



## O campo multiplicativo na formação inicial de professores de Matemática com suporte das tecnologias digitais

### The multiplicative field in the initial formation of Mathematics teachers with the support of digital technologies

Rodrigo Lacerda Carvalho 

José Aires de Castro Filho 

Luis David Bonfim Ferreira 

#### Resumo:

O presente artigo visa identificar pesquisas sobre o processo de construção dos conceitos de estruturas multiplicativas e de função na formação docente, a partir do uso das tecnologias digitais. Para este artigo, realizamos um levantamento de trabalhos envolvendo o estudo do campo conceitual multiplicativo, especificamente de funções, a partir da utilização das tecnologias digitais na formação docente. Pretendemos que este levantamento contribua com os futuros professores no avanço da relação do campo conceitual das estruturas multiplicativas e o conceito de função e a relevância de seu ensino por meio das tecnologias digitais. Consideramos que nosso trabalho contribuiu para a formação inicial de professores, pois as tecnologias digitais mapeadas na experiência de formação entre os futuros professores assumiram dimensões favoráveis ao desenvolvimento do conceito de funções.

**Palavras-chave:** Formação de Professores de Matemática. Conceito de Função. Tecnologias Digitais. Estruturas Multiplicativas.

#### Abstract:

The this article aims to identify research on the process of constructing the concepts of multiplicative structures and function in teacher education, based on the use of digital technologies. For this article, we carry out a survey of works involving the study of the multiplicative conceptual field, specifically functions, from the use of digital technologies in teacher formation. We intend this survey to contribute to future teachers in advancing the relationship of the conceptual field of multiplicative structures and the concept of function and the relevance of their teaching through digital technologies. We consider that our work contributed to the initial formation of teachers, since the digital technologies mapped in the formation experience among the future teachers assumed dimensions favorable to the development of the concept of functions.

**Keywords:** Formation of mathematics teachers. Concept of Function. Digital Technologies. Multiplicative Structures.

**Rodrigo Lacerda Carvalho**  
Doutor em Educação pela  
Universidade Federal do Ceará  
(UFC). Professor do Instituto de  
Formação de Educadores da  
Universidade Federal do Cariri  
(IFE/UFCA), Ceará, Brasil. E-mail:  
[rodrigo.lacerda@ufca.edu.br](mailto:rodrigo.lacerda@ufca.edu.br)

**José Aires de Castro Filho**  
Doutor em Educação Matemática  
pela University of Texas At Austin.  
Professor do Programa de Pós-  
Graduação em Educação da  
Universidade Federal do Ceará  
(UFC), Ceará, Brasil. E-mail:  
[aires@virtual.ufc.br](mailto:aires@virtual.ufc.br)

**Luis David Bonfim Ferreira**  
Aluno da Licenciatura em Ciências  
Naturais e Matemática pela  
Universidade Federal do Cariri  
(IFE/UFCA), Ceará, Brasil. E-mail:  
[luisferreira127@gmail.com](mailto:luisferreira127@gmail.com)

Recebido em 29/08/2017  
Aceito em 04/11/2017

## 1 Introdução

Apesar do crescente investimento para a chegada das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) nas escolas, em 2013, o Comitê Gestor da Internet no Brasil (CGI.br), entidade oficial que coordena serviços da *web* no país, divulgou que alguns professores que usam tecnologias em sala de aula se limitam, na maior parte do tempo, a ensinar aos estudantes como utilizar o computador, em vez de desenvolver práticas pedagógicas com este recurso.

As TDIC podem favorecer professores e alunos a superarem obstáculos no processo de ensino e de aprendizagem. Nesta pesquisa, pretendemos utilizar as potencialidades destes recursos integrados ao ensino de Matemática. Borba e Penteado (2010) afirmam que as TDIC podem proporcionar mudanças significativas na prática escolar, criando condições favoráveis para a aquisição e o desenvolvimento de conceitos matemáticos. Bittar (2010) relata que pesquisas apontam para a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem da Matemática com o uso de recursos digitais. Nestes casos, as TDIC oportunizam diferentes formas de representar o conhecimento matemático ou possibilitam o trabalho colaborativo entre pessoas com suporte do recurso computacional.

As Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada lançadas em junho de 2015 orientam que, durante a formação inicial, os futuros docentes devem: I) fazer o uso competente das TDIC para o aprimoramento da prática pedagógica; II) desenvolver projeto formativo que assegure o domínio dos conteúdos específicos da área de atuação, fundamentos e metodologias, bem como das tecnologias; e III) utilizar recursos pedagógicos, como biblioteca, laboratórios, videoteca, entre outros, além de recursos de tecnologias da informação e da comunicação, tendo em vista a melhoria dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática (BRASIL, 2015).

O Relatório Anual do Movimento Todos pela Educação, ao avaliar diretrizes e metas para a educação, divulgou que a Matemática é a disciplina que os alunos concludentes do Ensino Médio apresentam mais dificuldades. Assim, pretendemos contribuir para as discussões da temática, visando principalmente à formação inicial dos docentes de Matemática.

Tendo em vista a abrangência da Matemática, neste artigo, trabalharemos com o campo conceitual das estruturas multiplicativas (VERGNAUD, 1994). O referido campo oportuniza o contato com diferentes situações de multiplicação, divisão e a combinação de tais operações.

O campo conceitual das estruturas multiplicativas é um conjunto de situações cujo tratamento implica em uma ou em várias multiplicações ou divisões. Problemas do campo conceitual multiplicativo envolvem conceitos de função, relação escalar direta e inversa, quociente e produto de dimensões, combinação linear e aplicação linear, fração, relação, número racional, dentre outros conceitos. Para a presente pesquisa, teremos como foco o conceito de função.

Assim, nosso objetivo foi identificar pesquisas sobre o processo de construção dos conceitos de estruturas multiplicativas e de função na formação docente, a partir do uso das tecnologias digitais.

A seguir, apresentaremos o referencial teórico, que está subdividido em estruturas multiplicativas e em um debate sobre tecnologias digitais na formação inicial de professores de Matemática; a metodologia da pesquisa; o levantamento de pesquisas sobre o ensino de estruturas multiplicativas, especificamente de funções, com suporte das tecnologias digitais; e as considerações finais.

## **2 Referencial teórico**

Para o referencial teórico do presente artigo debateremos primeiramente sobre o campo conceitual das estruturas multiplicativas e em seguida sobre as tecnologias digitais na formação inicial de professores de Matemática.

### **2.1 Estruturas Multiplicativas**

A Teoria dos Campos Conceituais visa possibilitar uma base consistente às pesquisas sobre atividades cognitivas, especificamente, com referência ao conhecimento matemático. Permite, ainda, situar e estudar as filiações e as rupturas entre conhecimentos, na perspectiva de seu conteúdo conceitual, isto é, estudar as relações existentes nos conceitos matemáticos. Trata-se de uma teoria cognitivista que oferece princípios para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências matemáticas (VERGNAUD, 1990).

Vergnaud (1994) destaca que as relações multiplicativas têm várias classes de problemas, em que é importante distinguir e analisá-las cuidadosamente. Deste modo, o sujeito terá condições de reconhecer as diferentes estruturas de problemas e desenvolver procedimentos apropriados para sua solução. Assim, para organizar as possíveis situações, os problemas de estruturas

multiplicativas foram classificados conforme as relações estabelecidas entre os entes envolvidos. Os problemas do campo conceitual multiplicativo são classificados em duas classes: isomorfismo de medidas e produto de medidas (VERGNAUD, 2009).

O isomorfismo de medidas é caracterizado por uma relação quaternária em que duas quantidades possuem um tipo de dimensão diferente das outras duas. A esta classe, elencamos como exemplos: preço constante (mercadorias e custos), velocidade média constante (duração e distância), entre outras situações.

Os problemas de produtos de medidas envolvem uma relação ternária em que uma quantidade é o produto das outras duas. Esta estrutura consiste em uma composição cartesiana de duas medidas dentro de uma terceira. Vergnaud (1983) descreve nesta categoria os problemas referentes à área, ao volume, ao produto cartesiano, entre outros.

Diante de tais reflexões e de posse de alguns princípios da Teoria dos Campos Conceituais, com foco nas estruturas multiplicativas de Vergnaud (2009), Magina, Merlini e Santos (2012) elaboraram um esquema adaptando as ideias centrais deste campo. O esquema desenvolvido pelos autores está dividido em duas relações, quais sejam, quaternárias e ternárias (VERGNAUD, 2009). A primeira relação é formada por três eixos: proporção simples, múltipla e dupla, e a segunda, por dois eixos: o de comparação multiplicativa e o de produto de medidas. Cada eixo se encontra subdividido em duas classes, um-para-muitos e muitos-para-muitos, relação desconhecida, referido desconhecido, configuração retangular e combinatória. Abaixo segue a sistematização do referido esquema.

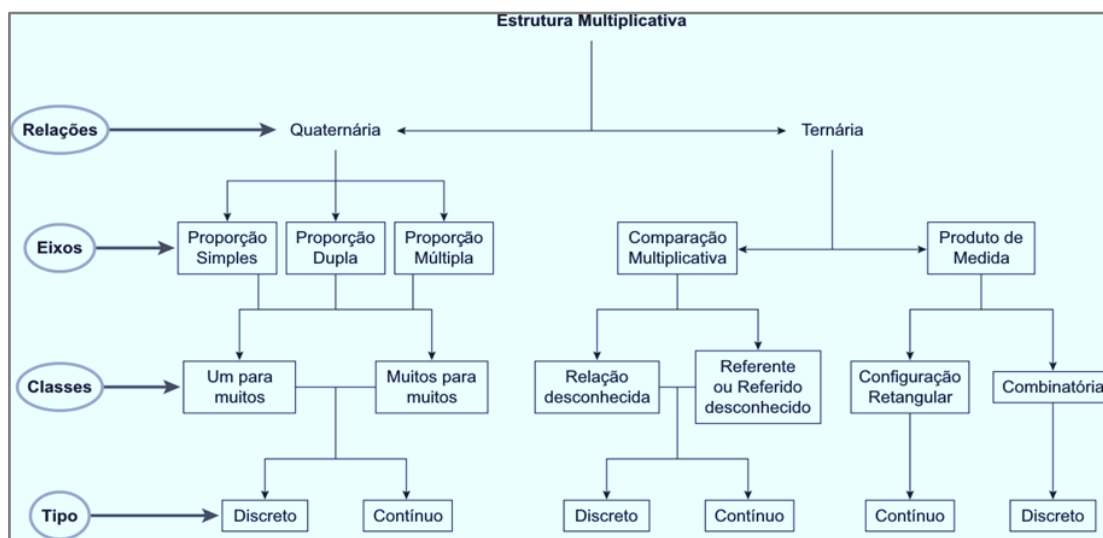


Figura 1: Esquema de classificação de problemas do campo multiplicativo (MAGINA, MERLINI e SANTOS, 2016, p. 69)

A partir deste esquema, podemos formular uma diversidade de problemas que podem levar o estudante a formação de um conceito. Vergnaud (2009) define um conceito como um conjunto de três subconjuntos,  $C=(S, I, R)$ , em que:  $S$  é o conjunto das situações que dão sentido ao conceito (a referência);  $I$  é o conjunto dos invariantes operatórios, conceitos-em-ação e teoremas-em-ação que intervêm nos esquemas de tratamento das situações (o significado); e  $R$  é o conjunto das representações linguísticas e simbólicas que permitem a representação do conceito, de suas propriedades, das situações às quais ele se aplica os procedimentos de resolução de determinadas situações (o significante). No referido estudo, procuraremos entender a formação de um conceito a partir da utilização das tecnologias digitais. Debateremos sobre as tecnologias digitais na formação inicial de professores de Matemática na próxima seção.

## 2.2 Tecnologias digitais na formação inicial de professores de Matemática

Geralmente, os cursos de formação de professores têm se concentrado no conhecimento do conteúdo do professor. Sentindo necessidade de ampliar essa visão, as licenciaturas começaram a olhar também para a pedagogia, enfatizando as práticas de sala de aula (SHULMAN, 1993). Entretanto, algumas abordagens na formação de professores ainda enfatizam o conhecimento do conteúdo separado do conhecimento pedagógico. Com o objetivo de acabar com essa dicotomia, foi que o autor propôs a ideia de conhecimento pedagógico do conteúdo (*Pedagogical Content Knowledge*). Segundo Mishra e Koehler (2006), a partir da década de 1980, um novo componente tem estado presente nas escolas, qual seja, as TDIC.

O conhecimento do conteúdo é o conhecimento sobre o assunto específico real que importa e que deve ser ensinado e aprendido em Matemática. Os futuros professores devem compreender a natureza do conhecimento e da investigação em diferentes campos. O conhecimento pedagógico é o entendimento sobre os processos e práticas de ensino e aprendizagem da Matemática. O referido conhecimento requer a compreensão das capacidades cognitivas, social e teorias do desenvolvimento da aprendizagem e como se aplicam em sua sala de aula. Já o conhecimento de tecnologia é o conhecimento sobre as tecnologias analógicas, tais como livros, pincel e quadro branco, e as tecnologias digitais, como a internet, os sistemas operacionais e *hardware* de computador, bem como a utilização de ferramentas de *softwares*.

No entanto, ao invés de tratar tais conhecimentos de forma separada, a proposta é a articulação das relações entre conteúdo, pedagogia e tecnologia. Segundo Mishra e Koehler

(2006), isto significa que, para além de olhar cada um destes componentes de forma isolada, precisamos também atentarmos para eles em pares: conhecimento pedagógico e do conteúdo, conhecimento do conteúdo e tecnologia, conhecimento da pedagogia e tecnologia, e todos os três em conjunto como conhecimento pedagógico e tecnológico do conteúdo (TPACK – *Technological Pedagogical Content Knowledge*). Este conceito é a base da organização do ensino com tecnologia e requer uma compreensão de trabalhos pedagógicos que utilizem tecnologias de maneira construtiva para ensinar o conteúdo específico (MISHRA e KOEHLER, 2006).

Especificamente para o ensino da Matemática, existem diversos recursos digitais disponíveis que podem auxiliar na construção de conhecimentos matemáticos, e que os futuros professores precisam conhecê-los. O uso de *softwares* educativos, objetos de aprendizagem, ambientes virtuais de aprendizagem e ferramentas colaborativas da *web* podem ser integrados ao currículo das licenciaturas e se tornarem instrumentos e espaços favoráveis para o desenvolvimento de competências matemáticas para os futuros professores. As pesquisas de Mendes (2009), Borba e Penteado (2010), Bittar (2010) e Maia, Carvalho e Castro Filho (2013) retratam as TDIC, em especial o computador, como uma ferramenta para ampliar as possibilidades de ensino e de aprendizagem da Matemática.

De acordo com Borba e Penteado (2010), os *softwares* quando utilizados pedagogicamente, podem fomentar o levantamento, a troca, a experimentação e a partilha de ideias pelos aprendizes. Ao compartilhar e articular ideias, os alunos da licenciatura podem ensinar uns aos outros e assim construir e compreender os conceitos matemáticos.

Convém ressaltar que o modelo de informática educativa que almejamos nas licenciaturas é utilizando “a tecnologia integrada ao que acontece na sala de aula, auxiliando o desenvolvimento de conteúdos disciplinares” (ALMEIDA e VALENTE, 2011, p. 5). Diante desta realidade, observamos esforços no sentido de garantir um bom uso pedagógico deste equipamento, o que implica na necessidade da formação inicial aos atores do processo. Nesse contexto, entendemos a formação inicial como um espaço privilegiado para esses debates, pois os futuros professores serão responsáveis por dinamizar e inovar as aulas e os projetos na escola, por meio de práticas pedagógicas que possibilitem novas estratégias de utilização da tecnologia, favorecendo a qualidade da aprendizagem dos estudantes.

Em seguida, iremos expor a metodologia deste trabalho, o que se constitui como aspecto essencial para garantir a viabilização de todo o desenvolvimento da investigação, bem como a obtenção de resultados confiáveis.

### 3 Metodologia

Para a realização de uma investigação científica, devemos levar em consideração diversos fatores, dentre eles destacamos a relevância de nosso estudo na área na qual se insere. A fim de identificar parâmetros e resultados em pesquisas correlatas que norteiam o desenvolvimento da nossa investigação, realizamos o estado da questão. Nóbrega-Therrien e Therrien (2010, p. 34) apontam que,

[...] o estado da questão é uma maneira que o estudante/pesquisador pode utilizar para entender e conduzir o processo de elaboração de sua monografia, dissertação ou tese, ou seja, de produção científica, com relação ao desenvolvimento de seu tema, objeto de sua investigação. É um modo particular de entender, articular e apresentar determinadas questões mais diretamente ligadas ao tema ora em investigação.

Assim, objetivando identificar as pesquisas sobre estruturas multiplicativas, formação de professores e tecnologias digitais, foi procedido um levantamento de trabalhos – teses, dissertações – publicados no período de 2011 a 2015. Delimitamos esse tempo de levantamento pela compreensão de que o período de cinco anos inclui os trabalhos mais atualizados, além de ser necessário um recorte para uma pesquisa.

Procedemos a um levantamento de pesquisas em nível de pós-graduação *stricto sensu*. Para esse levantamento, tomamos como base de dados nacional o Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Este repositório, congrega trabalhos, resultados de pesquisas de mestrados acadêmicos e profissionais, bem como teses de doutorado de Instituições de Educação Superior (IES) de todas as regiões do Brasil, nas diversas áreas. Para identificar os trabalhos sobre o Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, colocamos a expressão “Teoria dos Campos Conceituais” (TCC) e posteriormente para ampliar a identificação de trabalhos sobre funções, colocamos a expressão “Função”.

Em relação à TCC, a pesquisa no Banco de Teses da CAPES resultou em 40 registros, entre dissertações e teses. A partir desse número de trabalhos, buscamos identificar aqueles que se aproximassem aos objetivos desse estudo. Encontramos trabalhos que exploraram a Teoria dos Campos Conceituais desde os anos iniciais do Ensino Fundamental à Educação Superior. Mesmo a Teoria citada tendo sua base no ensino de Matemática, ressaltamos que foram localizados trabalhos com este aporte teórico para o ensino de outras disciplinas. Dessa maneira, como recorte, foram consideradas as pesquisas realizadas com formação docente, tecnologias digitais para o ensino de conteúdos ligados às estruturas multiplicativas. A partir do critério de

seleção, obtivemos dez pesquisas que serão detalhadas posteriormente.

Na busca realizada com o descritor “função” no Banco de Teses da CAPES obtivemos 485 trabalhos, entre dissertações e teses. É oportuno registrar que o número elevado de trabalhos identificados se deve ao fato do vocábulo “função” ser empregado com outras conotações em diferentes áreas, por exemplo em “Função Social da Escola”. A partir desse número de trabalhos, identificamos aqueles que se aproximassem aos objetivos desse estudo. Dessa maneira, como recorte, foram consideradas as pesquisas realizadas com formação docente ou tecnologias digitais para o ensino do conteúdo de função (na área Matemática). A partir do critério de seleção, obtivemos duas pesquisas que serão detalhadas posteriormente.

Para levantamento dos artigos, tomamos como base de dados o Portal de Periódicos da CAPES. Este repositório é uma biblioteca virtual que reúne e disponibiliza a instituições de ensino e pesquisa no Brasil o melhor da produção científica internacional. Ele conta com um acervo de mais de 38 mil títulos com texto completo, 123 bases referenciais, 11 bases dedicadas exclusivamente a patentes, além de livros, enciclopédias e obras de referência, normas técnicas, estatísticas e conteúdo audiovisual.

O Portal propicia o aumento da produção científica nacional e o crescimento da inserção científica brasileira no exterior. É, portanto, uma ferramenta fundamental às atribuições da CAPES de fomento, avaliação e regulação dos cursos de Pós-Graduação e desenvolvimento da pesquisa científica no Brasil.

Para identificar os trabalhos sobre o Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, colocamos no menu de busca por assunto a expressão “Teoria dos Campos Conceituais”, sendo identificados na biblioteca virtual 67 registros, entre artigos, dissertações e teses. A partir desse número de trabalhos, buscamos focar nos artigos científicos, já que enfatizamos as dissertações e teses no Banco de Teses da CAPES.

No primeiro recorte, foram consideradas as pesquisas realizadas sobre estruturas multiplicativas no ensino de Matemática, no qual encontramos oito artigos. Posteriormente, com o objetivo de nos aproximar mais ainda com o nosso objeto de estudo, selecionamos os artigos que tratavam sobre formação docente ou tecnologias digitais para o ensino de conteúdos ligados às estruturas multiplicativas. A partir do critério de seleção, obtivemos duas pesquisas que serão detalhadas posteriormente.

Nos próximos dois tópicos apresentaremos o levantamento dos trabalhos (estado da



questão) que abordam o desenvolvimento do pensamento funcional a partir do uso de tecnologias digitais. Desta maneira, procuraremos evidenciar na pesquisa aqui relatada um possível caminho para a melhoria do ensino de funções.

#### **4 Pesquisas de Mestrado e Doutorado coletadas no repositório da CAPES**

Motta (2011) apresentou um estudo sobre relações entre a teoria e a prática em um contexto de reforma curricular, a partir da investigação sobre como professores reelaboram seus saberes docentes com base na proposta de trabalho com a Teoria dos Campos Conceituais. O autor debateu sobre como as reformas educativas das últimas décadas influenciaram os movimentos de profissionalização do professor e a discussão sobre os saberes docentes.

A análise das entrevistas mostrou o enredamento dos relatos dos docentes em uma trama de relações interativas, constitutivas da construção dos saberes docentes: a história de vida do professor, as diversas fontes de sua formação pessoal e profissional e suas práticas pedagógicas. De acordo com o autor, os participantes da pesquisa relataram a relevância da interação entre os pares, na escola e em cursos de formação continuada como forma privilegiada de desenvolvimento profissional e uma reformulação de seus próprios sistemas conceituais.

Silva (2011), ao desenvolver sua pesquisa de mestrado, estudou sobre o conhecimento dos alunos da Licenciatura em Matemática no que se refere à construção gráfica de diversas funções aplicando conceitos de transformações geométricas no plano e a sua capacidade para aplicá-la em situações-problema. Para esta investigação, o pesquisador se fundamentou na Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud e no uso das tecnologias no ensino da Matemática.

Silva (2011), aplicou uma sequência com alunos do 3º período do curso de Licenciatura em Matemática. A sequência didática foi dividida em três etapas (Teste Diagnóstico, Intervenções e Teste Final). Os recursos tecnológicos utilizados nas intervenções foram o *software* Winplot, o Kit Virtual de Apoio (KVA), que é o produto dessa pesquisa, além do uso de papel e lápis. Com os resultados finais, o autor constatou um avanço significativo quanto ao tópico funções, especificamente, no traçado de gráficos por meio das transformações geométricas no plano e sua aplicação em situações do cotidiano.

Oliveira Filho (2011) analisou as concepções de professores de Matemática que lecionam no sexto e sétimo anos do Ensino Fundamental e integram o Projeto Observatório da Educação,

sobre o ensino dos números racionais na representação fracionária. Para a coleta de dados, o pesquisador realizou entrevistas com seis professores participantes do Projeto.

Esta pesquisa de Mestrado foi fundamentada em estudos realizados por Donald Schön sobre a reflexão de professores acerca de suas práticas, e nas discussões a respeito do conhecimento profissional docente de Lee Shulman, Maurice Tardif e João Pedro da Ponte. A dissertação trouxe ainda estudos que discutem questões relacionadas ao ensino dos números racionais na representação fracionária, como a classificação proposta por Terezinha Nunes e pela Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud.

A análise dos dados permitiu verificar que os professores introduzem o tema fundamentalmente por meio do significado parte-todo. Além disso, o autor observou que os docentes pesquisados utilizam representações gráficas para introduzir a noção de equivalência de frações e justificar, assim, a adição e subtração. Por outro lado, os referidos professores não apresentam explicações para o trabalho com a multiplicação e divisão de frações, preferindo introduzir essas operações apenas por intermédio dos algoritmos.

Costa (2011) analisou as concepções e competências de professores de Matemática no que diz respeito ao conceito de fração. O autor, que também se dedicou a temática em sua dissertação de Mestrado, abordou em sua pesquisa os pressupostos de Vergnaud contidos na Teoria dos Campos Conceituais e as ideias teóricas de Thomas Kieren e Terezinha Nunes no que se refere aos diferentes significados da fração.

Em seguida, elaborou um instrumento diagnóstico composto de quatro unidades, quais sejam, o perfil, a elaboração de situações-problema, as respostas das situações-problema e competências. Esse instrumento foi aplicado a 21 professores que foram divididos em dois grupos. Em relação à concepção, os professores dos dois grupos apresentaram uma concepção restrita de fração, voltada apenas para dois significados: parte-todo e operador multiplicativo. Além disso, houve uma ênfase em tratar fração apenas do ponto de vista do algoritmo.

Lehmann (2011) desenvolveu em sua pesquisa uma sequência didática que pudesse auxiliar os licenciandos em Matemática no processo de ensino e aprendizagem em relação ao conceito de derivada como taxa de variação instantânea. Nessa perspectiva, a autora fez uma análise dos conhecimentos dos alunos a respeito de funções, gráficos e taxas de variação, conceitos necessários para o entendimento dos assuntos tratados nas disciplinas Cálculo Diferencial e Integral.

A pesquisadora dividiu sua investigação que resultou na dissertação de Mestrado em três etapas: na primeira, foi aplicado um teste diagnóstico, no qual se abordaram conteúdos considerados básicos e necessários para o entendimento de funções e taxa de variação instantânea. A segunda etapa da pesquisa foi composta de três aulas com duas horas de duração cada. Na terceira etapa, foi aplicado novamente um teste diagnóstico que teve como objetivo verificar de que forma os temas abordados na sequência didática puderam auxiliar os alunos no desenvolvimento das questões e na construção do conceito de derivada como taxa de variação instantânea. A análise dos resultados permitiu concluir que, com a sequência didática, os alunos apresentaram desempenho satisfatório e conseguiram assimilar o conceito de derivada como taxa de variação instantânea, além de uma melhor familiarização com a questão das funções e suas diferentes representações.

Lima (2012) apresentou em sua pesquisa uma proposta para o ensino de conceitos do Cálculo Diferencial dirigidos a cursos superiores não voltados à formação de matemáticos, tendo como referencial teórico a Teoria dos Campos Conceituais.

A autora utilizou para construção da pesquisa, relatada na dissertação da mesma, uma metodologia híbrida, com caráter descritivo e experimental. No que concerne ao tratamento dos dados, foi sugerida uma lista de ações e procedimentos para que os discentes possam compreender de maneira mais eficaz os conteúdos específicos da disciplina em questão.

Os resultados nos mostraram que a detecção de alguns invariantes, bem como sua utilização como objeto de aprendizagem, teve uma grande contribuição para a aprendizagem dos alunos. A análise feita em termos de dimensões cognitivas também mostrou que, mesmo nos testes que foram classificados nas dimensões mais complexas, houve um crescimento importante no desempenho dos estudantes.

Pedroso (2012) apresentou uma proposta de ensino de Trigonometria para estudantes do Ensino Médio, baseada na utilização do *software* GeoGebra. O pesquisador avaliou a aprendizagem da Trigonometria propiciada por uma sequência de ensino desenvolvida em um ambiente informatizado e dinâmico.

A metodologia utilizada na pesquisa foi o estudo de caso. As atividades da experiência didática foram aplicadas em duas etapas: inicialmente, com uma turma de 45 alunos e, posteriormente, com um grupo de sete alunos dessa turma.

Pedroso (2012) baseia a análise dos dados na Teoria dos Campos Conceituais, com foco

na identificação de conceitos-em-ação e teoremas-em-ação utilizados pelos alunos nas resoluções das atividades. A aprendizagem dos conceitos de ângulo, razões trigonométricas, círculo trigonométrico e funções trigonométricas foi favorecida pelo uso do *software* de Geometria Dinâmica, que propiciou a observação e compreensão de relações entre elementos de uma construção, permitiu a experimentação de hipóteses e elaboração de conclusões. Em sua dissertação de Mestrado, o autor destacou as potencialidades do *software* GeoGebra para o ensino de Trigonometria.

Alencar (2012), por sua vez, analisou o conhecimento profissional docente de professores que ensinam Matemática. Tratou-se de uma pesquisa de campo que envolveu um grupo de cinco professores de uma escola da rede pública de São Paulo. A coleta de dados incluiu a aplicação de um questionário e entrevistas semiestruturadas com a equipe gestora e com os professores, além da observação em sala de aula e protocolos das tarefas realizadas pelos alunos.

A investigação realizada por Alencar (2012), em sua dissertação, fundamentou-se tanto em teorias que discutem questões relacionadas à formação de professores como em estudos que investigam questões didáticas sobre a multiplicação e divisão de números naturais. Quanto ao primeiro enfoque, apoiou-se em estudos de Donald Schön, Lee Shulman e Maurice Tardif e Danielle Raymond. Em relação às questões didáticas, associadas ao objeto matemático, utilizou-se a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud.

Os dados revelam que as dificuldades relativas à prática docente foram influenciadas pela falta de domínio dos professores a respeito do conteúdo matemático. Além disso, esta pesquisa indica a necessidade de se rediscutirem as formas de se tratar o Campo Conceitual Multiplicativo nos cursos de formação inicial e continuada de professores.

Santos (2012), em sua tese de doutorado, buscou compreender as contribuições que um processo formativo, pautado na espiral ação-reflexão-planejamento-ação, trouxe à reflexão na e sobre a prática de professoras polivalentes no âmbito do Campo Conceitual Multiplicativo. Para tanto, o autor construiu o referencial sustentado em dois pilares teóricos, quais sejam, a Teoria dos Campos Conceituais e as teorias que versam sobre a formação de professores.

A partir de uma abordagem qualitativa, a pesquisa foi realizada com um grupo constituído por três pesquisadores/formadores e 14 professoras de uma escola da rede pública estadual, do município de São Paulo e foi desenvolvida em duas etapas: a diagnóstica e a formativa. Na primeira etapa, o pesquisador investigou as concepções dessas professoras em relação ao ensino e à aprendizagem do Campo Conceitual Multiplicativo; a segunda, por meio da observação

participante, procurou investigar as contribuições de um processo formativo para mudanças nas práticas pedagógicas.

Em relação à apropriação e expansão do Campo Conceitual Multiplicativo, a análise das informações forneceu elementos para sustentar que o processo formativo contribui para a resignificação e a ampliação das concepções das docentes em relação ao ensino e à aprendizagem desse campo, tanto do ponto de vista conceitual, didático e cognitivo, como do ponto de vista do seu desenvolvimento curricular. O autor observou que essa aprendizagem se deu na interface de quatro dimensões: i) na relação professor-estudante; ii) na relação professor-professor-pesquisadores/formadores; iii) no confronto entre a teoria e prática; e iv) na reflexão sobre a prática pedagógica, sobretudo no processo de reflexão desencadeada a partir da análise compartilhada das práticas de sala de aula.

A resignificação e a transformação das práticas pedagógicas foram percebidas na medida em que avançava a interação discursiva entre todos os participantes nos momentos das ações: teórica, prática e reflexiva.

Merlini (2012) investigou as contribuições e os limites que um processo formativo, com dimensões colaborativas, proporcionou à reflexão na e sobre a prática de uma professora das séries iniciais do Ensino Fundamental, no âmbito do Campo Conceitual Multiplicativo, e como suporte teórico a Teoria dos Campos Conceituais.

Para tanto, a pesquisadora realizou um estudo de caso, no qual acompanhou uma professora em três momentos distintos: (i) no processo formativo; (ii) na observação de sua aula em que houve a aplicação das situações relativas ao Campo Conceitual Multiplicativo; e, logo em seguida a essa aula, (iii) na entrevista semi-estruturada realizada com a professora.

Os resultados apontam as contribuições e limitações sob três pontos de vista: didático – a concepção de que a aprendizagem dos estudantes pode ser construída de forma compartilhada, contudo as discussões a respeito das situações que contemplaram a operação divisão foram insuficientes; conceitual – o desenvolvimento da capacidade de categorizar situações segundo os eixos trabalhados do Campo Conceitual Multiplicativo, em contraponto à elaboração de uma situação de divisão partitiva afirmando, de forma equivocada, que se tratava de uma divisão quotitiva; cognitivo – a necessidade de fazer o estudante entender a situação como um todo, e que sua estratégia de resolução não estivesse atrelada a alguma palavra-chave, no entanto não foi proporcionado aos estudantes situações que contemplassem o modelo de divisão quotitiva, que permitissem gerar outros esquemas cognitivos para sua resolução. Esses resultados levam a

concluir que de fato houve expansão dos conhecimentos no Campo Conceitual Multiplicativo por parte da professora, contudo é possível que o limitador maior tenha sido o tempo do processo formativo, que fora restrito.

Fernandes (2014) analisou as concepções e práticas da contextualização das representações das funções lineares, por professores de Matemática. A autora adotou os estudos de Gérard Vergnaud, Raymond Duval e Guy Brousseau como centrais em seu referencial teórico.

O estudo foi realizado a partir de dados coletados por meio de entrevistas, de observações da prática de sala de aula de três professores de Ensino Médio de Escolas Estaduais, localizadas na cidade de Campina Grande, na Paraíba; das anotações dos cadernos de dois alunos dos professores participantes do estudo; e dos livros didáticos por eles utilizados. A análise dos cadernos dos alunos, e das observações, possibilitou a pesquisadora apreciar o trabalho dos professores, na sala de aula, com a contextualização e as representações de uma função linear, e nos livros didáticos avaliou as possíveis contribuições das propostas neles apresentadas, para o desenvolvimento dos elementos destacados em sua investigação.

A pesquisadora defende que as situações e as representações devem ser desenvolvidas de forma integrada porque compreendem elementos fundamentais na construção de conceitos matemáticos. A análise das informações acerca dos professores revelou uma compreensão limitada do que é contextualização; falta de conhecimento sobre a importância de trabalhar com situações potencializadoras do significado de um conceito e de mobilizar simultaneamente mais de um tipo de representação, na construção de um conceito matemático pelo aluno.

Vasconcelos (2015) em sua dissertação, avaliou o que revelam as pesquisas publicadas nas onze edições do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) ocorridos no período entre 1987 até 2013, em relação ao conceito de função.

A seleção de artigos considerados relevantes para essa pesquisa se deu por dois métodos: dos seis anais das primeiras edições, os quais a pesquisadora realizou uma leitura dos anais na íntegra, identificando aqueles centrados no conceito de função; a partir da sétima edição, os anais estavam disponibilizados on-line em formato de texto, o que permitiu fazer uma busca pelos descritores: função, funções e álgebra. Além de consultar o título, as palavras-chave, o resumo e o corpo do texto. Na busca realizada, a autora localizou 78 artigos de comunicação científica, que foram organizados na busca de temáticas convergentes.

Os trabalhos selecionados pontuam que os principais significados necessários à

compreensão do conceito de função são a noção de relação, de dependência, de variáveis, de movimento/transformação, domínio, contradomínio e imagem. De acordo com a pesquisadora, os trabalhos apontam como métodos mais eficientes de ensino o uso de *softwares* em sala de aula, principalmente para explorar a representação gráfica de forma mais dinâmica e a uma interpretação articulada das várias formas de representar uma mesma função.

A partir destas pesquisas passamos a compreender a importância e como trabalhar com um campo conceitual na formação de professores de Matemática, especificamente com o conceito de função. Evidenciamos que nesses processos de formação é relevante elaborarmos, coletivamente, situações desencadeadoras de aprendizagem. Nesse contexto, passamos a observar a prática docente como um processo de mediação entre o ensino e a aprendizagem, além de reconhecermos que os ambientes computacionais podem potencializar o ensino e a aprendizagem de funções.

O próximo tópico abordará um levantamento feito das pesquisas no Portal de Periódicos da Capes. A seguir, apresentaremos as pesquisas localizadas.

## 5 Artigos científicos do Portal de Periódicos da CAPES

Bittar (2011) investigou a forma de apropriação da tecnologia pelo professor de Matemática e seu uso em sua prática pedagógica. O aporte teórico utilizado foi a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud. A autora focou no conceito de gênese instrumental e, para isso, debateu a diferença entre artefato e instrumento, e entre instrumentalização e instrumentação. A partir destes elementos e da distinção que foi feita entre inserir e integrar a tecnologia na prática pedagógica do professor de Matemática, foram apresentados resultados de uma pesquisa-ação realizada com professores dessa disciplina. A pesquisadora aponta uma mudança de postura dos participantes da pesquisa, relativamente ao uso da tecnologia nas aulas de Matemática. A ideia de que esse material deve ser utilizado de modo a provocar a aprendizagem, a levar o aluno a construir seu conhecimento, prevaleceu entre os docentes.

Silva e Alencar (2012) analisaram o conhecimento profissional docente de professores que ensinam Matemática no 5º ano do Ensino Fundamental. Tratou-se de uma pesquisa que envolveu um grupo de cinco professores de uma escola da rede pública de São Paulo. Nesta investigação, as autoras se fundamentaram teoricamente em estudos de Lee Shulman no que se refere a formação de professores. Em relação às questões didáticas, utilizaram a Teoria dos

Campos Conceituais de Vergnaud, com foco nas estruturas multiplicativas. As autoras constataram que as dificuldades relativas à prática docente podem ser influenciadas pela falta de domínio dos professores a respeito do conteúdo matemático, uma vez que observaram as fragilidades em seus argumentos para o uso do procedimento de cálculo. Desta maneira, este estudo indica a necessidade de se rediscutirem as formas de se tratar a multiplicação e a proporcionalidade, em especial, nos cursos de formação inicial e continuada de professores.

Após esta primeira busca partimos para identificar os trabalhos sobre funções. Assim, colocamos no menu de busca por assunto a expressão “Função Afim”. Convém ressaltar, que nesta busca especificamos o tipo de função do nosso objeto de estudo para as buscas não dispersarem tanto para outros assuntos como aconteceu na pesquisa no Banco de Teses e Dissertações da Capes. Assim, a biblioteca virtual apresentou três artigos e somente um tinha relação com nosso objeto de estudo.

No artigo, Viseu e Menezes (2014) discutiram a forma como uma futura professora de Matemática desenvolveu o seu conhecimento didático e conhecimento do conteúdo matemático na preparação e análise de tarefas de modelagem matemática, recorrendo à tecnologia. Tratou-se de um estudo interpretativo, na forma de estudo de caso qualitativo, que mostra que a realização de tarefas de modelagem matemática e a sua reflexão, recorrendo à tecnologia, durante o estágio, constituiu uma ocasião de desenvolvimento profissional da futura professora, tanto em relação ao seu conhecimento do conteúdo matemático, ao ativar conhecimento trabalhado durante a sua formação inicial, como do seu conhecimento instrucional.

Os autores pontuam que as tarefas de modelagem permitiram que a futura professora compreendesse que, para além do modelo transmissivo, existem outros modelos de ensino, com um cunho exploratório, envolvendo os estudantes em uma atividade matemática intensa e que podem redundar em aprendizagens matemáticas significativas.

A partir destas pesquisas evidenciamos a relevância da abordagem sobre o campo conceitual das estruturas multiplicativas e de funções na formação de professores de Matemática. Ressaltamos que os *softwares* educativos, a partir de uma mediação docente, podem potencializar o campo conceitual das estruturas multiplicativas.

No próximo tópico, apresentamos as considerações finais da pesquisa, discutindo a relevância dos resultados alcançados pela experiência de um levantamento de pesquisas sobre estruturas multiplicativas e funções com suporte das tecnologias digitais.



## 6 Considerações finais

A presente pesquisa permitiu fazermos considerações acerca do conceito de funções com o uso das tecnologias digitais, sob a luz da Teoria dos Campos Conceituais com foco nas estruturas multiplicativas. Os registros feitos levaram em conta o ensino de estruturas multiplicativas, especificamente na intersecção com o ensino de funções e as tecnologias digitais. Esses pontos contemplam as vertentes deste estudo.

O objetivo principal do trabalho foi identificar pesquisas sobre o processo de construção dos conceitos de estruturas multiplicativas e de função na formação docente, a partir do uso das tecnologias digitais. O referido objetivo foi atingido quando conseguimos o mapeamento de pesquisas acerca dos conceitos de estruturas multiplicativas e de funções com a utilização de tecnologias digitais.

Os pressupostos da Teoria dos Campos Conceituais com foco nas estruturas multiplicativas foram fundamentais na condução da pesquisa. Podemos destacar que sobre os conceitos ensinados dentro de um campo conceitual, e não de forma isolada, os indivíduos se apropriam dos conhecimentos de forma efetiva. Segundo a perspectiva teórica adotada, ensinar o conceito de função somente por meio de definições ou demonstrações não é suficiente para garantir a ocorrência da aprendizagem. Uma ação que não avança no sentido de buscar seus elementos dentro de um campo de conceitos torna a aprendizagem superficial ao contexto específico em que foi abordada.

A partir destas pesquisas passamos a compreender a importância do trabalho com o campo conceitual das estruturas multiplicativas, especificamente com o conceito de função, a partir da utilização das tecnologias digitais. Desta maneira, passamos a observar a prática docente como um processo de mediação entre o ensino e a aprendizagem. Além de reconhecermos que os ambientes computacionais podem potencializar o ensino e a aprendizagem de funções.

Consideramos que nosso trabalho contribui para a formação inicial de professores, pois as tecnologias digitais mapeadas na experiência de formação entre os futuros professores assumiram dimensões favoráveis ao desenvolvimento do conceito de funções. Essas possibilidades das tecnologias digitais representaram uma inovação para o modelo de formação inicial de professores.

## Referências

- ALENCAR, Edvonete Souza de. [Conhecimento profissional docente de professores do 5º ano de uma escola com bom desempenho em Matemática: o caso das estruturas multiplicativas](#). 2012. 182f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo. São Paulo.
- ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini; VALENTE, José Armando. *Tecnologias e currículo: trajetórias convergentes ou divergentes?* São Paulo: Paulus, 2011.
- BITTAR, Marilena. A abordagem instrumental para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica do professor de Matemática. *Educar em Revista*, Curitiba, p. 157-171, 2011. DOI: [10.1590/S0104-40602011000400011](#).
- BITTAR, Marilena. A parceria Escola x Universidade na inserção da tecnologia nas aulas de Matemática: um projeto de pesquisa-ação. In: DALBEN, Ângela; DINIZ, Júlio; LEAL, Leiva; SANTOS, Luciola. (Org.). *Convergências e tensões no campo da formação e do trabalho docente: Educação Ambiental, Educação em Ciências, Educação em Espaços não-escolares, Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2010, p. 591-609.
- BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. *Informática e Educação Matemática*. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.
- BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. [Resolução nº 2, de 1 de julho de 2015](#). Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada. Brasília: Diário Oficial da União, Seção 1, p. 8-12, 2 jul. 2015.
- COSTA, Fabio Meneses. [Concepções e competências de professores especialistas em Matemática em relação ao conceito de fração](#). 2011. 148f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologias. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.
- LEHMANN, Monique Siqueira. *Proposta de uma sequência didática para conceitualização de derivada como taxa de variação instantânea*. 2011. 94f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Severino Sombra. Vassouras.
- LIMA, Melina Silva de. [Uma proposta da aplicação da teoria dos campos conceituais para o ensino de cálculo em cursos superiores](#). 2012. 190f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo. São Paulo.
- MAGINA, Sandra; MERLINI, Vera Lucia; SANTOS, Aparecido dos. [A estrutura multiplicativa sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais: uma visão do ponto de vista da aprendizagem](#). In: 3º SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2012, Fortaleza. Anais do 3º SIPEMAT: Matemática, Cultura e Tecnologia. Fortaleza: UFC/UECE, 2012, p. 1-12.
- MAGINA, Sandra; MERLINI, Vera Lucia; SANTOS, Aparecido dos. A estrutura multiplicativa à luz da Teoria dos Campos Conceituais: uma visão com foco na aprendizagem. In: CASTRO FILHO, José Aires de; BARRETO, Marcília Chagas; BARGUIL, Paulo Meireles; MAIA, Dennys Leite;

PINHEIRO, Joserlene Lima. (Org.). *Matemática, cultura e tecnologia: perspectivas internacionais*. Curitiba: CRV, 2016, p. 65-82.

MAIA, Dennys Leite; CARVALHO, Rodrigo Lacerda; CASTRO FILHO, José Aires de. O laptop educacional no ensino de função: experiência de aprendizagem colaborativa com suporte computacional. In: BARRETO, Marcilia Chagas; PINHEIRO, Joserlene Lima; CARVALHO, Rodrigo Lacerda, MAIA, Leite Maia. (Org.). *Matemática, aprendizagem e ensino*. Fortaleza: EdUECE, 2013, p. 113-118.

MENDES, Iran Abreu. *Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem*. 2. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MERLINI, Vera Lucia. [As potencialidades de um processo formativo para a reflexão na e sobre a prática de uma professora das séries iniciais: um estudo de caso](#). 2012. 261f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologias. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.

MISHRA, Punya; KOEHLER, Matthew J. [Technological Pedagogical Content Knowledge: a framework for teacher knowledge](#). *Teachers College Record*, New York, v. 108, n. 6, p. 1017-1054, jun. 2006.

MOTTA, Cristina Dalva Van Berghem. [Um retrato de aprendizagem em Educação Matemática: professoras dos anos iniciais do ensino fundamental em processo de inovação curricular](#). 2011. 332f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação. Universidade de São Paulo. São Paulo.

NÓBREGA-TERRIEN, Silvia Maria; TERRIEN, Jacques. O estado da questão: aportes teóricos-metodológicos e relatos de sua produção em trabalhos científicos. In: FARIAS, Isabel Maria Sabino de; NUNES, João Batista Carvalho; NÓBREGA-TERRIEN, Silvia Maria. (Org.). *Pesquisa científica para iniciantes: caminhando no labirinto*. Fortaleza: EdUECE, 2010. p. 33-51.

OLIVEIRA FILHO, Dario Vieira de. [Concepções de professores da rede pública estadual de São Paulo acerca do ensino das frações no ensino fundamental](#). 2011. 179f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo. São Paulo.

PEDROSO, Leonor Wierzynski. [Uma proposta de ensino da trigonometria com uso do software GeoGebra](#). 2012. 271f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre.

SANTOS, Aparecido dos. [Processos de formação colaborativa em foco no campo conceitual multiplicativo: um caminho possível com professoras polivalentes](#). 2012. 340f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologias. Pontifícia Universidade Católica. São Paulo.

SHULMAN, Lee S. Renewing the pedagogy of teacher education: the impact of subject-specific conceptions of teaching. In: MESA, Lourdes Montero; JEREMIAS, José Manuel Vez. *Las didácticas específicas em la formación del profesorado*. Santiago de Compostela: Tórculo, 1993, p. 53-69.

SILVA, Angélica da Fontoura Garcia; ALENCAR, Edvonete Souza de. [O conhecimento profissional docente e sua relação com a ideia de proporcionalidade](#). *Reveduc*, São Carlos, v. 6, n. 2, p.175-186, nov. 2012. DOI: 10.14244/19827199386.

SILVA, Wendel de Oliveira. [Uma proposta para o ensino de funções e suas representações gráficas](#). 2011. 203f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Severino Sombra. Vassouras.

VASCONCELOS, Livia de Oliveira. [O conceito de função nas pesquisas dos Encontros Nacionais de Educação Matemática 1987-2013](#). 2015. 153f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Departamento de Metodologia do Ensino. Universidade Federal de São Carlos. São Carlos.

FERNANDES, Maria Betânia Sabino. [Funções lineares no ensino médio: contextualizações e representações](#). 2014. 190f. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Educação. Universidade Federal da Paraíba. João Pessoa.

VERGNAUD, Gérard. *A criança, a Matemática e a realidade: problemas do ensino da Matemática na escola elementar*. Tradução de Maria Lucia Faria Moro. Curitiba: EdUFPR, 2009.

VERGNAUD, Gérard. La théorie de champs conceptuels. *Recherches en Didactique de Mathématiques*, v. 10, n. 2, 3, p. 133-170, 1990.

VERGNAUD, Gérard. Multiplicative conceptual field: what and why? In: HAREL, Guershon; CONFREY, Jere. (Ed.). *The development of multiplicative reasoning in the learning of Mathematics*. New York: State of New York Press, 1994, p. 41-60.

VERGNAUD, Gérard. *Multiplicative structure*. In: LESH, Richard A.; LANDAU, Marsha. (Ed.). *Acquisition of mathematics concepts and processes*. New York: Academic Press Inc, 1983, p. 127-174.

WISEU, Floriano; MENEZES, Luis. [Desenvolvimento do conhecimento didático de uma futura professora de matemática do 3º ciclo: o confronto com a sala de aula na preparação e análise de tarefas de modelação matemática](#). *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, México, v. 17, n. 3, p. 347-377, nov. 2014. DOI: 10.12802/relime.13.1734.