



Aprendizaje-Servicio en Matemáticas: Uso de Trayectorias de Aprendizaje en la formación universitaria

Service-learning in Mathematics: Use of learning trajectories in university education

Gómez-Chacón, I.M.  **Gómez-Chacón, I.M.**

igomezchacon@mat.ucm.es

igomezchacon@mat.ucm.es

Universidad Complutense de Madrid (España)

Universidad Complutense de Madrid (España)

Ortuño, T.

Ortuño, T.

teresa_ortuno@mat.ucm.es

teresa_ortuno@mat.ucm.es

Universidad Complutense de Madrid (España)

Universidad Complutense de Madrid (España)

de la Fuente, A.

de la Fuente, A.

andelafu@ucm.es

andelafu@ucm.es

Universidad Complutense de Madrid (España)

Universidad Complutense de Madrid (España)

Resumen

Aprendizaje-Servicio es una metodología que adquiere cada vez más relevancia en el ámbito universitario. Como método de enseñanza busca vincular el aprendizaje del estudiante con el servicio a la comunidad generando beneficios en tres ámbitos: el currículum académico, la

Abstract

Service Learning is a methodology that is acquiring more and more relevance in the university environment. As a teaching method, it seeks to link student learning with service to the community, generating benefits in three areas: the academic curriculum, the formation in values and

formación en valores y en el desarrollo de la responsabilidad social. En este artículo se presenta la implementación de proyectos de Aprendizaje y Servicio en Matemáticas en el ámbito docente universitario para la asignatura de Trabajo de Fin de Grado del Grado de Ingeniería Matemática. Apoyados en la experiencia desde 2012 y presentando un caso de estudio desarrollado durante el curso 2018-2019, se caracteriza la metodología de Aprendizaje-Servicio para el área de Matemáticas. Para ello ha sido importante cualificar elementos propios del ámbito de la Educación Matemática y también muy específicamente dotar de una herramienta didáctica que cualificara la fase de evaluación formativa de la metodología Aprendizaje-Servicio utilizando la noción de Trayectoria Hipotética de Aprendizaje. El análisis de resultados a través de esta herramienta explora cómo el Aprendizaje-Servicio beneficia el proceso de aprendizaje, fortaleciendo las competencias específicas y transversales del grado de Ingeniería Matemática. Así mismo el conocimiento matemático aporta una cualificación a tener en cuenta en la secuencia de tareas y en los instrumentos de evaluación de un proyecto.

Palabras clave: aprendizaje-servicio, trayectorias hipotéticas de aprendizaje, matemáticas, educación superior, educación matemática.

the development of social responsibility. This article presents the implementation of Service-Learning projects in Mathematics at the University level, focusing in the development of the bachelor thesis of the Mathematical Engineering degree. Supported by the authors' experience since 2012 and in a case study of the 2018-2019 academic year, the methodology of Service Learning for the area of Mathematics is characterized. It has been important to qualify elements of the field of Mathematics Education and also very specifically to provide a didactic tool that qualifies the formative evaluation phase of the Service-Learning methodology using the notion of Hypothetical Learning Trajectories. The analysis of results through this tool explores how Service Learning benefits the learning process, strengthening the specific and transversal competences of the Mathematical Engineering degree. Likewise, mathematical knowledge provides a qualification to be taken into account in the sequence of tasks and in the evaluation instruments of the Service Learning.

Key words: service learning, hypothetical learning trajectories, mathematics, higher education, mathematical education.

Introducción

En la sociedad de la información y del conocimiento, el sistema educativo requiere de metodologías de enseñanza que respondan a las demandas de la realidad social actual. El contexto de enseñanza-aprendizaje, reconocido como "aprendizaje basado en competencias", requiere de fórmulas que respondan a la conjugación del aprender, del hacer, del convivir y del ser, garantizando, al mismo tiempo, una educación de calidad.

Una aproximación que aglutina el aprendizaje de diferentes competencias básicas o específicas y que ha alcanzado gran relevancia en las últimas décadas es la Metodología de Aprendizaje-Servicio (ApS) (Anderson 2003; Aramburuzabala et al., 2015). Aunque son numerosas las experiencias en distintas áreas de conocimiento (García y Cotrina, 2015; Ruiz Corbella y García-Gutiérrez, 2018), son escasas las realizadas en el ámbito de los estudios universitarios de Matemáticas (Carducci 2014; Hadlock 2005; PRIMUS 2013). En este artículo presentamos una propuesta de integración de esta metodología en el plan de estudios de una Facultad de Ciencias Matemáticas, en particular en el Grado de Ingeniería Matemática.

Un proyecto ApS en matemáticas nos exige no solo concebir esta disciplina como una determinada clase de tecnología simbólica (reglas, conceptos, algoritmos, etc.), sino comprenderla como portadora y al mismo tiempo productora de valores. Son clave los modelos matemáticos para la capacitación de las sociedades democráticas modernas (Skovsmose, 1994). Integrar estos aspectos desde la metodología ApS demanda de una caracterización específica de las fases de desarrollo teniendo en cuenta la epistemología y el quehacer propio de las matemáticas. Así mismo, expertos en el tema han destacado la necesidad de fortalecer los aspectos de evaluación en ApS (Ruiz Corbella y García-Gutiérrez, 2018).

En respuesta a estas necesidades, en este artículo se utiliza la idea de Trayectoria Hipotética de Aprendizaje (THA) propuesta inicialmente por Simon (1995), buscando dar respuesta a la caracterización de la secuencia de tareas y evaluación de las mismas en un proyecto ApS en matemáticas.

En lo que sigue se presenta el marco teórico que fundamenta el estudio. Seguidamente se presenta la metodología de investigación y un caso real de modelización matemática, especificando la aplicación del concepto de THA en la fase de evaluación con objeto de anticipar el diseño de una trayectoria de aprendizaje en futuras aplicaciones. Finalmente se presentan las conclusiones.

I. Marco teórico que fundamenta el estudio

Con el fin de abordar en su complejidad el tema, se emplean varias consideraciones teóricas para establecer un marco interpretativo consistente: metodología de Aprendizaje-Servicio y la conceptualización de Trayectoria Hipotética de Aprendizaje (THA) en el ámbito de Educación Matemática.

1.1 Metodología de Aprendizaje-Servicio

El término *Aprendizaje-Servicio* hace referencia a un método de enseñanza (Giles y Eyer, 1994) que, concretamente en el ámbito de Educación Superior (Rodríguez Gallego, 2014; Puig et al., 2006), busca vincular el aprendizaje del estudiante con el servicio a la comunidad generando beneficios en tres ámbitos: en el currículum académico, en la formación en valores y en la vinculación con la comunidad. Promueve una mayor formación teórico-práctica pertinente al contexto social, ayudando a la formación para la ciudadanía de los futuros profesionales.

En una institución educativa formal como es la universidad se consideran diversas fases para el desarrollo de la metodología ApS: preparación, realización y evaluación. Estas fases son aplicables a proyectos ApS que se desarrollan a través de TFG (Martínez Costa et al., 2017). Las etapas no se desarrollan de forma uniforme y pueden requerir nuevas subdivisiones, dependiendo de las características del alumnado y del proyecto. La fase de preparación conlleva el esbozo de la idea, relación con los socios y planificación del proyecto, la fase de realización integra la preparación, ejecución y cierre con el grupo, y el desarrollo termina con la fase de evaluación.

Según la metodología ApS, la dimensión de evaluación formativa es clave. Ésta la entendemos como todas las actividades emprendidas cuya información será utilizada como retroalimentación en las actividades de enseñanza y aprendizaje. Consideramos las Trayectorias de Aprendizaje como un componente crítico de la evaluación formativa (Ver sec. 1.2). El estudiante que conoce los objetivos de aprendizaje establecidos en las THA, puede contribuir a un mejor desempeño comparando con el rendimiento deseado y además puede ofrecer ideas para aplicaciones futuras. La realización de proyectos ApS favorece el desarrollo personal e interpersonal del alumnado, potenciando capacidades generales. Las competencias más destacables ApS son: síntesis y análisis, resolución de problemas prácticos, adaptación a nuevas situaciones, gestión de la información, trabajo en equipo, organización y planificación, autocontrol, creatividad, asertividad y comunicación (García y Sánchez, 2017; Lucas y Martínez-Odría, 2012; Rullán et al., 2011). Muchas de estas competencias coinciden, en su mayor parte, con las planteadas de forma transversal en los estudios de Ingeniería Matemática.

1.2. Trayectoria Hipotética de Aprendizaje

Como indicamos en la sección previa, el desarrollo del proyecto de Aprendizaje-Servicio debe estar incardinado en el currículum del grado que cursa el estudiante, en nuestro caso el Grado de Ingeniería Matemática. Para ello ha sido importante cualificar elementos propios del ámbito de la Educación Matemática y también muy específicamente dotar de una herramienta didáctica que cualificara la fase de evaluación de la metodología Aprendizaje-Servicio.

Para el desarrollo de la propuesta didáctica de Aprendizaje-Servicio hemos considerado el concepto de Trayectoria Hipotética de Aprendizaje (THA), introducida por Simon en 1995 como parte de su modelo de enseñanza de las matemáticas (Simon, 1995; Gravemeijer, 2004). Plantea la enseñanza de las matemáticas desde una perspectiva constructivista, según la cual la forma de educar debe adaptarse necesariamente a la forma en la que aprenden los alumnos y a los conocimientos que ya tenían:

Una trayectoria hipotética de aprendizaje (THA) consiste en los objetivos para el aprendizaje de los estudiantes, las tareas matemáticas que se usarán para promover el aprendizaje de los estudiantes, y las hipótesis acerca del proceso de aprendizaje de los estudiantes (Simon, 1995).

La THA parte del objetivo de aprendizaje y sirve para guiar la enseñanza, al atender a las actividades que se proponen y a los procesos de pensamiento y aprendizaje del estudiante. De esta forma, la enseñanza se basa en cómo el aprendizaje progresa en la realidad.

Más recientemente se ha ampliado el concepto inicial propuesto por Simon (1995) (Gómez et al., 2014; Wilson et al., 2013), utilizándola en formación de profesores en Secundaria como procedimiento para caracterizar el análisis de la contribución de una tarea (o secuencias de tareas), y como recogida y análisis de información para la evaluación del aprendizaje.

Gómez et al. (2014) han considerado la noción de camino de aprendizaje de una tarea como un procedimiento para caracterizar un objetivo de aprendizaje, articulado desde las capacidades. En nuestro caso la articulación que realizaremos será desde las competencias del Grado de Ingeniería Matemática y los procesos cognitivos en el ciclo de modelización matemática.

Las competencias intervienen en el desarrollo de los conocimientos y permiten describir procesos de resolución de tareas complejas. Cuando se resuelve una tarea matemática de una cierta complejidad, la conducta observable del estudiante se puede describir mediante una sucesión ordenada de competencias. El profesor puede anticipar los errores o dificultades de los estudiantes o bien, si la situación de aprendizaje es en un problema real, la identificación de errores y de nuevas subtareas que ayuden alcanzar la competencia. Por tanto, estos errores o dificultades también se pueden registrar de forma ordenada e intercalada con las competencias. La noción de trayectoria de aprendizaje capta estas ideas en el contexto en el que el profesor planifica y hace hipótesis sobre la manera de proceder de sus estudiantes. Una trayectoria de aprendizaje para un proyecto ApS es una sucesión de competencias que el profesor prevé que sus estudiantes activarán al resolver la tarea, junto con las dificultades en las que pueden incurrir.

Sobre la base de las conexiones iniciales que planteamos de la Metodología ApS con las THA, examinamos el papel que desempeña la lógica del aprendiz en las formas de evidenciar el aprendizaje y su retroalimentación. Al proporcionar un marco para comprender la lógica del aprendiz, las THA ayudan a los profesores a explorar conceptos más específicos para comprender las formas en que los procesos cognitivos y competencias de los estudiantes se alinean con la trayectoria.

La noción de THA incide directamente en el diseño de las actividades. En nuestro caso se diseñan tres trayectorias de aprendizaje. Primeramente, se presenta una THA *a priori* (por la profesora en planificación del proyecto con la alumna) planteada bajo las hipótesis de conocer las fases de un ApS y la relación que mantiene la fase de realización con la modelización de un problema de optimización real. Seguidamente una TA realizada por la alumna dentro del proceso de evaluación formativa, donde la alumna diseña las tareas, las pone en práctica y revisa las hipótesis iniciales sobre la enseñanza aprendizaje del contenido matemático del proyecto. Finalmente se reformulará la THA como orientación de futuras implementaciones en TFG (Ver sec. 4).

En el caso que se ejemplificará en la sección 3 se presenta un diseño de THA de competencias específicas en matemáticas. Se toma de referencia las competencias especificadas establecidas en el Marco Español de Cualificaciones para la Educación Superior (MECES) descritas en el Anexo I apartado 3.2 del Real Decreto 1393/2007 de

29 de octubre por el que se establece la ordenación de las enseñanzas universitarias oficiales (Tabla1)¹.

Tabla 1. Competencias específicas Ingeniería Matemática.

Competencias específicas en el Grado de Ingeniería Matemática	
CE1	Resolver problemas y casos reales planteados en el ámbito de la ciencia, la tecnología y la sociedad mediante habilidades de modelización, cálculo numérico, simulación y optimización.
CE2	Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.
CE3	Planificar la resolución de un problema en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
CE4	Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para resolver problemas.
CE5	Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.
CE6	Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos.
CE7	Planificar y desarrollar proyectos en el ámbito de la Ingeniería Matemática.

Fuente: Página oficial Facultad de Ciencias Matemáticas UCM.

Las competencias específicas que los estudiantes deben poner en juego están estrechamente vinculadas a la modelización del problema matemático a resolver. Esta modelización matemática juega un papel esencial como vehículo para la conceptualización del conocimiento y la práctica. Al menos seis subprocesos están involucrados (Figura 1), siguiendo un proceso cíclico de reflexión. En la estructura de asignación de orden de las competencias en la THA (sec. 4.1) se ha seguido el ciclo tipificado para la modelización de un problema matemático (Blomhøj, 2004).

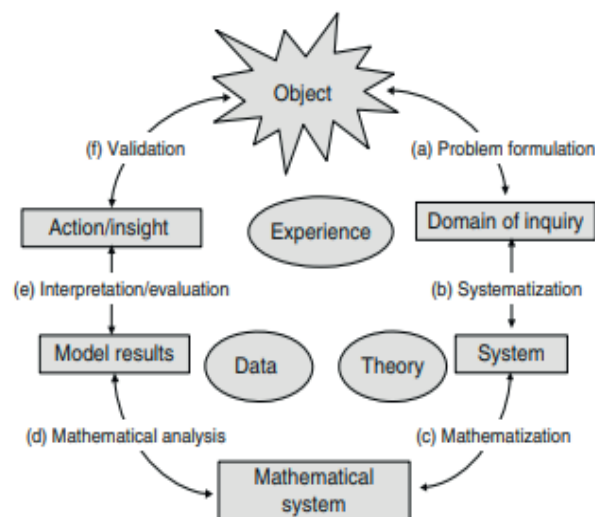


Figura 1. Proceso de modelización matemática (Blomhøj, 2004).

¹ Con el fin de simplificar las referencias a estas competencias en la THA, se han identificado con dos letras (CE). Así, por ejemplo, [CE7] hará referencia a la competencia específica número 7 “Planificar y desarrollar proyectos en el ámbito de la Ingeniería Matemática”.

2. Metodología de Investigación. Presentación del estudio de caso

La metodología cualitativa utilizada está basada en métodos de observación y estudio de casos (Bassegy, 1999). El criterio que determina este caso (un Proyecto ApS concreto) es que, de una parte, este caso está dentro de una muestra de conveniencia, una categoría de muestra seleccionada en la que la población accesible es representativa de la población teórica y, por otra parte, la estudiante que participa en el caso es una informante clave, lo que permite realizar una caracterización específica de las fases de desarrollo teniendo en cuenta la epistemología y el quehacer propio de las matemáticas.

El caso que se describe está basado en el proyecto ApS “*Alcobendas cerca de tí*”, una colaboración entre la Cátedra Extraordinaria Miguel de Guzmán de la Facultad de Ciencias Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid (UCM) y el Consejo de la Juventud de Alcobendas (CJA) (Madrid), realizado de enero de 2018 hasta febrero de 2019, dentro del marco de Trabajo Final de Grado (De la Fuente, 2019).

El CJA nos plantea la necesidad de dar a conocer a los jóvenes entre 16 y 30 años de Alcobendas las posibilidades de ocio y recursos que ofrece la ciudad. Ante la cual formulamos el siguiente objetivo:

Desarrollar una herramienta matemática para mejorar el plan de actividades inicialmente planteado por el Consejo de la Juventud de Alcobendas con el fin de dar a conocer a los jóvenes de Alcobendas las posibilidades de ocio y recursos que ofrece su ciudad.

Para alcanzar ese objetivo, se plantearon distintas cuestiones de indagación:

¿Cómo formular el problema real en términos de optimización matemática? ¿Qué modelos matemáticos y computacionales permiten dar respuesta? ¿Qué propuesta de aprendizaje y enseñanza se puede estructurar desde la metodología ApS?

Para responder lo más cualificadamente posible a estas cuestiones desglosamos el objetivo general en los siguientes objetivos específicos:

- Realizar un trabajo de campo para detectar dificultades y logros del modelo planteado inicialmente por el CJA y formular el problema matemático a resolver.
- Estudiar los modelos de optimización matemática relativos a la solución del problema.
- Plantear propuestas de resolución matemática y de diseño computacional que puedan ser utilizadas con facilidad en el contexto que nos ocupa.
- Estudiar la evolución de las competencias y metodología del estudiante con objeto de presentar y reformular las Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje para TFG.

3. Estudio del caso “Alcobendas cerca de ti”

Una vez introducido el caso en la sección anterior se pasa a desarrollar el proyecto siguiendo las fases marcadas por la metodología ApS.

3.1. Fase inicial: contexto y planteamiento del problema

La fase inicial es: *preparación* del proyecto. Aunque ya se ha introducido el servicio a desarrollar y los objetivos del estudio, se llegó a ello tras un proceso de planificación y formulación del mismo.

La elección del contexto viene determinada por el conocimiento de la alumna sobre su propia ciudad y el establecimiento entre CJA y la Facultad de Ciencias Matemáticas de un acuerdo para llevar a cabo el proyecto.

Se comenzó con un trabajo de campo en el que se identificaron las necesidades del CJA. Con los datos ofrecidos por el *Observatorio de la ciudad de Alcobendas (2018)*, tras distintas reuniones presenciales con los secretarios del CJA y conocidas las actividades planificadas, pudimos dar forma al proyecto y precisar los objetivos para la resolución matemática del mismo. Desde una perspectiva matemática, el desarrollo de las actividades que se plantean podría mejorar si se optimizara la selección de recursos de cada tarea. En concreto, las posibles actividades que se plantean tienen que ver con visitar distintos puntos de la ciudad, y por tanto podrían identificarse con los modelos matemáticos de recorridos en grafos, que adaptándolos al contexto que se atiende en este trabajo, se podrían definir como diseñar las rutas óptimas a seguir para dar un servicio concreto a los usuarios.

Al final de la fase de *preparación* del proyecto se precisaron los objetivos educativos y las necesidades sociales a cubrir. La Figura 2 sintetiza los mismos.

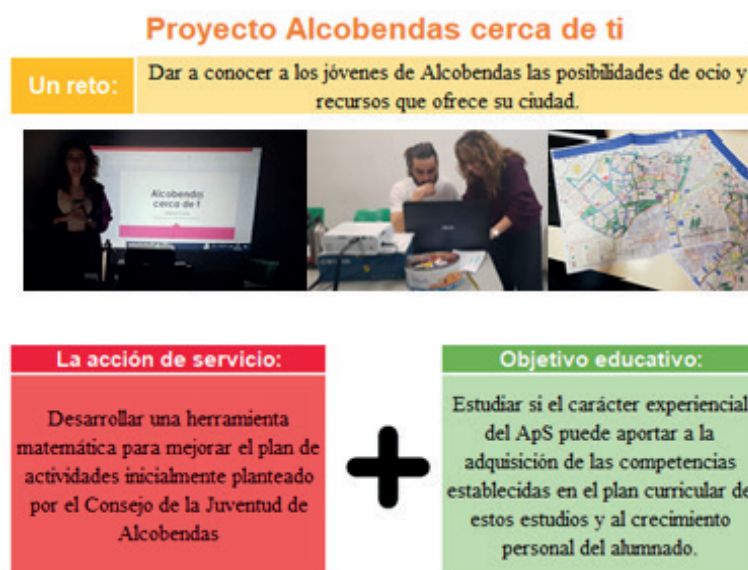


Figura 2. Resumen proyecto ApS: *Alcobendas Cerca de ti* (Gómez-Chacón et al., 2019)

3.2. Construcción de la herramienta matemática

Tras plantear los objetivos y recoger la información, se pasa a la Fase de ejecución. En primer lugar, se modeliza matemáticamente el problema a resolver utilizando el lenguaje de la teoría de grafos. Se identifica un problema de rutas por vértices, donde buscamos un ciclo hamiltoniano en una red tal que la distancia total recorrida sea mínima, es decir, un problema del Viajante de Comercio (TSP) (Applegate et al., 2007).

Este tipo de modelos han sido estudiados en distintas asignaturas del grado, pero se trata ahora de poner en juego los conocimientos teóricos de la alumna, junto con sus habilidades de programación, para diseñar una herramienta válida para el usuario final, y, dentro de la metodología ApS, hacerlo en estrecha colaboración con el CJA, de forma que la herramienta de respuesta a las necesidades reales del destinatario del servicio.

La herramienta matemática recibió el nombre de *Alcobendas cerca de ti*. Los pasos seguidos para la construcción de la herramienta fueron los siguientes:

1. Diseño de la red. Para poder determinar los vértices que conformarían el grafo sobre el que trabajar, se tomó un mapa completo con todos los recursos públicos que ofrece Alcobendas. Se decidió y acordó de forma conjunta con el CJA qué puntos formarían parte del grafo principal y se clasificaron por categorías.
2. Obtención de la matriz de distancias. Para ello se hizo uso de la herramienta Google Maps, haciendo un depurado de los datos obtenidos.
3. Formulación del modelo más adecuado de programación matemática y resolución con un software de optimización. Los resultados obtenidos se utilizaron para validación, pero, puesto que, por un lado, solo fue posible resolver problemas de pequeño tamaño, y por otro, el proyecto requería de la utilización de software libre, fue necesario recurrir a métodos heurísticos.
4. Definición, implementación y desarrollo de algoritmos heurísticos. Existen muchos algoritmos sofisticados para el TSP, pero para alcanzar el objetivo de este trabajo ha sido necesario utilizar procedimientos sencillos que sean entendidos por los usuarios destinatarios de la herramienta. En concreto se han desarrollado dos procedimientos constructivos y un procedimiento de mejora. Estos algoritmos se han implementado en un lenguaje de programación de propósito general con licencia de código abierto.
5. Visualización de la herramienta. Una vez validadas las heurísticas implementadas, se desarrolló una interfaz que permite al usuario utilizar la herramienta de una forma muy sencilla.

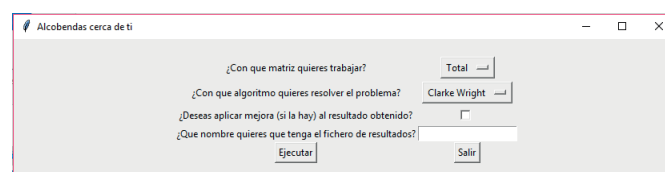


Figura 3. Herramienta *Alcobendas cerca de ti*. (Gómez-Chacón et al., 2019).

Así, seleccionando la categoría de nodos a visitar y el método de solución elegido, el sistema nos indica la mejor ruta a seguir en nuestro recorrido (Figura 4).

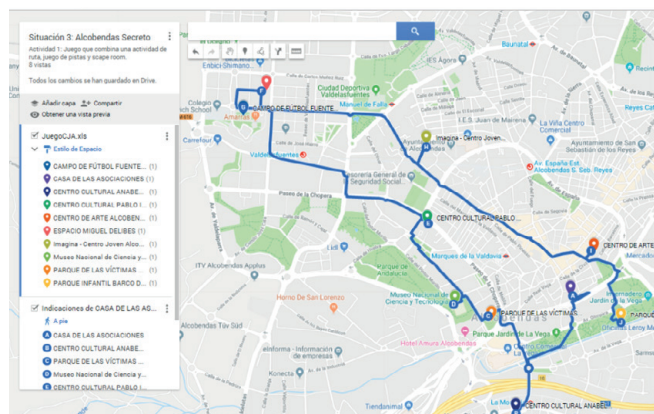


Figura 4. Mapa de resultados (Gómez-Chacón et al., 2019).

3.3. Aplicaciones de la herramienta: Alcobendas cerca de ti

Como elemento de validación del proyecto destacamos que todo el trabajo matemático y computacional realizado se ha trasladado a la práctica en varias situaciones reales mediante las siguientes aplicaciones:

- Situación 1. De asocia a asocia y tiro porque me toca, utilizada en el funcionamiento interno del CJA.
- Situación 2. Actividad de familias: día de Baden Powell, utilizada en actividades con otras asociaciones.
- Situación 3. Alcobendas Secreto, utilizada con jóvenes.

Además, en Febrero de 2019, en la asamblea extraordinaria del CJA y en presencia de profesionales del ayuntamiento se presentó la Herramienta “Alcobendas cerca de ti”, siendo un momento de *feedback* y de validación del proyecto (Figura 5).

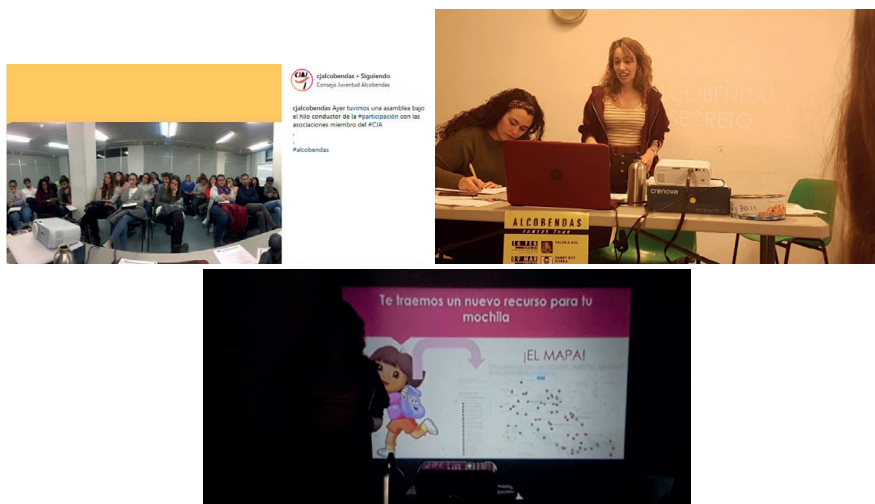


Figura 5. Presentación de la herramienta Alcobendas cerca de ti (Gómez-Chacón et al., 2019).

4. Evaluación de la experiencia ApS

La última de las fases de la metodología de ApS es la de *evaluación*. Es una fase de análisis y reflexión de forma cualificada sobre la experiencia desde dos dimensiones: la de aprendizaje y la de servicio. En el caso que se presenta, la estudiante es un observador participante en la evaluación, por ello se tendrá en cuenta en la evaluación *a posteriori* la triangulación de jueces (contraste de puntos de vista de la alumna con las directoras del TFG).

Para el análisis del aprendizaje de todo el proyecto se tuvo en cuenta tres categorías de competencias: específicas, transversales y propias del Aprendizaje-Servicio. A continuación, vamos a especificar solamente la evaluación de las referidas a competencias específicas en matemáticas y las del ApS (sec. 1.1 y 1.2).

4.1. Trayectoria de aprendizaje *a priori*: competencias específicas

La construcción de la Trayectoria Hipotética de Aprendizaje (THA) se ha realizado mediante el encadenamiento de las competencias específicas (Ver sección 1.2). Se ha tenido en cuenta que el carácter finalista del TFG supone evaluar las competencias en su nivel más alto, lo que conlleva que deba garantizarse que antes se hayan adquirido a un nivel inferior a lo largo de la carrera (Rullán et al., 2010). Por tanto, no vamos a analizar la obtención de cada una de las competencias, sino que, gracias a una adquisición previa durante los estudios de Ingeniería Matemática, esta práctica de ApS permite desarrollar el trabajo propuesto en su totalidad potenciando las competencias en un mayor grado.

Como hemos indicado en la sección 1.2 las competencias específicas que la alumna debe poner en juego están estrechamente vinculadas a la modelización del problema matemático que debe resolver. Por ello, para asignar el orden en el que se va a dar a cada competencia hemos seguido el ciclo tipificado para la modelización de un problema matemático (ver esquema en la Figura 1).

La THA inicial (*a priori*) diseñada se refleja en la Figura 6. Su representación cíclica se basa en el esquema de la Figura 1 y el encadenamiento se ha realizado según sea necesaria la competencia CE_i (con $i = 1, \dots, 7$) para poder avanzar en la modelización y resolución del problema real del proyecto ApS.

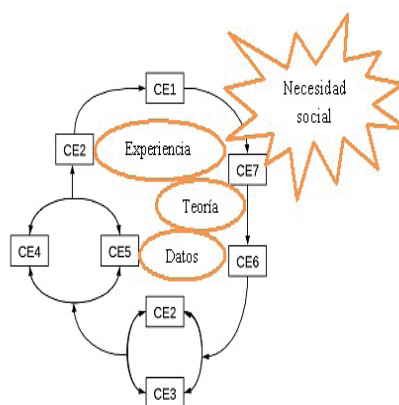


Figura 6. Competencias específicas THA inicial.

El ciclo comienza con el planteamiento de un problema que tiene un objetivo social y, para dar respuesta a esta necesidad, se realizará un servicio que potencia las competencias específicas matemáticas a través de una serie de tareas que se irán planteando a medida que se avanza en las etapas de la *realización* del ApS.

4.2. Grafo de aprendizaje *a posteriori*: competencias específicas

La formulación de THA *a posteriori*, aunque basada en un caso concreto, quiere ser una orientación para el acompañamiento de un o una estudiante en un TFG basado en la metodología ApS. La THA *a priori* (sec. 4.1) es contrastada con la experiencia real mediante una evaluación formativa a través de triangulación de jueces (contraste de puntos de vista de la alumna con las directoras del TFG) lo que ha generado una reformulación del ciclo y planteamiento inicial de acuerdo a los conocimientos previos, dificultades y decisiones en el proceso de modelado para este caso concreto: modelización matemática de rutas por vértices, en particular como un problema del Viajante (TSP).

En la Tabla 2 se recogen las dificultades con las que se ha ido encontrando la alumna (D_j con $j = 1, \dots, 16$) y las tareas asociadas para resolverlas (T_j con $j = 1, \dots, 16$).

Las modificaciones sobre la THA *a priori* se han realizado teniendo en cuenta las dificultades y las tareas planteadas para superarlas que han sustentado el recorrido en la progresión en la mejora de las competencias. Es la estudiante quien en este diseño adquiere un protagonismo esencial. Las tutoras a través de un proceso formativo evaluativo invitan a realizar a la estudiante una reflexión y revisión del proceso vivido. Se le solicita una reformulación mediante un nuevo grafo que exprese la trayectoria de aprendizaje real seguida (ver la Figura 7) y donde se especifique que competencias se han fortalecido y consolidado.

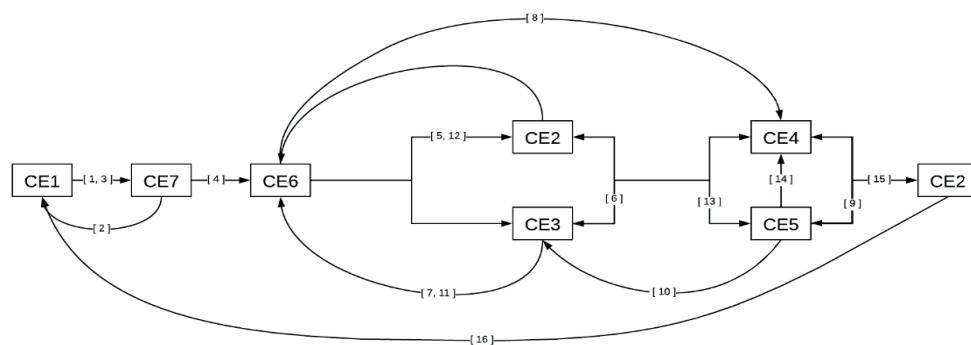
Tabla 2. Tabla dificultades-tareas en el desarrollo de la experiencia ApS.

Dificultad en el proceso de desarrollo		Tarea propuesta a realizar	
D1	Se pregunta si tiene sentido trabajar con la asociación y cómo puede ayudar matemáticamente	T1	Determina un servicio socialmente necesario y posible
D2	No encuentra cómo ayudar a la asociación	T2	Toma contacto de nuevo con alguna otra asociación que plantee un problema que se pueda resolver
D3	Se pregunta si tiene sentido trabajar con la asociación y cómo puede ayudar matemáticamente	T3	Determina un servicio socialmente necesario y posible
D4	No sabe cómo resolver el problema matemáticamente	T4	Busca cómo se puede resolver el problema planteado haciendo uso de recursos bibliográficos
D5	No sabe matematizar el problema	T5	Plantea el modelo matemático que resuelve el problema con la información sacada en la tarea 4
D6	No identifica los datos con los que trabajar	T6	Analiza los datos que se tiene y construye la matriz necesaria para resolver el problema

(Tabla 2, continúa en la página siguiente)

(Tabla 2, continúa de la página anterior)

Dificultad en el proceso de desarrollo		Tarea propuesta a realizar	
D7	No sabe hacer uso de las herramientas de EXCEL para mostrar y visualizar los datos de partida	T7	Investiga cómo se trabaja en las hojas de cálculo de EXCEL
D8	Se da cuenta que no es factible realizar las matrices a mano debido a la gran magnitud de datos con los que se trabaja	T8	Hacer uso de lo aprendido sobre EXCEL en la tarea 7 y construir las matrices de forma automática tomando los datos de distancias usando Google Maps
D9	Se bloquea a la hora de escoger el método de resolución	T9	Analizando las técnicas de resolución posibles, hacer en primer lugar uso de un método de resolución exacto con GAMS
D10	La asociación no sabe hacer uso del lenguaje de GAMS ni tiene licencia para poder manejar con gran cantidad de datos	T10	Analizando las técnicas de resolución posibles, buscar otras alternativas
D11	No sabe cómo resolver el problema matemáticamente	T11	Busca cómo se puede resolver el problema planteado haciendo uso de recursos bibliográficos
D12	No sabe matematizar el problema	T12	Plantea el algoritmo matemático heurístico que resuelve el problema con la información sacada en la tarea 11
D13	Se da cuenta que debe hacer uso de lenguajes libres y accesibles para un público no especializado	T13	Habiendo analizado las técnicas de resolución posibles, hacer en segundo lugar uso de un método de resolución heurístico en el lenguaje de PYTHON
D14	La devolución de los datos no es clara y atractiva para la asociación	T14	Hacer uso de una aplicación cotidiana que sea fácil y familiar para el público para mostrar y visualizar sobre un mapa los resultados (My Maps)
D15	Se han realizado muchos modelos y algoritmos para resolver el problema y no se sabe cuál es la más factible para el CJA	T15	Analizar todos los resultados obtenidos y dar la mejor solución al CJA
D16	Se plantea: ¿todo esto ha tenido sentido?	T16	Evalúa la experiencia con el CJA y pon en práctica los resultados finales para ver que propuestas de mejora se pueden plantear para un futuro

**Figura 7.** Reformulación de la THA en estudio de caso: competencias específicas.

Hacemos notar que para una adecuada lectura del grafo *a posteriori* se debe de tener en cuenta el siguiente significado:

Una vez realizada T_j se consigue potenciar CE_i y a su vez surge una nueva limitación o dificultad D_j para la cual nos planteamos una nueva T_j y de este modo, una vez resuelta la tarea, se consigue fortalecer otra capacidad CE_i . Así, sucesivamente.

Con $i = 1, \dots, 7$ y $j = 1, \dots, 16$.

En primer lugar, en este caso que se presenta, podemos afirmar que ha sido necesario para la realización del proyecto pasar por todas las competencias específicas a lo largo de la puesta en práctica. En algunos momentos, se han producido ciertas dificultades que, tras desarrollar nuevas tareas para resolverlas, han dado lugar a una mayor potenciación de la misma competencia. Así, como ejemplo, las tareas T5 y T12 han favorecido el logro de la competencia [CE2] "Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan".

Hacemos notar que la valoración de la competencia no está ligada al número de tareas realizadas, sino que según el enfoque de la de la metodología ApS se ha considerado la reflexión, asimilación y forma de actuar de la alumna, combinando las dimensiones cognitivas, actitudinales y comportamentales de la competencia y donde el trabajo metacognitivo ha sido clave.

Nuestro punto de partida de las competencias específicas fueron los conocimientos teóricos aprendidos por la estudiante a lo largo de la carrera. Se podría decir que se ha aprendido a:

- Proponer, analizar, validar e interpretar modelos... (CE2)
- Planificar la resolución de problemas... (CE3)
- Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos... (CE5)

Sin embargo, al realizar un planteamiento más dinámico de la competencia en una situación real de práctica se ha necesitado tener en cuenta otros factores que nos permiten constatar indicadores de su adquisición. Desde el primer momento, al tener que adaptarnos al público (comunidad receptora) con el que se estaba trabajando la estudiante ha tenido que reflexionar sobre ello y poder responder a las siguientes preguntas para avanzar:

- ¿Se están utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persiguen? (CE2)
- ¿Qué función tienen las herramientas que se disponen y las restricciones de tiempo y recursos? (CE3)
- ¿Se está utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado? (CE5)

El tiempo invertido en volver atrás en el ciclo y el trabajo 'extra' realizado ha hecho que la estudiante sea consciente del objetivo inicial y lo que el contexto le permitía integrar

para lograrlo. Hacemos notar estos movimientos de vuelta atrás como un indicador del trabajo de reflexión y metacognición llevado a cabo por parte de la alumna.

También, cabe mencionar que hay algunas tareas, por la naturaleza del trabajo, que han tenido mayor presencia durante su realización teniendo como punto común el lenguaje de programación en matemáticas, consiguiendo adaptarse desde el primer momento a lo que el Consejo de la Juventud de Alcobendas demandaba. En la experiencia se ha constatado que, si bien a lo largo de la carrera de un ingeniero matemático se estudian programas informáticos y lenguajes de programación para la resolución de problemas específicos, hay muchas otras herramientas a las que no se les da la suficiente importancia, pero facilitan y son igualmente válidas o capaces de llegar a un público más heterogéneo. Solo la motivación por aprender de la alumna y los conocimientos básicos de la estructura de programación bien fijados, hacen que sea capaz de indagar en otros lenguajes más comunes y solventar los problemas que se encontrará en su camino.

Otra dificultad a destacar, por lo que ha supuesto de impulso para generar un punto fuerte de aprendizaje, ha sido la recogida y validación de datos. Cuando realizamos ejercicios y problemas en clases formales en la Facultad de Matemáticas, los datos vienen dados. En este caso, en la vida real, nos ha sido difícil obtener los datos y además han exigido reajustes (por ejemplo, la construcción de la función preprocesadora). La necesidad de operar una validación de los datos con los programas realizados ha sido exigida por el entorno real, algo que en una situación de simulación en el aula no se realiza, dando por hecho esta validación. En el aprendizaje de la estudiante este ha sido uno de los elementos de contraste con las situaciones de aprendizaje de aula, la verdadera validación que te ofrece la realidad para el modelo teórico.

4.3. Propuesta de THA para futuras experiencias de desarrollo de ApS

Basados en la implementación de la propuesta, cabría sugerir una reformulación final para el grafo inicial *a priori* que sirva como base para futuras puestas en práctica de una experiencia ApS. En el caso que otro estudiante en situación de desarrollar un proyecto de ApS se evalúe sobre la THA inicial planteada *a priori* (ver Figura 6), le surgirán caminos que conducirán a nuevos bucles en su ciclo de modelado, Figura 8. Por tanto, su trayectoria de aprendizaje se asemejará más a la Figura 8 que a la Figura 6.

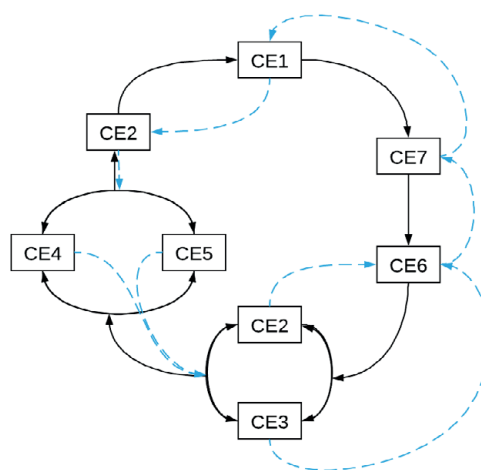


Figura 8. Propuesta final de THA: competencias específicas.

Lo que la experiencia nos ha hecho constatar son los espacios de reflexión asociados a cada etapa, los bucles de vuelta atrás que favorecen el logro de la competencia vienen propiciados por una tarea de reflexión y metacognitiva de conciencia del proceso vivido, que puede estar asociada a la reflexión o a la validación o a la resolución de un conflicto o dificultad que surja.

4.4. Evaluación de las competencias genéricas de Aprendizaje-Servicio

A continuación, se describe la evaluación de las competencias ApS más significativas en relación a las competencias específicas y desarrollo de tareas en la THA.

Particularmente significativo ha sido la evaluación formativa desarrollada a través de la THA, reforzando el grado de autonomía y la capacidad crítica y autocrítica de la alumna. Es de destacar en el caso que presentamos la reflexión realizada conjuntamente entre alumna y tutoras sobre logro de las competencias de ApS, considerando conjuntamente la interacción con las competencias específicas, el desarrollo de tareas y dificultades observadas. Tres competencias de ApS serían destacables para situaciones que se han producido en este proyecto y que consideramos podría ser generalizable a futuros proyectos matemáticos: la competencia instrumental de toma de decisiones, la competencia interpersonal de capacidad de trabajar en un equipo interdisciplinar y las competencias sistémicas de creatividad y de control de calidad.

En el proyecto que presentamos la relación de estas competencias ApS se ponen de manifiesto en las tareas integradas en al THA:

- Plantear la T7 “Investiga cómo se trabaja en las hojas de cálculo de EXCEL”, supuso antes poner en juego la competencia instrumental de “toma de decisiones” muy importante para el desarrollo futuro del trabajo.
- Tras la tarea T15 “Analizar todos los resultados obtenidos y dar la mejor solución al CJA”, surgieron problemas a la hora de validar la realidad con los modelos teóricos y algoritmos que teníamos. Luchar por la búsqueda de soluciones a estos problemas muestra la competencia sistémica de “preocupación por la calidad” del proyecto en la alumna.
- Desde la T2 “Toma de contacto de nuevo con alguna otra asociación que plantee un problema que se pueda resolver” y la T3 “Determinar un servicio socialmente necesario y posible” se tuvo que desarrollar la competencia instrumental “capacidad de trabajar en un equipo interdisciplinar”.

5. Discusión y conclusiones

El estudio presentado trata de cualificar la Metodología Aprendizaje-Servicio en la realización de proyectos ApS en el Grado de Ingeniería Matemática. Esta propuesta viene avalada por la experiencia que las autoras tienen desde 2012 y en particular por el estudio de caso descrito aquí, donde se aporta una caracterización específica del área de conocimiento en la que se lleva a cabo la Metodología ApS. El conocimiento específico aporta una cualificación que debe ser tomada en cuenta en los instrumentos de evaluación de la ApS, como son las competencias matemáticas específicas y los

modelos matemáticos. La herramienta THA conduce a una cuidadosa organización de las experiencias y cuestiones de indagación de los estudiantes para permitirles enfrentar la limitación del sentido común, superar los obstáculos epistemológicos inherentes a la progresión del conocimiento científico con respecto a conceptos y procedimientos matemáticos, y estructurar y conectar progresivamente sus conocimientos, incorporando las construcciones locales en una perspectiva socio-cultural más amplia.

Las THA pueden desempeñar en la realización del TFG un papel explicativo y predictivo a medida que incorpora el conocimiento de los estudiantes en la toma de decisiones educativas que integran la modelización real. El profesor puede anticipar y examinar la variedad de estrategias y conceptos erróneos de los estudiantes que están asociados con diferentes niveles de competencia en la trayectoria, teniendo en cuenta lo que estas estrategias o conceptos erróneos revelan sobre la comprensión matemática actual de los estudiantes. En concreto en la implementación futura de ApS se podría (a) modificar el grafo del objetivo de aprendizaje y usar el nuevo grafo de cara al diseño y modificación de tareas y a la evaluación de la actuación de los estudiantes; y (b) modificar el grafo de criterios de logro y la evaluación.

Hacemos notar que en el desarrollo de la competencia social es crucial la conexión con la comunidad y contexto que le rodea. Esto conlleva una tarea institucional por parte de la Universidad para precisar las metodologías que aborden y fomenten el desarrollo de la dimensión social de los alumnos. La metodología ApS ha resultado enriquecedora para el desarrollo de TFG porque se hace sobre situaciones complejas, de la vida real, no simuladas ni hipotéticas. El alumnado puede activar y aplicar sus conocimientos y habilidades de manera natural en estas situaciones, fortaleciendo la responsabilidad y el compromiso personal y profesional en la sociedad.

Por último, coincidimos con la observación planteada por Gellert (Gellert, 2008), la matemática ha impregnado gran parte de nuestras vidas, pero en general, no somos conscientes del impacto que tienen, ya que actúan mayormente de un modo invisible. En la mayoría de los casos no tenemos conciencia de las circunstancias bajo las cuales un modelo matemático específico se ha procesado, ni de las iteraciones detrás de su construcción. Además, la tecnología, incluyendo la tecnología social funciona como caja negra, y el usuario no necesita reflexionar sobre la matemática constitutiva de éstas. Pero esto no ocurre con el ApS. El desarrollo del servicio al CJA, no se ha limitado a crear la herramienta y dársela, sino que el usuario ha trabajado en esta realización siendo consciente de la matemática que había detrás en todo momento y dándole el valor que realmente se merece.

Agradecimientos

Esta investigación ha recibido apoyo del Proyecto Innova Docencia-214-2018 y 252-2019, Vicerrectorado de Calidad, Universidad Complutense de Madrid y del Proyecto europeo PLATINUM (2018-1-NO01-KA203-038887). También, nuestro agradecimiento a los estudiantes participantes

Referencias

- Anderson, J.B. (2003). Expanding the Paradigm: Students as Researchers in Service-Learning, en S.H. Billig y A.S. Waterman (eds.), *Studying Service-Learning. Innovations in Education Research Methodology*. (pp. 149-171). Mahwah, NJ: Erlbaum Associates.
- Applegate, D., Bixby, R., Vašek, C., Cook, W. (2007). *The Traveling Salesman Problem. A Computational Study*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Aramburuzabala, P., Opazo, H., García-Gutiérrez, J. (2015). *El Aprendizaje-Servicio en las universidades. De la iniciativa individual al apoyo institucional*. Madrid: Universidad Nacional de Educación a Distancia.
- Bassey, M. (1999). *Case study research in educational settings*. Buckingham: Open University Press.
- Blomhøj, M. (2004). Mathematical modelling - a theory for practice. In B. Clarke, D. Clark, D. Lambdin, F. Lester, G. Emanuelsson, B. Johansson, A. Walbym, K. Walby (Eds.), *International perspectives on learning and teaching mathematics* (pp. 145-160). Gothenburg: NCM, Gothenburg University.
- Carducci, O.M. (2014). Engaging Students in Mathematical Modeling through Service-Learning, *PRIMUS: Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies*, 24(4), 354-360. <https://doi.org/10.1080/10511970.2014.880862>
- De la Fuente, A. (2019). *Metodología aprendizaje y servicio aplicada a la construcción de modelos de optimización. Un caso práctico en matemáticas*. Trabajo Fin de Grado Ingeniería Matemática. Universidad Complutense de Madrid.
- García, M., Cotrina, M.J. (2015). Aprendizaje y Servicio (ApS) en la formación del profesorado: Haciendo efectiva la responsabilidad social y el compromiso ético. *Profesorado*, 19(1), 1-6.
- García, M., Sánchez, L. (2017). El aprendizaje servicio y el desarrollo de las competencias emocionales en la formación inicial del profesorado. *Contextos Educativos. Revista de Educación*, 20, 127-145. <https://doi.org/10.18172/con.2991>
- Gellert, U. (2008). Matematización y desmatematización. *Matematicalia*, 4(1), 10-20.
- Giles, D.E., Eyler, J. (1994). The Theoretical Roots of Service-Learning in John Dewey: Toward a Theory of Service-Learning. *Michigan Journal Community Service Learning*, 1(1), 77-85.
- Gómez, P., González, M., Romero, I. (2014). Caminos de aprendizaje en la formación de profesores de matemáticas: objetivos, tareas y evaluación. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado*, 18(3), 319-338.
- Gravemeijer, K. (2004). Local instruction theories as means of support for teachers in reform mathematics education. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 105-128. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0602_3
- Hadlock, C. (2005). *Mathematics in Service to the Community*. Washington, DC: Mathematics Association of America.

- Martínez Costa, S., Formoso Barro, F., Sanjuán Pérez, A. (2017). Efectos y proceso de la metodología de aprendizaje-servicio en comunicación audiovisual. *IJERI: International Journal of Educational Research and Innovation*, 9, 72-89.
- Lucas, S., Martínez-Odría, A. (2012). La implantación y difusión del Aprendizaje-Servicio en el contexto educativo español. Retos de futuro de una metodología de enseñanza-aprendizaje para promover la innovación en la Educación Superior. Comunicación presentada en el VII CIDUI: *La universidad: una institución de la sociedad*, celebrado en Barcelona los días 4-6 de julio.
- PRIMUS (2013). *PRIMUS: Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies*, 23(6): Special Issue on Service-Learning in Mathematics. <https://doi.org/10.1080/10511970.2013.775979>
- Puig, J.M., Batlle, R., Bosch, C., Palos, J. (2006). *Aprenentatge-servei. Educar per a la ciutadania*. Barcelona: Octaedro.
- Rodríguez Gallego, M.R. (2014). El aprendizaje-servicio como estrategia metodológica en la universidad. *Revista Complutense de Educación*, 25(1), 95-113. https://doi.org/10.5209/rev_RCED.2014.v25.n1.41157
- Rullán, M., Fernández, M., Estapé, G., Márquez, M.D. (2011). La evaluación de competencias transversales en la materia trabajos fin de grado. Un estudio preliminar sobre la necesidad y oportunidad de establecer medios e instrumentos por ramas de conocimiento. *REDU, Revista de Docencia Universitaria, [S.l.]*, 8(1), 74-100. <https://doi.org/10.4995/redu.2010.6218>
- Simon, M.A (1995). Reconstructing Mathematics Pedagogy from a Constructivist Perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 114-145. <https://doi.org/10.2307/749205>
- Skovsmose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Dordrecht: Kluwer. <https://doi.org/10.1007/978-94-017-3556-8>
- Wilson, P.H., Sztajn, P., Edgington, C. (2013). Designing professional learning tasks for mathematics learning trajectories. *PNA*, 7(4), 133-141.
- Ruiz Corbella, M., García-Gutiérrez, J. (Eds.) (2018). *Aprendizaje-Servicio: los retos de la evaluación*. Madrid: Narcea.