

RESISTENCIA A LA COMPRESION DE ANGULOS DOBLES SEPARADOS

COMPRESSION STRENGTH OF FACE TO FACE DOUBLE ANGLES

LUIS GARZA I.C., M en I ¹

Profesor Asociado de la Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín. lgarza@unalmed.edu.co

LUIS LARA

Ingeniero civil de la Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín. luislara@epm.net.co

JUAN POSADA

Ingeniero civil de la Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín. Jdposad0@colforest.com

Recibido para revisar 10 de Mayo de 2005, aceptado 6 de Julio de 2005, versión final 29 de Agosto de 2005

RESUMEN: Siendo una práctica muy difundida en Colombia la construcción de armaduras con ángulos dobles enfrentados en lugar de ángulos espalda con espalda como se hace en la mayor parte del mundo, se realizó una investigación para comparar su comportamiento y calibrar los criterios de diseño de las especificaciones existentes. En este trabajo se muestra que las consideraciones para ángulos espalda con espalda no se pueden aplicar directamente, y se propone una metodología para poder estimar la resistencia de ángulos enfrentados.

PALABRAS CLAVE: Ángulos, Armaduras, Acero, Resistencia a compresión, Diseño

ABSTRACT: Is a common practice in Colombia the construction of trusses made up of double angles face to face instead of angles back to back like the worldwide practice An investigation was carried out to compare its behavior and to calibrate the actual design criteria . It is shown in this work that considerations usually made for back to back angles can not be applied directly, and a methodology is proposed in order to estimate the strength of face to face double angles.

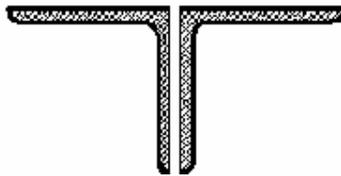
KEYWORDS: Angles, Trusses, Steel, Compression strength, Design.

INTRODUCCIÓN

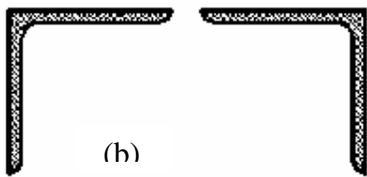
En la práctica y bibliografía de todo el mundo, cuando se habla de ángulos dobles, se interpreta como ángulos unidos espalda con espalda por placas de conexión más o menos delgadas, como se muestra en la (fig 1a). Sin embargo, en Colombia se utiliza una

disposición con los ángulos más separados, e incluso no unidos por su espalda sino por el frente, (fig. 1b y foto 1), sobre todo en los elementos de armaduras. Los autores, que han trabajado con las dos alternativas, consideran ventajosa la segunda disposición de enfrentados por las siguientes razones:

- a. Debido a su mayor rigidez a pandeo por flexión con respecto al eje $y-y$, su manipulación y montaje se simplifican considerablemente, no requiriendo elementos auxiliares como yugos, puntos de soporte adicionales ó varias grúas (Foto No 2 y 3).
- b. Por la misma razón, cuando en armaduras formadas con ángulos espalda con espalda se invierten los esfuerzos por succión en la cuerda inferior, se requiere de un gran número de arriostramientos para pandeo fuera del plano de la cercha.
- c. Por la misma razón, cuando en armaduras formadas con ángulos espalda con espalda se invierten los esfuerzos por succión en la cuerda inferior, se requiere de un gran número de arriostramientos para pandeo fuera del plano de la cercha.
- d. La preparación de superficie y aplicación de soldadura y pintura se facilita considerablemente ya que el espacio de los ángulos espaldados es pequeño e incómodo para realizar tales operaciones.



(a)



(b)

Figura 1. Secciones de Ángulos Dobles
Figure 1. Section double angles



Foto 1. Armaduras en ángulos enfrentados
Photo 1. Trusses in faced angles



Foto 2. Facilidad de Manipulación
Photo 2. Facility of Manipulation



Foto 3. Facilidad de Montaje
Photo 3. Facility of Assembly

En contraprestación, se puede citar como desventaja el mayor volumen que ocupan para transporte. Los costos de fabricación para ambos sistemas son muy similares.

Los trabajos experimentales que han dado lugar a los criterios de diseño recomendados

en las Normas AISC [referencia 1] cuya version de 1993 fue la base de las Normas Colombianas [referencia 2], se han basado en la disposición espalda con espalda, pues esta es la utilizada en Estados Unidos y otros países.

Al separar los ángulos se incrementa la inercia con respecto al eje y , así como el radio de giro r_y , y por lo tanto la resistencia para pandeo fuera del plano de la armadura, mientras que las propiedades con respecto a x no varían y la resistencia es la misma.

Puesto que el radio de giro en x es el menor en ambas disposiciones la falla que gobierna es en x y por lo tanto no habría ventaja en separar los ángulos. Sin embargo, cuando la longitud de pandeo en y es mayor que en x como es usual en sistemas como el de la figura 2, y hay posibilidades de pandeo fuera del plano, la ventaja de la separación es evidente.

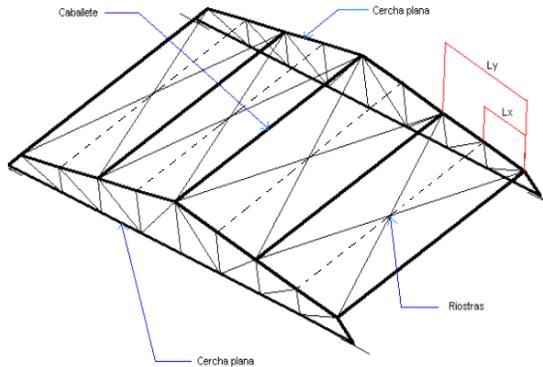


Figura 2. Modelo de cubierta
Figure 2. Model of cover

1. TRABAJO EXPERIMENTAL

El montaje general de los ensayos se muestra en la figura 3 y foto 4.

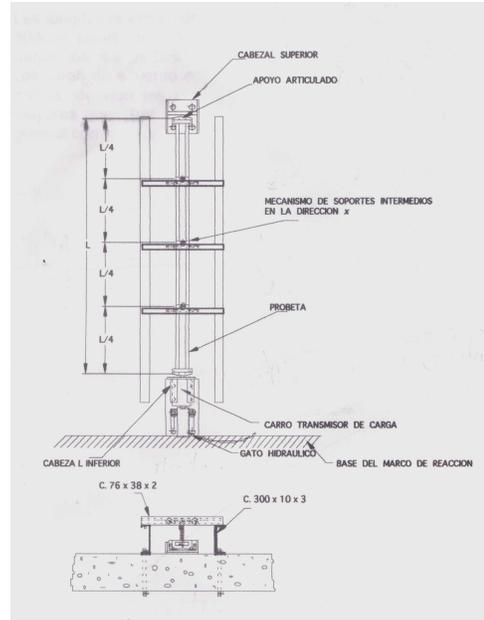


Figura 3. Sistema de Carga
Figure 3. System of Load

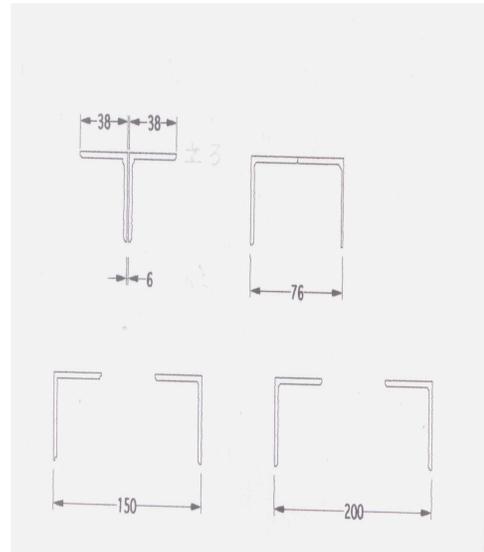


Figura 4. Secciones de ángulos dobles ensayados
Figure 4. Sections of tried double angles

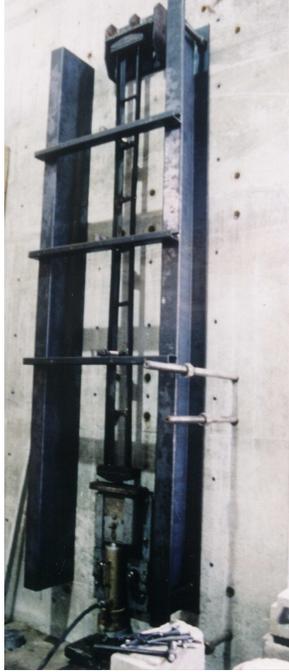


Foto 4. Montaje de pruebas
Photo 4. Assembly of tests

El sistema de apoyo en los extremos es una rótula mecánica con posibilidades de rotación en tres ejes, pero con restricción a la traslación en ambas direcciones horizontales y desplazamiento vertical permitido en la dirección del gato que aplica la fuerza como se muestra en la foto 5.



Foto 5. Apoyos extremos
Photo 5. Extreme supports

Las disposiciones en sección transversal de las probetas ensayadas se muestran en la figura 4 y foto 6 las cuales fueron realizadas

con ángulos L38x 3 mm, en longitudes entre 30 cm y 8 m, con conectores intermedios colocados de tal manera que la esbeltez local fuera siempre menor a la esbeltez general, con secciones variables.



Foto 6. Probetas
Photo 6. Test tubes

Puesto que para todas estas disposiciones el radio de giro con respecto a x es menor, la esbeltez L_x/r_x gobierna el comportamiento, a menos que L_y sea mayor que L_x , situación común en la práctica como se ilustró en la figura 2.

Para investigar también su comportamiento por pandeo flexionante con respecto a y , se acortó la esbeltez en x a la cuarta parte colocando soportes intermedios deslizantes en dirección x , que impidían el pandeo alrededor de éste eje de tal forma que $L_y = 4 L_x$. Estos soportes se muestran en las fotos 7 y 8 y permiten la rotación torsional en z .

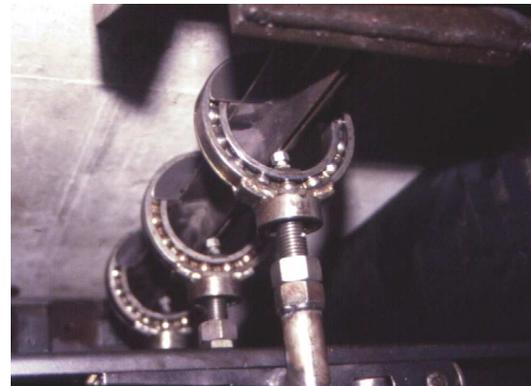


Foto 7. Soporte intermedio para ángulos dobles
Photo 7. Intermediate support for double angles



Foto 8. Soporte intermedio para ángulos enfrentados, tipo giroscopio
Photo 8. Intermediate support for faced angles, type gyroscope

Adicionalmente se determinó el límite de fluencia del acero con que se construyeron las probetas, obteniéndose un promedio de 390.6MPa, con muy pequeña desviación. Lo anterior, comparado con el límite de fluencia mínima para la especificación A36 con que se certifica de 252MPa, implica un incremento del 55%, que se tomó en cuenta en todos los cálculos teóricos. Incluso en el criterio de esbeltez para pandeo local, si se considera el F_y real, se obtiene un factor Q de 0.91.

2. CRITERIOS DE DISEÑO ACTUALES

De acuerdo a las especificaciones AISC 2005 E4a [referencia 1] y anteriores, para determinar la resistencia de ángulos dobles se procede de la siguiente manera: (Las variables se pueden consultar en la referencia 1).

- a. A partir de la esbeltez $K_x L_x / r_x$ se calcula el esfuerzo crítico en x.

$$F_{crx} = \left(0.658 \frac{F_y}{F_c} \right) F_y$$

$$\text{para } \frac{KL}{r} \leq 4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

o

$$F_{crx} = [0.877 F_e]$$

$$\text{para } \frac{KL}{r} > 4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

$$\text{con } F_e = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{KL}{r} \right)^2}$$

- b. Con la esbeltez en y, $K_y L_y / r_y$ y la distancia entre conectores se calcula la esbeltez modificada por tratarse de un miembro ensamblado soldado mediante:

$$\left(\frac{KL}{r} \right)_m = \sqrt{\left(\frac{KL}{r} \right)_0^2 + 0.82 \frac{\alpha^2}{(1 + \alpha^2)} \left(\frac{a}{r_{ib}} \right)^2}$$

Esta expresión fue propuesta por Aslani Y Goel [referencia 3] a partir de una solución de Bleich [referencia 4] y no considera las características de los conectores de la columna ensamblada.

- c. Con éste valor se calcula el esfuerzo crítico en y

$$F_{cry} = \left(0.658^{\lambda_{cy}^2} \right) F_y \text{ para } \lambda_{cy} \leq 1.5$$

$$F_{cry} = \left[\frac{0.877}{\lambda_{cy}^2} \right] F_y \text{ para } \lambda_{cy} > 1.5$$

Para el método E4b del AISC 2005 [referencia 1], éste se calcula como:

$$F_{ey} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{K_y L_y}{r_y} \right)^2}$$

- d. Se calcula el esfuerzo crítico en z (Pandeo torsional) con:

$$F_{crz} = \frac{GJ}{Ar_0^2}$$

Esta simplificación fue propuesta por Galambos [referencia 5] pero la formulación teórica completa para F_{crz} es:

$$F_{crz} = \left[\frac{\pi^2 EC_w}{(K_z L_z)^2} + GJ \right] \frac{1}{Ar_0^2}$$

tal como se propone en el E4b que conduce a ajustes más adecuados para el caso de ángulos enfrentados.

- e. El efecto de flexo torsión se evalúa a partir de la expresión:

$$F_{cft} = \frac{F_{cry} + F_{crz}}{2H} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4F_{cry}F_{crz}H}{(F_{cry} + F_{crz})^2}} \right]$$

Para el cálculo según el criterio E4b F_{cry} se substituye por F_{ey} :

$$F_{ey} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{K_y L_y}{r_y} \right)^2}$$

- f. Se obtiene la resistencia nominal del miembro con el menor entre los esfuerzos críticos F_{crx} , F_{cry} ó F_{cft} , con el cuál:

$$P_n = A_g F_{cr \min}$$

Como se aprecia en las figuras 5 y 6 tomadas de Benavides [referencia 6], los resultados obtenidos por este criterio solo son razonables para ángulos espalda con espalda muy juntos. En cambio para ángulos separados enfrentados los resultados son inconsistentes.

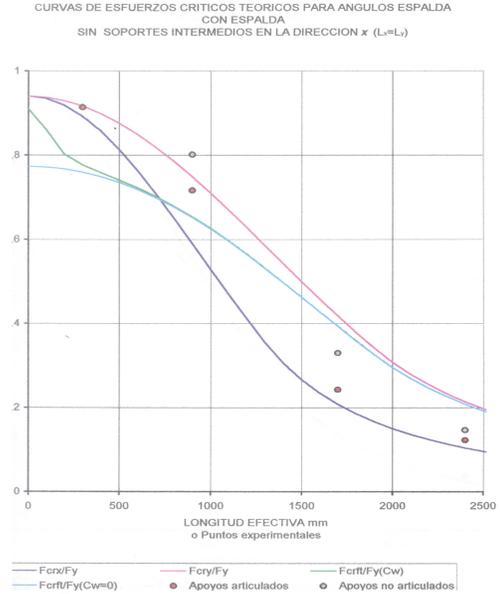


Figura 5. Curvas de esfuerzos críticos teóricos para ángulos espalda con espalda
Figure 5. Curves of theoretical critical stresses for angles back to back

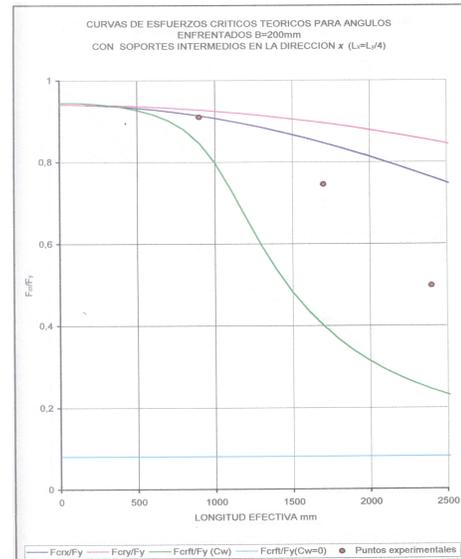


Figura 6. Curvas de esfuerzos críticos teóricos para ángulos enfrentados B = 200mm
Figure 6. Curves of theoretical critical stresses for faced angles B = 200mm

Si se utiliza el criterio E4b del AISC 2005 (F.2.15 NSR-98), en el que el valor de C_w no se desprecia, los resultados son más consistentes, aunque en algunos casos muy conservadores y no se considera el efecto de la rigidez de los conectores.

3. CRITERIO DE DISEÑO PROPUESTO

En vista de que el ajuste de los criterios del capítulo anterior no concuerdan confiablemente a los valores experimentales, se propone un criterio de diseño más completo basado en Timoshenko and Gere [referencia 8]. En efecto, una formulación más completa realizada por Buelvas y Florez [referencia 9] que incluye además de las deformaciones de los ángulos individuales de la columna ensamblada, las deformaciones por flexión y cortante del conector de acuerdo a la figura 7, parece conducir a resultados más confiables.

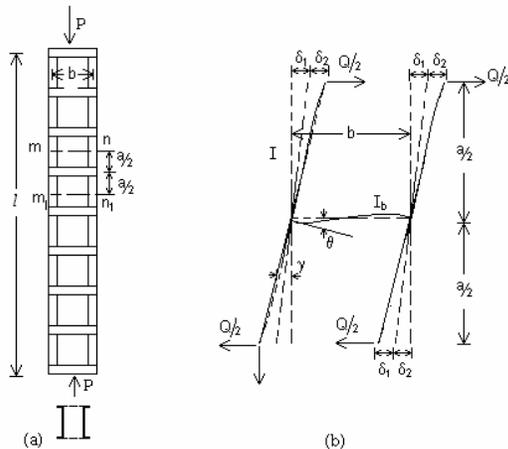


Figura 7. Columna ensamblada (Timoshenko[referencia 8])

Figure 7. Assembled column (Timoshenko[reference 8])

En la figura anterior vemos que la deflexión lateral, es la suma de los desplazamientos debidos a la flexión del conector (δ_1) y a la flexión de los elementos verticales (δ_2). Además, es claro que en los extremos del

conector actúa un par flector de valor $\frac{Qa}{2}$ con lo cual, la rotación en los extremos del conector es:

$$\theta = \frac{Qab}{12EI_b}$$

Donde b y EI_b son la longitud y la rigidez a flexión del conector respectivamente. Entonces, el desplazamiento lateral debido a la flexión del conector es:

$$\delta_1 = \frac{\theta a}{2} = \frac{Qa^2b}{24EI_b}$$

Además, la deflexión en los elementos verticales puede obtenerse como si se tratase de una viga en voladizo y de esta forma:

$$\delta_2 = \frac{Q}{2} \left(\frac{a}{2} \right)^3 \frac{1}{3EI_c} = \frac{Qa^3}{48EI_c}$$

Donde a es la separación de los conectores y EI_c es la rigidez a flexión de los elementos verticales. Así, el desplazamiento angular total debido a la fuerza cortante es:

$$\gamma = \frac{\delta_1 + \delta_2}{a/2} = \frac{Qab}{12EI_b} + \frac{Qa^2}{24EI_c}$$

De lo cual, es fácil ver que:

$$\frac{1}{P_d} = \frac{ab}{12EI_b} + \frac{a^2}{24EI_c}$$

Reemplazando esto último en la ecuación de la carga crítica obtenida para una columna sólida, en función de la carga crítica de Euler, obtenemos:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 EI}{L^2} \left(\frac{ab}{12EI_b} + \frac{a^2}{24EI_c} \right)}$$

En la anterior ecuación se puede observar que si la rigidez a flexión de los conectores es

pequeña, la carga crítica que se obtiene es más pequeña que la obtenida usando la formula de Euler.

Para el cálculo de γ , también puede incluirse el efecto que tiene la cortante directamente sobre el conector; para lo cual es claro que la cortante sobre el conector es:

$$\frac{Qa}{b}$$

Y la correspondiente tensión cortante es:

$$\frac{nQa}{bA_bG}$$

En donde A_b es el área transversal del conector. Incluyendo este efecto en la ecuación de la carga crítica tenemos:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 EI}{L^2} \left(\frac{ab}{12EI_b} + \frac{a^2}{24EI_c} + \frac{na}{bA_bG} \right)}$$

Ahora, llamando K al segundo denominador, es decir:

$$K = \sqrt{1 + \frac{\pi^2 EI}{L^2} \left(\frac{ab}{12EI_b} + \frac{a^2}{24EI_c} + \frac{na}{bA_bG} \right)}$$

Si multiplicamos toda la ecuación por $\frac{L}{r}$ obtenemos:

$$\frac{kL}{r} = \sqrt{\left(\frac{L}{r}\right)^2 + \frac{\pi^2 EI}{L^2} \left(\frac{L}{r}\right)^2 \left(\frac{ab}{12EI_b} + \frac{a^2}{24EI_c} + \frac{na}{bA_bG}\right)}$$

De acuerdo con Aslani and Goel [referencia 3]

$$r^2 = \frac{I_t}{A_g}; \quad \rightarrow \quad \frac{1}{r^2} = \frac{2A_t}{I_t}$$

Donde I_t es la inercia de la sección ensamblada respecto a su eje de pandeo y A_g

es el área total de la sección, la cual para ángulos enfrentados es igual a dos veces el área de un ángulo individual (A_t).

Reemplazando tenemos:

$$\frac{kL}{r} = \sqrt{\left(\frac{L}{r}\right)^2 + 2\pi^2 EA_t \frac{I}{I_t} \left(\frac{ab}{12EI_b} + \frac{a^2}{24EI_c} + \frac{na}{bA_bG}\right)}$$

Para encontrar el valor de la relación $\frac{I}{I_t}$, nos

centraremos en el caso de ángulos enfrentados, para lo cual sabemos que:

$$I_t = 2I_c + (2A_t) \left(\frac{h}{2}\right)^2$$

Donde I_c es la inercia centroidal de un ángulo paralela al eje de pandeo de la sección ensamblada y h es la separación entre centroides de los componentes individuales.

Reemplazando $A_t = \frac{I_c}{r_{ib}^2}$, tenemos:

$$I_t = 2I_c + \left(2 \frac{I_c}{r_{ib}^2}\right) \left(\frac{h}{2}\right)^2 = 2I_c \left(1 + \left(\frac{h}{2r_{ib}}\right)^2\right)$$

En la literatura se define la relación de separación como:

$$\alpha = \frac{h}{2r_{ib}^2}$$

Entonces:

$$I_t = 2I_c (1 + \alpha^2)$$

Así mismo:

$$I = 2A_t \left(\frac{h}{2}\right)^2$$

Luego, la relación $\frac{I}{I_t}$ es:

$$\frac{I}{I_t} = \frac{A_t h^2}{2I_c (1 + \alpha^2)}$$

Sustituyendo $I_c = A_i r_{ib}^2$, obtenemos:

$$\frac{I}{I_i} = \frac{\left(\frac{h}{2r_{ib}}\right)^2}{(1 + \alpha^2)} = \frac{\alpha^2}{(1 + \alpha^2)}$$

Finalmente, si sustituimos esta relación en la ecuación de la esbeltez efectiva obtenemos la ecuación completa para la esbeltez modificada:

$$\frac{kL}{r} = \sqrt{\left(\frac{L}{r}\right)^2 + 2\pi^2 EA_i \frac{\alpha^2}{(1 + \alpha^2)} \left(\frac{ab}{12EI_b} + \frac{a^2}{24EI_c} + \frac{na}{bA_b G}\right)}$$

que en una presentación más parecida a las ya conocidas de la AISC [1] se puede escribir:

$$\left(\frac{KL}{r}\right)_m = \sqrt{\left(\frac{KL}{r}\right)_0^2 + \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + 1} \left[1.66 \frac{AaL_b}{I_b} + 0.82 \left(\frac{a}{r_b}\right)^2 + 51.32 \frac{anA}{L_b A_b} \right]}$$

En la cual la ecuación actual del AISC es un caso particular para el caso de considerar la rigidez flexional y a cortante del conector como infinita.

En estas ecuaciones Morales Y Ospina [referencia 10] determinaron por coordenadas sectoriales de acuerdo a Galambos [referencia 11] que los valores del factor adimensional n , que depende de la forma del conector es de 3.33 para los conectores en ángulo que con frecuencia se utilizan en Colombia, y $n = 1.2$ para conectores de sección rectangular. Así mismo, en el mismo trabajo se determinaron los valores de C_w y posición del centro de cortante para ángulos enfrentados con las siguientes expresiones, para la figura 8:

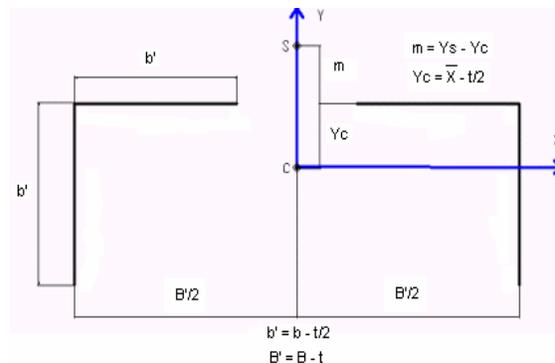


Figura 8. Sección de ángulos enfrentados
Figure 8. Section of faced double angles

$$Y_s = \frac{\frac{3}{2} Y_c \left(\frac{b-t}{2}\right) (B-t)t + \frac{1}{4} \left(\frac{b-t}{2}\right) (B-t)^2 t - \frac{1}{3} Y_c \left(\frac{b-t}{2}\right) t^3}{2I_y + A_g \left(\frac{B}{2} - \bar{X}\right)^2}$$

$$C_w = \frac{1}{3} t \left(\frac{b-t}{2}\right)^3 \left[\frac{(B-t)^2}{2} - 3(B-t) \left(Y_s - \left(Y_c - \frac{t}{2}\right)\right) + 8 \left(Y_s - \left(Y_c - \frac{t}{2}\right)\right)^2 \right]$$

Como se muestra en la figura 9, la resistencia de los ángulos en algunos rangos depende en forma apreciable de las dimensiones del conector.

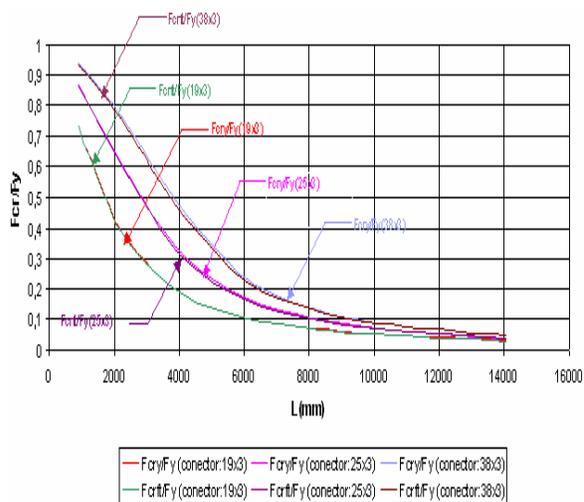


Figura 9. Variación teórica de la resistencia con el tamaño del conector para $B = 150$ y $L_z = L_x$
Figure 9. Theoretical variation of the strength with size of connector for $B = 150$ y $L_z = L_x$

En las figuras 10, 11 y 12 se muestra una concordancia razonable con los resultados experimentales para varios tamaños de conector aplicando la metodología propuesta.

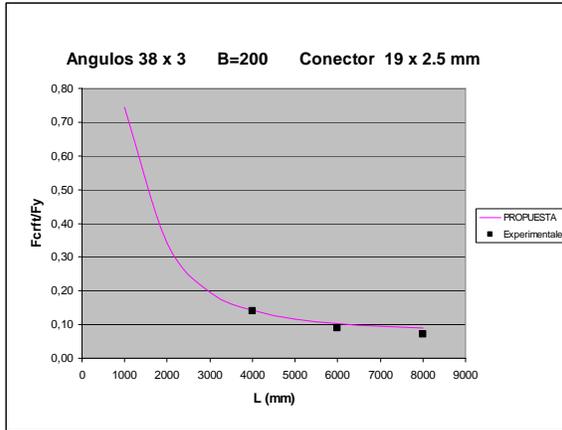


Figura 10. Valores teóricos y experimentales para conectores 19 x 2.5mm.

Figure 10. Theoretical and experimental values for connectors 19 x 2.5mm

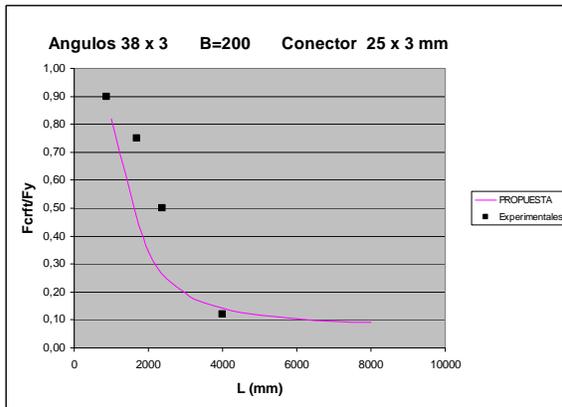


Figura 11. Valores teóricos y experimentales para conectores 25 x 3mm

Figure 11. Theoretical and experimental values for connectors 25 x 3mm

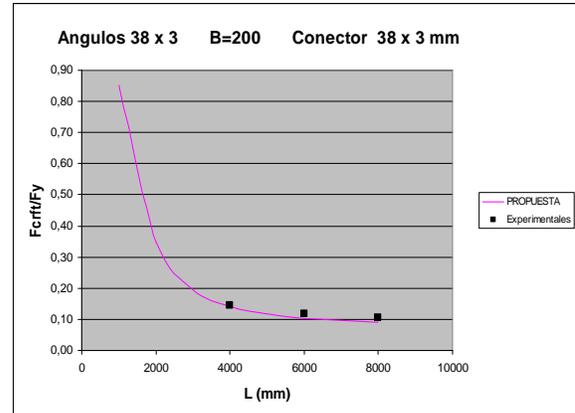


Figura 12. Valores teóricos y experimentales para conectores 38 x 3 mm.

Figure 12. Theoretical and experimental values for connectors 38 x 3 mm

4. CONCLUSIONES

- El criterio de diseño AISC 2005 E4a solo es aplicable a disposiciones de ángulos espalda con espalda.
- El criterio de diseño AISC 2005 E4b no considera la rigidez de los conectores de las columnas ensambladas.
- La metodología analítica propuesta permite un cálculo más confiable de la resistencia para ángulos enfrentados y separados, basada en los ensayos realizados.

AGRADECIMIENTOS

El Grupo de Investigación en Estructuras de Acero de la Universidad Nacional Sede Medellín agradece especialmente los comentarios, revisiones y sugerencias de los Ingenieros Augusto Trujillo Acevedo I.C. MSc, José Darío Arisitizabal I.C., PHD y Josef Farbiarz F. I.C., MSc, así como el apoyo del Laboratorio de Estructuras de la misma Universidad y de la Sra. Beatriz Elena Carvajal por su apoyo y preparación de los escritos.

REFERENCIAS

- [1] AISC. Specification for Structural Steel Buildings, American Institute of Steel Construction, 2005.
- [2] AIS. Normas Sismoresistente Colombiana, Asociación de Ingeniería Sísmica. 1998.
- [3] ASLANI, F. AND GOEL, S. C., “An Analytical Criterion for Buckling Strength of Built-up Compression Members”, Engineering Journal, AISC, pp.159-168.Fourth Quarter 1991.
- [4] BLEICH, F., “Buckling Strength of Metal Structures”, McGraw- Hill Book Company, 1952.498p.
- [5] GALAMBOS, T. V., “Design of Axially Loaded Compressed Angles”, Structural Stability Research Council Annual Technical Session Proceedings, Chicago, 1991.pp 353-367.
- [6] BENAVIDES, G., “Influencia de la Flexotorsión en Ángulos Dobles Enfrentados” [Tesis],. Universidad Nacional de Colombia, Medellín, 1999.
- [7] VALENCIA, E., “ Resistencia a la Compresión de Ángulos Dobles” [Tesis], Universidad Nacional de Colombia, Medellín, 1998.
- [8] TIMOSHENKO, S., GERE, J., “ Theory of Elastic Stability”, MacGraw-Hill Book Co., New York, 1961.pp135-142.
- [9] BUELVAS, V. , FLORES, I., “Análisis Matemático para Ángulos Dobles” [Tesis], Universidad Nacional de Colombia, Medellín, 2001.
- [10] Morales, J.D., Ospina, T., “ Criterios de Diseño para Ángulos Dobles Enfrentados” [Tesis], Universidad Nacional de Colombia, Medellín, 2004.
- [11] Galambos, T.V., “Structural Members and Frames”, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1968. 278p.