



Comunicação Matemática na Resolução de Problemas

Janaína Poffo Possamai¹

Universidade Regional de Blumenau (FURB), Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Blumenau, SC, Brasil

Viviane Clotilde da Silva²

Universidade Regional de Blumenau (FURB), Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Blumenau, SC, Brasil

Resumo

Este artigo tem como objetivo discutir os processos de leitura e escrita nos passos que constituem a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Para tanto, inicialmente discute-se a concepção de problema e da Resolução de Problemas enquanto metodologia, bem como a leitura, oralidade e escrita no ensino da Matemática. Nesse contexto são apresentadas e discutidas as práticas e pesquisas realizadas pelo Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação e Educação Matemática, especialmente no que se refere aos processos de leitura e escrita em Resolução de Problemas, identificando as diferenças para uma aula tradicional de ensino. Os resultados indicam que ao mesmo tempo que inicialmente são dificuldade para os estudantes, a leitura e escrita se constituem de ferramentas importantes para promover a compreensão em matemática.

Palavras-chave: Resolução de Problemas; Ensino de Matemática; Compreensão matemática.

Mathematical Communication in Problem Solving

Abstract

This article aims to discuss the processes of reading and writing in the steps that constitute the Methodology of Teaching-Learning-Assessment of Mathematics through Problem Solving. In order to do so, we initially discuss the concept of problem and Problem Solving as a methodology, as well as the reading, orality and writing in the teaching of Mathematics. In this context, the practices and research carried out by the Group of Studies and Research in Education and Mathematics Education are presented and discussed, especially regarding the reading and writing processes in Problem Solving, identifying the differences for a traditional teaching class. The results indicate that while initially difficult for students, reading and writing are important tools to promote understanding in mathematics.

Keywords: Problem Solving; Mathematics teaching; Understanding mathematics.

Submetido em: 12/07/2019

Aceito em: 19/01/2020

Publicado em: 01/05/2020

¹ Doutora em Engenharia de Produção pela Universidade Federal de Santa Catarina. Professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Regional de Blumenau. Endereço para correspondência: Rua Iguape, 180, apto. 1804, Itoupava Seca, Blumenau, SC, CEP 89030-112. E-mail: janainap@furb.br.

² Doutora em Educação para Ciência pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP, Campus Bauru. Professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Regional de Blumenau. Endereço para correspondência: Rua Conde D’Eu, 164, Vila Nova, Blumenau, SC, CEP 89035-320. E-mail: vcs@furb.br.

Comunicação matemática en la resolución de problemas

Resumen

Este artículo tiene como objetivo discutir los procesos de lectura y escritura en los pasos que involucran la Metodología de Enseñanza-Aprendizaje-Evaluación de las Matemáticas, a través de la resolución de problemas. Por lo tanto, está permitido discutir el problema de resolución de problemas y la resolución de problemas como metodología, así como leer, hablar y escribir en la enseñanza de las matemáticas. En este contexto, son utilizadas y discutidas las prácticas e investigaciones llevadas a cabo por el Grupo de Estudios e Investigación en Educación y Educación Matemática, especialmente con respecto a los procesos de lectura y escritura en la resolución de problemas, identificando las diferencias para una clase de enseñanza tradicional. Los resultados deben mostrarse al mismo tiempo que se presentan las dificultades a los estudiantes, una lectura y una escritura, que pueden ser herramientas importantes para promover la comprensión de las matemáticas.

Palabras clave: Solución de problemas; Enseñanza de las matemáticas; Comprensión matemática.

1. Introdução

A Resolução de Problemas enquanto um meio de se fazer e compreender Matemática, ainda não é uma realidade nas salas de aula (CLEMENT; TERRAZZAN, 2011; ALLEVATO, 2014; POSSAMAI; CARDOZO; MENEGHELLI, 2018). Comumente quando os professores dizem resolver problemas com seus estudantes, estão se referindo às atividades que aparecem no final do capítulo de livros didáticos, que têm como finalidade mostrar uma aplicação de um conteúdo que foi apresentado. Segundo Allevato (2014, p. 213) essa configuração de Resolução de Problemas leva os estudantes à entenderem-na como uma atividade que “[...] só podem realizar após a introdução de um novo conceito, ou após o treino de alguma habilidade de cálculo ou algoritmo”, separando o ensino da Matemática da resolução de problemas.

O contexto da Resolução de Problemas que defendemos nas investigações do Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação e Educação Matemática - GEPEEM refere-se à Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009, 2014; ONUCHIC; ALLEVATO, 2011) na qual os problemas acontecem no início e não no final, se constituindo de meios de se aprender Matemática. Essa concepção remete à uma aprendizagem ativa, na qual o estudante constitui-se o centro da atividade Matemática e o professor, o mediador do processo. Essa metodologia rompe com o “Ensinar-então-praticar” (VAN DE WALLE, 2009) no qual o ensino ocorre por meio da instrução direta do professor e cabe ao estudante repetir o que já foi construído.

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas se constitui de 10 passos para os quais, nesse artigo destaca-se a importância da leitura e

a escrita que, ao mesmo tempo se constituem obstáculo e poderosa ferramenta para a construção de uma matemática com compreensão e significação.

2. A Resolução de Problemas enquanto metodologia de ensino

Historicamente, um dos trabalhos de grande relevância no que se refere à Resolução de Problemas no ensino da Matemática, é a obra de George Polya, intitulada *How Solve It*, publicada em 1945 e traduzida para o português como a *Arte de Resolver Problemas* em 1978. Nesse livro, Polya elenca 4 fases para se resolver um problema, como uma forma de sistematizar orientações para que os professores instrua seus estudantes. O trabalho de Polya transcende essas quatro frases e, em diversas outras publicações, salienta a necessidade de um ensino de matemática voltado para a resolução de problemas que priorize a participação ativa dos estudantes.

A Resolução de Problemas como metodologia de ensino, como um meio de se aprender Matemática é defendida por diversos autores (VAN DE WALLE, 2009; ALLEVATO; ONUCHIC, 2014; TEIXEIRA; SANTOS, 2017; GONÇALVES; ALLEVATO, 2018) e orientada como prática escolar desde 1980, pelo documento *Uma agenda para Ação*³, publicado pelo Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM)⁴.

É importante enfatizar que o NCTM é formado por professores norte-americanos e suas publicações têm influenciado reformas educacionais em diversos países do mundo, inclusive no Brasil. Dentre os documentos publicados destaca-se o *Standards 2000*, ao indicar que resolver problemas não é apenas um objetivo da aprendizagem matemática, mas também um meio importante de fazê-la, sendo parte integrante de todo aprendizado de matemática, e que não deveria ser uma parte isolada das aulas deste componente curricular (NCTM, 2000).

Nessa perspectiva, os problemas deixam de ser aquelas atividades rotineiras do final dos capítulos de livros didáticos, não acontecem após a explicação do conteúdo pelo professor, mas passam a ser o início, o ponto de partida da aprendizagem matemática, são geradores de conteúdos e procedimentos matemáticos.

A diferença entre problemas rotineiros ou mesmo exercícios e problemas geradores é a de que os primeiros são aquelas atividades para os quais dispomos de mecanismos e procedimentos já conhecidos, que nos levam quase que de forma imediata à solução, enquanto que, os problemas geradores implicam em nos envolver em “ uma tarefa para a qual o método de solução não é conhecido de antemão. Para encontrar uma solução, os estudantes devem recorrer a seus

³ An Agenda for Action – Recommendations for School Mathematics of the 1980s

⁴ National Council of Teachers of Mathematics. <https://www.nctm.org/>

conhecimentos e, por meio desse processo, desenvolver novos conhecimentos matemáticos” (NCTM, 2000, p. 52, tradução nossa).

Não se quer aqui dizer que os exercícios devam ser descartados das aulas de matemática, pelo contrário, eles são relevantes quando se quer consolidar habilidades e procedimentos básicos, mas o importante é que eles não sejam a única ou a mais importante atividade. Os exercícios possibilitam que os estudantes fiquem mais rápidos e tenham mais precisão em procedimentos matemáticos, mas não produzem compreensão.

Essencialmente, uma aula baseada em resolução de problemas permite que as ideias sejam concentradas onde os estudantes estão, suas ideias são o ponto de partida e não as do professor. Esta metodologia os envolve em um sentimento de que eles são capazes de fazer e dar sentido à matemática, possibilita que eles formulem hipóteses, reflitam, discutam e defendam suas soluções, criem hábitos de persistência e curiosidade e a confiança de que eles podem resolver situações desconhecidas em sua vida escolar e cotidiana (VAN DE WALLE, 2009).

Para organizar uma aula baseada em Resolução de Problemas, Allevato e Onuchic (2014) indicam 10 passos, ilustrados na Figura 1, que constituem a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (Allevato; Onuchic, 2009; Onuchic; Allevato, 2011). É importante enfatizar que a palavra composta Ensino-Aprendizagem-Avaliação remete à um processo simultâneo, no qual durante a construção do conhecimento, o estudante é o protagonista de sua aprendizagem e professor atua como mediador, sendo que a avaliação é realizada enquanto se resolve o problema, “integrando-se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando a aprendizagem e reorientando as práticas de sala de aula, quando necessário” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009, p. 139) .

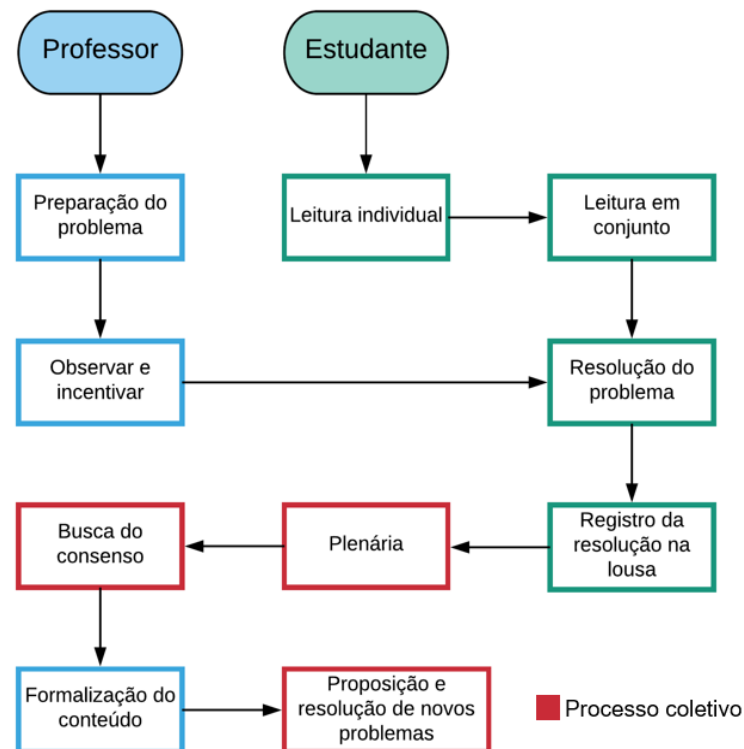


Figura 1: Dez passos da Resolução de Problemas

Fonte: (CARDOZO, 2018, p. 56)

Os passos indicados em azul na Figura 1 orientam as ações do professor, que se constituem na elaboração do problema – sendo que este deve levar em conta os conhecimentos prévios dos estudantes e os conteúdos, conceitos ou procedimentos matemáticos que se quer construir com a resolução do problema – e no observar e incentivar. A etapa de resolução do problema realizada pelos estudantes é acompanhada pelo professor, que os incentiva, ao mesmo tempo em que faz perguntas. É conveniente que as perguntas sejam criativas e inteligentes, que não indiquem o caminho de solução, mas que levem os estudantes à refletirem sobre os procedimentos usados, bem como é importante que não ocorram apenas quando o caminho de solução escolhido esteja incorreto, mas que também os questione quando são corretos, para que eles tenham confiança em seus procedimentos e resultados, ampliando as fontes de argumentação e encorajando a verificação de ideias.

Allevato e Onuchic (2014, p. 45-46) enfatizam que nesse passo, enquanto os estudantes resolvem, o professor age analisando “[...]o trabalho dos alunos, incentivando-os a utilizar seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas, e incentivando a troca de ideias. Auxilia nas dificuldades sem, contudo, fornecer respostas prontas, demonstrando confiança nas condições dos alunos”.

A fase após a resolução do problema pelos estudantes, se constitui das etapas de registro, socialização e discussão das soluções, bem como a formalização do conteúdo e a proposição de novos problemas. Nesses passos é importante que o professor encoraje os estudantes a realmente compartilharem suas ideias, a fazerem perguntas uns aos outros, a entenderem o erro como parte do processo de aprendizado e ampararem suas discussões no grupo e não no julgamento do professor (normalmente esperado pelos estudantes). Van de Walle (2009, p. 66) ressalta que “Essa atmosfera não se desenvolverá fácil nem rapidamente. Você precisará orientar seus alunos sobre suas expectativas durante esta fase e como interagir com os seus colegas”.

Na etapa de formalização é que o professor organiza e estrutura a solução em linguagem matemática, inserindo a nomenclatura adequada e padronizando os conceitos ou procedimentos que resultaram da resolução do problema. Por fim, a proposição de novos problemas tem como finalidade consolidar e ampliar a compreensão daquele tópico matemático.

É importante enfatizar que uma aula baseada na Resolução de Problemas, permite que haja compreensão matemática e uma marca dessa compreensão é a que os estudantes são capazes de indicar quando e porque uma resposta é correta e argumentar o motivo pelo qual faz sentido. A “aprendizagem baseada em compreensão é mais duradoura, mais psicologicamente satisfatória e mais útil na prática do que uma aprendizagem baseada principalmente na reprodução de receitas e rotinas” (HAYLOCH; COCKBURN; 2013, p. 22, tradução nossa).

Essa metodologia tem sido implementada nas práticas de ensino (da educação básica à superior), de extensão (formação de professores) e investigações do Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação e Educação Matemática e os resultados tem sido satisfatórios, gerando um sentimento de que não se quer mais fazer matemática de outra forma, uma vez que os estudantes são efetivamente envolvidos nas aulas e são o foco, o ponto de partida da construção de conhecimento matemático. Porém, em especial, a leitura e a escrita como processos importantes dessa metodologia, são alvo de discussão e de pesquisa, uma vez que são ao mesmo tempo motivadores e dificuldades da resolução dos problemas, conforme discute-se na sequência.

3. Relações entre leitura, oralidade, escrita e a Resolução de Problemas

Trabalhar com oralidade, leitura e escrita nas aulas de Matemática refere-se a perspectiva de se desenvolver o letramento matemático na sala de aula, independentemente do nível de ensino em que se esteja lecionando.

Para muitos o sentido de letramento remete imediatamente ao trabalho desenvolvido nos anos iniciais explorando a língua portuguesa, porém esta ideia está equivocada por dois motivos. O primeiro se refere ao fato de que, o letramento vai além da exploração e do entendimento da língua

materna, ele é “o conjunto de conhecimentos, atitudes e capacidades envolvidos no uso da língua em práticas sociais e necessários para uma participação ativa e competente na leitura e escrita” (SOARES; BATISTA, 2005, p. 50), ou seja, além da apropriação da escrita e leitura relacionados a alfabetização, o letramento envolve este conhecimento relacionado ao contexto de vivência do estudante. Diante disso, conclui-se também que o letramento não se detém ao período de alfabetização, mas deve ser explorado ao longo da escolarização.

O segundo motivo diz respeito a relação do letramento com a língua portuguesa. Apesar de o letramento estar, originariamente, relacionado com a língua materna, atualmente observa-se que o letramento está também sendo explorado nas mais variadas áreas, inclusive a matemática. Luvison (2013, p. 58) afirma que “[...] um sistema simbólico, para ser compreendido, necessita de uma leitura relacionada com o contexto e com as necessidades sociais, pois é possível ler para divertir-se, agir, discutir, realizar, interpretar, definir, significar e transformar o que está posto graficamente, e isso permite incluir a linguagem matemática”.

Nesta perspectiva, Luvison (2013) também afirma que, no seu entendimento, as práticas de letramento matemático fazem parte das práticas relacionadas ao letramento, uma vez que exploram aspectos do mesmo. Desta forma estes dois conceitos podem ser tomados como convergentes.

Porém, para que o estudante seja realmente letrado em matemática, é preciso que ele consiga compreender o que deve ser feito, seja por meio da leitura ou entendendo o que é solicitado oralmente. Também é necessário que ele saiba se expressar matematicamente, apresentado a sua linha de raciocínio e a solução encontrada, de forma oral e/ou escrita. Para o melhor entendimento do estudante é importante estar atento à linguagem utilizada nas aulas de matemática, pois segundo Vygotsky (1991), ela tem uma importante função na mediação do processo, assumindo dois papéis, que devem ser desenvolvidos para que o conceito/procedimento seja entendido, o primeiro é de uma forma de comunicação entre os envolvidos e o segundo é o de “função mental interna” (p. 102), convertendo o que foi comunicado em uma fala interna, organizadora do pensamento.

Desta forma é preciso que as atividades propostas pelo professor façam sentido para o estudante, para que ele possa relacioná-las com conhecimentos que ele já possui. Para isso, segundo Bagné e Nacarato (2018, p. 89) é importante que o professor conheça “os conceitos que os alunos adquirem em suas práticas cotidianas, para que a introdução dos conceitos científicos possa ser significativa”.

Uma metodologia que favorece este tipo de trabalho, desenvolvendo atividades que os estudantes possam desenvolver matemática a partir dos seus conhecimentos é a Resolução de Problemas, o que a torna um caminho para o entendimento, para que o estudante compreenda realmente o significado do que está estudando. Nesse sentido, Grandó (2018, p. 53) afirma que a

resolução do problema é “um movimento de pensamento em que cabe ao aluno, inserido em um grupo, levantar hipóteses, validar resultados, observar regularidades, refutar resultados”, podendo assim explorar tanto a sua leitura, oralidade, quanto escrita.

Para que o processo de leitura auxilie na aprendizagem é necessário que o problema proposto possibilite que os estudantes o interpretem, fazendo relações com seus conhecimentos anteriores, no momento que forem convidados a resolvê-lo. Segundo Carvalho (2009, p. 18),

Aprender necessita de interpretação para relacionar a nova informação com conhecimentos anteriores e com as vivências pessoais. A heterogeneidade fundamental para que ocorram interpretações divergentes, atendendo às diferenças individuais dos alunos, facilmente acontece na sala de aula; e mais do que procurar aproximar todos os alunos, anulando as suas diferenças, há que aceitar o desafio de as catalisar e considerá-las um recurso do grupo.

A fala de Carvalho (2009) remete a um outro elemento importante que é desenvolvido por meio da resolução de problemas, a oralidade. A oralidade é vista aqui como um processo de troca que conhecimentos, onde os estudantes têm possibilidade de trocar ideias com seus colegas, apresentando suas interpretações, seus entendimentos, levantando conjecturas e argumentando sobre sua possível solução.

Ao suscitar situação em sala de aula em que os alunos tenham a possibilidade de dialogar entre os pares e com o professor, pode-se proporcionar momentos disparadores de aprendizagem, já que não se trata apenas da troca de informações e sim de refletir sobre as ideias apresentadas, posicionando-se com criticidade em relação às mesmas. Ao sentir-se confiante para dizer aquilo que pensa, a criança se torna também segura de si, passando a enxergar-se como parte do processo de construção do conhecimento. (BAGNÉ; NACARATO, 2018, p. 70)

A prática nos mostra que este processo de dialogicidade tende a, além de desenvolver a aprendizagem, aprimorar nos estudantes habilidades que serão úteis em todas as áreas e para a vida como: criatividade na busca de uma solução para o problema proposto; criticidade no momento de analisar o seu procedimento e seu resultado, assim como de seus colegas; poder de argumentação para apresentar a sua proposta em detrimento de outras; autonomia na busca de uma solução e; por fim, a capacidade de trabalhar colaborativamente, apresentando propostas, discutindo possibilidades e aceitando outras alternativas quando forem coerentemente apresentadas.

A escrita, neste processo também se apresenta como uma forma de levar os estudantes a pensarem sobre o processo, além de ser um excelente meio de avaliação processual, onde o professor tem acesso, mesmo que parcialmente, a como o estudante pensa a resolução, observando onde a sua interpretação está equivocada, quando for o caso. Além de possibilitar o diagnóstico do erro e sua correção, a escrita também pode mostrar possibilidades de soluções que o próprio professor não havia pensado, como afirma D'Ambrosio (2018, p. 40) “Muitas vezes a simplicidade da solução de uma criança pode levar os adultos a repensarem o seu próprio entendimento da situação problema”.

Diante do exposto, acredita-se que a exploração da leitura, da oralidade e da escrita na Resolução de Problemas representam um campo fértil para o desenvolvimento da aprendizagem do estudante, assim como de várias habilidades, uma vez que proporciona seu envolvimento direto, além de um caminho para a análise da compreensão do seu processo.

4. Reflexões sobre a leitura e escrita no contexto da Resolução de Problemas

Os trabalhos produzidos no Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação e Educação Matemática - GEPEEM como resultados do projeto de pesquisa *Analisando práticas de ensino baseadas na metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas*, culminaram na defesa de duas dissertações de mestrado (MENEGHELLI, 2018; CARDOZO, 2018) e em quatro dissertações em andamento, além de uma pesquisa paralela, em andamento, que investiga a compreensão matemática de estudantes de 3º e 6º ano de escolas de Santa Catarina, referente às operações de adição e multiplicação. Também inclui pesquisas realizadas como resultado de cursos de formação continuada com professores que ensinam Matemática, oriundos do projeto de extensão *Formação Continuada de professores que ensinam Matemática*, da Universidade Regional de Blumenau – FURB, que visam a formação de professores com base em pesquisas desenvolvidas na área de Ensino de Matemática da Educação Infantil e da Educação Básica.

Assim, esse estudo apresenta a análise de um conjunto de práticas, sob o olhar da comunicação em matemática, que evidenciam a identidade do GEPEEM, numa perspectiva de pesquisas de intervenção pedagógica que se caracterizam por investigações que “[...]envolvem o planejamento e a implementação de interferências (mudanças, inovações) – destinadas a produzir avanços, melhorias, nos processos de aprendizagem dos sujeitos que delas participam – e a posterior avaliação dos efeitos dessas interferências.” (DAMIANI *et al.*, 2013, p. 58).

É importante enfatizar que os estudantes envolvidos nas pesquisas das dissertações e os professores que participaram dos cursos de formação continuada organizados pelo GEPEEM, estudam/lecionam em escolas públicas da região do Vale do Itajaí, em Santa Catarina.

As pesquisas já realizadas mostram resultados importantes no que refere à implementação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, indicam que os professores em geral, desde a Educação Infantil ao Ensino Superior, desconhecem essa prática e são resistentes à sua implementação em sala de aula. Porém, os professores que participam das discussões e das formações continuadas promovidas pela equipe do GEPEEM, que se dispõem a implementar a metodologia em suas aulas não querem mais deixar de utilizar, uma vez que experimentam uma aula de matemática dinâmica, viva e em movimento, na qual os estudantes são colocados como verdadeiros aprendizes de matemática.

O depoimento de uma professora que participou de um curso de formação e que utilizou a metodologia em suas aulas enfatiza esses resultados: “Esta metodologia de resolução de problemas, na minha opinião, é uma estratégia que trabalha a matemática de uma forma muito completa, levando o estudante a plena compreensão do que está sendo estudado, transformando os nossos estudantes de ‘receptores’ de conhecimento para ‘criadores’ de conhecimento.”

As dificuldades também são apontadas por esses professores, uma vez que os estudantes habituados a receber tudo pronto e acabado do professor, têm que assumir o papel de protagonista, o que implica em um esforço maior para sua aprendizagem, mobilizando habilidades de leitura, escrita, argumentação e socialização, que pouco eram exploradas nas aulas tradicionais de matemática. A fala de um dos estudantes envolvidos nessas práticas e pesquisas mostra essa dificuldade:

Estudante: Professora, quando vai ter exemplos e exercícios?

Professora: Já estamos discutindo o conteúdo, vocês estão construindo e aprendendo

os conceitos. A ideia é que a resolução dessas situações os faça aprender o conteúdo.

Estudante: Nossa professora! Nunca pensei tanto nas aulas de Matemática!

Por outro lado, os professores também enfrentam dificuldades pois confrontam situações de aprendizagem não planejadas, que demandam de muita criatividade para saber como as mediar adequadamente, para fazer perguntas criativas, bem como para saber ao mesmo tempo estar presente e em segundo plano nas resoluções e nas discussões, incentivando seus estudante a serem o foco da aprendizagem, mediando todo o processo e ao mesmo tempo avaliando. O depoimento de uma professora que participou de curso de formação evidencia essa colocação:

A maior dificuldade que enfrentei foi conseguir encontrar a pergunta certa a fazer aos estudantes, pois na minha ânsia de ensinar, precisei ficar atenta ao que os orientava, para não lhes fornecer a resposta ao problema, e sim conduzi-los a alcançar a própria resposta. E, também, não permitir que os grupos que estavam com maior dificuldade se desmotivassem.

O depoimento dessa professora vai ao encontro do que foi verificado como resultado na pesquisa realizada por Meneghelli (2018, p. 138-139):

Os problemas, desenvolvidos na perspectiva de Resolução de Problemas, são desafiadores para o professor pois rompem com o paradigma de receber para então repetir, promovendo um processo de pensamento reflexivo e de investigação, com a construção do conhecimento pelo papel ativo do estudante no processo, modificando ainda o papel do professor que deixa de dar respostas para fazer perguntas.

Em especial, ressalta-se as reflexões acerca do processo de leitura e escrita nas aulas baseadas na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, uma vez que a leitura se constitui como etapa essencial para que o problema seja

entendido e resolvido e a escrita é um processo no qual os estudantes precisam explicar e defender suas soluções, bem como é subsídio para o momento de discussão, socialização e busca de consenso e ao mesmo tempo ferramenta para a avaliação do aprendizado.

Nas aulas tradicionais de matemática, os problemas convencionais são constituídos de pequenos textos que apresentam um contexto para aplicação de um conteúdo já ensinado e a leitura do problema se resume a extrair os dados para que se aplique uma técnica ou procedimento ensinado previamente pelo professor, sendo que a dificuldade está relacionada à organização desses dados.

Numa aula baseada na metodologia de Resolução de Problemas, a leitura inicialmente implica no envolvimento ou não do estudante com o problema e por isso, essa tem um papel mais amplo (do que nas aulas tradicionais) necessitando de uma perspectiva reflexiva e crítica “onde os alunos conseguem entender o que lhes fora proposto e inferir o que pode ser alcançado pela resolução, associando seus conhecimentos prévios e visualizando os conceitos relacionados” (ONUChIC; LEAL JUNIOR, 2016, p. 29).

Os resultados da pesquisa de Meneghelli (2018) e Cardozo (2018) com estudantes do ensino médio, mostram que a leitura dos problemas inicialmente se constituiu uma dificuldade, pois os estudantes não estavam habituados à essa leitura reflexiva e crítica e inicialmente chamavam o professor nas primeiras dificuldades de interpretação, apresentando dificuldades em iniciar os problemas. Mas conforme a metodologia de Resolução de Problemas foi continuando nas aulas de Matemática, os estudantes conseguiram superar essa dificuldade e se tornaram melhores leitores.

A leitura e interpretação do problema, inicialmente verificados como uma dificuldade do processo, na continuidade do uso da metodologia nas aulas, foi um obstáculo superado, de modo que a leitura inicialmente superficial passou a ser reflexiva e objeto de investigação dos estudantes no que se refere a palavras ou conceitos desconhecidos. (CARDOZO, 2018, p. 139)

A leitura se constitui como o primeiro aspecto a ser problematizado na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, uma vez além de entender o significado das palavras que constituem o problema, também demandam que o estudante ative conhecimentos prévios relacionados ao mesmo. Onuchic e Leal Junior (2016, p. 31,

grifo do autor) enfatizam que “a leitura é uma habilidade que se desenvolve com o hábito. Alunos que têm esse hábito desenvolvido, têm mais facilidade de entender as propostas que lhe são feitas através de problemas, e podem tornar-se bons *resolvedores de problemas*”.

Além da leitura do estudante, que enfrenta um problema a ser resolvido, também se quer enfatizar a leitura do professor na solução do problema proposta pelos estudantes, uma vez que nem sempre os estudantes utilizam termos matemáticos adequados para expressar suas ideias e, embora, a escrita matemática não esteja correta as ideias podem estar, evidenciando compreensão e construção de conhecimento matemático. Meneghelli (2018, p. 106) na análise do registro dos estudantes enfatiza que na leitura do professor “por vezes também há necessidade de questionar os estudantes para compreender o significado atribuído às palavras utilizadas”.

Nesse processo de registro dos estudantes, por meio da escrita das suas soluções, também há de se considerar um tempo de progressão, compatibilizando o que se espera com o que os estudantes fazem. Van de Walle (2009) enfatiza a diferença significativa entre a escrita em que o estudante mostra como conseguiu a resposta, registrando apenas os procedimentos ou cálculos realizados, e aquela em que o estudante explica por que a resposta está correta. Assim, a perspectiva da escrita nas aulas de Resolução de Problemas é diferente das aulas tradicionais de Matemática, nas quais os estudantes devem apresentar apenas como resolveram, ou seja, se quer que a escrita amplie a capacidade de argumentação e de reflexão dos estudantes, dando sentido à matemática produzida por eles.

Meneghelli (2018, p. 105, grifo do autor) enfatiza como resultado de sua pesquisa que:

Analisando os registros percebe-se que os estudantes expressam suas ideias com base em uma linguagem cotidiana e é importante, no momento da *formalização dos conceitos*, que o professor realize a conversão para termos matemáticos adequados, enfatizando a compatibilidade entre os saberes informais e científicos.

Esse processo de escrita, no começo se constitui em uma dificuldade para o estudante que precisa expressar suas ideias para além da comunicação verbal, dificuldade que vai sendo superada na medida que se possibilita, seguindo os passos da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, que os estudantes escrevam e discutam seus registros.

Com os momentos de discussão nos grupos de resolução do problema, antes da *plenária* e da *busca de consenso*, os estudantes vão reformulando suas ideias em uma linguagem estruturada ao registrarem suas soluções, sendo a escrita um “processo poderoso para organizar e esclarecer as ideias” (MENEGHELLI, 2018, p. 140).

O que se pode inferir com base nos resultados dos trabalhos (ensino, formações e pesquisas) realizados pelo GEPEEM é que a leitura e a escrita em Resolução de Problemas, se constituem como importantes e complexos objetos de estudo pois ao mesmo tempo que são caracterizados como dificuldades inerentes à Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, também são ferramentas poderosas de compreensão e significação da matemática.

5. Considerações finais

A Resolução de Problemas enquanto metodologia possibilita que o estudante seja protagonista de sua aprendizagem, tornando-se um problematizador dos procedimentos matemáticos, desenvolvendo confiança em fazer matemática, curiosidade, criticidade, perseverança e poder de argumentação. As práticas e pesquisas do Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação e Educação Matemática – GEPEEM, assim como os resultados do projeto de pesquisa *Analisando práticas de ensino baseadas na metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas* confirmam essas características de uma aula baseada na Resolução de Problemas.

O GEPEEM também identificou as dificuldades relacionadas com essa prática metodológica que se referem à mudança de postura do professor, em relação à uma aula tradicional, com ampliação na dinamicidade e criatividade das abordagens realizadas, e a aceitação dos estudantes frente à essa metodologia, que amplia sua participação efetiva no fazer e compreender matemática. Porém, essas dificuldades vão sendo superadas com o tempo, quando, tanto professor, quanto estudante, se sentem engajados em uma aula em que matemática vai além do reproduzir receitas, mas se torna uma ciência viva, sendo construída pela discussão, pela argumentação e pela investigação, mobilizando saberes, experiências e habilidades.

Em especial, no que se refere aos processos de leitura e escrita as aulas baseadas em Resolução de Problemas, também se tem mudanças frente uma aula tradicional de matemática. A leitura demanda de criticidade e reflexão, mobilizando conhecimento prévios, e não apenas uma interpretação rasa para a extração de dados. A escrita precisa, além de apresentar os cálculos ou procedimentos de resolução, justificar as soluções e possibilitar a argumentação das escolhas realizadas. Nesses aspectos, inicialmente se constituem de dificuldades aos estudantes que, acostumados a receber tudo pronto e acabado do professor, precisam de tempo para entender e se adaptar a essa dinâmica.

Por fim, a leitura e escrita nos processos da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, são objetos de pesquisa e carecem de maior

investigação, possibilitando pesquisas futuras no que refere em realizar apontamentos de como ampliar os caminhos de mudança de uma postura passiva para a reflexão e ação com criticidade.

6. Referências

ALLEVATO, N. S. G. Trabalhar através da resolução de problemas: possibilidades em dois diferentes contextos. **VIDYA**, v. 34, n. 1, p. 23, jun. 2014.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensinando Matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 55, p. 1-19. 2009. Disponível em: <<http://www.ufrjr.br/SEER/index.php/gepem/article/view/54/87>>. Acesso em: 20 jan 2018.

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, Lourdes de La Rosa *et al.* (Org.). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 35-52.

BAGNE, Juliana; NACARATO, Adair Mendes. O Processo de elaboração Conceitual em Matemática mediado pela Proposta de Problematizações e pela Dinâmica Dialógica. In: LOPES, Celi Espasindin; NACARATO, Adair Mendes (orgs.). **Orquestrando a oralidade, a leitura e a escrita na Educação Matemática**. Campinas SP: Mercado das Letras, 2018. p. 69-91.

CARDOZO, Dionei. **Do átomo de carbono às grandes populações: o ensino de funções exponenciais sob a perspectiva da resolução de problemas**. 2018. 158 f., il. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2018. Disponível em: http://www.bc.furb.br/docs/DS/2018/365229_1_1.pdf. Acesso em: 15 abr. 2019.

CARVALHO, Carolina. Comunicações e interações sociais nas aulas de Matemática. In: NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasindin (orgs.). **Escritas e Leituras na Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. p. 15-34.

CLEMENT, L.; TERRAZZAN, E. A. Atividades Didáticas de Resolução de Problemas e o Ensino de Conteúdos Procedimentais. **Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias**, v. 6, n. 1, 2011. p. 87-101.

D'AMBROSIO, Beatriz Silva. Leitura e Escrita no Ambiente de Cursos a Distância. In: LOPES, Celi Espasindin; NACARATO, Adair Mendes (orgs.). **Orquestrando a oralidade, a leitura e a escrita na Educação Matemática**. Campinas SP: Mercado das Letras, 2018. p. 35-50.

DAMIANI, Magda Floriana et al. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de educação**, n. 45, p. 57-67, 2013.

GONÇALVES, R.; ALLEVATO, N. S. G. A Resolução de Problemas como proposta metodológica para a aprendizagem significativa das funções definidas por várias sentenças. **REPPE-Revista de Produtos Educacionais e Pesquisas em Ensino**, v. 2, n. 2, 2018. p. 27-47.

GRANDO, Regina Célia. Resolução de Problemas na Educação Infantil: Oralidade, Leitura e Escrita. In: LOPES, Celi Espasindin; NACARATO, Adair Mendes (orgs.). **Orquestrando a**

oralidade, a leitura e a escrita na Educação Matemática. Campinas SP: Mercado das Letras, 2018. p. 51-68.

HAYLOCK, D.; COCKBURN, A. **Understanding Mathematics for Young Children: A guide for foundation stage & lower primary teachers.** London: British Library, 2013. Disponível em: [https://us.corwin.com/sites/default/files/upm-binaries/23570_02_Haylock\(Understanding\)_Ch_01.pdf](https://us.corwin.com/sites/default/files/upm-binaries/23570_02_Haylock(Understanding)_Ch_01.pdf). Acesso em: 29 abr. 2019

LUVISON, Cidinéia da Costa. Leitura e escrita de diferentes gêneros textuais: inter-relação possível nas aulas de Matemática. In: NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasindin (orgs.). **Indagações, reflexões e práticas em leituras e escritas na Educação Matemática.** Campinas SP: Mercado das Letras, 2013. p. 57-81.

MENEGHELLI, Juliana. **Resolução de Problemas e o software GeoGebra: um caminho para o ensino das funções trigonométricas seno e cosseno.** 2018. 165 f., il. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2018.

NCTM. **An Agenda for Action.** Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1980.

NCTM. **Principles and Standards for School Mathematics.** Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2000.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. **Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas.** Bolema, Rio Claro, v. 25, n. 41, p.73- 98, dez. 2011. Disponível em: <http://www.redalyc.org/pdf/2912/291223514005.pdf>. Acesso em: 16 abri. 2019.

ONUCHIC, L. DE LA R.; LEAL JUNIOR, L. C. A Influência da Leitura na Resolução de Problemas: Questões de sentidos, significados, interesses e motivações. *Rematec*, v. 11, n. 21, p. 24-46, 2016.

POSSAMAI, J. P.; CARDOZO, D.; MENEGHELLI, J. Concepções dos professores de matemática quanto a utilização de exercícios, situações contextualizadas e problemas. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, v. 14, n. 31, p. 73-87, out. 2018.

SOARES, Magda; BATISTA, Antônio Augusto Gomes. **Alfabetização e letramento: caderno do professor.** Belo Horizonte: Ceale/FaE/UFMG, 2005. 64 p. - (Coleção Alfabetização e Letramento)

TEIXEIRA, B. R.; SANTOS, E. R. DOS. Ensino de Matemática através da Resolução de Problemas: alguns aspectos orientadores para a prática docente. **Revista BoEM**, v. 5, n. 8, p. 51-71, jan./jun. 2017.

VAN DE WALLE, John A. **Matemática no Ensino Fundamental: Formação de Professores e Aplicações em Sala de Aula.** 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. **A formação Social da mente.** Tradução José Cipolla Neto, Luis Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche. 4. ed. - São Paulo: Martins Fontes, 1991, 168 p.