

REPRESENTACIÓN DE SISTEMAS NO LINEALES Y DIAGNÓSTICO DE FALLAS BASADO EN UN ENFOQUE MULTI-MODELOS

NONLINEAR SYSTEM REPRESENTATION AND FAULT DIAGNOSIS BASED ON A MULTI-MODELS APPROACH

MANUEL ADAM MEDINA

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cuernavaca Morelos, México, adam@cenidet.edu.mx

DIDIER THEILLIOL

Centre de Recherche en Automatique de Nancy, Vandoeuvre, France

CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cuernavaca Morelos, México, astorga@cenidet.edu.mx

LUIS GERARDO VELA VALDÉS

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cuernavaca Morelos, México, velaluis@cenidet.edu.mx

GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cuernavaca Morelos, México, gerardog@cenidet.edu.mx

Recibido para revisar septiembre 30 de 2008, aceptado noviembre 21 de 2008, versión final diciembre 12 de 2008

RESUMEN: En este artículo se desarrolla un método para la representación de sistemas no lineales, así como un esquema de diagnóstico de fallas; en donde ambos utilizan un enfoque multi-modelos. El comportamiento dinámico del sistema se describe mediante el uso de diferentes puntos de operación por cada modelo lineal invariante en el tiempo. Por cada modelo un filtro de Kalman desacoplado de fallas es utilizado. Esto permite la generación de un banco de residuos con la finalidad de estimar funciones de ponderación robusta a fallas. Estas últimas se enlazan directamente al esquema de detección, localización y estimación de fallas con objeto de mejorar su eficacia. Finalmente, se realiza un ejemplo de simulación a fin de probar el desempeño del método desarrollado.

PALABRAS CLAVE: Representación Multi-Modelos, detección, localización y estimación de fallas, Filtro desacoplado de Fallas.

ABSTRACT: In this article are developed a method for the representation of nonlinear systems as well as a scheme of fault diagnosis, both use a multi-model approach. The dynamic behavior of the system is described using different points of operation for every linear time invariant model. For every model a decoupled Kalman filter of faults is used. This allows the creation of a bank of residuals to estimate the robust weighting functions. This bank is directly linked to a scheme for detecting, isolating and estimating faults in order to improve its effectiveness. A simulation example to test the performance of the developed method is presented.

KEYWORDS: Fault detection and isolation; Multi-models; Decoupling filter.

1. INTRODUCCIÓN

Los sistemas industriales automatizados complejos son vulnerables a fallas en instrumentación como sensores, actuadores o

componentes. La detección y localización de fallas (FDI, por su acrónimo en inglés *Fault Detection and Isolation*) ha sido desarrollada tradicionalmente con un enfoque basado en modelos usando modelos lineales

O linealizados. Diversos artículos han sido publicados a este respecto; estos trabajos condujeron a métodos robustos a incertidumbres paramétricas y a errores de modelado del sistema, cuando el ruido está o no presente [1], [2] y [3]. Cuando el rango de operación del sistema se expande, el modelo linealizado ya no es capaz de representar la dinámica del sistema. Con la creciente complejidad de los sistemas de ingeniería moderna y el aumento en la demanda por la seguridad y confiabilidad, se ha despertado un gran interés en el desarrollo de métodos de localización y detección de fallas (FDI).

Los problemas de la FDI han sido resueltos usando observadores no lineales. Estos observadores han sido propuestos bajo el enfoque analítico en [4] y el enfoque geométrico en [5], éstos requieren de un conocimiento adecuado de los sistemas no lineales. En la práctica, los procesos industriales como son: minería, química, tratamiento de agua, etc., están caracterizados por ser procesos complejos que operan en múltiples regiones de operación. A menudo es difícil obtener modelos no lineales que describan exactamente plantas en todos los regímenes.

Generalmente, los sistemas no pueden ser modelados mediante modelos matemáticos explícitos. Para resolver este problema, algunos métodos basados en la representación de sistemas no lineales emplean la descomposición de éstos en un conjunto de modelos lineales. Esta estructura es considerada como modelos múltiples (MM) [6]. En sistemas no lineales, la estructura de MM ha sido propuesta para el dominio del control. La técnica de MM permite la FDI, cuando los sistemas NL son modelados alrededor de un punto de operación [7] ó cuando el sistema está definido como un sistema híbrido lineal [8]. En este trabajo, se considera el enfoque MM en el mismo contexto que en [1], utilizando el método estadístico desarrollado en [7]. El enfoque multi-modelo ha sido a menudo usado en años anteriores para el modelado y control de sistemas no lineales [9]. Se han propuesto algunos métodos basados en redes neuronales, como el mostrado en [10]. En [11], desarrolló una estrategia multi-modelo en donde cada modelo representa una falla particular en el

sistema. Los enfoques multi-modelo en sistemas industriales para diagnóstico de fallas [5] y para efectos de control [3][12] han sido demostrados considerando la hipótesis de que las funciones de ponderación de los modelos no están afectadas por fallas. Un enfoque multi-modelo para el caso de fallas usa filtros de Kalman desacoplados, espacios de paridad, observadores politópicos con entradas desconocidas [20][13] donde la FDI se representa tomando en cuenta la función de ponderación activa basada en la metodología que se presenta en este trabajo. Las funciones de ponderación son importantes en las múltiples técnicas de control tales como en la estrategia de ganancia programada [14] o en controladores interpolados [4] o en controladores conmutados [10]; sin embargo, estos métodos no se ocupan tanto de regímenes de operación múltiples y de fallas. El objetivo de este trabajo es diseñar un esquema que permita la FDI y la ponderación de cada modelo robusto en el contexto de MM. Para alcanzar este propósito se desarrolla un banco de filtros de Kalman desacoplados basados en la interpolación de modelos múltiples. Este banco se diseña con el fin de que el vector de residuos pueda ser separado en dos partes: uno insensible y otro sensible a las fallas. El método multi-modelo propuesto permite determinar tanto el régimen de operación como la falla en cada muestra.

2. FUNCION DE PONDERACIÓN ROBUSTA

2.1 Modelado del Sistema en Caso de Falla

Considerar un sistema dinámico no lineal en tiempo discreto descrito por

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= g(X_k, U_k, \omega_k, d_k), \\ Y_k &= h(X_k, U_k, v_k, d_k), \end{aligned} \quad (1)$$

donde $X_k \in \mathcal{X} \subseteq \mathfrak{R}^n$ representa el vector de estado, $U_k \in \mathcal{U} \subseteq \mathfrak{R}^p$ el vector de entrada, $Y_k \in \mathfrak{R}^m$ el vector de salida, $d_k \in \mathfrak{R}^q$ el vector de falla y las matrices ω y v son dos ruidos blanco de media cero independientes con matrices de varianza – covarianza definidas,

respectivamente, por Q y R . Las funciones g y h se suponen que son continuamente diferenciables en X y U .

Definición 1. En ausencia de falla ($d_k = 0$) [15].

Dado un conjunto U , un punto $X_0 \in \mathcal{X} \subseteq \mathfrak{R}^n$ es un punto de equilibrio del sistema (1) si una entrada de control $U_0 \subseteq \mathcal{U}$ existe tal que $X_0 = g(X_0, U_0)$. Llamamos un conjunto conectado de puntos de equilibrio una superficie de equilibrio. Suponga que (X_e, U_e) es un punto en una superficie de equilibrio y define un cambio de estado $\bar{X} = X - X_e$ y un cambio de entrada $\bar{U} = U - U_e$, el sistema no lineal (1) con respecto a (X_e, U_e) puede ser expresado como

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= g(X_k, U_k) - g(X_e, U_e) \stackrel{\Delta}{=} f(X_k, U_k), \\ Y_k &= h(X_k, U_k) - h(X_e, U_e) \stackrel{\Delta}{=} v(X_k, U_k) \end{aligned} \quad (2)$$

Basada en definiciones previas, se asume que el comportamiento dinámico del sistema en diferentes puntos de operación puede ser aproximado por un conjunto de M modelos lineales invariantes en el tiempo (LIT) como el propuesto por [9], [15], o [16]. Por lo tanto, los sistemas dinámicos tales como sistemas no lineales, sistemas lineales variantes en el tiempo, sistemas lineales por etapas pueden ser representadas por una descomposición de los rangos de operación completa dentro de un número de posibilidades de traslaparse los regímenes de operación [14], [13]. Para cada régimen, se define un sistema lineal local como [9]. Consecuentemente la representación de espacio de estado de un sistema alrededor del j -ésimo punto de operación $\forall j \in [1, \dots, M]$ con fallas aditivas bajo suposiciones estocásticas, se describe como sigue:

$$\begin{aligned} X_{k+1} - X_e^j &= A_j(X_k - X_e^j) + B_j(U_k - U_e^j) \\ &\quad + F_{X_j}d_k + \omega_k^j, \\ Y_k - Y_e^j &= C_j(X_k - X_e^j) + D_j(U_k - U_e^j) \\ &\quad + F_{Y_j}d_k + v_k^j \end{aligned} \quad (3)$$

Las matrices invariantes (A_j, B_j, C_j, D_j) son definidas alrededor del j -ésimo punto de operación (\mathcal{X}_j^e) , generalmente obtenido de una

expansión de Taylor de primer orden alrededor de (X_e^j, U_e^j) o por identificación de un sistema no lineal alrededor de puntos de operación predefinidos [17]. Suponiendo que cada punto de operación es bien elegido tal que las matrices de estado son diferentes en cada punto de operación. Esto se realiza correctamente en cuanto al punto de vista económico y de productividad. Por lo tanto, los modelos para cada punto de operación son suficientemente diferentes y esto permite generar los diferentes residuos en el esquema FDI. Las matrices F_{X_j} y F_{Y_j} son matrices de distribución de fallas en actuador y en sensor, respectivamente. Las matrices ω^j y v^j son dos ruidos blancos de media cero independientes con matrices de varianza – covarianza definidas, respectivamente, por Q^j y R^j . Sin pérdida de generalidad, D_j se supone ser igual a cero y de acuerdo a [18], en presencia de fallas en sensores, actuadores o componentes, el sistema representado mediante el espacio de estado previo definido en (3) puede ser equivalente a:

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= A_j X_k + B_j U_k + F_j d_k + \Delta_{X_j} + \omega_k^j, \\ Y_k &= C_j X_k + \Delta_{Y_j} + v_k^j \end{aligned} \quad (4)$$

con Δ_{X_j} y Δ_{Y_j} como vectores constantes que dependen del j -ésimo modelo lineal tal como:

$$\begin{aligned} \Delta_{X_j} &= X_e^j - A_j X_e^j - B_j U_e^j, \\ \Delta_{Y_j} &= Y_e^j - C_j X_e^j \end{aligned} \quad (5)$$

La matriz de distribución de la falla está representado por $F_j \in \mathfrak{R}^{n \times q} \text{rank}(F_j) = q, \forall j$. Alrededor del j -ésimo punto de operación, se asume que $\forall j, \text{rank}(C_j) = m$. Este sistema lineal puede ser especificado por el siguiente conjunto de matrices del sistema:

$$S_j = \begin{bmatrix} A_j & B_j & F_j & \Delta_{X_j} \\ C_j & \Delta_{Y_j} & & \end{bmatrix}, \quad \forall j = [1, \dots, M] \quad (6)$$

Esto, permite definir S_k que es una secuencia matricial cambiando dentro de un conjunto convexo, definido como

$$S_k := \left\{ \sum_{j=1}^M \varphi_k^j S_j : \varphi_k^j \geq 0, \sum_{j=1}^M \varphi_k^j = 1 \right\}. \quad (7)$$

Así, S_k caracteriza en cada muestra al sistema tal como se propone en ausencia de falla [16] y con fallas [1]. Consecuentemente, el comportamiento dinámico del sistema está definido por un conjunto convexo de multi-modelos LIT (S_1, S_2, \dots, S_M) . La representación de espacio de estado (4) bajo un conjunto convexo (7) puede ser considerado como un enfoque de modelado convencional para la planta no lineal suave donde φ_k^j es una función de ponderación apropiada que incorpora las no linealidades de la planta.

2.2 Ubicación del Problema

Los sistemas a considerar pueden ser descritos por una representación multi-modelo. En este artículo, sólo se usará la representación multi-modelo, en donde se asume con precisión el modelo del comportamiento del sistema. Como el propuesto en [4] y [9], un banco de filtros de Kalman clásicos pueden ser diseñadas para obtener una estimación de φ_k^j . Con esta suposición, el sistema evoluciona en torno al j -ésimo punto de operación, un i -ésimo filtro de Kalman ($\forall i \in [1, 2, \dots, M]$ que representa el número de filtros de Kalman) se describe por

$$\begin{aligned} \hat{X}_{k+1}^i &= A_i \hat{X}_k^i + B_i U_k + K_k^i (Y_k - \hat{Y}_k^i) + \Delta_{X_i}, \\ \hat{Y}_k^i &= C_i \hat{X}_k^i + \Delta_{Y_i}, \end{aligned} \quad (8)$$

donde $\hat{X}_k^i \in \mathfrak{R}^n$ denota el vector de estado estimado y $\hat{Y}_k^i \in \mathfrak{R}^m$ es la estimación de la salida obtenida del filtro lineal basado en el i -ésimo modelo lineal. $K_k^i \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ es la matriz de ganancia del filtro de Kalman. El índice j representa al sistema y el índice i está dedicado a los modelos para los filtros.

Este banco de filtros de Kalman permite obtener el error de estados estimado $\varepsilon_k^i (\varepsilon_k^i = X_k - \hat{X}_k^i)$ y los vectores de residuos de salida $r_k^i (r_k^i = Y_k - \hat{Y}_k^i)$. Cuando ocurre una falla y el régimen de operación no cambia (i.e. cuando $d \neq 0$ y $j = i$), la diferencia entre la representación del sistema (4) y los filtros (8) está representada como sigue:

$$\varepsilon_{k+1}^i = (A_i - K_k^i C_i) \varepsilon_k^i + F_j d_k - K_k^i v_k^j + \omega_k^j \quad (9)$$

y la estimación del error de salida

$$r_k^i = C_i \varepsilon_k^i + v_k^j \quad (10)$$

En ausencia de fallas, el vector de estimación del error se escribe como ε_i y el vector de salida residual se denota como r_i . En ausencia de falla, el residuo generado por el i -ésimo filtro se supone a tener una distribución Gaussiana con media cero (denotado por \mathcal{N}). Este residuo permite evaluar la validez de cada modelo lineal. En [4] consideran el vector de residuos para determinar la probabilidad de cada modelo lineal tomando en cuenta las mediciones previas de acuerdo a la teoría de probabilidad de Bayes. Los residuos estacionarios permiten una función de distribución de probabilidad, notada \wp_k^i , definida como

$$\wp_k^i = \frac{\exp\left\{-0.5 \times r_k^i \times (\Theta_k^i)^{-1} \times (r_k^i)^T\right\}}{\left[(2\pi)^m \times \det(\Theta_k^i)\right]^{1/2}}, \quad (11)$$

donde $\Theta_i \in \mathfrak{R}^m$ es la matriz de covarianza de los residuos r_k^i . Basado en la función de distribución de probabilidad, un modo de probabilidad, notado como $\varphi(r_k^i)$, puede ser calculado como $\forall i \in [1, \dots, M]$

$$\varphi(r_{k+1}^i) = \frac{\wp_k^i \times \varphi(r_k^i)}{\sum_{h=1}^M \wp_k^h \times \varphi(r_k^h)} \quad (12)$$

Por lo tanto, el modo de probabilidad del algoritmo de estimación puede obtenerse para cada modelo. Cuando la probabilidad converge a uno, los otros modelos convergen a cero. Este modo de probabilidad estimado por cada modelo se considera como la función de ponderación respectiva a cada modelo. En presencia de fallas, la siguiente evaluación puede ser establecida $\forall i, j \in [1, \dots, M]$:

$$\text{para } j = i, \begin{cases} r_k^i \sim \mathcal{N} & \text{si } d=0, \\ r_k^i \sim \mathcal{N} & \text{si } d \neq 0, \end{cases} \quad (13)$$

Una primera suposición ha sido establecida previamente. Cada modelo es diferente de cada uno, así solo un residuo r_k^i puede seguir una distribución Gaussiana normal cuando $j=i$. Cuando $j \neq i$, la diferencia entre la representación del sistema (4) con (A_j, B_j, C_j)

y el filtro de Kalman (8) con (A_i, B_i, C_i) conducen a un residuo diferente de (13), i.e. $r_k^i \approx \mathcal{N}$ para $j \neq i$ con cualquier d . De otra manera, cuando $j = i$, la diferencia entre la representación del sistema y el filtro de Kalman conducen a:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{k+1}^i = & (A_i - K_k^i C_i) \varepsilon_k^i + F_j d_k - K_k^i v_k^j + \omega_k^j \\ & + (\Delta \Delta_{X_j}^i - K_k^i \Delta \Delta_{Y_j}^i) \xi_{j,k}^i \end{aligned} \quad (14)$$

y

$$r_k^i = C_i \varepsilon_k^i + v_k^j + \Delta \Delta_{Y_j}^i \xi_{j,k}^i \quad (15)$$

donde $\xi_{j,k}^i \in \mathfrak{R}^{(n+p+1) \times 1}$ corresponde a la magnitud de los errores de modelado entre el sistema representado por el j -ésimo modelo lineal y el i -ésimo modelo lineal usado para el cálculo del filtro de Kalman. $\Delta \Delta_{X_j}^i \in \mathfrak{R}^{n \times (n+p+1) \times 1}$ y $\Delta \Delta_{Y_j}^i \in \mathfrak{R}^{m \times (n+p+1) \times 1}$ son las matrices de distribución del error de modelado asociada a la ecuación de estado del sistema y a la ecuación de salida, respectivamente. Las dimensiones de $\Delta \Delta_{X_j}^i$ y $\Delta \Delta_{Y_j}^i$ están directamente vinculadas con el error de modelado procedentes de las matrices (A_i, B_i, Δ_{X_i}) y (C_i, D_i, Δ_{Y_i}) , respectivamente. El uso de los filtros de Kalman permiten las siguientes propiedades residuales $\forall i, j \in [1, \dots, M]$:

$$\begin{aligned} r_k^i & \sim \mathcal{N} \quad \text{si } d = 0, \quad i = j, \\ r_k^i & \approx \mathcal{N} \quad \text{si } d = 0, \quad i \neq j, \\ r_k^i & \approx \mathcal{N} \quad \text{si } d \neq 0, \quad i = j, \end{aligned} \quad (16)$$

Cuando $i \neq j$, el algoritmo proporciona funciones de ponderación tales que $\forall i \varphi(r_k^i) \neq 1$ pero $\sum_{j=1}^M \varphi(r_k^j) = 1$. El método de interpolación entre los diferentes puntos de operación y las funciones $\varphi(r_k^i)$ puede tomar algunos valores entre 0 y 1 expresando el porcentaje valido de un modelo en cuanto al comportamiento dinámico del sistema (7). De acuerdo a (16), la FDI no se obtiene correctamente, ya que el vector de residuos es corrompido al mismo tiempo por cambio en los puntos de operación y la presencia de las fallas.

Un nuevo generador de residuos es diseñado de manera que permite un desacoplo de las fallas con objeto de proporcionar funciones de ponderación robusta a fallas. Este nuevo generador de residuos da una primera señal insensible a las fallas, pero sensible a los errores de modelado y una segunda señal sensible a fallas. El nuevo generador de residuos se expresa como:

$$\tilde{r}_k^i = \begin{bmatrix} \Sigma_i \\ \Xi_i \end{bmatrix} r_k^i, \quad (17)$$

donde Σ_i y Ξ_i son términos introducidos con el fin de desacoplar los residuos y tienen dimensiones apropiadas; \tilde{r}_k^i es el nuevo vector de residuos. Esta consideración permite estudiar la detección de filtros generando residuos desacoplados de fallas como [19], la cual nos proponen generalizar en la estructura multi-modelo.

2.3 Función de Ponderación Robusta

Bajo la suposición de que ocurra una falla en el tiempo $k_d (k > k_d)$ y que cambie el punto de operación en el tiempo $k_e (k > k_e)$, el vector de residuo del i -ésimo filtro se expresa como sigue [1]:

$$\begin{aligned} r_k^i = & r_k^i + \Delta \Delta_{X_j}^i \xi_{j,k}^i \\ & + \rho_{k,k_d} \begin{bmatrix} d_{k_d} & d_{k_d+1} & \dots & d_{k-1} \end{bmatrix} \\ & + \beta_{k,k_e} \begin{bmatrix} \xi_{j,k_e}^i & \xi_{j,k_e+1}^i & \dots & \xi_{j,k-1}^i \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (18)$$

con

$$\rho_{k,k_d} = C_i \begin{bmatrix} \Gamma_{k,k_d+1}^i F_j \\ \Gamma_{k,k_d+2}^i F_j \\ \dots \\ F_j \end{bmatrix} \quad (19)$$

y

$$\beta_{k,k_e} = C_i \begin{bmatrix} \Gamma_{k,k_e+1}^i (\Delta \Delta_{X_j}^i - K_{k_e}^i \Delta \Delta_{Y_j}^i) \\ \Gamma_{k,k_e+2}^i (\Delta \Delta_{X_j}^i - K_{k_e+1}^i \Delta \Delta_{Y_j}^i) \\ \dots \\ (\Delta \Delta_{X_j}^i - K_{k-1}^i \Delta \Delta_{Y_j}^i) \end{bmatrix}, \quad (20)$$

donde

$$\begin{aligned} \Gamma_{k,(k_d,k_e)}^i & = \prod_{\tau=(k_d,k_e)}^{k-1} L_\tau^i, \\ L_k^i & = (A_i - K_k^i C_i) \end{aligned} \quad (21)$$

La ecuación (18) permite confirmar que el residuo es afectado por fallas y errores de modelado. El objetivo es generar residuos insensible a fallas pero sensible solo a errores de modelado, esto es,

$$(A_i - K_k^i C_i) F_i = 0, \quad \forall i \in [1, \dots, M] \quad (22)$$

Si la ecuación (22) se satisface y si el número de fallas es estrictamente menor al número de salidas (i.e. $\text{rank}(C_i F_i) = q < m, \forall i$), una solución a (22) fue propuesta en [19], el cual parametriza una ganancia del filtro de Kalman como

$$K_k^i = \omega_i \Xi_i + K_k^i \Sigma_i \quad (23)$$

con

$\Xi_i = (C_i F_i)^+$, $\omega_i = A_i F_i$, $\Sigma_i = \alpha_i (I_m - C_i F_i \Xi_i)$ y $\alpha_i \in \mathfrak{R}^{(m-q) \times m}$, es una matriz constante arbitraria definida, a fin que la matriz Σ_i sea de rango de fila completo. Por lo tanto, el residuo definido en (18) bajo las igualdades (22) llega a ser

$$r_k^i = r_k^i + \Delta \Delta_{X_j}^i \xi_{j,k}^i + C_i F_i [d_{k-1}] + \beta_{k,k_e} \begin{bmatrix} \xi_{j,k_e}^i & \xi_{j,k_e+1}^i & \dots & \xi_{j,k-1}^i \end{bmatrix} \quad (24)$$

El filtro de Kalman también minimizaría la traza de la matriz de varianza-covarianza del error de estimación. Esta minimización se lleva a cabo bajo la existencia y condiciones de estabilidad presentada y estudiada en [19]. De acuerdo a la ecuación (23), cada filtro de detección, definida en la ecuación (8), se describe por

$$\hat{X}_{k+1}^i = A_i \hat{X}_k^i + B_i U_k + (\omega_i \Xi_i + K_k^i \Sigma_i) (Y_k - \hat{Y}_k^i) + \Delta_{X_i}, \quad (25)$$

$$\hat{Y}_k^i = C_i \hat{X}_k^i + \Delta_{Y_i},$$

donde

$$K_k^i = \bar{A}_i P_k \bar{C}_i^T (C_i P_k C_i^T + V_i)^{-1}, \quad (26)$$

$$P_{k+1}^i = (\bar{A}_i - K_k^i \bar{C}_i) P_k (\bar{A}_i - K_k^i \bar{C}_i)^T + K_k^i V_i (K_k^i)^T + Q_i \quad (27)$$

con

$$\bar{A}_i = (A_i - \omega_i \Xi_i C_i), \quad \bar{C}_i = \Sigma_i C_i, \quad V_i = \Sigma_i R_i \Sigma_i^T \quad \text{y} \\ Q_i = Q_i + \omega_i \Xi_i R_i \Xi_i \omega_i^T.$$

De acuerdo a (23) y las propiedades de las matrices previas, un vector de residuos \tilde{r}_k^i se obtiene como sugiere (17).

$$\begin{bmatrix} \Sigma_i (Y_k - \hat{Y}_k^i) \\ \Xi_i (Y_k - \hat{Y}_k^i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma_i r_k^i \\ \Xi_i r_k^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_k^i \\ \Omega_k^i \end{bmatrix} = \tilde{r}_k^i, \quad (28)$$

donde $\gamma_k^i \in \mathfrak{R}^{m-q}$ es el vector de residuos desacoplado de fallas y $\Omega_k^i \in \mathfrak{R}^q$ es el vector de residuos sensible a fallas. Debido a las propiedades de las matrices $\Sigma_i C_i F_j = 0$ y $\Xi_i C_i F_j = I$, cada residuo de (28) puede ser desarrollado de acuerdo a la ecuación (18) en vectores γ_k^i insensibles y Ω_k^i sensibles a fallas, respectivamente. Como se expresa:

$$\gamma_k^i = \Sigma_i \left(r_k^i + \Delta \Delta_{X_j}^i \xi_{j,k}^i \right) + \Sigma_i \beta_{k,k_e} \begin{bmatrix} \xi_{j,k_e}^i & \xi_{j,k_e+1}^i & \dots & \xi_{j,k-1}^i \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$\Omega_k^i = d_{k-1} + \Xi_i \left(r_k^i + \Delta \Delta_{X_j}^i \xi_{j,k}^i \right) + \Xi_i \beta_{k,k_e} \begin{bmatrix} \xi_{j,k_e}^i & \xi_{j,k_e+1}^i & \dots & \xi_{j,v}^i \end{bmatrix} \quad (30)$$

Las ecuaciones (29) y (30) indican que un banco de filtros de Kalman desacoplados proporciona una solución al problema de distinción de fallas en un enfoque multi-modelo. Con estas suposiciones, cuando el sistema opera alrededor del j -ésimo punto de operación, el nuevo residuo γ_k^i insensible a falla satisface las siguientes propiedades:

$$\forall d, \begin{cases} \gamma_k^i \sim \mathcal{N} & \text{si } i = j, \\ \gamma_k^i \sim \mathcal{N} & \text{si } i \neq j, \end{cases} \quad (31)$$

Considerando que el residuo γ_k^i alrededor del j -ésimo punto de operación sigue una distribución Gaussiana, el vector de residuos se usa para calcular la distribución de probabilidad como

$$\wp_k^i = \frac{\exp \left\{ -0.5 \gamma_k^i (\Theta_k^i)^{-1} \times (\gamma_k^i)^T \right\}}{\left[(2\pi)^{(m-q)} \det(\Theta_k^i) \right]^{1/2}}, \quad (32)$$

donde $\Theta_k^i \in \mathfrak{R}^{m-q}$ define la matriz de covarianza del residuo γ_k^i igual a $(C_i P_k C_i^T + V_i)$. La probabilidad robusta a falla se expresa como

$$\wp(\gamma_{k+1}^i) = \frac{\wp_k^i \wp(\gamma_k^i)}{\sum_{h=1}^M \wp_k^h \wp(\gamma_k^h)}. \quad (33)$$

El algoritmo de probabilidad permite obtener un modelo global que describe el comportamiento dinámico del sistema tanto en ausencia como en presencia de fallas. Las probabilidades permiten determinar el punto de operación donde el sistema está evolucionando. Estas probabilidades son usadas para aislar el punto de operación y consecuentemente definir una función de activación robusta. Nótese que cuando $i \neq j$, parece que las probabilidades no son iguales a uno o cero pero pueden tomar algunos valores entre $[0, \dots, 1]$ y $\sum_{i=1}^M \phi(\gamma_k^i) = 1$. Este caso subraya el método de interpolación cuando el sistema está representado por varios modelos definido alrededor de múltiples regímenes de operación. La función de ponderación robusta $\phi(\gamma_k^i)$ es usada para representar el comportamiento dinámico de la planta como un conjunto convexo de multi-modelos lineales tales que

$$S_k^* := \left\{ \sum_{i=1}^M \phi(\gamma_k^i) S_i : \phi(\gamma_k^i) \geq 0, \sum_{i=1}^M \phi(\gamma_k^i) = 1 \right\}, \quad (34)$$

donde S_k^* representa el modelo global y S_i es definida como

$$S_i = \begin{bmatrix} A_i & B_i & F_i & \Delta_{X_i} \\ C_i & \Delta_{Y_i} & & \end{bmatrix}, \quad \forall i = [1, 2, \dots, M] \quad (35)$$

De acuerdo a (34), la representación del sistema en espacio de estado esta entonces definida como

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= A_k^* X_k + B_k^* U_k + F_k^* d_k + \Delta_{X,k}^*, \\ Y_k &= C_k^* X_k + \Delta_{Y,k}^*, \end{aligned} \quad (36)$$

donde las matrices $(\cdot)_k^*$ son igual a $\sum_{i=1}^M \phi(\gamma_k^i) (\cdot)_i$. La ecuación (36) representa una reestimación del sistema nominal sin suposiciones en estado y mediciones de ruidos. Esta representación del conjunto convexo es usada para diseñar un filtro adaptivo que se desarrollará en la siguiente sección para llevar a cabo la detección, la localización y la estimación de las fallas.

3. EJEMPLO DE SIMULACIÓN

El método propuesto se aplica a un sistema no lineal discreto en lazo abierto que se obtiene

directamente de un ejemplo académico. Este sistema, consta de una entrada y múltiples salidas. También está representado por un conjunto de tres modelos lineales estocásticos discretos con las mismas dimensiones: $X \in \mathfrak{R}^4$, $U \in \mathfrak{R}^1$, y $Y \in \mathfrak{R}^3$. El $j^{\text{ésimo}}$ punto de operación depende directamente de las magnitudes de las entradas definidas en la tabla 1. Para simplificar la implementación,

Tabla 1. Definición de puntos de operación
Table 1. Operating points definition

Punto de operación (P_j)	$j=1$	$j=2$	$j=3$
	$U \in [0;3]$	$U \in [3;6]$	$U \in [6;9]$
Y_{P_j}	3.2-5.0 2.58	5.82-8.54 4.88	9.88-15.62 8.34
U_{P_j}	2	4	7
Eigenvalores de A_j	$\begin{bmatrix} 0.15 \\ 0.37 \\ 0.60 \\ 0.22 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.01 \\ 0.02 \\ 0.04 \\ 0.01 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.20 \\ 0.50 \\ 0.80 \\ 0.30 \end{bmatrix}$

otras matrices son las mismas para cada modelo: $\forall j$,

$$\begin{aligned} B_j &= [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T, & C_j &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ D_j &= [0 \ 0 \ 0]^T, & Q_j &= \text{diag}([0.9 \ 0 \ 0.5 \ 0.3])^T \text{ y } R_j = I_{3 \times 3}. \end{aligned}$$

El sistema no lineal para el ejemplo académico queda definido en la ecuación (37) de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= A_{NLk} X_k + B_{NLk} U_k + \Delta_{XNLk}, \\ Y_k &= C_{NLk} X_k + B_{NLk} U_k + \Delta_{YNLk} \end{aligned} \quad (37)$$

En donde $A_{NLk} = \sum_{j=1}^3 \mu_j(U) A_{jk}^*$, $A_{jk}^* = A_j(1 + \psi_j \text{sen}(\varpi_{jk}))$ y las otras matrices se describen de igual manera.

$A_{NLk}, B_{NLk}, C_{NLk}, D_{NLk}$, así como $\Delta_{XNLk}, \Delta_{YNLk}$ son matrices y vectores de dimensiones apropiadas y variantes en el tiempo. Las matrices y vectores $A_j^*, B_j^*, C_j^*, D_j^*, \Delta_{Xj}^*, \Delta_{Yj}^*$ son también de dimensiones apropiadas. Y están definidas con un escalar constante ψ_j y una función trigonométrica $\text{sen}(\varpi_j)$ en donde ϖ_j representa un escalar constante. Las matrices en (37) están definidas a cada instante según la

dinámica del sistema no lineal S_{NLk} , definida en (38) por:

$$S_{NLk} := \left\{ \sum_{i=1}^3 \mu(U_k) S_j : \mu_j(U_k) \geq 0, \sum_{i=1}^3 \mu_j(U_k) = 1 \right\}, \quad (38)$$

En donde $\mu_j(U)$ es la función de activación diseñada a través de tres intervalos en función de la entrada y $S_j(U)$ representa el conjunto de matrices y vectores $A_j, B_j, C_j, D_j, \Delta_{X_j}$ y Δ_{Y_j} .

El ejemplo de simulación considerado es desarrollado en caso de fallas múltiples en los sensores ($f \in \mathfrak{R}^2$) con una entrada al sistema U elegida como pasos sucesivos con transiciones suaves. En primer lugar, se propone un banco de tres filtros de Kalman clásicos. Esto fue desarrollado para mostrar el problema que se presentó al inicio, con FDI y con la selección del modelo real, cuando el vector de residuos es corrompido por dos piezas de información: la evolución del punto de operación y la ocurrencia de la falla. En el mismo contexto, se considera un banco de tres filtros de Kalman desacoplados como la solución a los problemas presentados para la FDI y la selección robusta del modelo, en un filtro de Kalman clásico en una estructura MM. En este banco, cada filtro desacoplado es diseñado de acuerdo con las consideraciones presentadas en la sección anterior. La condición del rango ($\forall i, \text{rank}(C_i F_j) < 3$) es así satisfecha. Considerando estas condiciones, las fallas en los sensores pueden ser detectadas, localizadas y estimadas. Para el diseño de los filtros desacoplados con fallas en los sensores, un aumento en el espacio de estados debe llevarse a cabo si se considera las fallas en los sensores como fallas en los actuadores.

3.1 Resultados de Simulación

Para evaluar el método, consideramos que una falla aparece en el primer sensor en la muestra $k_d = 100$, con una magnitud constante igual a 2 y que una segunda falla se presenta en el segundo sensor al instante de muestreo $k_d = 600$, con una magnitud constante igual a 5 ($d \in \mathfrak{R}^2$). Ambas fallas están definidas por la ecuación (3), donde $F_{Y_j} = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]^T$ es

la matriz de distribución de fallas. Los resultados presentados aquí fueron logrados considerando un banco de filtros de Kalman clásicos.

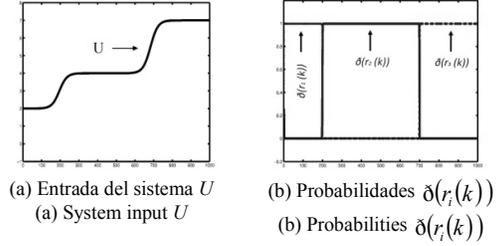


Figura 1. Entrada del sistema y evolución del selector modelo en caso de ausencia de fallas
Figure 1. Input System and evolution of robust activation function in fault free case

En la figura 1a, se muestra la entrada U del sistema. El comportamiento de la estimación de la función robusta del modelo, muestra su desempeño con respecto a la entrada del sistema como se ilustra en la figura 1b, en ausencia de fallas.

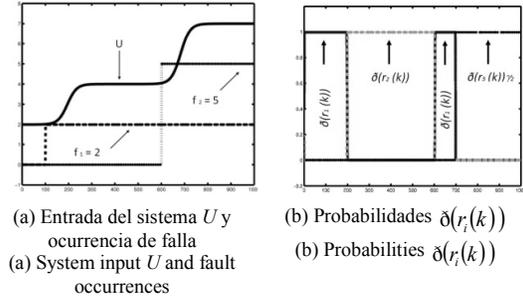


Figura 2. Entrada del sistema y evolución del modelo de selección en caso de fallas
Figure 2. Input System and evolution of the robust activation function in faulty case

El vector de fallas y el vector de entrada al sistema se muestran en la figura 2a. En la figura 2b, se puede observar que en presencia de fallas, la función de ponderación no selecciona al modelo apropiado. La razón es que el vector de residuos no es robusto a las fallas. Ahora, si se considera un filtro de Kalman desacoplado, los parámetros de la matriz de ganancia K_i son seleccionados con el propósito de construir un residuo desacoplado de fallas con $\gamma_i(k) \in \mathfrak{R}^1$ y $\Omega_i(k) \in \mathfrak{R}^2$. Los resultados que se obtienen con el uso de un banco de filtros de Kalman desacoplados, cuando dos fallas aparecen y

está cambiando el punto de operación se ilustra en la figura 3. El residuo $\gamma_i(k)$ insensible a las fallas para tres filtros, se gráfica en la figura 3a., en donde se observa que de acuerdo a la entrada del sistema, el residuo correspondiente al modelo verdadero tiene media cero. Así el residuo $\gamma_i(k)$ es usado para mostrar la evolución del modo de probabilidad $\delta(\gamma_i(k))$, como se ilustra en la figura 3b. Los resultados obtenidos muestran una función de ponderación robusta la cual es insensible a las fallas. La misma figura muestra la transición del modelo “1” al modelo “2” y después al modelo “3” sin que las probabilidades sean afectadas por la ocurrencia de fallas. Finalmente, el vector global de residuos sensible a las fallas $\Omega_G(k)$ se ilustra en la figura 3c. Este se obtiene de los vectores de residuos sensibles a las fallas $\Omega_i(k) \in \mathfrak{R}^2$ y usando el modo de probabilidad tal como la ec. $(\gamma_i(k): \Omega_G(k) = \sum_{i=1}^M \delta(\gamma_i(k)) \Omega_i(k))$.

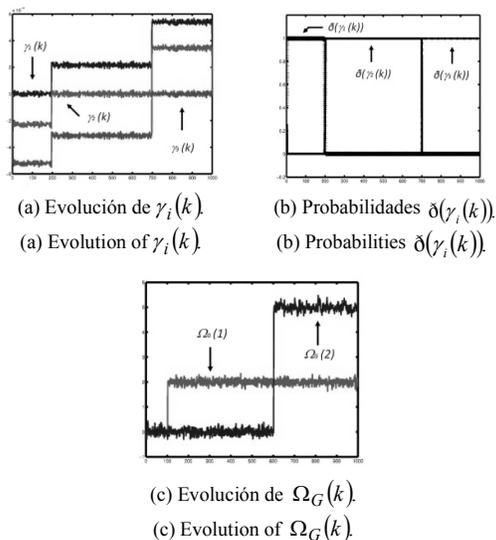


Figura 3. Comportamiento de residuos insensible a fallas, sensible a fallas y la estimación de la función de ponderación robusta

Figure 3. Behaviors of the residual insensitive to faults and the Estimation of the robust activation function

En esta figura, se debe observar el comportamiento del residuo global de fallas, cuando hay cambios abruptos correspondientes a la aparición de dos fallas. Este resultado ilustrado en la figura 3c, hace posible la determinación de la detección y localización de

las fallas. También se puede notar la exactitud de la estimación de ambas fallas. El enfoque sugerido en este estudio permite una detección, localización y estimación de ocurrencia de fallas, así como la estimación de la función de ponderación robusta que permite determinar la contribución del modelo lineal, en el marco de modelos múltiples.

4. CONCLUSIONES

En este artículo se presenta un método de diagnóstico de fallas en sistemas no lineales, el cual se encuentra representado por un conjunto finito de modelos lineales invariantes en el tiempo. Este método se basa en un banco de filtros de Kalman desacoplados, los cuales se diseñan para detectar, localizar y estimar la magnitud de múltiples fallas que se presentan de manera simultánea o secuencial. Las funciones de ponderación robustas a fallas fueron diseñadas para identificar la contribución de cada uno de los modelos lineales representativos del sistema no lineal en presencia y en ausencia de fallas, esto permite la construcción global del sistema estimado. La estimación de las funciones de ponderación está basada en vectores de residuos insensibles a las fallas, esto significa que las matrices de distribución de errores de modelado son completamente diferentes a las matrices de distribución de fallas. La ventaja del presente método es la fácil detección y localización de fallas a través de esquemas lineales pero resolviendo un sistema no lineal, gracias a la estrategia LIT multimodelos. Un ejemplo académico de simulación ilustra la funcionalidad del método propuesto sin mostrar aún toda la potencialidad del enfoque que se realiza.

REFERENCIAS

[1] ADAM-MEDINA, M., RODRIGUES, M., THEILLIOL, D., & JAMOULI, H. Fault diagnosis in nonlinear systems through an adaptive filter under a convex set representation. In Proceedings of the European control conference, Cambridge, UK, CD Rom. 2003.

- [2] ALCORTA-GARCÍA, E., & FRANK, P. Deterministic nonlinear observer based approaches to fault diagnosis: A survey. *Control Engineering Practice*, 5(5), 663–670. 1997.
- [3] ATHANS, M., FEKRI, S., & PASCOAL, A. Issues on robust adaptive feedback control. In *Proceedings of 16th IFAC world congress*, Prague, Czech Republic. 2005.
- [4] BANERJEE, A., ARKUN, Y., PEARSON, R., & OGUNNAIKE, B. H₁ control of nonlinear processes using multiple linear models. *Proceedings of the European control conference*, Roma, Italy. 2671–2676. 1995.
- [5] BHAGWAT, A., SRINIVASAN, R., & KRISHNASWAMY, P. R. Multi-linear model-based fault detection during process transitions. *Chemical Engineering Science*, 58, 1649–1670. 2003.
- [6] CHEN, J., & PATTON, R. Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. 1999.
- [7] GATZKE, E., & DOYLE, F. Use of multiple models and qualitative knowledge for on-line moving horizon disturbance estimation and fault diagnosis. *Journal of Process Control*, 12, 339–352. 2002.
- [8] GERTLER, J. Fault detection and diagnosis in engineering systems. New York, Basel, Hong Kong: Marcel Dekker. 1998.
- [9] MURRAY-SMITH, R., & JOHANSEN, T. Multiple model approaches to modelling and control. London: Taylor & Francis. 1997.
- [10] NARENDRA, K., BALAKRISHNAN, J., & KERMAL, M. Adaptation and learning using multiple models, switching and tuning. *IEEE Control Systems Magazine*, 37–51. 1995.
- [11] DIAO, Y., & PASSINO, K. M. Intelligent fault-tolerant control using adaptive and learning methods. *Control Engineering Practice*, 10(8), 801–817. 2002.
- [12] PORFIRIO, C. R., NEITO, E. A., & ODLOAK, D. Multi-model predictive control of an industrial c3/c4 splitter. *Control Engineering Practice*, 11, 765–779. 2003.
- [13] RODRIGUES, M. Diagnostic et commande active tolérante aux défauts appliqués aux systèmes décrits par des multi-modèles linéaires. Ph.D. thesis, Centre de Recherche en Automatique de Nancy, UHP, Nancy, France. 2005.
- [14] LEITH, D. J., & LEITHEAD, W. E. Survey of gain-scheduling analysis and design. *International Journal of Control*, 73(11), 1001–1025. 2000.
- [15] WAN, Z., & KOTHARE, M. Efficient scheduled stabilizing model predictive control for constrained nonlinear systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 13, 331–346. 2003.
- [16] TAYEBI, A., & ZAREMBA, M. Iterative learning control for nonlinear systems described by a blended multiple model representation. *International Journal of Control*, 75(16/17), 1376–1384. 2002.
- [17] OZKAN, L., KOTHARE, M., & GEORGAKIS, C. Control of a solution copolymerization reactor using multi-model predictive control. *Chemical Engineering Science*, 2, 1207–1221. 2003.
- [18] PARK, J., RIZZONI, G., & RIBBENS, W. On the representation of sensors faults in fault detection filters. *Automatica*, 30(11), 1793–1795. 1994.
- [19] KELLER, J. Fault isolation filter design for linear stochastic systems. *Automatica*, 35, 1701–1706. 1999.
- [20] ADAM, M. Diagnostic de Défauts de Systèmes à représentation Multi-Modèles Linéaires Invariants dans le Temps. Tesis de Doctorado, Universidad Nancy I, Francia. 2004.