

ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE LA INFLACIÓN TRIMESTRAL EN COLOMBIA BAJO CAMBIOS DE RÉGIMEN: UNA EVIDENCIA A TRAVÉS DEL MODELO “SWITCHING” DE HAMILTON

LUIS FERNANDO MELO V.

LMELOVE@BANREP.GOV.CO

MARTHA MISAS A.*

BANCO DE LA REPÚBLICA

MMISASAR@BANREP.GOV.CO

RESUMEN

Este trabajo tiene como propósitos estudiar la evolución de la inflación trimestral en Colombia, durante el período comprendido entre 1954 y 1996, a través de la metodología de Hamilton (1989) y segundo presentar algunos conceptos relacionados con dicha metodología, la cual introduce cambios de régimen en el análisis convencional de series de tiempo. En general, esta metodología permite estimar modelos ARIMA con parámetros o varianzas cambiantes en el tiempo. En este caso, tales cambios en el modelo de la inflación se suponen asociados a posibles regímenes distintos donde la inflación presenta cambios en su nivel o en su variabilidad. Esta modelación posibilita el reconocimiento de los distintos regímenes a través del tiempo (por ejemplo dos regímenes: inflación alta e inflación baja) en lo referente a su tiempo promedio de duración y a la probabilidad asociada a cada uno de ellos, es decir, la probabilidad de estar en un régimen particular en un momento dado del tiempo. Las probabilidades de transición estimadas permiten concluir, por ejemplo, que al estar en un régimen de inflación trimestral moderado, la probabilidad de permanecer en éste es muy alta (0,94), en tanto que pasar de éste a un régimen de inflación promedio alta tiene una probabilidad de (0,05), la cual es cinco veces mayor que la estimada para la transición de moderada a baja (0,01). Adicionalmente, se puede observar que la máxima probabilidad de permanecer en un mismo régimen se tiene en aquel caracterizado como de inflación y variabilidad moderadas.

Palabras claves : Modelos *switching*, cadenas de Markov, distribuciones mixtas de probabilidad, modelos ARIMA y teorema de Bayes.

Clasificación JEL: C22, E31, E37

* Los resultados aquí presentados son responsabilidad exclusiva de los autores y no comprometen al Banco de la República. Se agradece especialmente los comentarios y sugerencias de H. Oliveros, H. Vargas, J. Uribe, A. Galindo, N. Rodríguez, J. C. Echeverry. Trabajo presentado en la XVI Reunión de la Sociedad Econométrica Latinoamericana, Lima, agosto de 1998.

I. INTRODUCCIÓN

Este trabajo tiene como propósitos estudiar la evolución de la inflación trimestral en Colombia, durante el período comprendido entre 1954 y 1996, a través de la metodología de Hamilton (1989), presentar algunos conceptos relacionados con dicha metodología, la cual introduce cambios de régimen en el análisis convencional de series de tiempo. Es importante aclarar que, a pesar de que los resultados pudiesen ser más interesantes al trabajar con inflación anual, el estudio se lleva a cabo sobre la inflación trimestral, debido a requerimientos econométricos del procedimiento. La existencia de los diferentes regímenes es inicialmente identificada a través de pruebas sobre estabilidad de parámetros.

Dado que la metodología de series de tiempo propuesta por Box-Jenkins (1976) estima parámetros invariantes a través del tiempo, su aplicación es apropiada tan solo en la modelación de series de tiempo estacionarias¹ en su período completo de estudio. Este hecho nos lleva a preguntarnos cómo modelar una serie que exhibe, durante dicho período, cambios en la varianza y/o en la media, los cuales definen subperíodos específicos que podrían estar asociados con eventos de carácter económico. Una respuesta a tal inquietud se tiene en el modelo “*Switching*” de Hamilton, donde tales cambios de régimen o del estado de la naturaleza se consideran a través de cadenas de Markov y de distribuciones mixtas de probabilidad.

El modelo “*Switching* de Hamilton” parte de un modelo de series de tiempo autorregresivo (AR) y de unos valores iniciales para las distintas medias y varianzas asociadas a cada régimen². Suponiendo normalidad, se construye en cada momento del tiempo y para cada régimen una función de verosimilitud sobre los errores del modelo autorregresivo y se estiman los parámetros que maximizan dicha función. Es de señalar que, dentro del conjunto de parámetros se encuentran, también, las probabilidades de transición entre regímenes, las cuales se calculan mediante el teorema de Bayes. La estimación de los parámetros que maximizan la función de verosimilitud, sobre un espacio de parámetros específico, se lleva a cabo a través de métodos numéricos utilizando algoritmos iterativos³.

El trabajo está organizado así: en la sección II se presenta un modelo de series de tiempo autorregresivo sobre la inflación trimestral y la evaluación de la estabilidad de sus parámetros considerando diferentes submuestras; lo anterior con el objetivo de identificar de manera preliminar períodos de diferente comportamiento de la inflación. La sección III tiene un carácter pedagógico, consigna el marco teórico del modelo “*Switching*” de Hamilton, explicando en detalle los conceptos relacionados con cadenas de Markov, distribuciones mixtas de probabilidad y modelos de series de tiempo con cambios de régimen y por último, en la sección IV, se muestran los resultados obtenidos al aplicar esta metodología a la inflación trimestral colombiana para el período de referencia.

1 Series estacionarias o series transformadas para alcanzar estacionariedad.

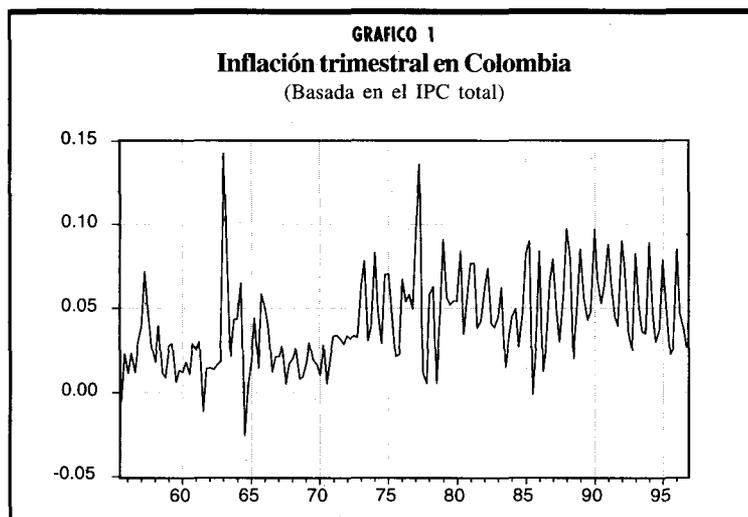
2 El número de regímenes, entendiéndolos como períodos observados de comportamiento diferente, es especificado por el investigador y luego contrastado mediante pruebas estadísticas.

3 Una explicación más detallada sobre el método de estimación se encuentra en el marco teórico, sección III.

II. IDENTIFICACIÓN PRELIMINAR DE DIFERENTES COMPORTAMIENTOS DE LA INFLACIÓN

En esta sección se presentan los resultados de las diferentes pruebas econométricas que permiten inferir la existencia de distintos comportamientos de la inflación trimestral de Colombia durante el período comprendido entre 1954 y 1996. El reconocimiento de los distintos patrones de comportamiento de la inflación trimestral se lleva a cabo mediante pruebas de estabilidad de los parámetros de un modelo autorregresivo de la inflación trimestral estimado para diferentes submuestras. Tal diferencia de comportamientos justifica la modelación de la inflación, para el período completo, tan solo mediante técnicas de series de tiempo que consideren dichos cambios de régimen.

A. Análisis descriptivo



El Gráfico 1 muestra la evolución de la inflación trimestral en Colombia⁴ durante el período comprendido entre 1954 y 1996. Un análisis del Gráfico 1 podría llevar al reconocimiento de tres períodos o regímenes diferentes en lo concerniente a nivel y a variabilidad de la serie. Un primer período podría considerarse hasta 1970, un segundo, desde 1971 hasta 1989 y el último correspondería al período comprendido entre 1990 y 1996. Sin embargo, tal análisis no garantiza que la determinación de las tres submuestras sea única, es decir, los regímenes podrían estar asociados a períodos un poco diferentes. Es de señalar que el Gráfico 2, presentado posteriormente, valida la partición ya mencionada de la muestra bajo estudio. El primer período se caracteriza por una inflación trimestral promedio baja con una alta variabilidad. Las altas inflaciones del período, las cuales son

4 En este trabajo, la inflación trimestral se define como la diferencia del logaritmo del índice de precios al consumidor total nacional (IPC).

fuerza de la alta variabilidad, podrían estar asociadas a hechos tales como la recesión mundial de 1957, la devaluación y el incremento de salarios de 1962 y la política fiscal de dicho año, la cual incrementó las tasas de crecimiento de la base monetaria. El segundo período se caracteriza por un nivel de inflación promedio mayor y una variabilidad menor que las correspondientes al primer período. Es de señalar que el alto nivel de inflación observado en 1977 se deriva de la bonanza cafetera de dicho año y del “boom” de pagos externos de 1976. En general, las inflaciones altas en promedio pueden estar explicadas por el déficit fiscal como fuente de expansión monetaria. El último período se caracteriza por no presentar valores extremos de inflación trimestral, hecho que conduce a una variabilidad estable, la cual es más baja que las observadas en los períodos anteriores. Los mayores valores de inflación se presentan entre 1990 y 1991, debido a la devaluación nominal llevada a cabo con el fin de “preparar” la economía para la apertura. Sin embargo, a pesar de tales valores, durante este último período se observa una leve tendencia a la baja. Es de señalar, que durante dicho período, las políticas del Banco de la República se han orientado principalmente para lograr las metas básicas de inflación anual⁵.

Con el propósito de verificar empíricamente la existencia de un comportamiento diferente de la inflación trimestral en los períodos previamente identificados mediante técnicas descriptivas⁶, se parte de la modelación de la inflación a través de un esquema de series de tiempo autorregresivo tanto a nivel de la muestra completa como de cada una de las submuestras ya mencionadas y se llevan a cabo pruebas sobre la estabilidad de los parámetros asociados a cada modelo. La presencia de inestabilidad en los parámetros del modelo especificado para la muestra completa y de estabilidad en cada submuestra es un indicio de la existencia de los diferentes regímenes ya mencionados.

B. Pruebas sobre existencia de raíz unitaria

Con el propósito de modelar la inflación trimestral a través de un esquema autorregresivo, tanto a nivel de la muestra completa como de las submuestras, es necesario determinar el orden de integración de la serie en cada uno de los períodos de análisis.

El Cuadro 1 presenta los resultados de las pruebas de Dickey-Fuller, DF, y KPSS para los diferentes períodos. Los resultados de las pruebas permiten concluir que, para los distintos períodos, la inflación trimestral en Colombia es estacionaria⁷. Es de señalar que, para el período comprendido entre 1990 y 1996 no existe evidencia para rechazar la hipótesis de raíz unitaria bajo la prueba de Dickey-Fuller, a un nivel de significancia del 10%, sin embargo, bajo la prueba KPSS se encuentra estacionariedad. Es de mencionar que, la prueba KPSS se puede considerar más adecuada debido a que ésta presenta mayor potencia frente a la prueba tradicional DF.

5 Notas Editoriales, Revista del Banco de la República:1954-1996.

6 Es decir, la existencia de diferentes regímenes.

7 El requerimiento mencionado en la introducción se trata de la exigencia de que la serie bajo estudio sea estacionaria, por consiguiente, el trabajo no puede llevarse a cabo sobre la inflación anual ya que ésta es integrada de orden uno, $I(1)$.

CUADRO 1					
Pruebas de raíz unitaria sobre la inflación trimestral (DLIPC)					
Período	Prueba Dickey-Fuller			Prueba KPSS**	
	Estadística	Valores Críticos ($\alpha=5\%$ y $\alpha=10\%$)	Ljung-Box* sobre residuales	Estadística	Valores Críticos ($\alpha=5\%$ y $\alpha=10\%$)
1954:II - 1996:IV	$\tau_t = -5.28$	-3.44 y -3.14	50.20 (0.18)	$\eta_t = 0.1162$	0.146 y 0.119
1954:II - 1970:IV	$\tau_\mu = -4.44$	-2.91 y -2.59	6.18 (0.98)	$\eta_\mu = 0.1243$	0.463 y 0.347
1971:I - 1989:IV	$\tau_\mu = -3.66$	-2.90 y -2.59	18.78 (0.47)	$\eta_\mu = 0.1788$	0.463 y 0.347
1990:I - 1996:IV	$\tau_t = -3.19$	-3.58 y -3.22	3.97 (0.78)	$\eta_t = 0.0895$	0.146 y 0.119

* Estadística calculada utilizando un número de observaciones igual a T/4, entre paréntesis se reporta su P-Value.

** En el cálculo de la ventana de Bartlett se utiliza L8.

C. Modelos autorregresivos

Como se mencionó anteriormente, la inflación trimestral es modelada a través de series de tiempo bajo un esquema autorregresivo de orden 5, los resultados de las estimaciones de dicho modelo con base en las diferentes submuestras se presentan en el Cuadro 2⁸.

CUADRO 2								
Estimación por submuestra del modelo autorregresivo								
$\Delta LIPC_t = \delta + \phi_1 \Delta LIPC_{t-1} + \phi_2 \Delta LIPC_{t-2} + \phi_3 \Delta LIPC_{t-3} + \phi_4 \Delta LIPC_{t-4} + \phi_5 \Delta LIPC_{t-5} + \varepsilon_t$								
$V(\varepsilon_t) = \sigma^2$								
Período	$\hat{\mu}^{**}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\phi}_2$	$\hat{\phi}_3$	$\hat{\phi}_4$	$\hat{\phi}_5$	$\hat{\sigma}$	Ljung-Box*
1954:II - 1996:IV	0.0395 (0.0057)	-0.3577 (0.0770)	0.1252 (0.0743)	-0.1766 (0.0742)	-0.4315 (0.0758)	0.1267 (0.0781)	0.0220	63.79 (0.021)
1954:II - 1970:IV	0.0231 (0.0040)	-0.3519 (0.1244)	0.0286 (0.1272)	0.0596 (0.1283)	-0.2716 (0.1290)	0.2096 (0.1256)	0.0221	15.10 (0.301)
1971:I - 1989:IV	0.0508 (0.0028)	-0.2529 (0.1186)	0.4167 (0.1209)	-0.2108 (0.1287)	-0.1514 (0.1228)	0.0798 (0.1203)	0.0214	16.23 (0.237)
1990:I - 1996:IV	0.0576 (0.0092)	-0.1677 (0.1940)	0.0390 (0.0642)	0.0237 (0.0774)	-0.8903 (0.0864)	0.1506 (0.2132)	0.0110	0.91 (0.341)

Nota: Las estadísticas asociadas a los parámetros del modelo, reportadas entre paréntesis, corresponden a sus desviaciones estándar. Para la estadística de Ljung-Box entre paréntesis se reporta su P-Value.

* Estadística calculada utilizando un número de observaciones igual a T/4.

**

$$\mu = \frac{\delta}{1 - \sum_{i=1}^5 \phi_i}$$

$$\Delta LIPC_t = LIPC_t - LIPC_{t-1}$$

8 Lo anterior llevaría a pensar que para la muestra completa la serie podría ser modelada a través de una representación autorregresiva de orden mayor a cinco.

Como puede apreciarse, la estadística Ljung-Box en cada submuestra evidencia un comportamiento ruido blanco en los residuales, situación que no se tiene al analizar la muestra completa, este hecho podría deberse a la mezcla de diferentes regímenes durante el período en cuestión

D. Análisis recursivo

Con el fin de aclarar la inquietud sobre la posible existencia de diferentes regímenes planteada por el comportamiento de los residuales de la muestra completa, se lleva a cabo un análisis basado en procedimientos econométricos de carácter recursivo sobre la media y los residuales de dicho modelo.

Para la muestra completa bajo el modelo autorregresivo, los Gráficos 2 y 3 presentan la estimación de la suma acumulada de los residuales recursivos⁹ (CUSUM) y de las diferentes medias recursivas de la inflación trimestral, respectivamente. En general, los residuales y las medias recursivas permiten evidenciar cambios en la media condicional¹⁰ de la serie bajo estudio.

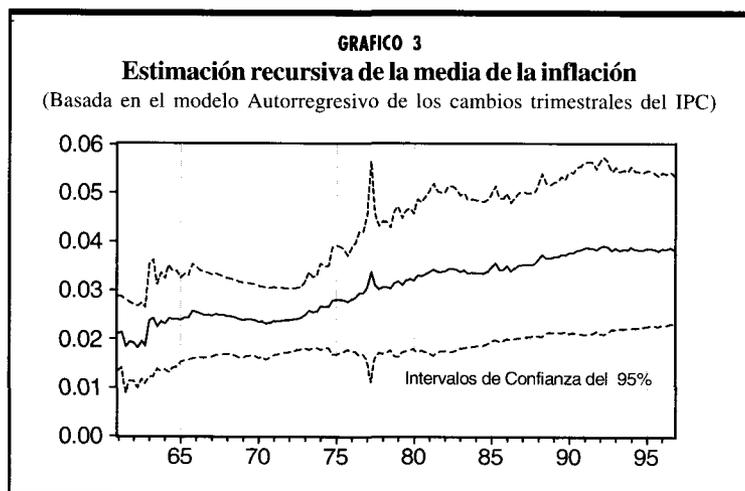
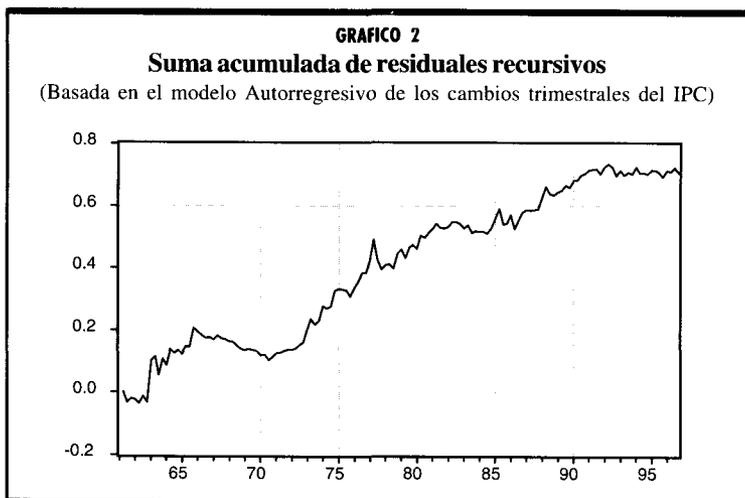
Como se observa en el Gráfico 3, podrían existir 3 submuestras en las cuales la inflación trimestral tiene un comportamiento aproximadamente similar. La primera submuestra comprende el período entre 1954 y 1970, en ella se refleja, en general, un comportamiento estable del nivel medio de la inflación trimestral; la segunda, conformada por el período comprendido entre 1971 y 1989, donde se presenta un comportamiento creciente del nivel medio de la inflación y por último, el período comprendido entre 1990 y 1996 donde, nuevamente, se vuelve a observar una inflación media estable. Del Gráfico 2 se desprende un análisis similar al realizado sobre el Gráfico 3 respecto a la evolución del comportamiento de la inflación media. Es de señalar que, estas tres submuestras coinciden con los regímenes o períodos, identificados en la descripción gráfica, de diferente comportamiento de la inflación ya mencionados en la sección IIA.

E. Pruebas sobre estabilidad de los parámetros

Con el fin de establecer una comprobación formal de la existencia de los diferentes regímenes, se llevan a cabo dos tipos de pruebas sobre estabilidad de los parámetros de los modelos autorregresivos, de orden cinco, estimados bajo la muestra completa, así como bajo las 3 submuestras ya identificadas.

9 En este caso, el procedimiento de estimación recursiva lleva a cabo la estimación de los parámetros del modelo autorregresivo utilizando información hasta el momento t , pronostica la inflación trimestral para el momento $t+1$ y construye el residual como la diferencia entre dicho pronóstico y el correspondiente dato observado. Posteriormente, se lleva a cabo un ejercicio similar, de estimación con información hasta $t+1$ y de pronóstico y cálculo del residual para $t+2$ y así de manera sucesiva. Este procedimiento aplicado a la muestra completa genera un conjunto de series de parámetros estimados y de residuales recursivos.

10 Donde la media condicional en (t) se define para una serie como su valor esperado con información hasta el momento $(t-1)$.



El Cuadro 3 presenta los resultados de la prueba de Chow sobre la inestabilidad de los parámetros. Esta prueba tiene como objetivo mostrar que los puntos delimitadores de las submuestras, ya identificadas, son verdaderos puntos de quiebre estructural de los modelos autorregresivos. Al considerar el período completo se reconoce, a través de las estadísticas F y de razón de verosimilitud a un nivel de significancia del 5%, la existencia de quiebres estructurales en 1970.IV y 1989.IV. Un análisis posterior, bajo las mismas estadísticas y a un nivel de significancia del 5%, confirma como punto de quiebre para el período comprendido entre 1954.II y 1989.IV a 1970.IV y para el período 1971.I - 1996.IV, con un nivel de significancia del 10%, a 1989.IV. De esta forma, no existe evidencia para rechazar los puntos delimitadores de las submuestras como puntos de quiebre estructural de los modelos autorregresivos de la inflación trimestral.

CUADRO 3
Prueba de Chow sobre inestabilidad de los parámetros del modelo

$$\Delta LIPC_t = \delta + \phi_1 \Delta LIPC_{t-1} + \phi_2 \Delta LIPC_{t-2} + \phi_3 \Delta LIPC_{t-3} + \phi_4 \Delta LIPC_{t-4} + \phi_5 \Delta LIPC_{t-5} + \varepsilon_t$$

Período	Punto(s) de quiebre	Estadística F	Estadística de razón de verosimilitud
1954:II - 1996:IV	1970:IV y 1989:IV	2.8424 (0.0015)	34.4267 (0.0006)
1954:II - 1989:IV	1970:IV	3.5538 (0.0028)	21.5757 (0.0014)
1971:I - 1996:IV	1989:IV	1.9330 (0.0837)	12.3476 (0.0546)

Nota: P-Values entre paréntesis.

$$\Delta LIPC_t = LIPC_t - LIPC_{t-1}$$

Con el propósito de verificar si existe o no estabilidad en los parámetros del modelo autorregresivo en la muestra completa como en cada una de las submuestras, se lleva a cabo la prueba de Hansen (1992). En general, esta prueba permite reconocer en un modelo la estabilidad de sus parámetros, incluyendo la varianza, tanto de manera individual como conjunta. El Cuadro 4 consigna los resultados de la prueba de estabilidad de Hansen. Como puede concluirse, para el período completo, considerando un nivel de significancia del 10%, se presentan como inestables 4 de los 7 parámetros bajo la prueba individual, en tanto que, la prueba conjunta reporta inestabilidad. Al analizar la estabilidad de los parámetros del modelo en cada una de las submuestras no existe evidencia para rechazar ésta tanto bajo las pruebas individuales como bajo la prueba conjunta.

Las dos pruebas anteriores permiten concluir, primero, que existen puntos de quiebre estructural en la inflación trimestral durante el período completo de análisis y segundo, que las submuestras identificadas en la sección IIA pueden ser modeladas correctamente a través de esquemas autorregresivos, al no presentar estos evidencia de inestabilidad en los parámetros. Es de señalar, que en el enfoque aquí presentado, estas pruebas solo pueden considerar pocos puntos de quiebre estructural determinados previamente. El llevar a cabo la modelación por submuestra presenta básicamente dos inconvenientes: i) disminución en el tamaño de la muestra que implica una pérdida en los grados de libertad de los modelos y ii) falta de certeza sobre la existencia de un único régimen en cada submuestra, es decir, las pruebas sobre estabilidad de los parámetros no implican tal unicidad.

Los dos inconvenientes mencionados anteriormente motivan la búsqueda de un método que permita incorporar en el modelo seleccionado para la muestra completa todos los posibles cambios de régimen durante el período en cuestión. Una de las metodologías que posibilita tal consideración es la sugerida por Hamilton bajo los modelos de series de tiempo con cambios de régimen. Previamente a la presentación de resultados bajo esta metodología, se explicarán en la siguiente sección algunos conceptos teóricos relacionados con ella.

CUADRO 4								
Prueba de Hansen sobre inestabilidad de los parámetros del modelo								
$\Delta LIPC_t = \delta + \phi_1 \Delta LIPC_{t-1} + \phi_2 \Delta LIPC_{t-2} + \phi_3 \Delta LIPC_{t-3} + \phi_4 \Delta LIPC_{t-4} + \phi_5 \Delta LIPC_{t-5} + \varepsilon_t$ $V(\varepsilon_t) = \sigma^2$								
Prueba individual							Prueba conjunta ¹¹	
V.C. ($\alpha = 5\%$): 0.470 V.C. ($\alpha = 10\%$): 0.353							V.C. ($\alpha = 5\%$): 1.90 V.C. ($\alpha = 10\%$): 1.69	
Período	δ	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4	ϕ_5	σ	
1954:II - 1996:IV	0.4805*	0.0921	0.1303	0.6235*	0.6028*	0.3544**	0.1068	1.8914**
1954:II - 1970:IV	0.0777	0.0533	0.0344	0.0518	0.0288	0.0359	0.1139	0.5409
1971:I - 1989:IV	0.0542	0.0343	0.0418	0.0367	0.0492	0.0648	0.0873	0.5794
1990:I - 1996:IV	0.0657	0.1137	0.0657	0.0442	0.0840	0.1162	0.4344	1.1221

* Existe evidencia para rechazar la hipótesis nula (estabilidad en los parámetros) a un nivel de significancia del 5%.

** Existe evidencia para rechazar la hipótesis nula (estabilidad en los parámetros) a un nivel de significancia del 10%.

III. MARCO TEÓRICO DE LA METODOLOGÍA DE HAMILTON

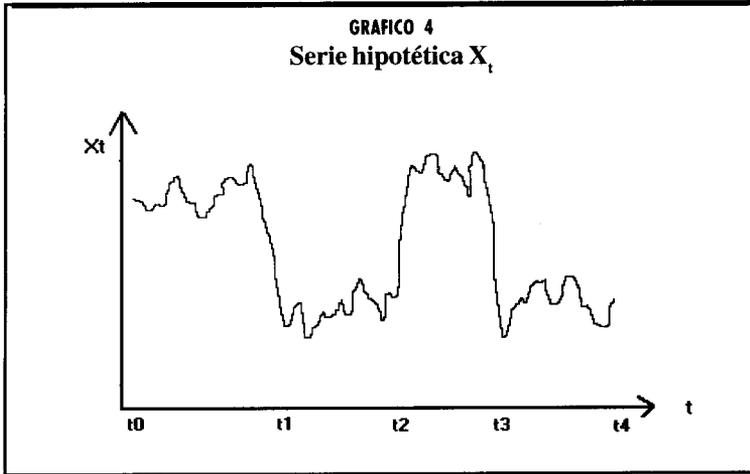
El objetivo de esta sección es presentar formalmente el modelo “switching” de Hamilton que es utilizado posteriormente en el análisis de la evolución de la inflación trimestral en Colombia. La consideración de cambios de régimen en la especificación de modelos de series de tiempo se lleva a cabo en esta metodología mediante el manejo de cadenas de Markov de primer orden y funciones mixtas de distribución.

A. Cadenas de Markov

Algunas series económicas exhiben patrones de comportamiento muy diferentes a través del tiempo, los cuales pueden estar asociados con cambios en la media o en la varianza de su proceso generador. Tales cambios podrían ser el resultado, por ejemplo, de crisis financieras, de cambios dramáticos en las políticas gubernamentales, etc.

El conjunto de subperíodos donde la serie exhibe un patrón similar en varianza y en media determina un régimen o estado de la naturaleza particular. *Por ejemplo*, en el Gráfico 4 la serie X_t , *serie hipotética*, presenta un patrón de comportamiento similar en los subperíodos comprendidos entre t_0-t_1 y t_2-t_3 determinando un régimen o estado de la naturaleza, en tanto que, en los comprendidos entre t_1-t_2 y t_3-t_4 se exhibe una media y/o varianza distinta que produce un régimen diferente.

11 Considerando un modelo autorregresivo de orden ocho para la muestra completa, la estadística asociada a la prueba de estabilidad conjunta de Hansen es igual a 1.8551. Resultado que confirma la existencia de inestabilidad de los parámetros asociados a dicho modelo.



Es decir, en este ejemplo, la serie X_t presenta dos regímenes en el período de estudio. Por consiguiente, en su análisis es importante poder determinar en qué régimen se encuentra ésta serie en un momento particular del tiempo. Tal determinación se puede formalizar definiendo una variable aleatoria discreta, s_t , que puede tomar los valores $\{1,2\}$ ¹². Si se supone que la probabilidad de que s_t sea igual a un valor j ($j : 1, 2$) depende solamente del valor de la variable aleatoria s_t en el período anterior, s_{t-1} :

$$p \{s_t = j | s_{t-1} = i, s_{t-2} = k, \dots\} = p \{s_t = j | s_{t-1} = i\} = p_{ij} \tag{1}$$

se tiene un proceso conocido como cadena de Markov de orden uno con una matriz de transición de probabilidades $\{p_{ij}\}_{i,j=1,2}$, donde p_{ij} determina la probabilidad de que al estado j le siga el estado i , y $p_{i1} + p_{i2} = 1$ ($i = 1,2$)¹³.

La anterior presentación sobre X_t puede ser generalizada a series que muestren N regímenes distintos, en tal caso, la variable aleatoria s_t puede tomar los valores $\{1,2,\dots,N\}$ y si se tiene (1) el proceso es una cadena markoviana de orden uno con matriz de transición de probabilidad $\{p_{ij}\}_{i,j=1,2,\dots,N}$ con $p_{i1} + p_{i2} + \dots + p_{iN} = 1$ ($i = 1,2,\dots,N$) es decir, se puede definir la matriz de probabilidades P de la siguiente forma:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{21} & \dots & p_{N1} \\ p_{12} & p_{22} & \dots & p_{N2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_{1N} & p_{2N} & \dots & p_{NN} \end{bmatrix} \tag{2}$$

12 Para el ejemplo particular, el número de regímenes exhibidos por la serie es 2.

13 Propiedad de las probabilidades

donde se cumple que el producto entre la traspuesta de la matriz de transición y el vector unitario es un vector de unos:

$$P' \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} = 1 \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \tag{3}$$

Las cadenas de Markov pueden ser representadas también a través de notación vectorial definiendo vectores aleatorios $(N \times 1)$, ξ_t , cuyos elementos son ceros a excepción del

j -ésimo, el cual es igual a uno si el régimen en el tiempo t es j , así: $\xi_t = \left(0, 0, \dots, 0, \underset{j\text{-ésimo}}{1}, 0, \dots, 0 \right)$

para $s_t = j$. El j -ésimo elemento de ξ_{t+1} es una variable aleatoria que alcanza el valor de uno con probabilidad p_{ij} si $s_t = i$, es decir:

$$E(\xi_{t+1} \mid s_t = i) = \begin{bmatrix} p_{i1} \\ p_{i2} \\ \vdots \\ p_{iN} \end{bmatrix} \tag{4}$$

en forma general, (4) puede ser reescrito como sigue:

$$E(\xi_{t+1} \mid \xi_t) = P \xi_t \tag{5}$$

así, la anterior ecuación representa en forma vectorial una cadena de Markov de orden uno¹⁴, el resultado consignado en (5) implica que:

$$\xi_{t+1} = P \xi_t + v_{t+1} \tag{6}$$

donde

$$v_{t+1} \equiv \xi_{t+1} - E(\xi_{t+1} \mid \xi_t) \tag{7}$$

como se observa claramente, la ecuación (6) corresponde a un modelo de vectores autorregresivos de orden uno¹⁵ para ξ_t . Bajo el esquema de vectores autorregresivos de orden uno, se tiene que:

$$\xi_{t+m} = v_{t+m} + P v_{t+m-1} + P^2 v_{t+m-2} + \dots + P^{m-1} v_{t+1} + P^m \xi_t \tag{8}$$

por consiguiente, el pronóstico m períodos adelante para ξ_t ¹⁶ es:

$$E(\xi_{t+m} \mid \xi_t) = P^m \xi_t \tag{9}$$

14 Dado que el valor esperado condicional de ξ_{t+1} tan solo depende de su valor inmediatamente anterior.

15 VAR(1).

16 Véase, Lutkepohl, H. (1993).

De esta forma, las probabilidades de transición m períodos adelante para una cadena de Markov se determinan a partir de la matriz resultante del producto m veces de la matriz de transición P por sí misma. Así, la probabilidad de que una observación del régimen i sea seguida m períodos adelante por una observación del régimen j está dada por el elemento (ji) de la matriz P^m .

Es de señalar, que en la discusión hasta este punto sólo se referencian expectativas condicionales sobre los vectores ξ_t , como se presenta en (9), debido a que éstas son necesarias en la construcción de sus pronósticos. Sin embargo, si el interés se centra en la determinación de las expectativas incondicionales sobre los vectores ξ_t , es necesario considerar una clase especial de cadenas de Markov denominadas ergódicas¹⁷, ya que en la determinación de dicha expectativa se requiere del vector de probabilidades ergódicas, Π , el cual se define como el vector propio de P asociado al valor propio unitario ($P\Pi = \Pi$). Como se presenta en Hamilton (1994), para una cadena de Markov ergódica con matriz de transición P se tiene que :

$$\lim_{m \rightarrow \infty} P^m = \Pi 1' \quad \text{donde } 1' = (1, 1, \dots, 1)' \quad (10)$$

Reemplazando (10) en (9), cuando m tiende a infinito, se encuentra que el pronóstico de largo plazo para una cadena de Markov ergódica es igual al vector de probabilidades ergódicas e independiente del estado en que se encuentra el proceso en el momento (t) , es decir :

$$E\left(\xi_{t+m} \mid \xi_t\right) = P^m \xi_t \xrightarrow{m \rightarrow \infty} \Pi \quad (11)$$

por consiguiente, la expectativa incondicional de ξ_t es también igual al vector de probabilidades ergódicas, así:

$$E\left(\xi_t\right) = \Pi \quad (12)$$

B. Funciones mixtas de distribución

El segundo concepto utilizado en la metodología “switching” de Hamilton es el de las funciones mixtas de distribución, las cuales permiten determinar la función de verosimilitud base de la estimación de los parámetros de interés. En los modelos de cambios de régimen, la función de distribución en (t) de la variable objetivo, X_t , depende del valor (j) alcanzado por el régimen, (s_t) en dicho momento, $(s_t = j)$, es decir :

$$f(X_t \mid s_t = j) \quad (13)$$

17 Una cadena de Markov se dice ergódica si es irreducible y su matriz de transición P tiene un valor propio igual a la unidad y los restantes se encuentran dentro del círculo unitario. La condición del valor propio unitario siempre se tiene, ya que P y P' comparten sus valores propios y como se muestra en la ecuación (3), P' presenta un valor propio unitario. Es de señalar que, la condición de ser reducible se alcanza si el proceso es absorbido, es decir, si al entrar en un estado particular (j) no se puede volver a salir de él, $P\{s_t = j\} = 1$. Una cadena de Markov no reducible se dice irreducible.

el análisis de funciones mixtas¹⁸ de distribución permite determinar la función de distribución incondicional de X_t mediante la distribución marginal del producto de (13) con la función de probabilidad de la variable s_t , así:

$$f(X_t) = \sum_{j=1}^N f(X_t | s_t = j) P(s_t = j) \tag{14}$$

donde la función de distribución conjunta $f(X_t | s_t = j) P(s_t = j)$ es el resultado de aplicar la definición de probabilidad condicional:

$$P(X_t, s_t = j) = f(X_t | s_t = j) P(s_t = j) \tag{15}$$

Es de señalar, que de la ecuación (14), bajo el supuesto de que la variable s_t ($t = 1, \dots, T$) es independiente e idénticamente distribuida, se deriva la función de verosimilitud¹⁹ (16) para el conjunto de parámetros, Θ , considerados en las funciones de densidad de (14).

$$L(\Theta) = \sum_{t=1}^T \log f(X_t; \Theta) \tag{16}$$

el estimador del vector de parámetros Θ se obtiene maximizando $L(\Theta)$, el ejercicio de maximización debe llevarse a cabo a través de métodos numéricos²⁰ en la medida en que no exista solución analítica para ésta.

Dado un conjunto de observaciones de la variable de interés, $\{X_t\}$, uno de los objetivos, bajo el análisis de modelos “switching”, es hacer inferencia sobre los diferentes regímenes presentados por la serie a través del tiempo. Formalmente, se desea determinar:

$$P(s_t = j | X_t; \Theta) \quad j = 1, 2, \dots, N; \quad t = 1, 2, \dots, T \tag{17}$$

lo cual puede llevarse a cabo aplicando el teorema de Bayes, de la siguiente manera :

$$P(s_t = j | X_t; \Theta) = \frac{P(s_t = j; \Theta) f(X_t | s_t = j; \Theta)}{f(X_t; \Theta)} \tag{18}$$

donde al reemplazar el denominador por (14) se tiene de manera completa la representación de Bayes.

C. Modelación de series de tiempo con cambios de régimen

Como se mencionó anteriormente, el objetivo de la metodología “switching” es la construcción de modelos de series de tiempo sobre variables que presentan

18 Se entiende por función mixta de distribución la suma de funciones de densidad diferentes, ya sea por parámetros o por forma funcional de la distribución. Claramente (14) es una función de este tipo.

19 Véase en Hamilton(1994) un ejemplo donde se supone una distribución normal en (13).

20 Dentro del conjunto de métodos numéricos se encuentra el algoritmo EM, el cual es utilizado en Hamilton (1994) para encontrar los estimadores de máxima verosimilitud de los parámetros asociados con modelos “switching” o con cambios de régimen.

comportamientos similares al exhibido por la serie X_t , Gráfico 1. En la modelación de series de tiempo con cambios de régimen se involucran los conceptos ya considerados de cadenas de Markov y de funciones mixtas de distribución con la metodología tradicional de series de tiempo sobre modelos autorregresivos (AR).

La gran diferencia entre la metodología de series de tiempo tradicional modelo ARIMA con intervención y los modelos con cambios de régimen “switching” radica primordialmente en el carácter estocástico de la variable asociada con dichos cambios. Así, si se considera que la serie X_t , Gráfico 1, sigue un proceso autorregresivo de orden uno, con cambios de régimen fácilmente reconocibles que afectan tan solo el nivel de la variable, bajo la metodología tradicional se pueden formular los siguientes dos modelos :

$$X_t - \mu_1 = \phi(X_{t-1} - \mu_1) + \varepsilon_t \quad \text{para } t = (t_0, t_1) \cup (t_2, t_3) \quad (19)$$

$$X_t - \mu_2 = \phi(X_{t-1} - \mu_2) + \varepsilon_t \quad \text{para } t = (t_1, t_2) \cup (t_3, t_4) \quad (20)$$

los cuales podrían ser estimados en conjunto adicionando al modelo autorregresivo una variable determinística de intervención. En el contexto general de cambios de régimen, el uso de esta técnica está sujeto a varias críticas, las cuales se centran, especialmente, en el hecho de que el reconocimiento de los diferentes estados no es determinístico²¹ y que por consiguiente, es inapropiado tratar de modelarlos a través de tales variables de intervención²². Si sobre este mismo ejemplo se supone que los cambios de régimen no son determinísticos, utilizando la metodología “switching” se tiene el siguiente modelo:

$$X_t - \mu_{s_t} = \phi(X_{t-1} - \mu_{s_{t-1}}) + \varepsilon_t \quad (21)$$

donde μ_{s_t} es igual al valor esperado de la serie bajo el régimen uno o bajo el régimen dos dependiendo del valor que tome la variable de estado s_t , 1 ó 2, respectivamente²³.

En general, en la modelación de series de tiempo sobre una variable X que presenta, a través del período de estudio, cambios de régimen gobernados por una variable aleatoria s_t , se supone que la función de densidad condicional de X_t está dada por :

$$f(X_t \mid s_t = j, X_1, \dots, X_{t-1}; \alpha) \quad (22)$$

21 Es decir, el régimen asociado a la variable en cada momento del tiempo puede no ser reconocible mediante observación y por consiguiente, no ser conocido.

22 Una de las mayores desventajas del uso de modelos con intervención se tiene en la construcción de pronósticos fuera de muestra, debido a que se requiere el conocimiento de las observaciones de las variables de intervención fuera del período de análisis. Por ejemplo, al considerar la serie X_t Gráfico 1, no es muy claro si para construir sus pronósticos fuera de muestra deba utilizarse el modelo (19) o el modelo (20)

23 En el modelo (21), los cambios de régimen están dados solo por cambios del nivel medio de la serie, en la nota de pie de página 19 se presenta como podría ser generalizado este modelo de tal forma que también tenga en cuenta cambios en la varianza entre los distintos regímenes.

donde la variable aleatoria s_t sigue una cadena de Markov de orden uno con probabilidades de transición p_{ij} , ecuación (1), y α representa el vector de parámetros que caracterizan a las funciones de densidad condicionadas a cada régimen posible ($j = 1, 2, \dots, N$), en forma compacta tales funciones se notan por η_t como sigue :

$$\eta_t = \begin{bmatrix} f(X_t | s_t = 1, X_1, \dots, X_{t-1}; \alpha) \\ \vdots \\ f(X_t | s_t = N, X_1, \dots, X_{t-1}; \alpha) \end{bmatrix} \tag{23}$$

Uno de los objetivos en este tipo de modelo es estimar el conjunto de parámetros Q , el cual está compuesto por el vector α^{24} y por las probabilidades de transición p_{ij} , con base en la historia de X . Como también, determinar el régimen²⁵ en el que se encuentra el proceso en cada momento del tiempo, con base en la probabilidad condicional de la variable de estado:

$$P \{s_t = j | X_1, \dots, X_t; \Theta\} \tag{24}$$

Como ya se mencionó, la probabilidad presentada en (24) permite hacer inferencia acerca del valor de la variable de estado con base en: i) la información observada hasta el momento (t) y ii) el conocimiento de los parámetros poblacionales. En forma vectorial dichas probabilidades, para los N estados posibles de la naturaleza, pueden ser expresadas

24 Asumiendo que (22) sigue una distribución normal, α estaría conformado por los parámetros asociados a la parte autorregresiva (ϕ 's) y por las diferentes medias y varianzas correspondientes a cada uno de los distintos estados.

25 Por ejemplo, si en el modelo (21) se consideran tan sólo dos estados de la naturaleza, $j=1, 2$, es necesario definir dos variables de estado, la primera, s^*_t referente a los dos estados iniciales (estados primitivos) y la segunda, s_t , asociada a los estados finales, es decir :

$$\begin{aligned} s_t &= 1 \text{ si } s^*_t = 1 \text{ y } s^*_{t-1} = 1 \\ s_t &= 2 \text{ si } s^*_t = 2 \text{ y } s^*_{t-1} = 1 \\ s_t &= 3 \text{ si } s^*_t = 1 \text{ y } s^*_{t-1} = 2 \\ s_t &= 4 \text{ si } s^*_t = 2 \text{ y } s^*_{t-1} = 2 \end{aligned}$$

los cuatro estados finales aparecen como resultado del supuesto realizado sobre el comportamiento markoviano de orden uno de la variable s^*_t . Asumiendo normalidad, el vector h_t se define así :

$$\eta_t = \begin{bmatrix} f(X_t | s_t = 1, X_1, \dots, X_{t-1}; \alpha) \\ f(X_t | s_t = 2, X_1, \dots, X_{t-1}; \alpha) \\ f(X_t | s_t = 3, X_1, \dots, X_{t-1}; \alpha) \\ f(X_t | s_t = 4, X_1, \dots, X_{t-1}; \alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left\{ \frac{-[(x_t - \mu_1) - \phi(x_{t-1} - \mu_1)]^2}{2\sigma_1^2} \right\} \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left\{ \frac{-[(x_t - \mu_2) - \phi(x_{t-1} - \mu_1)]^2}{2\sigma_2^2} \right\} \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left\{ \frac{-[(x_t - \mu_1) - \phi(x_{t-1} - \mu_2)]^2}{2\sigma_1^2} \right\} \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left\{ \frac{-[(x_t - \mu_2) - \phi(x_{t-1} - \mu_2)]^2}{2\sigma_2^2} \right\} \end{bmatrix}$$

Si se supone que para todos los regímenes se tiene la misma varianza entonces $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$.

a través del vector $\hat{\xi}_{t|t}$ así:

$$\hat{\xi}_{t|t} = \begin{bmatrix} P\{s_t = 1 \mid X_1, \dots, X_t, \Theta\} \\ \vdots \\ P\{s_t = N \mid X_1, \dots, X_t, \Theta\} \end{bmatrix} \quad (25)$$

la inferencia óptima y el pronóstico en cada momento del tiempo (t) puede ser calculado iterando sobre el siguiente par de ecuaciones :

$$\hat{\xi}_{t|t} = \frac{(\hat{\xi}_{t|t-1} \circ \eta_t)}{1'(\hat{\xi}_{t|t-1} \circ \eta_t)} \quad (26)$$

$$\hat{\xi}_{t+1|t} = P \cdot \hat{\xi}_{t|t} \quad (27)$$

el símbolo \circ denota multiplicación de elemento por elemento. Dando valores iniciales a los vectores $\hat{\xi}_{1|0}$ y Θ se inicia el proceso de iteración entre (26) y (27) para $t = 1, \dots, T$ que permite calcular $\hat{\xi}_{t|t}$ y $\hat{\xi}_{t+1|t}$.

La función de verosimilitud $L(\Theta)$ asociada al conjunto de parámetros Θ de interés se define como:

$$\sum_{t=1}^T \log f(X_t \mid X_1, \dots, X_{t-1}; \Theta)$$

donde:

$$f(X_t \mid X_1, \dots, X_{t-1}; \Theta) = 1'(\hat{\xi}_{t|t-1} \circ \eta_t) \quad (28)$$

El numerador de (26) puede ser interpretado como la función de densidad conjunta de X_t y s_t dado que su j -ésimo ($j = 1, \dots, N$) elemento es el producto de $P\{s_t \mid X_1, \dots, X_{t-1}, \Theta\}$ y $f(X_t \mid s_t = j, X_1, \dots, X_{t-1}; \Theta)$, los cuales corresponden a los j -ésimos elementos de $\hat{\xi}_{t|t-1}$ y de η_t , respectivamente. Así:

$$\begin{aligned} \left[\hat{\xi}_{t|t-1} \circ \eta_t \right]_j &= P\{s_t = j \mid X_1, \dots, X_{t-1}; \Theta\} f(X_t \mid s_t = j, X_1, \dots, X_{t-1}; \Theta) \\ &= P\{X_t, s_t = j \mid X_1, \dots, X_{t-1}; \Theta\} \end{aligned} \quad (29)$$

El denominador de (26) puede entenderse como la sumatoria de (29) sobre los N posibles estados, es decir:

$$1' \left(\hat{\xi}_{t|t-1} \circ \eta_t \right) = \sum_{j=1}^N P \left\{ X_t, s_t = j \mid X_1, \dots, X_{t-1}; \Theta \right\} \quad (30)$$

lo cual equivale de acuerdo a (28) a la función de densidad marginal de X_t .

De (29) y (30) se desprende que el j -ésimo elemento de (26), dado por la razón entre la probabilidad conjunta de x_t y $s_t = j$ y la función de densidad de X_t , equivale a la probabilidad condicional de s_t dado X_t .

Es de señalar que en el proceso iterativo entre las ecuaciones (26) y (27) anteriormente descrito, el vector de parámetros Θ fue considerado como conocido, sin embargo, su valor es generalmente desconocido y puede ser determinado como aquel que maximiza la función de verosimilitud $L(Q)$ presentada en (28).

IV. RESULTADOS BAJO LA METODOLOGÍA DE HAMILTON

La metodología propuesta por Hamilton se implementa sobre la inflación trimestral de Colombia para el período comprendido entre 1954 y 1996, utilizando para ello un modelo de series de tiempo autorregresivo de orden (5)²⁶ y una cadena de Markov de orden (1) con tres regímenes, los cuales consideran conjuntamente cambios en el nivel medio de la serie y en la variabilidad. El ejercicio se inicia considerando la existencia de solo dos regímenes. Sin embargo, los resultados muestran evidencia de un tercer estado. Así, la determinación de los tres estados no se deriva del análisis descriptivo presentado en la sección II.

En el Cuadro 5 se presentan los resultados de la estimación del modelo “switching” en lo que respecta a los niveles medios de la inflación trimestral y la varianza asociados a cada uno de los tres regímenes²⁷, como también, las probabilidades de transición entre regímenes.

Es de señalar, que la caracterización determinada por el modelo sobre los diferentes regímenes es como sigue: nivel promedio alto y variabilidad baja para el primer régimen, nivel y variabilidad moderadas para el segundo y para el tercero nivel promedio bajo y variabilidad alta²⁸. Un resultado interesante está vinculado con el hecho de que inflaciones

26 A pesar de que para la muestra completa el modelo AR(5) no presenta residuales ruido blanco, la metodología “switching” de Hamilton parte de este modelo, ya que al considerar uno de orden superior se tiene un alto costo computacional. Sin embargo, en la aproximación del problema a través de las diferentes submuestras este modelo es correcto (Cuadro 4). Es de señalar que, bajo el modelo AR(5), el algoritmo de estimación bajo “switching” requiere de 20 días continuos de ejecución en un computador Sun Station.

27 La programación de la metodología “switching” de Hamilton fue desarrollada a través del módulo IML de SAS, Versión 6.12.

28 Es importante señalar que en este contexto los calificativos: “alto, moderado y bajo” sobre el nivel promedio y la variabilidad de la inflación trimestral en cada régimen, encontrados por el modelo, no están asociados a los rangos usuales en la literatura de inflación. En este trabajo se consideran tales calificativos únicamente con el propósito de diferenciar los regímenes bajo un ordenamiento de mayor a menor.

trimestrales promedio altas tienen asociadas bajas variabilidades y viceversa, resultado también encontrado en Echeverry (1995). Las probabilidades de transición estimadas permiten concluir, por ejemplo, que al estar en un régimen de inflación trimestral moderado, la probabilidad de permanecer en éste es muy alta (0,94), en tanto que pasar de éste a un régimen de inflación promedio alta tiene una probabilidad de (0,05), la cual es cinco veces mayor que la estimada para la transición de moderada a baja (0,01). Adicionalmente, se puede observar que la máxima probabilidad de permanecer en un mismo régimen se tiene en aquel caracterizado como de inflación y variabilidad moderadas.

Dado que el trabajo se lleva a cabo sobre la inflación trimestral y que el manejo usual de la serie de inflación se lleva a cabo a través de la calculada mediante variaciones anuales, se realiza un ejercicio de aproximación al nivel medio de la inflación anual. Así, al considerar que el nivel promedio y la variabilidad de la inflación trimestral se mantienen durante todo el año dentro del mismo régimen se tiene una inflación anual de: i) 30,6% para el régimen correspondiente a nivel promedio alto y variabilidad baja, ii) 16,5% bajo nivel promedio y variabilidad moderados y (iii) 15,2% para el último régimen, es decir, el de nivel promedio bajo y variabilidad alta. Es de anotar que, a pesar de que los niveles promedio anuales de inflación correspondientes a los regímenes 2 y 3 son similares, la principal diferencia entre ellos está dada por sus correspondientes variabilidades.

El Gráfico 5 muestra las probabilidades asociadas a los tres regímenes de la inflación trimestral, es de recordar que, como ya se mencionó, en el contexto presente un cambio de régimen sobre la inflación está determinado por un cambio en su media y/o en su varianza. La interpretación del Gráfico 5 se debe llevar a cabo de la siguiente forma: las 3 figuras del Gráfico corresponden a los tres regímenes caracterizados por el modelo, así, si para una figura particular, en un momento del tiempo (t), se registra una probabilidad estimada mayor que 0,5, significa, en general, que la inflación pertenece al régimen correspondiente a dicha figura. Como resultado interesante de señalar se tiene que al finalizar el período de estudio (1996.IV) la inflación trimestral puede ser ubicada dentro del régimen descrito por nivel y variabilidad moderados. Es importante resaltar que, como puede observarse en el Gráfico 5, al comparar las probabilidades con el nivel observado de inflación trimestral, la caracterización de los diferentes regímenes no solo tienen en cuenta el nivel sino también la variabilidad.

CUADRO 5
Estimación del modelo autorregresivo bajo cambios de régimen
para la inflación trimestral

Modelo:

$$\Delta LIPC_t - \mu_{S_t} = \phi_1(\Delta LIPC_{t-1} - \mu_{S_{t-1}}) + \phi_2(\Delta LIPC_{t-2} - \mu_{S_{t-2}}) + \phi_3(\Delta LIPC_{t-3} - \mu_{S_{t-3}}) + \phi_4(\Delta LIPC_{t-4} - \mu_{S_{t-4}}) + \phi_5(\Delta LIPC_{t-5} - \mu_{S_{t-5}}) + \varepsilon_t$$

Parámetros autorregresivos estimados: $\hat{\phi}_1 = 0.265$ $\hat{\phi}_2 = -0.018$ $\hat{\phi}_3 = 0.003$ $\hat{\phi}_4 = 0.810$ $\hat{\phi}_5 = -0.167$

Estado*	$\hat{\mu}_i$	$\hat{\sigma}_i^2$	$\hat{P}(S_i \rightarrow S_1)$	$\hat{P}(S_i \rightarrow S_2)$	$\hat{P}(S_i \rightarrow S_3)$
(1) Inflación alta variabilidad baja	0.069	0.00010	P_{11} 0.44	P_{12} 0.27	P_{13} 0.29
(2) Inflación y variabilidad moderada	0.039	0.00011	P_{21} 0.05	P_{22} 0.94	P_{23} 0.01
(3) Inflación baja variabilidad alta	0.036	0.00193	P_{31} 0.37	P_{32} 0.0001	P_{33} 0.6299

* Si se hubiesen estimado intervalos de confianza para la media y la varianza correspondientes a cada régimen, la determinación de estado en términos del nivel de la media y de la magnitud de la varianza podrían haber sido diferentes

Un ejercicio adicional se lleva a cabo para el período comprendido entre 1971.I y 1996.IV, con el objetivo de determinar, de cierta forma, lo robusto de los resultados frente a cambios de muestra, es decir, revisar si estos cambiaban o no, al no considerar, en el conjunto de información, las décadas de los cincuenta y los sesenta. Como se aprecia en el Gráfico 6, los resultados son similares a los obtenidos en el ejercicio inicial. Sin embargo, el cambio más notable se da en la transición del estado de inflación alta y variabilidad baja a los estados restantes durante el año 1987. Es de señalar que los resultados obtenidos para los años 1990 y 1991 se mantienen.

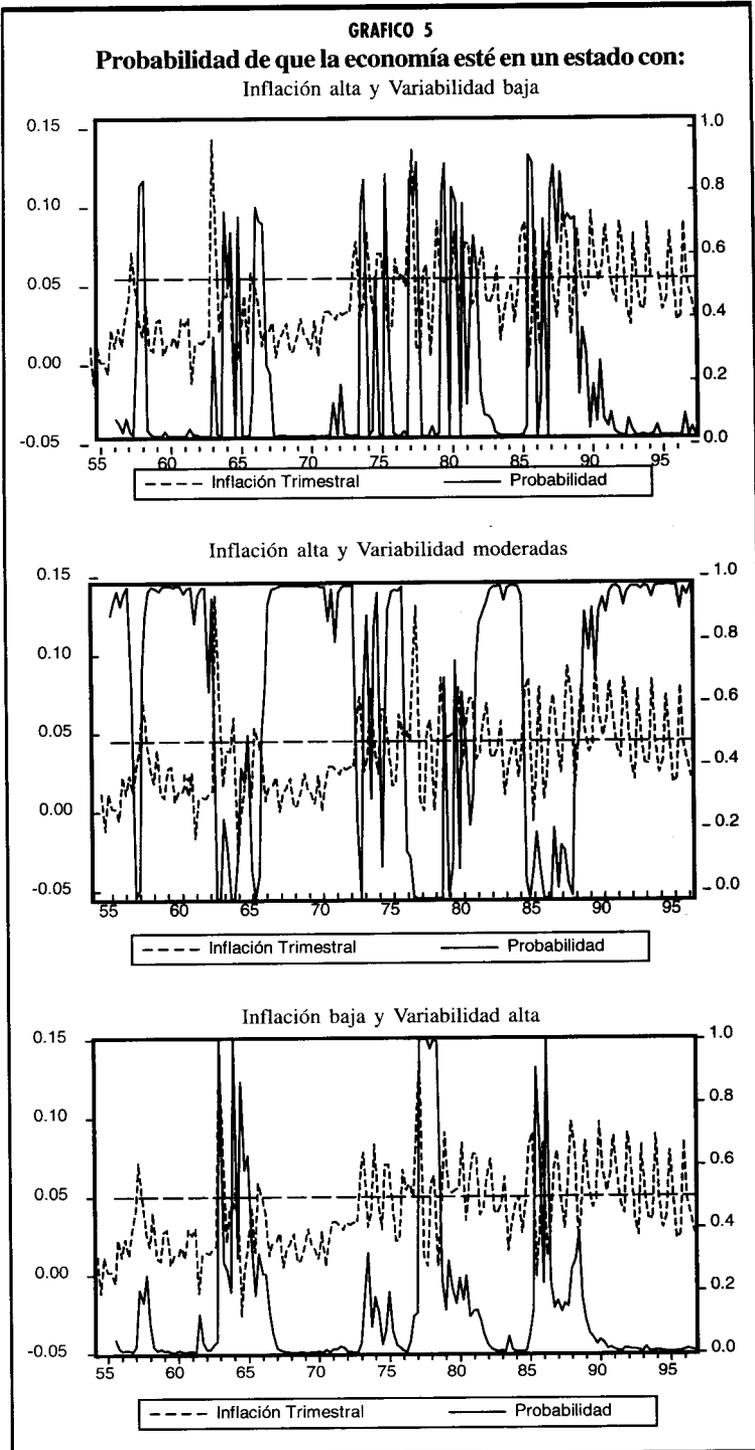
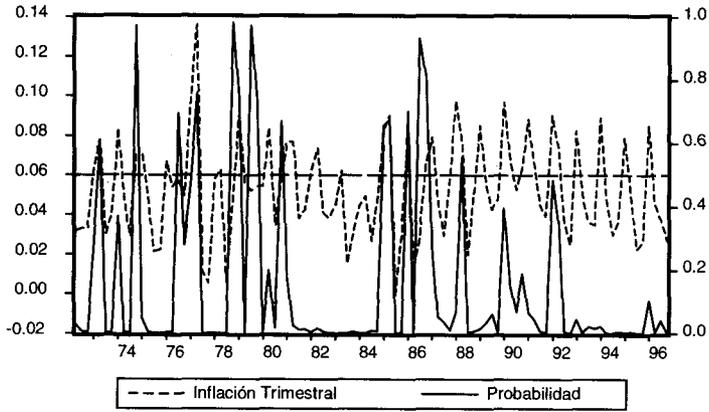
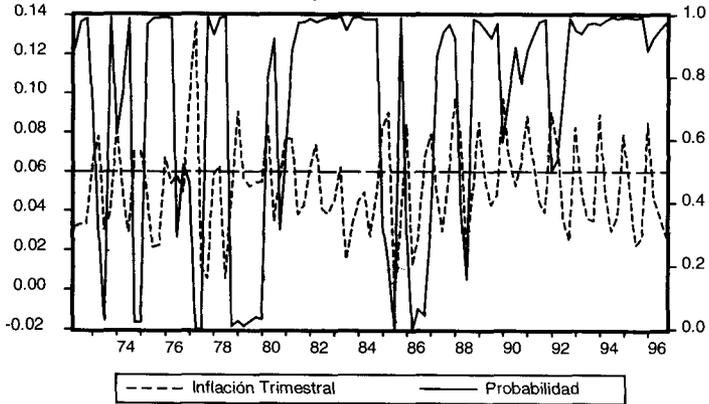


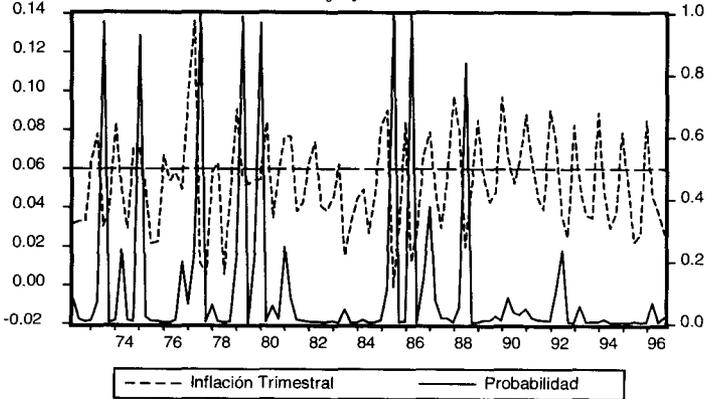
GRAFICO 6
Probabilidad de que la economía esté en un estado con:
Inflación alta y Variabilidad baja



Inflación alta y Variabilidad moderadas



Inflación baja y Variabilidad alta



BIBLIOGRAFÍA

- Box, G. P. and G. M. Jenkins, 1976. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, De San Francisco: Holden-Day.
- Dickey, D. A. and W. A. Fuller, 1979. "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root", *Journal of the American Statistical Association*, No. 74.
- Echeverry, J. C., 1995. "Auge y perpetuación de una inflación moderada. Colombia, 1970-1991", *Ensayos sobre política económica, Banco de la República*, No. 28.
- Hamilton, J., 1989. "A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle", *Econometrica*, No. 57.
- Hamilton, J., 1994. *Time Series Analysis*, Princeton University Press.
- Hansen, B. E., 1992. "Testing for Parameter Instability in Linear Models", *Journal of Policy Modeling*, No. 14.
- Hostland, D., 1995. "Changes in the Inflation Process in Canada: Evidence and Implications", *Bank of Canada, Working Paper 95-5*.
- Kwiatkowski, D., P. C. B. Phillips, P. Schmidt and Y. Sin, 1992. "Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root: How Sure Are That Economic Time Series Have a Unit Root?" *Journal of Econometrics* 54.
- Lutkepohl, H., 1993. *Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer-Verlag, Second Edition.
- Pérez, G., 1994. "Indicadores líderes de inflación, una aproximación de regímenes cambiantes", *Mimeo Banco de la República*.