Tareas en el tránsito de la aritmética al álgebra, a través de registros de representación semiótica

Alma Rosa Villagómez Zavala[1], Elvia Rosa Ruiz Ledezma[2], Fermín Acosta Magallanes[3]

[1]*Escuela Normal Superior de México Especialidad de Matemáticas, Calle Manuel Salazar 201, Azcapotzalco C.P. 02420, Ciudad de México.*

[2]*Instituto Politécnico Nacional, CECyT 11, Avenida de los Maestros 217, Miguel Hidalgo C.P. 11340, Ciudad de México.*

[3]*Instituto Politécnico Nacional. UPIITA, Av. Instituto Politécnico Nacional 2580, La Laguna Ticomán, Gustavo A. Madero, 07340 Ciudad de México,*

E-mail: amyy_0214@hotmail.com

(Recibido el 12 de enero de 2020, aceptado el 19 de marzo de 2020)**]**

Resumen

En este trabajo nos abocamos a documentar en qué situación del Tránsito del Pensamiento Aritmético al Pensamiento Algebraico se encuentran los docentes en formación inicial de la especialidad de matemáticas de la Escuela Normal Superior de México, en la Ciudad de México. Particularmente mostramos los resultados de una de las seis tareas diseñadas e implementadas para tal fin. Dicha tarea tuvo como objetivo: Identificar cómo los docentes en formación lograron involucrar el concepto de variable al utilizar representaciones pictóricas: representativas – descriptivas. Encontramos en los estudiantes que contestaron satisfactoriamente, pues lograron involucrar el concepto de variable al utilizar representaciones pictóricas inicialmente, representaciones gráficas en el seguimiento de solución y el registro verbal se constituyó como mediador en la subcategoría descriptiva, concatenando las expresiones algebraicas que hacían ciertos los requerimientos de solución.

Palabras clave: Representaciones pictóricas, variable, tránsito del pensamiento aritmético al pensamiento algebraico.

Abstract

In this work we focus on documenting the situation of the Transition from Arithmetic Thought to Algebraic Thought the teachers in initial training of the mathematics specialty of the Escuela Normal Superior de México, in Mexico City, find themselves. In particular, we show the results of one of the six tasks designed and implemented for this purpose. This task had the objective of: Identifying how the teachers in training managed to involve the concept of variable when using pictorial representations: representative - descriptive. We found in the students who answered satisfactorily, they managed to involve the concept of variable by initially using pictorial representations, graphic representations in the solution follow-up and the verbal record was constituted as a mediator in the descriptive subcategory, concatenating the algebraic expressions that made the requirements of solution.

Keywords: Pictorial representations, variable, transition from arithmetic thinking to algebraic thinking.

PACS: 01.40.fk, 01.40.gb, 01.50.ht **ISSN 1870-9095**

I. INTRODUCCIÓN

Este estudio, por un lado, busca dar respuesta y abonar a diferentes investigaciones que se han efectuado en diversos niveles educativos sobre el pensamiento algebraico. Desde la perspectiva de la formación de profesores, inmersos en la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las matemáticas en Educación Secundaria, bajo el Plan de Estudios 2018, que hace énfasis y profundiza en el dominio de la disciplina y su didáctica desde diversas perspectivas teórico-metodológicas que son objeto de enseñanza en la educación y de aquellas que explican el proceso educativo; en los desafíos que enfrenta la formación de maestros en las Escuelas Normales [1]. Otro aspecto importante, es el modelo por competencias que sustenta la propuesta, donde desde las competencias profesionales, se predomina relacionar los conocimientos de las Matemáticas con los contenidos de otras disciplinas desde una visión integradora para propiciar el aprendizaje de los estudiantes.

Acercándonos a lo mencionado, la malla curricular en esta licenciatura comprende en el sexto semestre, en su trayecto formativo: formación para la enseñanza y el aprendizaje, la asignatura: trabajo multidisciplinar con la Física.

En un segundo momento, la información obtenida, nos permitirá incidir en esa temática desde la multidisciplinariedad.

Profesores e investigadores, han identificado variedad de dificultades que presentan sus estudiantes con las matemáticas y la física a nivel conceptual y procedimental [2]. Así mismo mencionan que entre las dificultades que presentan los estudiantes podemos encontrar: Falta de experiencia algebraica y falta de fluidez de representación y su incapacidad para reconocer conceptos y los procedimientos matemáticos en la resolución de problemas de física. Tal es el caso de desafíos que los estudiantes tienen que enfrentar en álgebra al usar y construir modelos matemáticos de sistemas físicos [3, 4].

Este trabajo lo organizamos en los apartados de antecedentes, aspectos teóricos, método, análisis y resultados, y conclusiones.

II. ANTECEDENTES

Particularmente nos centramos en las diferentes formas de usar variables, ecuaciones, fórmulas y funciones en matemáticas y física. Además, nos centramos en la comprensión que tienen los futuros profesores de secundaria, dado que en este nivel educativo comienza la enseñanza y aprendizaje de la aritmética al álgebra y en la literatura se han mencionado recurrentemente problemáticas sobre este tránsito.

Sandoval [5] comenta, en referencia a las aportaciones de Kaput; que el fracaso de los estudiantes en su desempeño en el álgebra escolar se debe a las dificultades producidas por el manejo de un sistema simbólico formal aislado de los "contextos estabilizadores".

Resultados de estudios de investigación sobre el papel de las variables en el pensamiento algebraico de los estudiantes [6, 7] sugieren sobre las diferentes concepciones de variable, se presentan diversos grados de dificultad, además, varios estudios las han vinculado a obstáculos que se han encontrado en el desarrollo del lenguaje simbólico. Para un estudiante de secundaria, se necesita tiempo y práctica para acostumbrarse al hecho de que una variable realmente tiene sentido en las matemáticas y la física a través de su uso (como indeterminado, como desconocido, como parámetro, etc.), a través de su dominio de valores, y a través del contexto en el que se utiliza [8]. En un ejemplo citado por Heck y colaboradores [9], comentan la semejanza que encontró un estudiante de física de secundaria, del comportamiento del alargamiento de un resorte en la ley de Hooke con la ecuación matemática de línea recta, mientras trabajaba en un ambiente informático haciendo un análisis de regresión, este y otros ejemplos, también muestran que, en matemáticas y física, el tipo de variable depende de la forma que se utiliza en un contexto determinado.

En la investigación en matemática educativa se ha buscado cómo, y qué obstáculos presentan los estudiantes al transitar de la aritmética al álgebra, o aritmética generalizada como se conoce comúnmente [10, 11]. La carga de significados sobre los símbolos conduce a diferencias en la forma en que físicos y matemáticos interpretan fórmulas y ecuaciones pues el etiquetado de constantes y variables difiere en estos campos [12]. Mientras que en matemáticas para designar una variable o una constante podemos utilizar más de un símbolo; en física y ciencia, en su mayoría está prohibido cambiar de nombre a una expresión porque no correspondería con su significado.

La complicación es que este significado está en los problemas de matemáticas y física, por lo general dependiendo del contexto, Ursini y Trigueros [13], encontraron; aunque los estudiantes presentan dificultades para diferenciar el papel de un parámetro y darle sentido, estas disminuyeron cuando pueden atribuirle un referente de una situación conocida.

Para Kirshner y Awtry [14] errores en el álgebra no son resultado de un malentendido conceptual, sino de una dependencia excesiva de la visualización.

Redish y Kuo [15] señalaron que no sólo las matemáticas son diferentes en la física, también su propósito es diferente; pues se trata de dar sentido al mundo real, y no a un campo abstracto de conocimientos. Las ecuaciones provenientes de teorías y leyes físicas se utilizan en modelos para describir y explicar el mundo real y organizar los conocimientos conceptuales.

Con referencia a los profesores, Stephens [16] considera que sería conveniente que los maestros pensarán el álgebra como una "forma de pensamiento" y no como una lista de procedimientos a seguir; por lo que es necesario que los formadores de docentes reconceptualicen la aritmética para poder desarrollar en el aula actividades algebraicas adecuadas que fomenten el razonamiento algebraico [17].

III. ASPECTOS TEÓRICOS

A. El álgebra escolar

Tradicionalmente la enseñanza y el aprendizaje del álgebra se ha centrado en la educación secundaria, donde los estudiantes tienen sus primeros acercamientos, enfocándose en la formar de operar expresiones polinomiales y racionales, involucrando el lenguaje verbal y el algebraico solicitándose que el estudiante en primera instancia traduzca de uno a otro.

En otro espacio se predominan expresiones algebraicas y ecuaciones conteniendo variables e incógnitas como una forma de plantear un problema escrito y solucionarlo mediante propiedades de la igualdad. Sin embargo, durante las últimas décadas se han producido cambios de perspectiva en cuanto a lo que constituye el álgebra escolar, como resultado de que han surgido varias conceptualizaciones diferentes. Arcavi et al. [10] definen los objetivos del álgebra escolar como "expresar generalizaciones, establecer relaciones, resolver problemas, explorar propiedades, demostrar teoremas y calcular" (págs. 2-3). Para Stacey y Chick [18] el álgebra escolar se ve como "una forma de expresar generalidades; de manipular símbolos y resolución de ecuaciones; un estudio sobre funciones; una forma de resolver cierta clase de problemas; y una forma de modelar situaciones reales" (p. 16).

Recientemente resultados de investigaciones sobre el álgebra escolar ilustran cómo se ha trasladado desde lo exclusivamente cognitivo a lo sociocultural y multirepresentacional, tal es el caso del marco semiótico cultural propuesto por Radford [19], aplicado al aprendizaje del álgebra. A través de palabras, artefactos y signos matemáticos, como medios semióticos de objetivación, y de acuerdo con este teórico, los objetos culturales del álgebra se hacen evidentes para el estudiante en un proceso mediante el cual se refinan los significados subjetivos.

B. Representaciones

Las representaciones matemáticas son producciones visibles o tangibles, como diagramas, gráficos, arreglos de objetos concretos o manipulables, modelos físicos, palabras escritas, expresiones matemáticas, fórmulas y ecuaciones, o representaciones en la pantalla de una computadora o calculadora; que codifican, representan o incorporan ideas o relaciones matemáticas [20]. El álgebra como sistema de representación implica la interpretación de letras como variables que pueden asumir valores numéricos, también expresiones algebraicas, símbolos operacionales y símbolos de igualdad y desigualdad, configurados según reglas sintácticas bastante precisas, así como procesos para manipularlos y transformarlos.

Las representaciones matemáticas y los sistemas de representación se caracterizan frecuentemente en acuerdo a las configuraciones de representatividad, tal es el caso de internas - externas; enactivas, icónicas - simbólicas; verbales.

C. Registros de representación semiótica

Los registros se definen como sistemas semióticos que cumplen una función cognitiva específica: transformar las representaciones semióticas en otras para obtener nueva información o nuevos conocimientos. En matemáticas los objetos matemáticos nunca deben confundirse con sus representaciones, pues a diferencia de otras áreas del conocimiento, no se puede acceder a los objetos sin utilizar representaciones semióticas. [21].

Particularmente en este trabajo estamos utilizando el modelo de registros de representación desarrollado por Prediger y Wessel [22], distinguiendo las categorías:

-Objetivo

-Pictórico

-Verbal. Se divide: lenguaje cotidiano, académico y especial

-Simbólico-numérico

Simbólico-algebraico

En este modelo los diferentes registros de representación están ordenados, por grado de abstracción, donde los registros simbólicos son los más abstractos; aunque el contexto es determinante según las situaciones, y algunos registros pueden actuar como mediadores.

Además, para el análisis, específicamente, se anexan las subcategorías: icónicas y simbólicas, propuestas por Schnotz y Bannert [23]. Estos distinguen entre representaciones: representativas y descriptivas; predominando la distinción entre estos dos tipos diferentes de representaciones por su relación con diferentes niveles de abstracción.

IV. MÉTODO

La metodología empleada, de corte cualitativo descriptivo

A. Objetivo

Identificar cómo los docentes en formación logran involucrar el concepto de variable al utilizar representaciones pictóricas: representativas – descriptivas.

B. Población

Se consideró una población de 13 estudiantes de la Especialidad Matemáticas del turno matutino de la Escuela Normal Superior de México (ENSM), cuyas edades oscilaban entre los 21 y 26 años, los cuales fueron seleccionados por haber cursado ya la asignatura de Pensamiento Algebraico.

C. Diseño

Para el diseño del cuestionario se realizó un banco de tareas, donde se recopilaron propuestas de diferentes investigaciones referidas al álgebra en la educación básica, así como algunas actividades propuestas en los planes de clase de la Secretaría de Educación Pública (SEP). La creación de un banco de tareas propuestas desde las investigaciones.

D. Instrumento

El instrumento constó de seis consignas, en este espacio mostramos la consigna uno.

La primera consigna es una variación de la que se presenta en Aké [24], corresponde al tipo de los problemas aritméticos verbales compuestos de estructura multiplicativa, no se requiere hacer cálculos con números particulares dado que no se proporcionan datos numéricos en el enunciado.

Desglosando el enunciado: Las alturas de Alma y Raúl actúan como dos variables entre las cuales existe una relación cuantitativa: "Tres veces más alto que"; a su vez las alturas de Alma y José, también actúan como variables entre las cuales existe una relación cuantitativa: "dos veces más baja que".

Esta consigna se eligió porque al no haber datos numéricos y partir de una representación pictórica, es factible que los docentes en formación planteen un conjunto solución para las alturas que podrían tomar Alma, José y Raúl. Es posible que los maestros logren involucrar el concepto de variable y el planteamiento de relaciones funcionales.

Desde los registros de representación, se contempla el uso de representaciones semióticas y el tránsito entre ellas en una situación problema. Además, el tipo de registro utilizado, para caracterizar el tipo de razonamiento que se utiliza en la solución, aritmético o algebraico.

E. Aplicación

La aplicación se realizó como si fuera un examen, es decir, fue un trabajo completamente individual por parte de los estudiantes. Se indicó a los sujetos que les sería proporcionado un cuestionario con seis tareas matemáticas y que se disponía de 2 horas para su resolución. Se solicitó que siguieran las instrucciones planteadas en el cuestionario

V. ANÁLISIS Y RESULTADOS

Dada la forma en la que se construyó el cuestionario hemos considerado dos aspectos en la descripción de la resolución de los problemas realizados por los estudiantes, a saber: a) el método de resolución y b) si el desarrollo realizado para dar solución a la tarea era correcto o no. Hemos definido así las categorías: grado de corrección y el método de solución; además, también se analizó atendiendo a los ítems de las tareas, el tipo de conocimientos reconocidos y el tipo de estrategia de enseñanza que propusieron, en esta consigna revisamos cómo apoyaron los registros de representación y cómo se transitó entre ellos.

Para realizar el análisis de la información que se obtuvo a través del cuestionario se codificaron numéricamente los datos a partir de las categorías y los valores definidos para su análisis. Primeramente, se realizó un tratamiento estadístico, que tomó en cuenta las respuestas como correctas, parcialmente correcta, incorrectas o en blanco. A partir de esta primera codificación se analizó la dificultad comparada de los ítems y el rendimiento total de los estudiantes en esta prueba escrita, y se efectuó un análisis de frecuencias por cada tarea.

En la Figura 1 se muestra la forma en que el docente en formación E-12 hace uso de una representación gráfica, transitando desde la representación pictórica para establecer las diferencias entre las alturas. Considera, la altura de Alma como un valor determinado pero genérico y la utiliza como unidad de medida. Intervienen tres datos, las alturas de Alma, José y Raúl. José y Raúl actúan como dos variables entre las cuales existe una relación cuantitativa respecto a la de Alma. La práctica llevada a cabo por el docente en formación E-12 en esta tarea implica el reconocimiento de las letras como objeto [25] para identificar a las alturas de Alma, José y Raúl con las letras correspondientes, R, A y J. Las alturas son asociadas a una barra vertical, la segmentación de la barra del 1 al 3 indica la "conservación" de partes de medidas iguales. También se puede observar que el estudiante antes citado, luego de la representatividad (subcategoría), articuló las expresiones, y a través del signo de igual expreso una relación de dependencia entre las variables R y J con respecto a la variable A y las letras pueden representar así, un conjunto de valores. Además, utilizó la subcategoría descriptiva en el registro de representación verbal como registro mediador, para dar respuesta a la tarea propuesta.

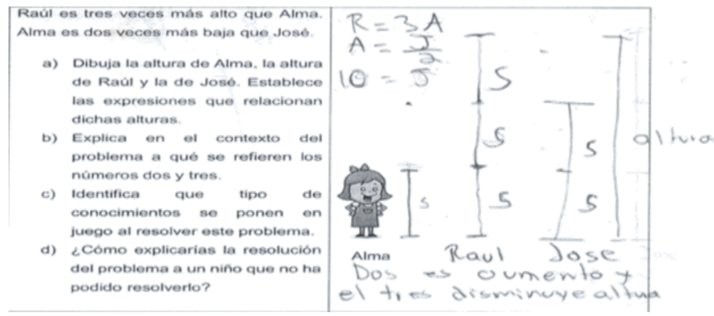

FIGURA 1. Resolución de consigna 1 por estudiante E-2

En la Tabla 1 se aprecia que cinco estudiantes resolvieron la tarea uno de manera satisfactoria, proporcionando un dibujo (registro pictórico), un gráfico (registro gráfico) y la expresión que relaciona las alturas, esto es, los estudiantes articularon una expresión usando notación algebraica. Cuatro de las soluciones fueron parcialmente correctas, dado que no se articuló una expresión que representa a las alturas y los dibujos presentados contenían partes de medida desiguales. Se destaca que dos de los estudiantes resolvieron de manera incorrecta al establecer expresiones como: "R= 3(j – 2)" (estudiante E-13) que tradujo incorrectamente las condiciones de la tarea. Finalmente, dos estudiantes no respondieron la consigna. Lo anterior evidenció, la no completa ruptura con la aritmética, es decir; no se ha efectuado en su totalidad el Tránsito del Pensamiento Aritmético al Pensamiento Algebraico.

TABLA I. Grado de corrección y método de solución de la consigna 1, ítem a).

Grado de Corrección	Ítem a)		Método de solución	Ítem a)	
	Frecuencia	%		Frecuencia %	
Correcta	5	38.4	Gráfico	9	69.2
Parcialmente correcta	4	30.8	Pictórico	2	15.4
Incorrecta	2	15.4	Aritmético	0	0
No responde	2	15.4	No responde	2	15.4
Total	13	100	Total	13	100

VI. CONCLUSIONES

En esta muestra, nos podemos percatar que de los docentes en formación que intervinieron en el estudio**,** solo cinco de ellos lograron transitar del registro pictórico, al gráfico y utilizaron de mediador el registro verbal que dio significancia para la comprensión del problema, guiando las acciones del registro gráfico. En este sentido nos damos cuenta del beneficio de utilizar un registro mediador enfocado a una subcategoría descriptiva.

Los estudiantes que no lograron hacer estas construcciones, consideramos que no han efectuado en su totalidad el Tránsito del Pensamiento Aritmético al Pensamiento Algebraico.

Unas de las características más sobresalientes del pensamiento matemático es el peculiar uso que hace de la abstracción y la necesaria noción de generalización. Ambas cualidades, tal como hemos podido observar en las respuestas de los docentes en formación inicial a las actividades de búsqueda de regularidades, son inseparables del uso de signos, de representaciones semióticas.

Los registros de representación, modelo de Prediger y Wessel [22], adaptado a la educación en física por Geyer y JanBen [26] con las categorías: representación objetiva, representación pictórica, representación verbal y representación matemática pura, proporciona una oportunidad, en nuestro caso como parte del diseño de la asignatura trabajo multidisciplinar con la física. Involucrando en las tareas estos registros de representación al abordar los contenidos.

Los resultados de esta investigación nos proporcionaron una oportunidad de apuntalar el tránsito de la aritmética al álgebra; en los profesores en formación de la especialidad de matemáticas. Con esto, tendrán la oportunidad de contar con un referente conceptual para el tratamiento de asignaturas, donde la ganancia del álgebra es determinante.

REFERENCIAS

[1] Secretaria de Educación Pública. *Licenciatura en Educación Secundaria. Orientaciones curriculares para la Formación Inicial* (SEP, México, 2018).

[2] Heck, A. & Van Buuren, O., Students' Understanding of Algebraic Concepts. In G. Pospiech, M. Michelini & B. Eylon. (Eds.), *Mathematics in Physics Education* (pp. 53-74) (Springer Nature, Switzerland, 2019).

[3] Ellermeijer, T., & Heck, A., Differences between the use of mathematical entities in mathematics and physics and consequences for an integrated learning environment. In *M.* Michelini & M. Cobal (Eds.), *Developing formal thinking in physics* (pp. 52–72). Selected contributions to the first international GIREP seminar, Udine, September 2001. Udine: Forum. Retrieved February 25, 2017. (2002). www.fisica.uniud.it/URDF/articoli/ftp/2001/Imp %20Developing%20Formal.pdf

[4] Van Buuren, O., *Development of a modelling learning path.* Doctoral thesis, University of Amsterdam (CMA, Amsterda, 2014). http://hdl.handle.net/11245/1.416568

[5] Sandoval, C. I. y Solares, R. A., *Representaciones Semióticas y Didáctica de las Matemáticas. Repercusiones para el aula.* (1ra. Ed.). (UPN Horizontes Educativos, México, 2018).

[6] Kücheman, D. E., *Algebra.* In K. M. Hart (Ed.), Children's understanding of mathematics: 11–16 (pp. 102–119). (John Murray, London, 1981).

[7] Malisani, E. & Spagnoloi, F., *From arithmetical thought to algebraic thought: The role of the "variable"*, Educational Studies in Mathematics **71**, 19–41 (2009).

[8] Heck, A., *Variables in computer algebra, mathematics, and science*, The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education **8**, 195–221 (2001).

[9] Heck, A., Kedzierska, E. & Ellermeijer, T., Design and implementation of an integrated computer working environment for doing mathematics and science. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, 28*(2), 147–161 (2009).

[10] Arcavi, A., Drijvers, P., & Stacey, K., *The learning and teaching of algebra: Ideas, insights, and activities.* London: Routledge. (2017).

[11] Kieran, C., Learning and teaching of algebra in the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 707–762) (Information Age Publishing, Charlotte, NC, 2007).

[12] Redish, E. F., Analysing the competency of mathematical modelling in physics. In G. Tomasz & E. Dbowska (Eds.), *Key competences in physics teaching and learning* (pp. 25–40) (Springer International Publishing, Switzerland, 2016).

[13] Ursini, S. & Trigueros, M. *How do high school students interpret parameters in algebra?* In M. J. Hoines & A. B. Fuglestadt (Eds.), Proceedings of the 28th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Bergen **4**, 361–368 (2004). http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED489597.pdf

[14] Kirshner, D. & Awtry, T., *Visual salience of algebraic transformations*, Journal for Research in Mathematics Education **35**, 224–257 (2004).

[15] Redish, E. F. & Kuo, E., *Language of physics, language of math: Disciplinary culture and dynamic epistemology*, Science & Education **24**, 561–590 (2015).

[16] Stephens, A. C., *What "counts" as algebra in the eyes of preservice elementary teachers?*, The Journal of Mathematical Behavior **27**, 33-47 (2008).

[17] Warren, E., Trigueros, M. & Ursini, S., Research on the learning and teaching of algebra. In: A. Gutiérrez, GC. Leder, & P. Boero (eds.) *The second handbook of research on the psychology of mathematics education: the journey continues*. Sense, Rotterdam, 73–108. (2016).

[18] Stacey, K. & Chick, H., *Solving the problem with algebra*. In: Stacey K, Chick H, Kendal M (eds) The

future of the teaching and learning of algebra: *the 12th ICMI study*. Kluwer, Boston, 1–20. (2004).

[19] Radford, L., *The anthropology of meaning*, Educ. Stud. Math **61**, 39–65 (2006).

[20] Goldin, G. A., *Perspectives on representation in mathematical learning and problem solving*. In: LD, English. (ed) *Handbook of international research in mathematics education, 2nd edn*. Routledge – Taylor and Francis, London, 176–201 (2008).

[21] Duval, R., *A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics*, Educational Studies in Mathematics **61**. Springer, 103–131 (2006).

[22] Prediger, S. & Wessel, L., Darstellen – Deuten – *Darstellungen vernetzen. Ein fach- und sprachintegrierter Förderansatz für mehrsprachige Lernende im Mathematikunterricht*. In S. Prediger & E. Özdil (Eds.), *Mathematiklernen unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit – Stand und Perspektiven der Forschung und Entwicklung in Deutschland* (163–184). Waxmann, Münster u. (2011).

[23] Schnotz, W. & Bannert, M., *Construction and interference in learning from multiple representation*, Learning and Instruction **13**, 141–156 (2003).

[24] Aké, L., *Evaluación y desarrollo del razonamiento algebraico elemental en maestros en formación* (Tesis de doctorado no publicada). Universidad de Granada. Granada, España (2013).

[25] Küchemann, D., *Children's understanding of numerical variables*, Mathematics in School **7**, 23-26 (1978).

[26] Geyer, M. A. & JanBen, W., *Mathematical Representations in Physics Lessons*. In G. Pospiech, M. Michelini & B. Eylon. (Eds.), *Mathematics in Physics Education*. (pp. 75-102). (Springer Nature, Switzerland, 2019).