

OBSERVABILIDAD DE LA VELOCIDAD EN MOTORES DE INDUCCIÓN DE ALTO DESEMPEÑO DINÁMICO

OBSERVABILITY OF THE SPEED IN INDUCTION MOTORS OF HIGH DYNAMIC PERFORMANCE

EDINSON FRANCO MEJIA

Ingeniero Electricista, M.Sc, en Automática, Ph.D, Universidad del Valle, edinsonfm@univalle.edu.co

JOSE MIGUEL RAMÍREZ SCARPETTA

Ingeniero Electricista, M.Sc, en Sistemas de Generación, Ph.D, Universidad del Valle, jomiram@univalle.edu.co

Recibido para revisar Marzo 23 de 2007, aceptado Noviembre 06 de 2007, versión final Enero 22 de 2008

RESUMEN: En este artículo se muestran los resultados más importantes desarrollados en el análisis de la pérdida de la observabilidad de la velocidad para aplicaciones de Control de Motores de Inducción sin sensor de velocidad y trabajando en regímenes de velocidad cercanos a cero e incluyendo cero velocidad. Se describen el problema de control sin sensor de velocidad y las herramientas utilizadas para el análisis de la observabilidad; finalmente, se hace una revisión de los reportes de análisis de la Observabilidad del motor de inducción.

PALABRAS CLAVE: Observabilidad No lineal, Control sin medida de velocidad, Motor de Inducción.

ABSTRACT: In this paper, the more important results obtained in the analysis of observability loss for Induction motors working in zero and proximities of zero speed are reviewed. The problems in Sensorless Control and the analytic tools to study the nonlinear observability for inductions motors are described; finally, important results reported about the observability of induction motors are analyzed.

KEYWORDS: Nonlinear Observability, Sensorless control, Induction Motor.

1. INTRODUCCIÓN

Hasta mediados de los 80's, la mayoría de los accionamientos eléctricos usaban el Motor de Corriente Directa (**MDC**); ahora, el Motor de Inducción (**MI**) ha remplazado en muchas aplicaciones al MDC; en los MI las corrientes rotóricas son inducidas, por lo que contrario al MDC no es necesario el uso de escobillas ni de anillos rozantes, esto hace su mantenimiento más simple y su operación más sencilla [4][5].

Otras características importantes del MI son: robustez, menor costo, confiabilidad, versatilidad y los rangos de velocidad y par considerables.

Para el control vectorial del MI es necesario conocer el estado magnético (flujo magnético) de la máquina, a partir de los 90's la información de flujo magnético en la máquina se obtuvo empleando estimadores y observadores en lugar de sensores [30].

Por otra parte, para controlar la velocidad del MI la información de posición y velocidad en el eje del rotor se hace en algunos casos empleando decodificadores incrementales; estos instrumentos presentan fallas recurrentes lo que hace necesario un programa de paradas de máquina para su mantenimiento y en caso de fallas generan sobrecostos adicionales en la producción.

El desarrollo de la teoría de estimación y de observadores permitió no solo observar el flujo magnético sino también la variable de velocidad del rotor en el MI a partir de los voltajes y corrientes en el estator, lo que además aumenta la robustez del sistema de control, generando una línea de investigación y desarrollo conocida como: “*Sensorless Control*” o Control Sin Sensor Mecánico.

En este trabajo se revisan los aportes en la Observabilidad del MI, en la sección dos del artículo se presenta la nomenclatura empleada, en la sección tres se presentan algunos de los modelos del MI y a nuestro parecer, los más empleados en los reportes del análisis de su observabilidad, en la sección cuatro se presenta una revisión del Control del Motor de Inducción sin Sensor de Velocidad (CMISV), en la sección cinco se presentan las herramientas conceptuales de análisis de observabilidad y en la sección seis se presenta el problema de observabilidad del MI y los principales aportes encontrados en la literatura para su solución.

2. NOMENCLATURA

τ_d : Par motor;

τ_l : Par de carga;

w_r : Velocidad angular del rotor;

θ_r : Posición del rotor;

x_e : Vector de estado electromagnético (corrientes del estator-rotor, flujos del estator-rotor o combinaciones de los anteriores);

$x(t) = [x_e, w_r, \theta_r]$: Vector de variables de estado del motor ($x \in M$);

M : Espacio de estados de dimensión “m” con una estructura C^∞ , con topología “Hausdorff”;

$y(t)$: Variable de salida, (variables medidas del sistema, corrientes del estator), $y \in \mathbb{R}^2$;

$(x^1, \Delta t)$: Trayectoria o evoluciones del estado a partir del estado inicial x^1 en el intervalo Δt ;

C^r : Función donde las primeras “r” derivadas existen y son continuas;

C^∞ : Variedades conectadas infinitamente diferenciables;

$L_F h(x) \in C^\infty$: derivada Lie de $h(x)$ respecto al funcional F ;

$u_s = [u_{s\alpha} \quad u_{s\beta}]^T$: Vector de voltajes del estator;

$u_r = [u_{r\alpha} \quad u_{r\beta}]^T$: Vector de voltajes del rotor;

$u_{sp} = \frac{1}{\sigma L_s} [u_{s\alpha} \quad u_{s\beta}]^T$: Vector de voltajes del estator escalados;

$I_s = [I_{s\alpha} \quad I_{s\beta}]^T$: Vector de corrientes del estator;

$\Phi_r = [\phi_{r\alpha} \quad \phi_{r\beta}]^T$: Flujos del rotor;

$\varepsilon \equiv w_{r1} - w_{r2}$: Desviación de medición de velocidad del rotor;

$\Delta\phi \equiv \phi_{r1} - \phi_{r2}$: Desviación de medición de flujo del rotor;

L_r : Inductancia del rotor; L_s : Inductancia del estator; L_m : Inductancia mutua;

R_r : Resistencia del rotor; R_s : Resistencia del estator;

p : Pares de polos; M : Masa Inercial; f : Coeficiente de fricción viscosa;

$$\alpha = \frac{pL_m}{ML_r}, \quad a = \frac{L_r R_s}{L_m} = b_i, \quad \beta = \frac{L_m}{L_r L_s - L_m^2},$$

$$c = \frac{L_r}{L_m}, \quad T_r = \frac{L_r}{R_r} = \frac{1}{a_i}, \quad \sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r},$$

$$K = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r}, \quad \gamma_m = \frac{KL_m}{T_r}, \quad w = pT_r w_r,$$

$$\gamma = \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{R_r L_m^2}{\sigma L_s L_r^2};$$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

3. MODELOS DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

El modelo natural del MI está representado en el conjunto de ecuaciones (1); para el caso de rotor devanado cortocircuitado y de jaula de ardilla el voltaje en terminales del rotor es cero.

$$\begin{aligned} u_s &= R_s I_s + \dot{\Phi}_s & \dot{\Phi}_s &= L_s I_s + L_m I_r & \dot{w}_r &= \frac{pT_r}{M}(\tau_d - \tau_l) \\ u_r &= R_r I_r + \dot{\Phi}_r & \dot{\Phi}_r &= L_m I_s + L_r I_r & \dot{\theta}_r &= w_r \end{aligned} \quad (1)$$

A partir de la ecuación (1), se construyen varias aproximaciones de modelos del MI, dependiendo significativamente del enfoque de solución de control que se aborde; generalmente, por la simetría del motor, el modelo trifásico se puede llevar a una representación más simple bifásica ortogonal. El modelo del MI más empleado por su simplicidad es el modelo de Park, para el cual se asumen las siguientes *hipótesis de simplificación*: la máquina es simétrica y equilibrada, la inducción en el entrehierro es sinusoidal, la permeabilidad magnética del núcleo es infinita, las pérdidas ferromagnéticas son despreciables y no se consideran el efecto piel, ni los efectos de las ranuras. Con estos supuestos, las ecuaciones electromagnéticas del MI en representación de espacio de estados se expresan como un sistema bilineal no lineal de la forma:

$$\begin{aligned} \dot{x}_e &= f(x_e, w_r, \theta_r) + B u_s \\ \tau_d &= q(x_e) \\ \dot{w}_r &= -f w_r + \tau_d - \tau_l \\ \dot{\theta}_r &= w_r \end{aligned} \quad (2)$$

donde B es una matriz de entrada, q es un producto vectorial de los estados y $f(x_e, w_r, \theta_r)$ expresa diferentes representaciones del motor dependiendo de los ejes de referencia como ab , $\alpha\beta$, ó dq .

En la representación ab (ó modelo vectorial real) los ejes de referencias conservan su estado natural (fijo en el estator, móvil para el rotor a la velocidad w_r), los estados y las entradas son sinusoidales y dependen de la posición (en este caso las entradas serán los voltajes estatóricos en ejes a y b respectivamente, $u_s = [u_{sa} \ u_{sb}]^T$; en la representación $\alpha\beta$ -ver ecuación (3)- se elimina la dependencia explícita del modelo ab de la posición del rotor -ángulo θ_r - a través de una rotación del sistema de referencias del rotor, esta representación permite pasar de un sistema

con dos ejes de coordenadas a uno solo haciendo más simple el modelo; por ejemplo, la dinámica del flujo ahora depende explícitamente de la velocidad angular del rotor y no de la velocidad y la posición.

$$\begin{aligned} \dot{I} &= -\gamma I + T_r^{-1}(I - wJ)\Phi_r + u_{sp} \\ \dot{\Phi}_r &= \gamma_m I - T_r^{-1}(I - wJ)\Phi_r \\ \dot{w} &= \frac{pT_r}{M}(\tau_d - \tau_l) \\ \dot{\theta} &= w \end{aligned} \quad (3)$$

Ibarra et alia [18] presentan un sistema dinámico algebraico diferencial con restricciones algebraicas para determinar las dinámicas del MI que se denominan como indistinguibles (ver sección 5):

$$\begin{aligned} \dot{I} &= \beta[a_i \Phi_r + p w_r J \Phi_r - (L_m a_i + b_i)I + c_i u_s] \\ \dot{\Phi}_r &= -a_i \Phi_r - p w_r J \Phi_r + L_m a_i I \\ \dot{w}_r &= -f w_r + \alpha \Phi_r^T J I - \frac{\tau_l}{M} \\ \dot{\varepsilon} &= -f \varepsilon + \alpha \Delta_\phi^T J I \\ \dot{\Delta}_\phi &= 0 \\ 0 &= (a_i I + p(w_r - \varepsilon)J)\Delta_\phi + p \varepsilon J \Phi \end{aligned} \quad (4)$$

este modelo incluye dos nuevas variables que son: la dinámica del error de las trayectorias de velocidad del rotor ε y la dinámica del error de las trayectorias del flujo del rotor Δ_r .

La representación o modelo dq se obtiene al orientar los ejes giratorios del modelo $\alpha\beta$ usualmente a la velocidad angular (w_a) de la alimentación; en algunos casos, se puede orientar el sistema de coordenadas en la dirección de un vector de flujo.

4. CONTROL SIN SENSOR DE VELOCIDAD DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

4.1 Problema de CMISV

Consiste en determinar las entradas u_s -ver ecuación (1)- que permitan obtener un

comportamiento dinámico deseado con una alta eficiencia y mayor confiabilidad del sistema de control; en controladores de medio desempeño dinámico y alto desempeño dinámico, para el CMISV se impone la necesidad de disponer de observadores para el flujo del rotor y la velocidad angular e implementar el control de velocidad solo a partir de mediciones de los voltajes y corrientes del estator [3][26][31]. Por ser el MI un sistema no lineal, no se cumple el principio de separación para el control con observador y es difícil establecer un análisis completo de la estabilidad del control; además, para el MI la observación y el control se dificultan por las variaciones paramétricas por lo que es necesario tener controladores robustos. Por tanto, los investigadores se ven enfrentados a un reto, resolver el problema de control y de observación no lineal del motor MI simultáneamente. Se ha encontrado que la mayor limitante de las implementaciones del CMISV es el bajo desempeño dinámico a bajas frecuencia y la pérdida de observabilidad en estos regímenes de operación; las limitaciones de los esquemas de CMISV se resumen así:

- La velocidad se hace no observable a frecuencia de excitación cero [1] [7] [18]; Canudas et al. (2000); Ibarra et al. (2004)).
- Una incorrecta estimación del flujo o el par, si R_s no se conoce con precisión, lleva a un pobre desempeño a baja velocidad.
- El control preciso de la velocidad depende generalmente de la constante T_r , se encuentran reportes de buen control hasta un mínimo de velocidad del rotor de 0.002pu [21].
- Inestabilidad en estado estable a baja velocidad, particularmente bajo frenado regenerativo.

4.2 Estimadores, observadores y filtros

Para reducir los problemas de estabilidad a baja velocidad, mejorar la convergencia de la estimación y reducir la sensibilidad a las variaciones paramétricas, se han diseñado estrategias de control con: observadores de Kalman [28] o algunas de sus variantes,

identificación paramétrica [25], estimadores de flujo y parámetros [10][2], observadores de flujo y velocidad no lineales [9], observadores de flujo y velocidad usando modos deslizantes [16] ó usando modos deslizantes adaptables, entre otros. Para casos donde los ruidos son débiles la aproximación determinística de los observadores clásicos es suficiente, pero cuando los niveles de ruido son considerables o son de naturaleza estocástica, es necesario aumentar la precisión de las variables estimadas utilizando filtros estocásticos como el filtro de Kalman [19]; las investigaciones muestran muy buenos comportamientos de estas aproximaciones, la mayor limitación está en el peso computacional.

4.3 Estrategias de Control

Históricamente las técnicas de control del MI más empleadas son el control Voltaje-frecuencia (U/f) y el Control por Campo Orientado (en Inglés la sigla es **FOC**), estas técnicas se han extendido al CMISV centrandose los esfuerzos en los problemas de observación y estimación como se mencionó en el párrafo inmediatamente anterior. Otra técnica menos convencional pero importante para la solución del CMISV es la técnica de planitud ("flatness"), desarrollada por los investigadores del Centro de Automática y Sistemas (CAS: "Centre Automatique et Systemes") de la Escuela de Minas de París [23], los investigadores estudian las propiedades de planitud del MI, desarrollaron un CMISV con algoritmo de planitud y manifiestan problemas de observación en cercanías de singularidades [24].

Hacia finales de los 90's y lo corrido de esta década aparece otra estrategia de CMISV basados en explotar las "saliencias" e inyección de señales [14][6]; por saliencias se entienden: los armónicos debidos a los ranuras ("slots"), las asimetrías en el diseño, la saturación, y la excentricidad dinámica. Particularmente los trabajos de Holtz y de Lorentz [14][6] muestran soluciones al CMISV realizando cambios geométricos en el rotor del MI induciendo saliencias mecánicas. Franco et al. [11][12] desarrollan un modelo completo del MI considerando las saliencias inducidas reportadas en [6].

4.4 CMISV a frecuencias de excitación bajas

En la última década se han reportado algunos esfuerzos por resolver el problema del control a velocidad cero o frecuencia cero, Huangang et alia [17] reportan un método de control vectorial práctico para el MI a través de técnicas de integración del término $u_s - R_s I$ para una aplicación de un puente grúa de 40 toneladas, el cual requiere torques cuya frecuencia fundamental está entre 2 y 3 hz aproximadamente. Maes et alia [22] presentan la combinación de la técnica de Control Directo del Par (DTC) [29] con un observador adaptable, reportan haber alcanzado buenos desempeños dinámicos a cero velocidad pero en la gráficas de prueba estos resultados no son contundentes y no están soportados en resultados analíticos formales.

Rodic y Karen [27] presentan un diseño en el que combinan un DTC con la técnica de modos deslizantes y reportan haber empleado técnicas de optimización del flujo para mejorar la respuesta dinámica del par del MI, los resultados muestran buenos desempeños a cero velocidad pero el rizado en el par eléctrico introducido por el control por modos deslizantes es aún indeseable. Este problema es mejorado por Lasco et alia [20] introduciendo el concepto más general de estructura variable y el control del actuador usando técnicas de modulación del vector espacial, sus resultados son prometedores, reportan mejoras considerables en el rizado del par a cero velocidad y buen comportamiento dinámico a cero velocidad; Lasco et alia [21] muestran progresos en términos de desempeños dinámicos y estáticos, muestran mejoras en las técnicas de estimación de la resistencia del estator; sin embargo y a pesar de trabajar en cero velocidad manifiestan la presencia del rizado en las variables de velocidad y par electromagnético. Otros resultados muy importantes fueron presentados por Holtz y Quan [15] en los que reportan buenos desempeños dinámicos operando hasta 0.25 Hz y usando la técnica de inyección de señal.

Las dos siguientes secciones presentan las herramientas teóricas para analizar formalmente la observabilidad no lineal que permiten explicar las limitaciones del CMISV a frecuencia cero y bajas velocidades.

5. OBSERVABILIDAD NO LINEAL

Como se ilustró en las ecuaciones (2) a (4), el MI es inherentemente no lineal, por lo tanto el análisis de la observabilidad que se aplica se apoya en la teoría desarrollada por Hermann y Krener [13], para entenderlo se revisarán primero los conceptos fundamentales de la teoría de observabilidad. El análisis de observabilidad no lineal se basa en el concepto de indistinguibilidad del estado $I(x^0)$, considerando el sistema no lineal descrito por:

$$SNL : \begin{cases} \dot{x} = F(x, u_s) = f(x) + g(x, u_s) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (5)$$

se dice que dos estados x^0 y x^1 del SN son **indistinguibles** ($x^0 I x^1 : \mathbf{I}$ denota – indistinguibilidad) si para cada entrada admisible $u_s(t)$ en el intervalo de tiempo $\Delta t = [t^0, t^0 + T]$ las salidas correspondientes son idénticas. El SNL es *observable* en x^0 si para cualquier par de estados x^1 y x^0 ($x^1 \neq x^0$), para cada entrada admisible $u_s(t)$ en Δt , las evoluciones del sistema generan diferentes salidas y a partir de las salidas es posible distinguir claramente el estado x^0 , lo que implica que $\mathbf{I}(x^0) = x^0$; el sistema (5) es *globalmente observable* si lo anterior se cumple para todo estado en el espacio de estados, i.e. para todo $x \in M$ se cumple que $\mathbf{I}(x) = x$ (ver Figura 1, esquina superior derecha).

La observabilidad global del sistema implica que alguna entrada distingue puntos de M ; sin embargo, esta noción es muy relajada y puede no ser muy útil porque para determinarla puede ser necesario atravesar una distancia considerable o por un largo tiempo para distinguir entre dos puntos de M . En otros casos se emplean conceptos locales (los cuales son más fuertes), como el de indistinguibilidad en una región cerrada U del espacio M ; este concepto puede ser demasiado restrictivo, pues es posible que este subespacio U no sea completo y que no Represente adecuadamente el espacio de estados. Se define entonces el concepto de Observabilidad Local “relajando” el subespacio

de estados U como un subespacio abierto en M ; el sistema es Localmente Observable (LO) en x^0 si para cada vecindad *abierta* U de x^0 , x^0 es U -Indistinguible (i.e. $I_U(x^0) = x^0$) y el sistema es LO si esto se cumple para todo $x(t)$ en M

(Ver Figura 1, esquina superior izquierda).

Para relajar la condición de observabilidad, se incluye un concepto denominado "débil", la idea es permitir que se pueda distinguir entre dos estados vecinos alejándose (de ser necesario)

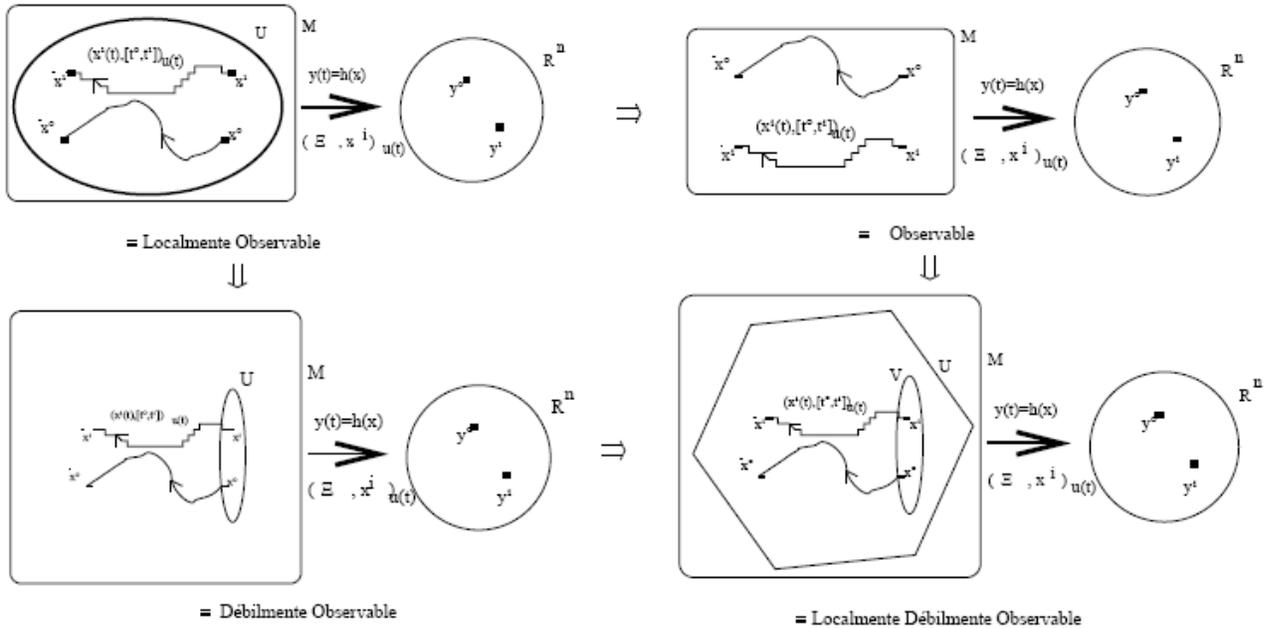


Figura 1. Relaciones de Observabilidad
Figure 1. Observability Relationships

Considerablemente de la vecindad. Se define que el SNL es Débilmente Observable (DO) en x^0 si existe

una vecindad U de x^0 tal que $I(x^0) \cap U = x^0$, y en general, el sistema es DO si lo anterior se cumple para cada $x \in M$ (ver Figura 1, esquina inferior izquierda).

Es probable que sea necesaria una evolución lejos de U para distinguir puntos de U , se define un concepto no tan débil introduciendo una restricción a la evolución posible de los estados en un subespacio o vecindad abierta V de x^0 contenida en U , se dice que el sistema es Localmente Débilmente Observable (LDO) en el estado x^0 si existe una vecindad abierta U de

x^0 tal que para alguna vecindad abierta V de x^0 contenida en U , el estado x^0 es Indistinguible en V , ($I_V(x^0) = \{x^0\}$) y en general, es LDO si lo anterior se cumple para cada estado en el espacio de estados ($x \in M$) (ver Figura 1, esquina inferior derecha).

En la figura 1 las relaciones de observabilidad local, localmente débil y débil son transitivas pero no recíprocas (ver el sentido de las flechas).

La observabilidad localmente débil a pesar de no ser la más fuerte tiene la ventaja sobre las demás que permite ser probada a través de un instrumento algebraico conocido como la condición de rango [13].

El concepto de indistinguibilidad del estado y en general el de observabilidad son conceptos que desde el enfoque práctico no son útiles pues pueden implicar esperar largas evoluciones de los estados; esto implica que para sistemas con estados de dinámicas rápidas las evoluciones transitorias no sean observables lo cual será una limitante para aplicaciones de altos desempeños dinámicos. Normalmente los ingenieros de control conocen la vecindad de los estados que se desea distinguir (regiones de operación limitadas ya sea por la física en sí de los elementos: rangos, regiones de trabajo, etc., ó por restricciones físicas: saturaciones de los actuadores, condiciones extremas de los procesos, etc.) siendo útil desde este enfoque para el análisis de observabilidad utilizar un concepto local; sin embargo, las restricciones en términos de vecindades es muy fuerte por cuanto el espacio de observación deberá estar muy limitado. La herramienta más útil que se puede considerar, desde el enfoque de aplicación, es el concepto de observabilidad localmente débil ya que por un lado nos permite restringir el espacio de distinguibilidad, por otro lado nos permite garantizar que las evoluciones del estado están muy próximas a los puntos de trabajo, y por otro lado si se logra mostrar que esta propiedad de observabilidad localmente débil se cumple al menos para todo el espacio de estado de trabajo, se podrá garantizar la observabilidad del sistema o proceso bajo estudio.

La condición de rango (Teorema 3 en [13] - instrumento que permite estudiar la Observabilidad Localmente Débil-) para el sistema (5) es una prueba suficiente que consiste en calcular el rango del subespacio de observabilidad de \wp que se muestra en la siguiente ecuación:

$$\wp = dq(x) = \begin{bmatrix} dh(x) \\ dL_F(h(x)) \\ \vdots \\ dL_F^{m-1}(h(x)) \end{bmatrix} \quad (6)$$

donde, $L_F h = \nabla_h F = \frac{\partial h}{\partial x} F(x)$ es la rata de cambio con respecto al tiempo de la función escalar de salida $h(x)$ a lo largo de las trayectorias del sistema (5);

$$L_F^j(h_i(x)) = L_{F^1}(\dots L_{F^j}(h_i)\dots)$$

donde $F^j(x) = F(x, u^j)$ para alguna u^j constante $\in \Omega$ y j es cualquier entero real positivo.

Teorema: Si $q(x)$ satisface la condición de rango de observabilidad en x^0 , entonces, (6) es localmente débilmente observable en x^0 .

Es claro del teorema que la condición es suficiente, si no se cumple la condición de rango no implica que el sistema no sea observable.

6. OBSERVABILIDAD DEL MI

Las diferentes aplicaciones reportadas muestran que existen problemas de observabilidad en cercanías del régimen de operación a bajas frecuencias de alimentación y/o para bajas velocidades (Asher, 2000). Estos problemas de pérdida de observabilidad han sido estudiados analíticamente y reportados partiendo del modelo $\alpha\beta$ del MI por Canudas et alia [7] y también a partir del modelo $\alpha\beta$ construyendo un sistema de ecuaciones diferenciales algebraicas por Ibarra et alia [18].

Del conjunto de ecuaciones (3), considerando que las corrientes y los voltajes son medidos, y que el flujo es estimado (u observado), se observa en ambas expresiones que la velocidad del rotor aparece multiplicada por el flujo; para conocer el valor de la velocidad considerando valores de velocidad y flujos constantes diferentes de cero, una simple solución puede implicar despejar la velocidad del producto; sin embargo, en la presencia de imprecisiones del flujo estimado se generan errores en la estimación de la velocidad. En el caso en que la velocidad es cercana a cero y cero, es imposible

de las expresiones de corriente y flujo obtener información de la velocidad.

Canudas et alia [7], basados en la prueba de rango del espacio de observación, revisan las condiciones de observabilidad suficientes a partir del análisis de geometría vectorial clásica para posteriormente analizar algunas condiciones bajo las cuales estas son también necesarias; como resultados del análisis de las condiciones bajo las cuales el MI no es localmente observable, asumiendo que $f^i(x) = f(x, u_s^i)$ para algún $u_s^i \in \Omega$ constante y que la velocidad es constante, concluyen que es condición suficiente que $\dot{\Phi}_{r\alpha} \neq 0$ ó $\dot{\Phi}_{r\beta} \neq 0$; y segundo, de la hipótesis de flujos constantes $\dot{\Phi}_{r\alpha} = \dot{\Phi}_{r\beta} = 0$, que es suficiente que $w_r \neq 0$. Particularmente analizan las condiciones de observabilidad cuando el MI está operando a bajas frecuencias y estudian la posibilidad de encontrar entradas que hagan el sistema observable [8]. Una conclusión muy importante en [7] es la relación física dada en la curva de par v.s. velocidad del vector de flujo del rotor -ecuación (7)- la cual expresa la región de pérdida de observabilidad.

$$w_{\Phi_r} = \frac{R_r}{p\Phi_r^T \Phi_r} \tau_d + w \quad (7)$$

donde w_{Φ_r} es la velocidad angular del vector de flujo. Con la norma del flujo diferente de cero, y con la derivada del flujo nula ($\dot{\Phi}_r = 0$ ó $w_{\Phi_r} = 0$), el par electromagnético y la velocidad del rotor tienen signos opuestos, lo que equivale a estar en modo de regeneración con corrientes en el estator estacionarias, en esta situación la observabilidad de la velocidad en el MI se pierde; se observa que en esta condición de pérdida de observabilidad la velocidad del rotor no es necesariamente nula. Además, para valores estacionarios de velocidad ($\dot{w} = 0$) y con el MI operando en vacío ($\tau_d \approx \tau_l = 0$), los modos de operación a velocidad cercana a cero y cero quedan también configurados en la región de pérdida de observabilidad cuando $w_{\Phi_r} = 0$.

Ibarra et alia [18] hacen una aproximación diferente para el análisis de pérdida de observabilidad del MI; a partir del modelo en ecuaciones diferenciales algebraicas -ecuación (4)-, presentan otro enfoque con el que proponen encontrar las trayectorias internas de indistinguibilidad para el MI. El análisis realizado es importante porque muestra que el sistema MI no es globalmente observable y deja planteado un problema basado en restricciones que es el eje principal de su artículo; igualmente caracteriza diferentes condiciones de operación local bajo las cuales el MI es detectable y observable (o no detectable y no observable) resaltando entre ellas que a frecuencia nula de la alimentación y que a velocidad nula, la observabilidad se pierde. Resumiendo, el planteamiento más relevante de este trabajo es que se muestra analíticamente que no es posible obtener observadores locales o globales para el CMISV; y además, los autores describen un procedimiento para calcular las trayectorias o evoluciones donde la observabilidad no se puede alcanzar.

7. CONCLUSIONES

Ibarra et. alia y Canudas et alia, han mostrado analíticamente como el MI pierde observabilidad de la velocidad a frecuencias de excitación nula. Se ha demostrado que la velocidad del MI no es ni localmente, ni globalmente observable y se ha caracterizado la región y algunas condiciones para la pérdida de observabilidad del MI.

8. AGRADECIMIENTOS

Agradecimientos especiales a: Dr. Carlos Canudas-de-Wit (INPG-Francia), Dr. Gerardo Espinosa (DEPFI, UNAM -México), Dr. Jaime Moreno (Instituto de Ingeniería, UNAM - México), la Universidad del Valle, Colciencias y a la embajada de Francia en Colombia por el apoyo recibido.

REFERENCIAS

- [1] ASHER, G. M.. Sensorless induction motor drives. IEE Seminar on Advances in Induction Motor Control (Ref. 2000/072). 6, 1-5.
- [2] ATKINSON, D.J., P.P. ACARNLEY Y J.W. FINCH. Application of estimation techniques in vector controlled induction motor drives. Power Electronics and Variable-Speed Drives. pp. 358 –363. Fourth International Conference on, London, UK. 1991.
- [3] BODSON, M., J. CHIASSON Y R. NOVOTHAK. Nonlinear speed observer for high-performance induction motor control. IEEE Transactions on Industrial Electronics. 42(4), 337–343. 1995.
- [4] BOSE, B. K. Power electronics and motion control-technology status and recent trends. IEEE Trans. on Industrial Application, 29(5). 902–909. 1993.
- [5] Power electronics and drives technology advances and trends. Industrial Electronics, ISIE '99. Proceedings of the IEEE International Symposium on p. TU1. Bled, Slovenia. 1999.
- [6] BRIZ, F., M.W. DENER, A. DIEZ Y R. LORENTZ. Measuring, modeling, and decoupling of saturation-induced saliencies in carrier-signal injection-based sensorless ac drives. Transactions on Industry Applications, IEEE. 37(5), 1356–1364. 2001.
- [7] CANUDAS-DE-WIT, C., A. YOUSSEF, J. BARBOT, P. MARTIN Y F. MALRAIT. Observability conditions of induction motors at low frequencies. Conference on Decision and Control. Sidney-Australia. 2000.
- [8] D. LUBINEAU, Commande non lineaire de moteur asynchrone avec observateur, Thèse préparée au Laboratoire d'Automatique de Grenoble, Grenoble- Francia, Avril 8 1999.
- [9] M. DJEMAI, T. BOUKHOBZA, J.P. BARBOT, J.L. THOMAS Y S. POUILLAIN, Rotor speed and flux nonlinear observer for speed sensorless induction motors, Control Applications, Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on, 2, 848-852. 1998,
- [10] FINCH, J.W., D.J. ATKINSON Y P.P. ACARNLEY. Full-order estimator for induction motor states and parameters. Electric Power Applications, IEE Proceedings 145(3), 169–179. 1998.
- [11] FRANCO E., AMAYA M., RAMÍREZ S. J.M., A New Model For Induction Motor With Induced Saliencies. IEEE International Conference on Industrial Electronics and Control Applications. Nov-Dec., Quito-Ecuador, 2005
- [12] Parametrización de un motor de inducción con saliencias inducidas para análisis estático y dinámico. II Congreso Internacional sobre uso racional y eficiente de la energía. Artículo 02-121. Santiago de Cali, Noviembre 2-4 de 2006.
- [13] HERMANN, R. Y A.J. KRENER. Nonlinear controlability and observability. IEEE Transactions on Automatic Control. AC-22 No 5, 728–740. 1977
- [14] HOLTZ, J. Sensorless control of induction motors drives. In: Proceedings of the IEEE. Vol. 90-8. pp. 1359–1394. 2002.
- [15] HOLTZ, J. Y QUAN. Drift- and parameter-compesated flux estimator for persistent zero-stator-frequency operation of sensorless-controlled induction motors. In: IEEE Transactions on Industry Applications. Vol. 39-4. pp. 1052–1060. 2003.
- [16] HREN ALENKA Y JEZERNIK KAREN. Robust Sliding Mode Control of Induction Motor Drive Without Speed Sensor. Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Control Applications. Trieste, Italy, 1-4 Sept. 1998.

- [17] HUANGANG, WANG, ZHANG XIAOPING, XU WENLI Y YANG GENG. The speed-sensorless control of induction motors at zero frequency. *Electrical Machines and Systems, ICEMS 2001. Proceedings of the Fifth International Conference on* 2, 1195 – 1198. 2001
- [18] S. IBARRA-ROJAS, J. MORENO Y G. ESPINOSA-PÉREZ. Global observability analysis of sensorless induction motors. *Automática*, vol. 40, p.p. 1079-1085. 2004.
- [19] R. KIM, K SUL Y M PARK, Speed sensorless vector Control of Induction Motor using extended Kalman filter, *IEEE Transactions on Industry Applications*, 1225 - 1233. 1994.
- [20] LASCU, C., ION. BOLDEA Y FREDE BLAABJERG. Direct torque control of sensorless induction motor drives: A sliding-mode approach. *IEEE Transactions on Industry Applications*. 40(2), 582–590. 2004.
- [21] Very-low-speed variable-structure control of sensorless induction machine drives without signal injection. *IEEE Transactions on Industry Applications*. 41(2), 591–598. 2005.
- [22] MAES, JEHUDI Y A. MELKEBEEK. Speedsensorless direct torque control of induction motors using an adaptive flux observer. *IEEE Transactions on Industry Applications*. 36(3), 778– 784. 2000.
- [23] PHILIPPE MARTIN. Ph.D. Thesis: Contribution a l'étude es Systemes Différentiellemenet Plats, Ecole des Mines de Paris, 1992.
- [24] PHILIPPE MARTIN Y PIERRE ROUCHON. Flatness and Sampling Control of Induction Motors, 13th triennial World Congress, San Francisco, USA, 389-394. 1996.
- [25] MOONS, C. Y B. DE MOOR. Parameter identification of induction motor drives. *Automática*. 31(8), 1137–1147. 1995.
- [26] RASHID, A. On induction motors control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 5(3), 380–382. 1997.
- [27] RODIC MIRIAN AND KAREL JEZERNIK. Speed-Sensorless Sliding-Mode Torque Control of an Induction Motor. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 49(1), 87–95. 2002.
- [28] SALVATORE L., STASI S., Y TARCHIONI L. A new EKF-based algorithm for flux estimation in Induction Machines. *IEEE Transactions on Industry Electronic* (1993); 40(5): 496-504.
- [29] TAKAHASHI, I. Y T. ~ NOGUCHI. A new quick response and high-efficiency control strategy of an induction motor. *IEEE Transactions on Industrial Applications*, IA-22, 820–827. 1986.
- [30] VERGHESE, G. C. Y S. R. SANDERS. Observers for flux estimation in induction machines. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. (35), 85– 94. 1988.
- [31] ZAMORA, J.L., A. GARCÍA-CERRADA AND A. ZAZO. Rotor-speed estimator for induction motors using voltage and current measurements. *Control Engineering Practice*. 6, 369–383. 1998.