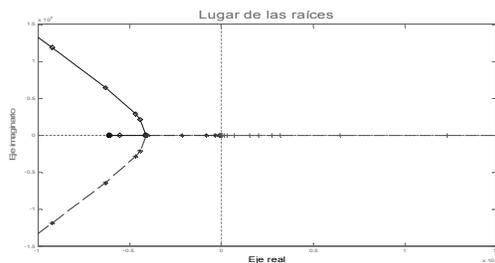


Figura 12. Lugar de las raíces para el sistema operando en aire

Figure 12. Root locus for the system operating in air

El sistema completo, incluyendo el controlador diseñado para operar en aceite, también se probó para el caso en que el fluido donde se sumergiera el cascarón esférico fuera el aire. Los resultados de la simulación se encuentran en la Figura 13 y ellos demuestran que el sistema se torna inmediatamente inestable, y el cascarón se cae o bien queda unido al electroimán.

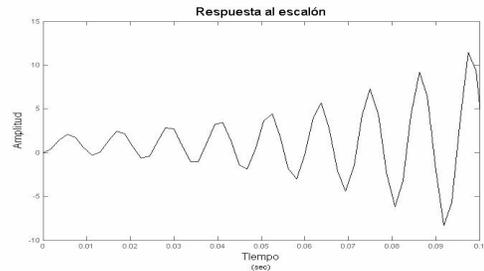


Figura 13. Respuesta al escalón para el sistema compensado suspendiendo el cascarón esférico en aire

Figure 13. Step response of the compensated system suspending the spherical shell in air

De este comportamiento podemos concluir que cuando el levitador trata de suspender el cascarón esférico en aire, el compensador de atraso de fase no lo puede controlar porque fue diseñado para la operación de éste en un fluido de mayor viscosidad. Se hicieron varios cambios en los parámetros del compensador pero los resultados obtenidos siempre fueron los mismos.

5. CONCLUSIONES

Después de varios ensayos orientados al análisis de aspectos como estabilidad del sistema, precisión en el posicionamiento del cascarón y repetibilidad en sus resultados, se observó que debido a que el aceite dieléctrico utilizado es más viscoso y denso que el aire, el imán necesita menor corriente (menos potencia) para atraer el cascarón esférico desde una distancia dada, en comparación con la corriente que se necesitaría para atraerla la misma distancia, pero operando en aire; esto es una consecuencia natural debido a la presencia de la fuerza de boyancia que hay tener presente cuando las condiciones ambientales cambian drásticamente, como en el presente caso.

También se tiene que la viscosidad del fluido limita la velocidad con la que el cascarón esférico puede moverse dentro de éste, haciendo que se demore más tiempo en subir y bajar por efecto de la fuerza magnética y el peso, respectivamente. El siguiente paso es desarrollar un sistema de control digital y dada la estructura modular del prototipo, se espera modificarlo para que permita la implementación de otros esquemas de control, como por ejemplo, lógica difusa e incluso técnicas avanzadas de control como el predictivo.

REFERENCIAS

- [1] WONG T., Design of a magnetic levitation control system, IEEE Trans. Educ., Vol. E-29, Nov., 196-200, 1986.
- [2] LIN L., THO B. Controller design for an electromagnetic suspension system, IEEE Trans. Educ., Vol. 41, N° 2, May, 116-124, 1998.
- [3] HURLEY W., WOLFLE W. Electromagnetic design of a magnetic suspension system, IEEE Trans. Educ. Vol. 40, N° 2, May, 124-130, 1997.
- [4] DORMIDO S., MARTÍ C., PASTOR R., ESQUEMBRE F., Magnetic levitation system: a virtual lab in “easy java simulation”, Proceed. of the 2004 Am. Control conference, Boston Mass. June 30-July 2, ThM19.3, 21-25, 2004.
- [5] OGATA K., Ingeniería de Control Moderna, Editorial Prentice Hall, N.Y. Cap. 6-7, 63-97, 2003.
- [6] HILL, J. Teaching Electrodynamic Levitation, IEEE Transaction on Education, Vol. 33, N° 4, 62-69, 1990.
- [7] OLIVERO V., COSTA E., VARGAS J., Digital Implementation of a Magnetic Suspension Control System for Laboratory Experiments, IEEE Transactions on Education, Vol. 42, N° 4, 320-326, 1999.
- [8] THOMPSON M. Electrodynamic Magnetic Suspension- Models, Scaling Laws, and Experimental Results, IEEE Transactions on Education, Vol. 43, N° 3, 55-62, 2000.
- [9] SHIAKOLAS P., PIYABONGKARN D., Development of a Real-Time Digital Control System with a Hard-in-the-loop Magnetic levitation device for reinforcement of controls education, IEEE Transaction on Education, Vol. 46, N° 1, 124-128, 2003.
- [10] KAWAKAMI R., YONEYAMA T. A simple technique for identifying a linearized model for a didactic magnetic levitation system, IEEE Transaction on Education, Vol. 46, N° 1, 46-52, 2003.
- [11] HURLEY W., HYNES M., PWM control of a magnetic suspension system, IEEE Transactions on Education, Vol. 47, N° 2, 236-242, 2004
- [12] SHIAKOLAS P. FRANGESKOU I., Magnetic levitation hardware-in-the-loop and MATLAB-based experiments for reinforcement of neural network control concepts, IEEE transactions on Education, Vol. 47, N° 1, 118-126, 2004.
- [13] OLIVERA V. TOGNETTI E., Robust controllers enhanced with design and implementation processes, IEEE Transactions on Education, Vol. 49, N° 3, 77-83, 2006.
- [14] ALVAREZ E. CASTRO L., Modeling and controller design of a magnetic levitation system, 2nd International Conf. on Electrical and Electronic Engineering, Mexico city, 148-155, 2005.
- [15] BRYDON R., MAGGIORE M., Implementation and model verification of a magnetic levitation system, American Control Conference, Portland, OR, USA, 117-123, 2003.
- [16] CHICO M., RONDÓN E., Diseño de un sistema de control para un levitador magnético que opere sumergido en fluidos con viscosidades y densidades sustancialmente diferentes a la del aire. Bucaramanga, Universidad Industrial de Santander, Colombia, 2007.