

CONTROL ROBUSTO DE UN SISTEMA MECÁNICO SIMPLE MEDIANTE UNA HERRAMIENTA GRAFICA

ROBUST CONTROL OF A SIMPLE MECHANICAL SYSTEM THROUGH A GRAFIC TOOL

LUINI HURTADO CORTÉS

Ingeniero Mecánico MSc., Universidad Distrital de Bogotá, Universidad Autónoma de Colombia. luini@madrid.com

LUIS VILLARREAL LÓPEZ

Ingeniero Industrial MSc., Universidad Autónoma de Colombia. Universidad Manuela Beltrán, luis595@yahoo.com

Recibido para revisar Julio 29 de 2008, aceptado Marzo 3 de 2009, versión final Abril 13 de 2009

RESUMEN: en este artículo se presenta el diseño de un controlador robusto para un *sistema masa-resorte-amortiguador*. Con el fin de realizar un diseño simple, se tomó en cuenta únicamente la incertidumbre en los parámetros de la planta. Los cálculos del problema se realizaron con una interfaz gráfica desarrollada para el diseño de controladores robustos, disponible para la Toolbox de Control Robusto de Matlab®. Se pretende que este ejercicio sirva como tutorial de introducción al análisis y diseño de sistemas de control robusto mediante el uso de la interfaz gráfica.

PALABRAS CLAVE: desempeño nominal, desempeño robusto, estabilidad nominal, incertidumbre paramétrica, valor singular estructurado.

ABSTRACT: In this paper presents the design of a robust control system for a *mass-damper-spring system*. To make a simple design, was taken into account only the uncertainty in the parameters of the plant. Calculations of the problem were carried out with a graphical user interface developed for the design of robust controllers, available for the Robust Control Toolbox for Matlab®. It is seeks to that this exercise will serve as tutorial of introduction to the analysis and design of robust control systems using the graphical interface.

KEYWORDS: nominal performance, robust performance, nominal stability, parametric uncertainty, structured singular value.

1. INTRODUCCIÓN

Es imposible capturar perfectamente todos los detalles del comportamiento real de un proceso de forma matemática [1]. Esto obedece a la existencia inevitable de incertidumbres que pueden poner en peligro el logro de los objetivos del sistema de control. Sin embargo, en las últimas dos décadas ha surgido gran interés por el diseño de sistemas de control tolerantes a las incertidumbres, es decir, *robustos* [2].

Las incertidumbres en un modelo de proceso están presentes debido a que:

- En un modelo, hay parámetros que son conocidos sólo aproximadamente o simplemente son erróneos.
- En un modelo, los parámetros pueden variar debido a las no linealidades o a los cambios en las condiciones de operación.
- Las imperfecciones en los dispositivos del proceso introducen incertidumbre a las entradas manipuladas.
- A alta frecuencia, la estructura y el orden del modelo se desconocen y la incertidumbre puede superar el 100% en alguna frecuencia.

La Teoría de Control Robusto ofrece un conjunto de herramientas desarrolladas recientemente para el análisis de sistemas que tienen en cuenta las distintas perturbaciones a las que puede estar sometido el proceso y para el diseño de controladores, mediante el uso de técnicas de optimización como *Iteración DK* [3], *Desigualdades Matriciales Lineales* [4] y *Ecuaciones Algebraicas de Riccati* [5].

El objetivo para el diseño de un sistema de control retroalimentado robusto, es obtener una ley de control que mantenga la respuesta del sistema y la señal de error dentro de límites preestablecidos a pesar del efecto de las incertidumbres presentes. Durante el diseño, estas consideraciones pueden presentar gran dificultad para el ingeniero en la interpretación o toma de decisiones, a pesar de la existencia de múltiples herramientas de cálculo.

Recientemente, se han realizado algunos trabajos relacionados con el desarrollo de herramientas colaborativas para diseño de controladores. El grupo de investigación de automática, procesamiento de señales e ingeniería de sistemas, de la Universidad de Cádiz, presentó un software que incorpora técnicas de identificación y diseño de controladores PID, H_2 y H_∞ , desarrollada en Builder C++ 5.0 bajo Windows. La herramienta puede trabajar con sistemas reales o simulados, pero actualmente solo está disponible para el diseño de controladores PID [6]. De manera similar, en [7], se explica una herramienta de diseño de controladores PID para sistemas representados mediante funciones de transferencia en los entornos Matlab/Simulink, agrupados en una interfaz gráfica de usuario (GUI), y en [8], se describe un laboratorio remoto que utiliza la plataforma Matlab/Simulink para el diseño de controladores de procesos vía internet. Sin embargo, esta aplicación aún no cuenta con estrategias de diseño robusto.

El paquete Matlab, hasta la versión 2007b contaba con varias toolbox (LMI, Loop shaping, análisis μ , H_2 , etc.) para el proceso de síntesis de controladores robustos. Actualmente, Matlab agrupó las técnicas mencionadas en la Robust

Control Toolbox, pero adolece de una interfaz amigable al usuario como si existe en otras.

Este trabajo se desarrolló con el fin de dar solución al problema de diseño tomando como ejemplo un sistema clásico, mediante la utilización de una interfaz gráfica asequible al diseñador, que le permite agilizar los cálculos, interpretar resultados parciales, realizar algunos análisis y determinar en el menor tiempo, el mejor controlador, bajo la perspectiva de la Teoría de Control Robusto.

La herramienta se desarrolló con la utilidad de diseño de interfaces gráficas GUI de Matlab® y opera con algunos de los comandos de la *Robust Control Toolbox* (*fitmag*, *sdecomp*, *sysbal*, *vsvd*, *hankmr*, *sresid*, *strunc*, *hinfnorm*, *sysic*, *hinfsyn*, *hinflmi*, *hinfric*, *mu*). Actualmente está disponible en luini@madrid.com.

2. MODELO GENERALIZADO DE UN SISTEMA MRA.

El sistema masa-resorte-amortiguador (*mra*) ideal, representado en la Figura 1, posee un grado de libertad y de acuerdo con la segunda ley de Newton, su dinámica está descrita por la siguiente ecuación diferencial de segundo orden:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = u \quad (1)$$

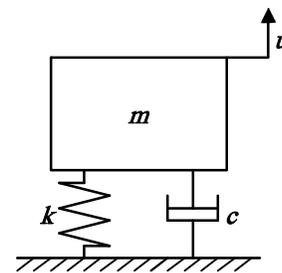


Figura 1. Esquema de un sistema masa-resorte-amortiguador (*mra*).

Figure 1. Scheme of the mass-damper-spring-system (*mra*).

Donde x representa el desplazamiento del bloque de masa m de su posición de equilibrio, u es la fuerza que actúa sobre la masa, c es el coeficiente de amortiguamiento y k la constante de elasticidad del resorte. El diagrama de bloques correspondiente se muestra en la Figura 2.

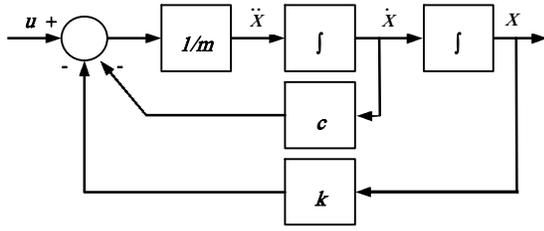


Figura 2. Diagrama de bloques del sistema *mra*.
Figure 2. Block diagram of the *mra* system.

Para este sistema se supone que los tres parámetros físicos m , c y k no se conocen con exactitud, pero se puede asumir que sus valores se encuentran entre ciertos intervalos conocidos, que se pueden expresar como,

$$\begin{aligned} m &= \bar{m}(1 + p_m \delta_m) \\ c &= \bar{c}(1 + p_c \delta_c) \\ k &= \bar{k}(1 + p_k \delta_k) \end{aligned} \quad (2)$$

Donde $\bar{m} = 3$, $\bar{c} = 1$, $\bar{k} = 2$ son los valores nominales de m , c y k . p_m , p_c y p_k y δ_m , δ_c y δ_k representan las posibles perturbaciones sobre los tres parámetros. Para éste caso, se tomaron $p_m = 0,4$, $p_c = 0,2$ y $p_k = 0,3$, es decir, una incertidumbre para la masa del 40%, para el coeficiente de amortiguamiento del 20% y para la constante del resorte del 30%.

Los tres bloques correspondientes a los parámetros mostrados en la Figura 2, pueden reemplazarse por diagramas de bloque correspondientes a las *Transformaciones Lineales Fraccionales* [3] de m , c y k , y que se usan para denotar las entradas de δ_m , δ_c y δ_k como y_m , y_c , y_k y u_m , u_c y u_k respectivamente. De modo que,

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{\bar{m}(1 + p_m \delta_m)} = \frac{1}{\bar{m}} - \frac{p_m}{\bar{m}} \delta_m (1 + p_m \delta_m)^{-1} \quad (3)$$

Puede representarse como

$$\frac{1}{m} = F_U(M_{mi}, \delta_m) \quad (4)$$

donde

$$M_{mi} = \begin{bmatrix} -p_m & 1/\bar{m} \\ -p_m & 1/\bar{m} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Igualmente, el parámetro

$$c = \bar{c}(1 + P_c \delta_c) \quad (6)$$

puede representarse como

$$c = F_U(M_c, \delta_c) \quad (7)$$

donde

$$M_c = \begin{bmatrix} 0 & \bar{c} \\ p_c & \bar{c} \end{bmatrix} \quad (8)$$

y el parámetro

$$k = \bar{k}(1 + P_k \delta_k) \quad (9)$$

puede representarse como

$$k = F_U(M_k, \delta_k) \quad (10)$$

donde

$$M_k = \begin{bmatrix} 0 & \bar{k} \\ p_k & \bar{k} \end{bmatrix} \quad (11)$$

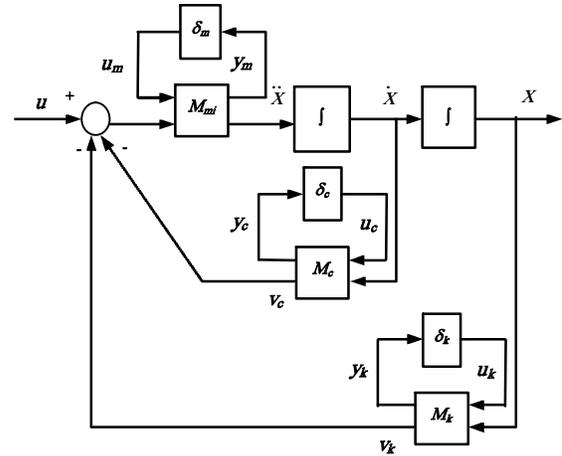


Figura 3. Diagrama de bloques del sistema *mra* con incertidumbres paramétricas.

Figure 3. Block diagram of the *mra* system with parametric uncertainties.

Además de representar el modelo del sistema como las *TLF's* de las perturbaciones reales desconocidas δ_m , δ_c y δ_k , el diagrama se utiliza para denotar las entradas y salidas de δ_m , δ_c y δ_k como y_m , y_c , y_k y u_m , u_c y u_k respectivamente (Figura 3).

Con las sustituciones anteriores, las ecuaciones que relacionan todas las entradas y sus correspondientes salidas, alrededor de estos parámetros perturbados pueden ahora obtenerse como:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} y_m \\ \ddot{x} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -p_m & 1/\bar{m} \\ -p_m & 1/\bar{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_m \\ u - v_c - v_k \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} y_c \\ v_c \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & \bar{c} \\ p_c & \bar{c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_c \\ \dot{x} \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} y_k \\ v_k \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & \bar{k} \\ p_k & \bar{k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_k \\ x \end{bmatrix}, \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned} u_m &= \delta_m y_m, \\ u_c &= \delta_c y_c, \\ u_k &= \delta_k y_k \end{aligned}$$

Tomando como conjunto:

$$x_1 = x, \quad x_2 = \dot{x} = \dot{x}_1, \quad y = x_1 \tag{13}$$

Dado que

$$\dot{x}_2 = \ddot{x} = \dot{x}_1 \tag{14}$$

Se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= -p_m u_m + 1/\bar{m}(u - v_c - v_k), \\ y_m &= -p_m u_m + 1/\bar{m}(u - v_c - v_k), \\ y_c &= \bar{c} x_2, \\ y_k &= \bar{k} x_1, \\ v_c &= p_c u_c + \bar{c} x_2, \\ v_k &= p_k u_k + \bar{k} x_1, \\ y &= x_1, \\ u_m &= \delta_m y_m, \\ u_c &= \delta_c y_c, \\ u_k &= \delta_k y_k. \end{aligned} \tag{15}$$

Eliminando las variables v_c y v_k , las ecuaciones que gobiernan el comportamiento dinámico del sistema son ahora

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ y_m \\ y_c \\ y_k \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\bar{k}}{\bar{m}} & -\frac{\bar{c}}{\bar{m}} & -p_m & -\frac{p_c}{\bar{m}} & -\frac{p_k}{\bar{m}} & \frac{1}{\bar{m}} \\ \frac{\bar{k}}{\bar{m}} & -\frac{\bar{c}}{\bar{m}} & -p_m & -\frac{p_c}{\bar{m}} & -\frac{p_k}{\bar{m}} & \frac{1}{\bar{m}} \\ 0 & \bar{c} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{k} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ u_m \\ u_c \\ u_k \\ u \end{bmatrix} \tag{16}$$

$$\begin{bmatrix} u_m \\ u_c \\ u_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_m & 0 & 0 \\ 0 & \delta_c & 0 \\ 0 & 0 & \delta_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_m \\ y_c \\ y_k \end{bmatrix} \tag{17}$$

Tomando G_{mra} para denotar la dinámica entrada/salida del sistema mra , el cual tiene en cuenta la incertidumbre en los parámetros como se muestra en la Figura 4. Entonces G_{mra} tiene cuatro entradas u_m, y_c, u_k, u , cuatro salidas y_m, y_c, y_k, y y dos estados x_1, x_2 .

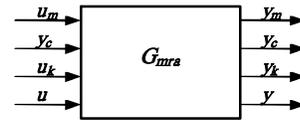


Figura 4. Diagrama de bloques entrada/salida del sistema masa-resorte-amortiguador.

Figure 4. Input/output block diagram of the mass-damper-spring system.

La representación en el espacio de estado de G_{mra} es

$$G_{mra} = \begin{bmatrix} A & | & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & | & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & | & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \tag{18}$$

Donde

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{\bar{k}}{\bar{m}} & -\frac{\bar{c}}{\bar{m}} \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -p_m & -\frac{p_c}{\bar{m}} & -\frac{p_k}{\bar{m}} \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\bar{m}} \end{bmatrix}, \\ C_1 &= \begin{bmatrix} -\frac{\bar{k}}{\bar{m}} & -\frac{\bar{c}}{\bar{m}} \\ 0 & \bar{c} \\ \bar{k} & 0 \end{bmatrix}, D_{11} = \begin{bmatrix} -p_m & -\frac{p_c}{\bar{m}} & -\frac{p_k}{\bar{m}} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, D_{12} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\bar{m}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{19}$$

$$C_2 = [1 \ 0], \quad D_{21} = [0 \ 0 \ 0], \quad D_{22} = 0$$

Nótese que G_{mra} depende únicamente de $\bar{m}, \bar{c}, \bar{k}, p_m, p_c, p_k$ sobre la ecuación diferencial original conectando a y con u . Por lo tanto G_{mra}

es conocido y no contiene incertidumbres paramétricas.

Para iniciar con el proceso de diseño de controladores robustos, se debe representar el sistema bajo incertidumbre como un diagrama de bloques en lazo cerrado. El comportamiento dinámico de la planta se describe ahora no sólo por un simple modelo lineal invariante en el tiempo, sino por un conjunto de posibles modelos lineales invariantes en el tiempo, denominado *TLF general* [3] así:

$$y = Fu(G_{mra}, \Delta)u \quad (20)$$

Donde Δ , es una matriz diagonal desconocida que agrupa las incertidumbres, denominada *incertidumbre estructurada* [3], su representación se muestra en la Figura 5.

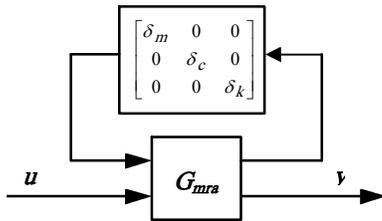


Figura 5. Representación TLF del sistema *mra* con incertidumbres.

Figure 5. TLF Representation of the *mra* system with uncertainties.

3. HERRAMIENTA PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES ROBUSTOS.

La interfaz gráfica desarrollada para el diseño de controladores robustos, se instala en la carpeta de archivos del programa Matlab®, y escribiendo la palabra *robust* en el espacio de trabajo, se abre la ventana de diálogo principal que se muestra en la Figura 6.

En la parte superior de la ventana se encuentra el esquema de diagrama de bloques que representa la estructura de un sistema de control, que incluye la planta *G*, el controlador *K* la incertidumbre estructurada Δ_i , el peso de las perturbaciones W_d y el peso de desempeño W_p . En la parte inferior, se encuentran seis botones para realizar los cálculos que se explicarán a continuación.

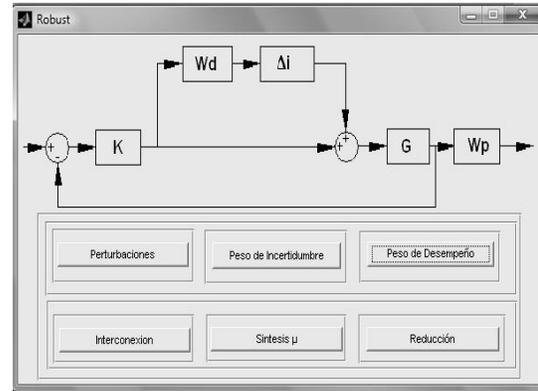


Figura 7. Pantalla de inicio de la herramienta *Robust*.
Figure 7. Home screen of the *Robust* tool.

4. MODELAMIENTO DE LAS INCERTIDUMBRES PARAMÉTRICAS DEL SISTEMA MRA.

Con el botón *Perturbaciones* de la ventana principal, se carga un panel que se muestra en la Figura 7. Para realizar el cálculo de la matriz G_{mra} , debe seleccionarse el intervalo de incertidumbre de cada parámetro sobre el modelo del sistema. Dependiendo del valor que tome cada parámetro, se obtendrá una planta diferente (planta con incertidumbre). El panel calcula el conjunto de plantas sometidas al rango de incertidumbre en sus parámetros.

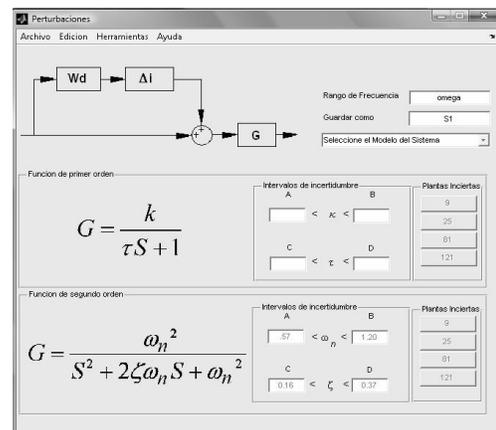


Figura 7. Pantalla de asignación de incertidumbres paramétricas.

Figure 7. Screen of assignment of parametric uncertainties.

Como se sabe el sistema *mra*, es una planta de segundo orden, que de forma normalizada se representa como:

$$G = \frac{X}{U} = \frac{\frac{k}{m}}{s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m}} \quad (21)$$

De acuerdo con la forma estándar de una función de transferencia descrita en la ventana de diálogo, los valores nominales de los parámetros son:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = 0.81, \text{ y } \zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}} = 0.20 \quad (22)$$

Como se dijo anteriormente, para este caso se tomaron como posibles perturbaciones en los parámetros $p_m = 0,4$, $p_c = 0,2$ y $p_k = 0,3$, es decir que el intervalo de incertidumbre para ω_n es $0.57 \leq \omega_n \leq 1.20$ y para ζ es $0.16 \leq \zeta \leq 0.37$. Estos datos se ingresan en las casillas *Intervalo de incertidumbres* y oprimiendo el botón *Valores Máximos de Incertidumbre*, se generan dos graficas. La primera muestra la relación entre el modelo nominal del sistema y las plantas obtenidas al perturbar los parámetros (Figura 8).

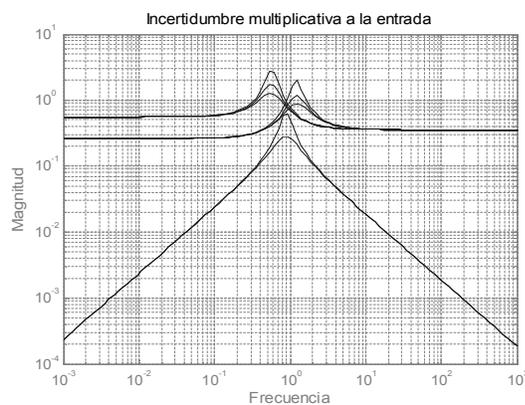


Figura 8. Relación entre la planta nominal y familia de plantas con incertidumbre en sus parámetros.

Figure 8. Relation between the nominal plant and family of plants with uncertainty in their parameters

La segunda (Figura 9), muestra la diferencia máxima a cualquier frecuencia entre la planta nominal y familia de plantas con incertidumbre en sus parámetros. El error máximo a cada

frecuencia (diferencia máxima entre el modelo nominal y la familia de modelos bajo incertidumbre en sus parámetros) es almacenado en un vector.

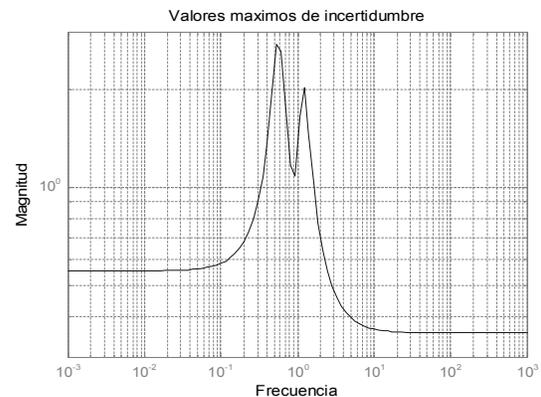


Figura 9. Valores máximos de incertidumbre.

Figure 9. Maxim values of uncertainty.

Desde la ventana principal, con el botón *Peso de Incertidumbre* de la ventana principal, se despliega un panel que permite calcular a partir del vector almacenado la función de transferencia que se ajusta a los datos correspondientes a los valores máximos de incertidumbre. El mismo panel genera una gráfica con la comparación entre la respuesta en frecuencia para la función de peso obtenida y los datos de entrada (Figura 10).

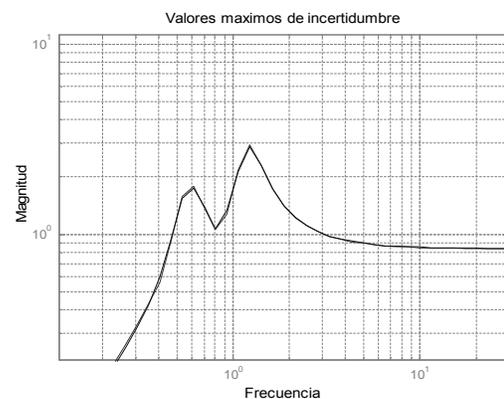


Figura 10. Datos de entrada (azul) y función de ajuste (rojo).

Figure 10. Input date (blue) and adjust function (red).

Para el sistema *mra* se obtuvo una función de orden 6 (ecuación 23). Esta función tiene un buen ajuste, el cual generará un controlador que no limita el desempeño y que garantiza robustez.

$$W_p = \frac{0.84s^6 + 1.31s^5 + 1.62s^4 + 1.23s^3 + 0.61s^2 + 0.21s}{s^6 + 0.82s^5 + 2.6s^4 + 1.18s^3 + 1.68s^2 + 0.35s + 0.29} \quad (23)$$

5. REQUISITOS DE DESEMPEÑO PARA UN SISTEMA DE CONTROL DEL SISTEMA MRA.

El objetivo de diseño para el sistema *MRA*, es encontrar una salida de control retroalimentada lineal que satisfaga ciertas condiciones de desempeño aun en el peor caso de incertidumbre. El cumplimiento de estas condiciones se reúne en el término “*Desempeño robusto*” [9] y se representa como un bloque adicional que se introduce a la planta generalizada, y se expresa por medio de una función de peso que tiene la siguiente forma [3]:

$$W_p(s) = \frac{S/M + \omega_B}{s + \omega_B A} \quad (24)$$

Donde:

ω_B : Frecuencia de ancho de banda.

M : Amplitud de alta frecuencia.

A : Error máximo en estado estacionario.

Para hallar esta función se utiliza el modulo “*Peso de desempeño*” de la interfaz, que despliega la ventana que se muestra en la Figura 11, en ella se introducen los datos de ω_B , M y A .

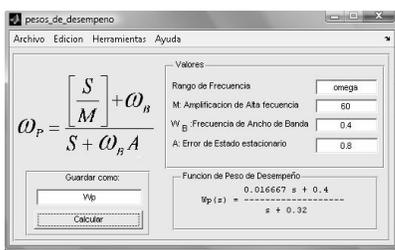


Figura 11. Ventana de diálogo para calcular la función de peso de desempeño.

Figure 11. Window dialogue to calculate the function of weight of performance.

Para el sistema *mra* se obtuvo la siguiente función de desempeño que se introduce como incertidumbre en la planta generalizada, guardándola con el nombre W_p .

$$W_p(s) = \frac{0.02s + 0.2}{s + 0.16} \quad (25)$$

Esta ventana también genera la respuesta en frecuencia de dicha función que como se aprecia en la Figura 12, garantizará que la respuesta en estado estacionario para el sistema *mra* con incertidumbre en los parámetros sea como máximo 0.8 %, además, limita el efecto del ruido y tiene un ancho de banda de 0.2.

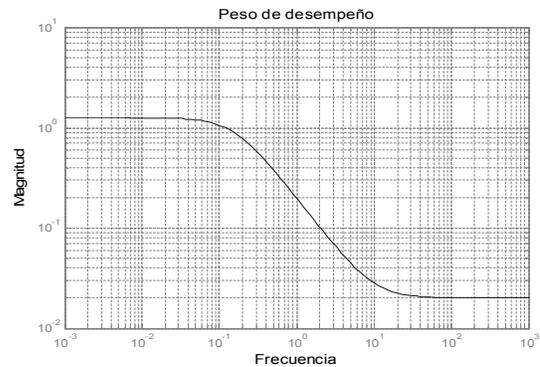


Figura 12. Función de peso de desempeño para el sistema *mra*.

Figure 12. Function of weight of performance of the *mra* system.

6. PLANTA GENERALIZADA

Para el diseño de controladores robustos, es necesario representar el proceso mediante un diagrama de bloques de acuerdo con la configuración general de control [10], que se representa en la figura 13. La planta generalizada se obtiene mediante la interconexión entre el modelo nominal de la planta, la función de peso de desempeño, ya calculadas, por medio de la ventana de dialogo “*Interconexión*” (Figura 14), que se carga por medio de un botón de la ventana principal.

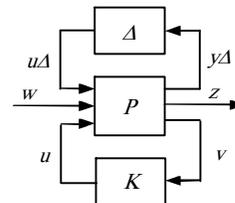


Figura 13. Configuración general de control.

Figure 13. Standard configuration of control.

Este modulo permite interconectar hasta 9 sistemas. Para el caso de estudio solo se interconectaron tres, el modelo nominal (de segundo orden), el peso de incertidumbre (de sexto orden) y el peso de desempeño (de primer orden) generando como resultado un sistema interconectado de orden 9 con tres entradas y tres salidas. Este sistema se almacena en un archivo con el nombre que el usuario asigne (P11). La ventana de usuario del modulo se presenta en la Figura 14.

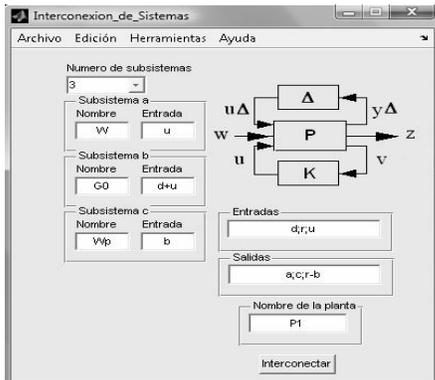


Figura 14. Ventana de diálogo para realizar la interconexión de sistemas.

Figure 14. Window dialogue to make the systems interconnection.

7. DISEÑO DE UN CONTROLADOR PARA EL SISTEMA MRA.

Existen diversos métodos para la obtención de controladores robustos, entre los más usados se encuentran:

- Controladores óptimos H_2 y H_∞ .
- Controladores por la solución de las ecuaciones algebraicas de Riccati.
- Controladores a partir de arreglos de Desigualdades Lineales Matriciales.

Estos métodos trabajan sobre la planta escrita en términos de la configuración general de control, donde el modelo nominal N es la *Transformación Lineal Fraccional Inferior* de P y K definida como [5]:

$$N = F_L(P, K) = P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21} \quad (26)$$

De esta manera se obtiene la estructura $N\Delta$ mostrada en la Figura 15, la cual es utilizada para el análisis de desempeño robusto (RP).

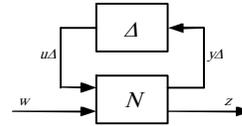


Figura 15. Estructura $N\Delta$ para análisis de desempeño robusto.

Figure 15. $N\Delta$ structure for robust performance analysis.

De manera similar, la función de transferencia de la incertidumbre en lazo cerrado de w a z , está dada por la *Transformación Lineal Fraccional Superior* de N y Δ definida como:

$$F = F_U(N, \Delta) = N_{22} + N_{21}\Delta(I - N_{11}\Delta)^{-1}N_{12} \quad (27)$$

Donde $z = Fw$. Para analizar la estabilidad robusta de F , se reorganiza el sistema, en una estructura $M\Delta$ (Figura 16), donde $M = N_{11}$ es la función de transferencia entre las salidas y las entradas de perturbación.

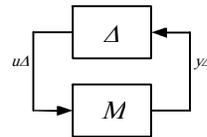


Figura 16. Estructura $M\Delta$ para análisis de estabilidad robusta.

Figure 16. $M\Delta$ structure for robust stability analysis.

El objetivo ahora es diseñar algún tipo de controlador y evaluar la robustez (estabilidad y desempeño) del sistema en lazo cerrado por medio de un indicador, el *valor singular estructurado* μ [9].

Para este caso se determinó diseñar un controlador *LMI* para la planta generalizada obtenida a partir de la interconexión de sistemas. Este controlador deberá minimizar la norma infinito de $F_L(P, K)$ sobre todo los controladores estabilizantes K [10].

La ventana de diálogo para el diseño del controlador se carga a través del botón “*Síntesis μ* ” de la herramienta (Figura 17). Una vez seleccionado el método de diseño, se activa un panel que permite ingresar el número de variables de entrada y el número de variables controladas del sistema.

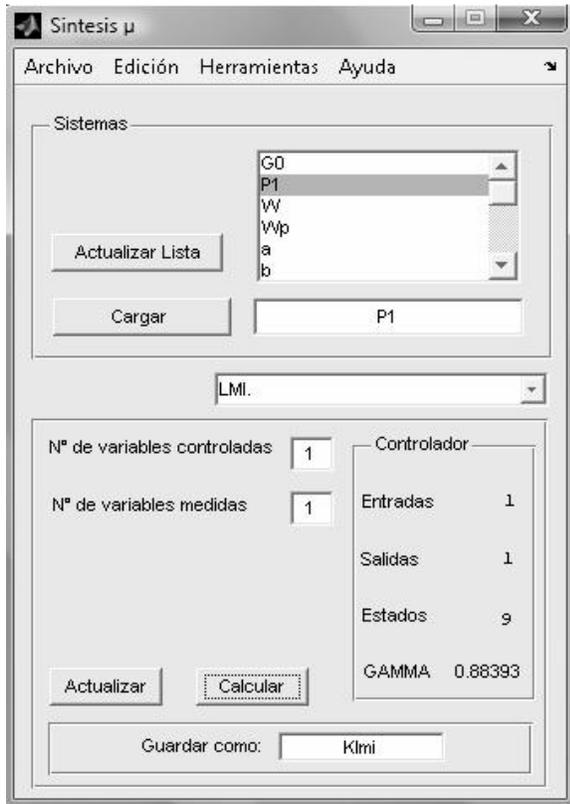


Figura 17. Panel para realizar el diseño de controladores robustos.

Figure 17. Panel to make robust controllers design.

La ventana permite visualizar los sistemas que se tienen hasta el momento y seleccionar el que requiere el controlador. Se carga el sistema y posteriormente se selecciona el método de diseño. En este caso el controlador *LMI* es de orden 9 con una variable de entrada y una de salida.

Finalmente, para evaluar el desempeño robusto del sistema por medio el valor singular estructurado μ , se utiliza el panel “*análisis de robustez*” el cual se encuentra en el menú “*herramientas*” de la ventana “*Síntesis μ* ”.

Mediante el panel, se obtiene el valor máximo del valor singular estructurado μ para la TLF inferior y además genera la gráfica del valor de μ para cada frecuencia (Figura 18), en ella se aprecia que la señal no sobrepasa ni a baja ni a alta frecuencia el umbral de 1 y es una indicación de un diseño robusto.

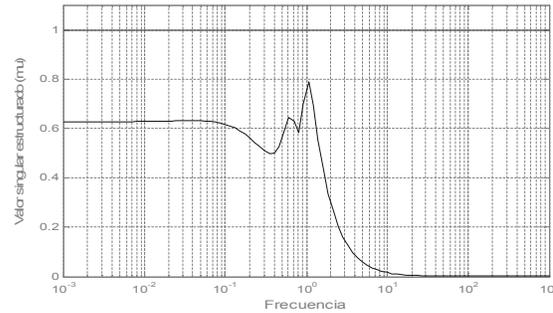


Figura 18. Valor singular del sistema en lazo cerrado con el controlador LMI.

Figure 18. Structured singular value of close loop system with the LMI controller.

La simulación de la respuesta transitoria del sistema de control diseñado puede fácilmente realizarse en Simulink®. El resultado difiere de un control SISO, porque el controlador robusto cubre toda una familia de plantas que se encuentran sometidas a incertidumbre en sus parámetros (Fig. 19).

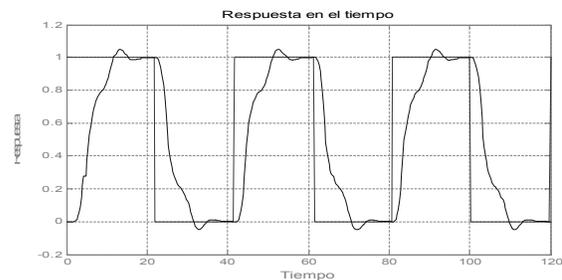


Figura 19. Simulación de la respuesta transitoria del sistema de control diseñado.

Figure 19. Transient response simulation of control system design.

8. CONCLUSIONES

Incluso para una planta de bajo orden como el sistema *mra* la derivación hacia el modelo de incertidumbre no es espontánea. Para un sistema con perturbaciones paramétricas, se debe formar

la configuración estándar con el fin de usarse para el análisis y diseño de controladores robustos a partir de la herramienta *robust*. En ese procedimiento, lo más conveniente es considerar separadamente las incertidumbres paramétricas que describen las influencias de perturbación por simples TLF y construir el modelo de incertidumbre completo de la planta usando la interfaz de plantas generalizadas de la herramienta *robust*.

Encontrar funciones de peso de incertidumbre y desempeño apropiadas es un paso crucial en el diseño de controladores robustos, ello normalmente involucra el ensayo y error. La experiencia en el diseño y el conocimiento ayudará a escoger buenas funciones de peso.

Un diseñador inexperto en el tema de control robusto puede tener dificultad cuando utiliza directamente los comandos del Robust Control Toolbox de Matlab®. Con esta herramienta, obvia la necesidad de entender la sintaxis de los comandos, porque se limita únicamente a introducir los datos que le solicita cada ventana de diálogo, agilizando el proceso de diseño.

REFERENCIAS

- [1] HURTADO, L. Modelamiento teórico y modelamiento empírico de procesos: una síntesis. *Scientia et Technica*, año XII, núm. 31, 103-108, 2006.
- [2] GU, D., PETKOV, P. AND KONSTANTINOV, M. *Robust control design with matlab*. Springer Glasgow (UK), 2005.
- [3] SKOGESTAD, S. AND POSTLETHWAITE, I. *Multivariable feedback control: analysis and design*. John Wiley & sons, Chichester (UK), 2005.
- [4] TURNER, M. AND BATES, D. *Mathematical methods for robust and nonlinear control: EPSRC summer school (lecture notes in control and information sciences)*. 1 Ed. Springer, 123-132, 2007.
- [5] MACKENROTH, U. *Robust control systems theory and case studies*, Springer Lübeck (Germany), 252, 2004.
- [6] LORENZO, J., LÓPEZ, M Y GARCÍA, L. Software para el diseño de controladores robustos con funcionalidad hardware in the loop. *Memorias XXV Jornadas de Automática*, Ciudad Real, España, trabajo 134, septiembre 2004.
- [7] VÁSQUEZ, F., MORILLA, F. Y SANMIGUEL, E. Entorno matlab para el diseño de controladores PID. *Memorias XXI Jornadas de Automática*, Sevilla, España, trabajo 24, septiembre 2000.
- [8] JIMENEZ, L., Y OTROS. *Recolab: laboratorio remoto de control utilizando Matlab y Simulink*. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, vol. 2, núm. 2, 64-72, 2005.
- [9] ZHUO, K. *Essentials of robust control*. Prentice Hall, New Jersey, 187, 1998.
- [10] DULLERUD, G. Y PAGANINI, F. *A course in robust control theory: a convex approach*. Springer-Verlag (NY), 173. 2005.