CIENCIA Y SOCIEDAD
Volumen XXXV, Número 3
Julio-Septiembre 2010

INTENSIDAD DE LOS VIENTOS EN LAS SALINAS, BANÍ

(Wind intensity in Las Salinas, Baní)

José Antonio Scott*
Máximo Antonio Campusano**

RESUMEN
La combinación de varias características del viento ayudan a determinar el potencial eólico en una zona determinada. Factores tales como la velocidad promedio anual y mensual del viento y los patrones de viento diurnos y nocturno influyen en la decisión de seleccionar un área para un proyecto eólico. En general, si la velocidad promedio del viento es de 7 m/s o más a la altura de la turbina, el recurso eólico de tales zonas es adecuado para la instalación de parques eólicos que vayan conectados a la red. Algunas zonas con velocidad promedio anual de los vientos entre 6 y 7 m/s pueden ser adecuadas también para la conexión a la red. En las zonas en donde la velocidad promedio anual de los vientos oscila entre 5 y 6 m/s, procede desarrollar aplicaciones rurales de aprovechamiento del recurso eólico.

En este artículo se presentan los resultados de las mediciones de los vientos en la zona de Las Salinas de Baní, República Dominicana.

PALABRAS CLAVES
Vientos, energía eólica, Salinas Baní, turbinas, anemómetros.

* Área de Ciencias Básicas y Ambientales, Instituto Tecnológico de Santo Domingo (INTEC), República Dominicana.
E-mail: jscott@intec.edu.do

** Área de Ciencias Básicas y Ambientales, Instituto Tecnológico de Santo Domingo (INTEC), República Dominicana.
E-mail: mcampu@intec.edu.do

ABSTRACT

The combination of several features of the wind,determine the wind potential in a given area. Factors such as average monthly and annnual speed and wind patterns for the day and for the night, influence in the decision to select an area for a wind project. In general, if the average wind speed is 7 m / s or more at the height of the turbine, the wind resource areas are suitable for the installation of wind farms to be connected to the electric network. Some areas with average annual speed of winds between 6 and 7 m / s may be suitable also for network connection. In areas where the average speed of winds ranges between 5 and 6 m / s, it can be developed as a rural individual resource.

This article presents the results of measurements of winds in the area of Las Salinas de Bani, Dominican Republic. The content of this work may be the basis for thinking about building turbines in that area, towards the attainment of electric power.

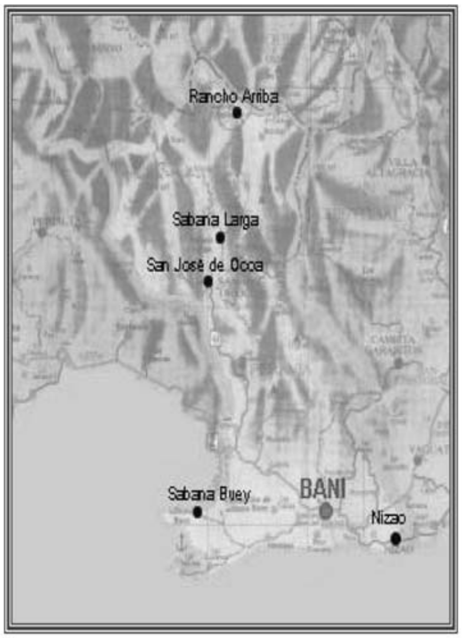
KEY WORDS

Wind, wind energy, Salinas Baní, turbines, anemometers.

Control de Calidad

a. Tema

***Intensidad de los Vientos en Las Salinas, Baní*.**



Objetivos

- **Generales**
    - Determinar el potencial eólico en la zona de Las Salinas, Baní.
- **Específicos**
    - Determinar la distribución de probabilidad de la intensidad de los vientos.
    - Calcular los parámetros de la distribución de probabilidades.

- Determinar la densidad de la potencia de la energía eólica en la zona estudiada.
- Calcular la variación de la velocidad horizontal de los vientos con la altura.

b. Introducción

La zona de Las Salinas, Baní, está ubicada en la costa sur de la República Dominicana en una especie de península que se encuentra bien expuesta a los vientos del mar que, por lo general, soplan del este. (Ver Atlas).

Ubicación Geográfica

La torre de medición con los tres anemómetros se encuentra localizada en el punto geográfico cuyas coordenadas escribimos a continuación:

18°, 13.620 N

70°, 32.901 W

30 m de altura sobre el nivel del mar

y a unos 10 m de la costa, en Las Salinas, Baní.

c. Estadística Descriptiva

- **Muestras Aleatorias IID**

Utilizamos un conjunto de muestras tomadas aleatoriamente, por un anemómetro, que representan las diferentes velocidades de los vientos en la zona de estudio: Las Salinas, Baní.

Tamaño de la muestra
n = 32, 027 datos

- **Tabla de Frecuencias**

La tabla de frecuencias es una técnica para estudiar los conjuntos numéricos en grupos o clases, especificando las características de interés.

A continuación se presenta la tabla de frecuencias para la muestra de velocidades:

Cálculo del Número de Clases:

N = 1 + 3.322 Log n, donde n es el tamaño de la muestra
N = 1 + 3.322 Log (32,027) = 15.97 ≈ **16**

Longitud de la Clase:

L = (Valor Mayor - Valor Menor) / Numero de Clases.
L = (18.71 - 0) / 16 = **1.17**

Clases	Intervalos	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa f(x)	Frecuencia relativa acumulada %	Margen de clase x
1	0 - 1.17	1423	0.0444	0.0444	0.59
2	1.17 - 2.34	2717	0.0848	0.1292	1.76
3	2.34 - 3.52	4221	0.1318	0.2610	2.93
4	3.52 - 4.69	3815	0.1191	0.3801	4.10
5	4.69 - 5.86	3639	0.1136	0.4937	5.27
6	5.86 - 7.03	3519	0.1099	0,6036	6.44
7	7.03 - 8.20	3284	0.1025	0.7061	7.62
8	8.20 - 9.37	2977	0.0930	0.7991	8.79
9	9.37 - 10.55	2576	0.0804	0.8791	9.96
10	10.55 - 11.72	2114	0.0660	0.9451	11.13
11	11.72 - 12.89	1113	0.0348	0.9799	12.30
12	12.89 - 14.06	468	0.0146	0.9945	13.48
13	14.06 - 15.23	117	0.0037	0.9982	14.65
14	15.23 - 16.40	33	0.0010	0.9992	15.82
15	16.40 - 17.58	6	0.0002	0.9994	16.99
16	17.58 - 18.75	5	0.0002	1.0000	18.16
	Total	**32027**			

- **Medidas de Tendencia Central**

- **Media**

La media representa el promedio del conjunto de datos. Se define como la suma de los valores observados dividido entre el tamaño de la muestra.

Para datos agrupados en clases se define como:

$$E(x) = \sum xf(x) = 6.1911$$

Clases	Frecuencia Relativa f(x)	Margen Clase x_i	Valor esperado E(x)
1	0.0444	0.59	0.03
2	0.0848	1.76	0.15
3	0.1318	2.93	0.39
4	0.1191	4.10	0.49
5	0.1136	5.27	0.60
6	0.1099	6.44	0.71
7	0.1025	7.62	0.78
8	0.0930	8.79	0.82
9	0.0804	9.96	0.80
10	0.0660	11.13	0.73
11	0.0348	12.30	0.43
12	0.0146	13.48	0.20
13	0.0037	14.65	0.05
14	0.0010	15.82	0.02
15	0.0002	16.99	0.00
16	0.0002	18.16	0.00
	E(x)		**6.1911**

- Moda

La moda es el valor de la variable que presenta mayor frecuencia absoluta. Puede haber más de una. Cuando los datos están agrupados en clases se puede tomar la marca de clase o utilizar la fórmula siguiente:

$$M_0 = L_{\inf} + \Delta\left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right) = 0$$

Donde:

L_{inf} = límite inferior de la clase modal

Δ = amplitud del intervalo

d_1 = diferencia entre f_i de la clase modal y la f_i de la clase anterior

d_2 = diferencia entre f_i de la clase modal y la f_i de la clase posterior

- Mediana

La mediana es el valor de la variable tal que el número de observaciones menores que él es igual al número de observaciones mayores que él.

Cuando los datos están agrupados, la mediana viene dada por el primer valor de la variable cuya F_i excede a la mitad del número de datos. Si la mitad del número de datos coincide con F_i se tomará la semisuma entre este valor y el siguiente.

Cuando los datos estén agrupados en clases se puede utilizar reglas de tres o la fórmula:

$$Md = L_i + \Delta\left(\frac{\frac{n}{2} - f_{acum(i-1)}}{f_{mediana}}\right) = 5.92$$

Donde:

Md = Mediana.

Li = Limite inferior o frontera inferior de donde se encuentra la mediana, la forma de calcularlo es a través de encontrar la posición$^{n/2}$. En ocasiones el intervalo donde se encuentra la mediana se conoce como intervalo mediano.

n = Número de observaciones o frecuencia total.
$f_{acum(i-1)}$ = Frecuencia acumulada anterior al intervalo mediano.
$f_{mediana}$ = Frecuencia del intervalo mediano.
A = Amplitud del intervalo en el que se encuentra la mediana.

- **Medidas de Variabilidad / Disposición**

  - **Varianza y Desviación Estándar**

Varianza:

Es la sumatoria del margen de la clase al cuadrado por la frecuencia relativa, menos la media al cuadrado.

$$Var(x) = \sum\left[X^2 f(x)\right] - \left[E(x)\right]^2 = 11.1525 m^2/s^2$$

Desviación Estándar:

Es la raíz cuadrada positiva de la varianza.

$$d.e.(x) = \sqrt{\operatorname{var}(x)} = 3.34 m/s$$

- **Recorrido Interdecil**

Indica la dispersión de las observaciones con valores entre los percentiles de 0.9 menos el de 0.1.

Recorrido Interdecil = $\mathbf{P_{0.9} - P_{0.1}}$
= 10.870 - 2.050
= **8.820 m/s**

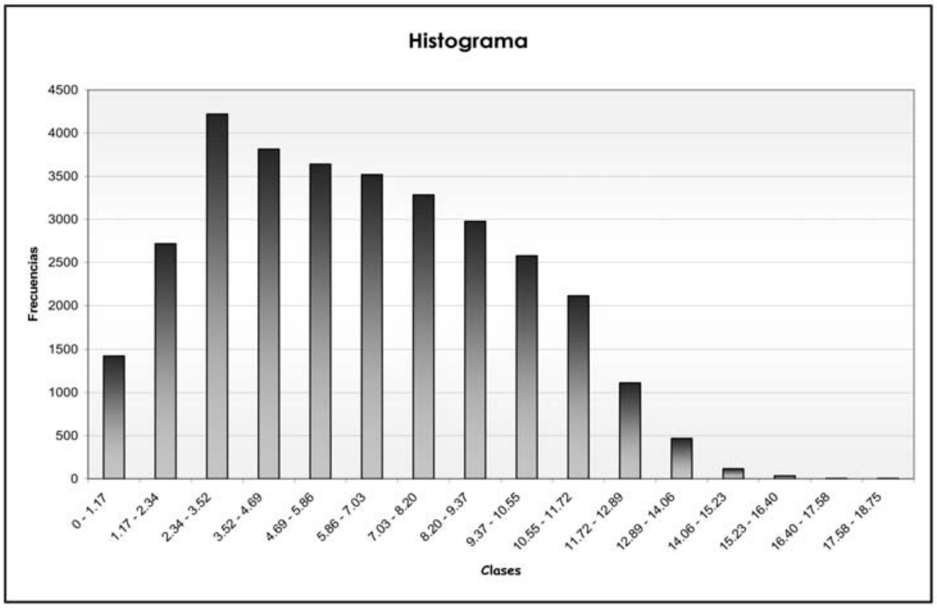
- **Recorrido Intercuartil**

Refleja la variabilidad de las observaciones comprendida entre los percentiles 0.75 y 0.25.

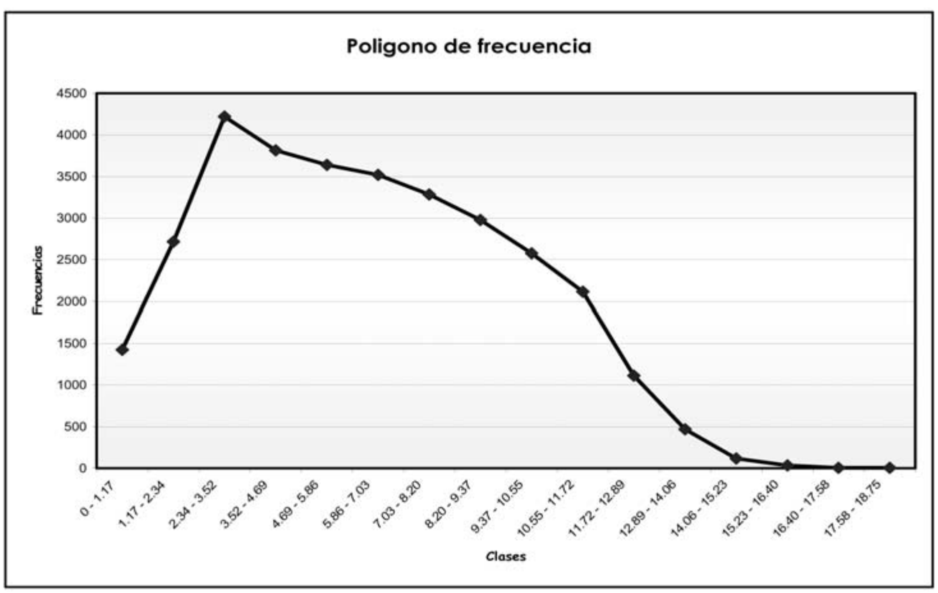
Recorrido Intercuartil **=** $\mathbf{P_{0.75} - P_{0.25}}$
= 8.730- 3.430
= 5.300 m/s

- **Gráficas**

  - **Histograma**



  - **Polígono de Frecuencia**

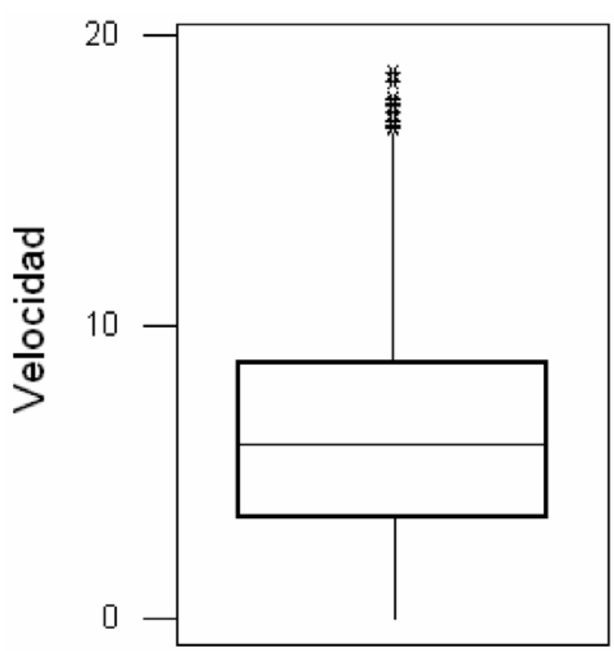


- **Diagrama de caja y extensión**

Este gráfico resume información tanto de localización como de dispersión y utiliza, para ello los datos del mínimo, los tres cuartiles y el máximo.

Utilizando los cuartiles obtenidos de la muestra:

Q1 = 3.65
Q2 = 6.52
Q3 = 9.28
Q4 = 18.71



- **Formulación de las Hipótesis**

  - **Distribución de Probabilidades**

    H_0: X posee una distribución Normal
    H_1: X no posee una distribución Normal

Parámetros

Si nuestra muestra de datos responde a una distribución de probabilidad Normal, los parámetros a estimar serán **μ** y **σ.**

- **Distribución de Probabilidades**

H_0: X posee una distribución Weibull.

H_1: X no posee una distribución Weibull.

Parámetros

Si nuestra muestra de datos responden a una distribución de probabilidad Weibull, los parámetros a estimar serán **α** y **θ.**

- **Estadística Inferencial**

Prueba de Hipótesis Chi-Cuadrada

Esta prueba se utiliza para determinar si una población tiene una distribución teórica específica. Se basa en qué tan buen ajuste tenemos entre la frecuencia de ocurrencia de las observaciones de una muestra obtenida y las frecuencias esperadas que se obtienen a partir de la distribución hipotética.

- **Hipótesis a probar:**

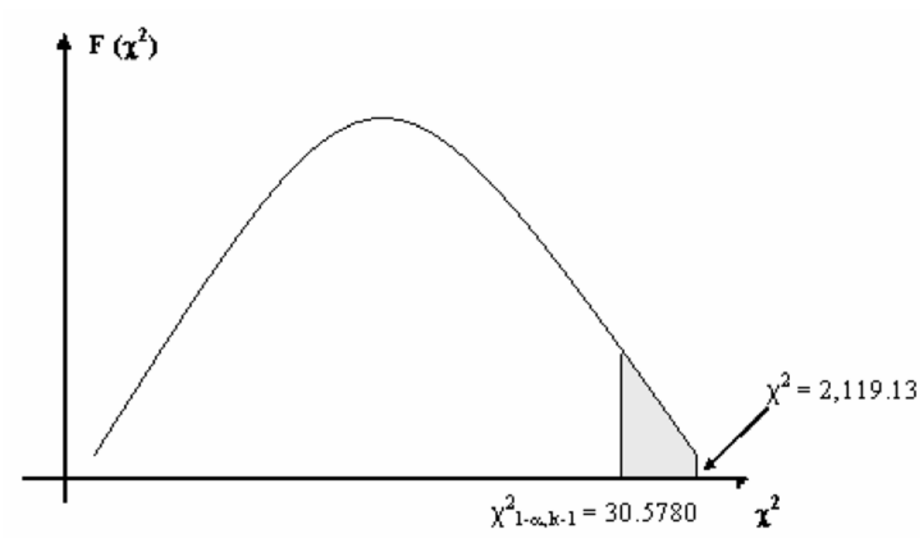
H_0: X posee una distribución Normal

H_1: X no posee una distribución Normal

Utilizando la tabla de frecuencias y aplicando el método Chi-Cuadrado:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\theta - e_i)^2}{e_i}$$

Clases	Intervalos	F(x)	e_i	Chi-cuadrado
1	0 - 1.17	0.03454	1106.263	90.6855
2	1.17 - 2.34	0.05822	1864.495	389.7916
3	2.34 - 3.52	0.08686	2781.866	744.5030
4	3.52 - 4.69	0.11473	3674.409	5.3793
5	4.69 - 5.86	0.13415	4296.493	100.6162
6	5.86 - 7.03	0.13887	4447.533	193.8542
7	7.03 - 8.20	0.12726	4075.700	153.7868
8	8.20 - 9.37	0.10324	3306.448	32.8256
9	9.37 - 10.55	0.07414	2374.638	17.0749
10	10.55 - 11.72	0.04714	1509.761	241.8291
11	11.72 - 12.89	0.02653	849.745	81.5574
12	12.89 - 14.06	0.01322	423.383	4.7018
13	14.06 - 15.23	0.00583	186.741	26.0458
14	15.23 - 16.40	0.00228	72.914	21.8491
15	16.40 - 17.58	0.00079	25.202	14.6307
16	17.58 - 18.75	0.00024	7.711	0.9534
			TOTAL	**2,119.13**



Según podemos observar, el valor de χ^2 es **2,119.13**, mientras que el percentil χ^2 con un intervalo de confianza de 99% y con grado de libertad k – 1 = **15**, tenemos que χ^2 **0.99, 15** es igual a **30.5780**.

Conclusión: Se rechaza la hipótesis nula, ya que $\chi^2 > \chi^2$ 1-a, k-1 por lo tanto la muestra **no está normalmente distribuida.**

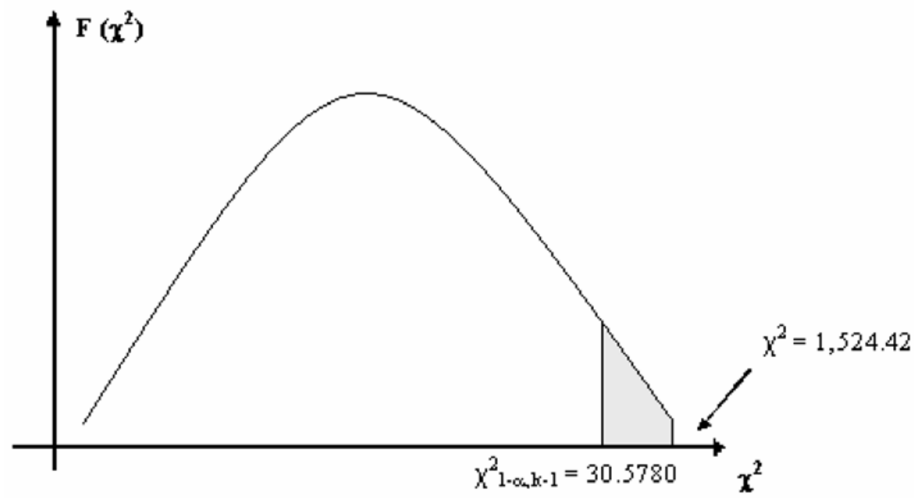
- **Hipótesis a probar:**

H_0: X posee una distribución Weibull.
H_1: X no posee una distribución Weibull

Utilizando la tabla de frecuencias y aplicando el método Chi-Cuadrado:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\theta - e_i)^2}{e_i}$$

Clases	Intervalos	F(x)	e_i	Chi-cuadrado
1	0 - 1.17	0.03135	1003.915	174.9478
2	1.17 - 2.34	0.08304	2659.620	1.2380
3	2.34 - 3.52	0.11904	3812.532	43.7625
4	3.52 - 4.69	0.13740	4400.516	77.9066
5	4.69 - 5.86	0.13900	4451.653	148.3506
6	5.86 - 7.03	0.12739	4080.022	77.1432
7	7.03 - 8.20	0.10755	3444.574	7.4854
8	8.20 - 9.37	0.08445	2704.623	27.4306
9	9.37 - 10.55	0.06205	1987.125	174.5105
10	10.55 - 11.72	0.04283	1371.813	401.5434
11	11.72 - 12.89	0.02787	892.503	54.4748
12	12.89 - 14.06	0.01712	548.450	11.8008
13	14.06 - 15.23	0.00996	318.877	127.8054
14	15.23 - 16.40	0.00548	175.655	115.8543
15	16.40 - 17.58	0.00287	91.776	80.1683
16	17.58 - 18.75	0.00142	45.523	36.0720
			TOTAL	**1,524.42**



Según podemos observar, el valor de χ^2 es **1,524.42**, mientras que el percentil χ^2 con un intervalo de confianza de 99% y con grado de libertad k - 1 = 15, tenemos que 2 0.99, 15 es igual a 30.5780.

Conclusión: Se rechaza la hipótesis nula, ya que $\chi^2 > \chi^2$ **1-α, k-1** por lo tanto la muestra no posee una distribución Weibull.

Distribución de la población

A pesar de los resultados arrojados por la prueba Chi-Cuadrada, hemos decidido asumir que la población posee una **Distribución Weibull**, ya que de las dos pruebas realizadas es la que tiene el menor grado de error.

- **Estimación de Parámetros**

Dado que nuestra muestra corresponde a una población de distribución de probabilidad **Weibull**, los parámetros a estimar serán **α y θ.**

Método de Máxima Verosimilitud

La función de densidad correspondiente será:

$$f(x;\alpha,\theta)=\frac{\alpha}{\theta^{\alpha}}X^{\alpha-1}e^{-\left(\frac{X}{\theta}\right)^{\alpha}}$$

<u>Primer paso</u>:

$$L[f(x)]=f(x_1)f(x_2)...f(x_n)$$

$$L[f(x)]=\frac{\alpha}{\theta^{\alpha}}X_1^{\;\alpha-1}e^{-\left(\frac{X_1}{\theta}\right)^{\alpha}}.\frac{\alpha}{\theta^{\alpha}}X_2^{\;\alpha-1}e^{-\left(\frac{X_2}{\theta}\right)^{\alpha}}...\frac{\alpha}{\theta^{\alpha}}X_n^{\;\alpha-1}e^{-\left(\frac{X_n}{\theta}\right)^{\alpha}}$$

$$L[f(x)]=\left(\frac{\alpha}{\theta^{\alpha}}\right)^{n}\prod_{i=1}^{n}X^{\alpha-1}e^{\frac{-1}{\theta^{\alpha}}\sum_{i=1}^{n}X_i^{\alpha}}$$

<u>Segundo paso</u>:

$$\ln L[f(x)]=n(\ln\alpha-\alpha\ln\theta)+(\alpha-1)\ln\prod_{i=1}^{n}X_i-\frac{1}{\theta^{\alpha}}\sum_{i=1}^{n}X_i^{\alpha}$$

<u>Tercer paso</u>:

Ya que necesitamos estimar dos parámetros, debemos derivar la expresión anterior respecto a cada parámetro, igualar a cero cada ecuación y resolver el sistema de ecuaciones para cada variable.

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\ln L[f(x)]=\frac{-n\alpha}{\theta}+\frac{\alpha\sum_{i=1}^{n}X_i^{\alpha}}{\theta^{\alpha+1}}=0$$

$$\frac{\partial}{\partial\alpha}\ln L[f(x)]=\frac{n}{\alpha}-n\ln\theta+\ln\prod_{i=1}^{n}X_i-\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i^{\alpha}\left[\ln(\sum_{i=1}^{n}X_i)-\ln\theta\right]}{\theta^{\alpha}}=0$$

Debido a la complejidad de este sistema de ecuaciones, utilizamos el **Solver de Microsoft Excel**, el cual realiza una serie de iteraciones hasta encontrar los valores de α y θ que satisfacen ambas ecuaciones; el resultado arrojado por el programa es que este sistema no es **consistente**, es decir, que no existen valores de los parámetros que simultáneamente hagan cero las ecuaciones. Por lo tanto, se descarta este método para estimar los parámetros de esta distribución.

- Método de los momentos

La función de densidad correspondiente será:

$$f(x;\alpha,\theta) = \frac{\alpha}{\theta^{\alpha}} X^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{X}{\theta}\right)^{\alpha}}$$

$$E(X) = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

$$\boxed{\begin{aligned} U &= \left(\frac{X}{\theta}\right)^{\alpha} \\ U^{\frac{1}{\alpha}} &= \frac{X}{\theta} \\ X &= U^{\frac{1}{\alpha}}\theta \\ dX &= \frac{1}{\alpha} U^{\frac{1}{\alpha}-1} \theta dU \end{aligned}}$$

$$\int X * F(X) dx = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

$$\int_0^{\infty} X \frac{\alpha}{\theta^{\alpha}} X^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{X}{\theta}\right)^{\alpha}} dx = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

$$\frac{\alpha}{\theta^{\alpha}} \int_0^{\infty} X^{\alpha} e^{-\left(\frac{X}{\theta}\right)^{\alpha}} dx = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

$$\boxed{\Gamma(n+1) = \int_0^{\infty} U^{n} e^{-U} dU}$$

$$\theta \int_0^{\infty} U^{\frac{1}{\alpha}} e^{-U} du = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

$$\theta \Gamma\left(\frac{1}{\alpha}+1\right) = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

$$Var(X) = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - X)^2}{n-1}$$

$$\int X^2 * F(X)dx = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - X)^2}{n-1}$$

$$\boxed{\begin{aligned} &U = \left(\frac{X}{\theta}\right)^{\alpha} \\ &U^{\frac{1}{\alpha}} = \frac{X}{\theta} \\ &X = U^{\frac{1}{\alpha}}\theta \\ &dX = \frac{1}{\alpha}U^{\frac{1}{\alpha}-1}\theta dU \end{aligned}}$$

$$\int_0^{\infty} X^2 \frac{\alpha}{\theta^{\alpha}} X^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{X}{\theta}\right)^{\alpha}} dx = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - X)^2}{n-1}$$

$$\frac{\alpha}{\theta^{\alpha}} \int_0^{\infty} X^{\alpha+1} e^{-\left(\frac{X}{\theta}\right)^{\alpha}} dx = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - X)^2}{n-1}$$

$$\theta^2 \int_0^{\infty} U^{\frac{2}{\alpha}} e^{-U} du = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - X)^2}{n-1}$$

$$\boxed{\Gamma(n+1) = \int_0^{\infty} U^n e^{-U} dU}$$

$$\theta^2\left[\Gamma\left(\frac{2}{\alpha}+1\right) - \Gamma^2\left(\frac{1}{\alpha}+1\right)\right] = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - X)^2}{n-1}$$

Estas son las ecuaciones resultantes:

$$\theta\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}+1\right)=\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i}{n}$$

$$\theta^2\left[\Gamma\left(\frac{2}{\alpha}+1\right)-\Gamma^2\left(\frac{1}{\alpha}+1\right)\right]=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2}{n-1}$$

Como podemos apreciar este sistema de ecuaciones presenta cierta complejidad, por esta razón utilizamos el **Solver de Microsoft Excel**, el cual realiza una serie de iteraciones hasta encontrar los valores de y que satisfacen ambas ecuaciones.

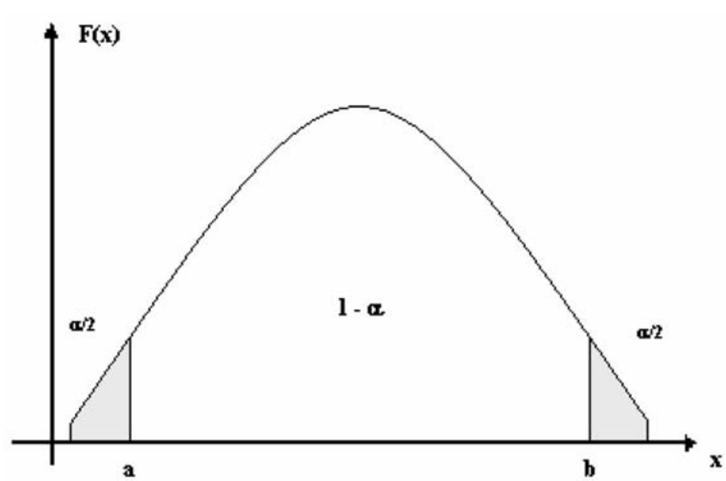
Los valores de los parámetros son:

$$\alpha = 1.9314$$

$$\theta = 6.9803$$

- **Intervalos de confianza**

Esperanza matemática de Weibull E(x)



$$\boxed{\begin{aligned}&1-\alpha = 0.99\\&\alpha = 0.01\\&\frac{\alpha}{2} = 0.005\\&1-\frac{\alpha}{2} = 0.995\end{aligned}}$$

$$P(a < E(x) < b) = 1-\alpha$$

$$P(E(x) < b) - P(E(x) \leq a) = 1-\alpha$$

$$P(E(x) < b) = 1-\frac{\alpha}{2}$$

$$\int_0^b \frac{\alpha}{\theta^\alpha} X^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{X}{\theta}\right)^\alpha} dx = 1-\frac{\alpha}{2}$$

$$\frac{\alpha}{\theta^\alpha}\int_0^b X^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{X}{\theta}\right)^\alpha} dx = 1-\frac{\alpha}{2}$$

$$\boxed{\begin{aligned}&U = \left(\frac{X}{\theta}\right)^\alpha\\&U^{\frac{1}{\alpha}} = \frac{X}{\theta}\\&X = U^{\frac{1}{\alpha}}\theta\\&dX = \frac{1}{\alpha}U^{\frac{1}{\alpha}-1}\theta dU\end{aligned}}$$

$$\frac{\alpha}{\theta^\alpha}\int_0^b \left(u^{\frac{1}{\alpha}}\theta\right)^{\alpha-1} e^{-u}\left[\frac{1}{\alpha}u^{\frac{1}{\alpha}-1}\theta\right]du = 1-\frac{\alpha}{2}$$

$$\int_0^b e^{-u}\,du = 1-\frac{\alpha}{2}$$

$$1-e^{-\left(\frac{b}{\theta}\right)^\alpha} = 1-\frac{\alpha}{2}$$

$$\ln\left(e^{-\left(\frac{b}{\theta}\right)^\alpha}\right) = \ln\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$\boxed{b = 16.5500}$$

$$-\left(\frac{b}{\theta}\right)^\alpha = \ln\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$b_{21} = \theta\left[-\ln\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right]^{\frac{1}{\alpha}}$$

$$P\left(E(x) \le a\right) = \frac{\alpha}{2}$$

$$\int_0^a \frac{\alpha}{\theta^\alpha} X^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{X}{\theta}\right)^\alpha} dx = \frac{\alpha}{2}$$

$$\frac{\alpha}{\theta^\alpha} \int_0^a X^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{X}{\theta}\right)^\alpha} dx = \frac{\alpha}{2}$$

$$\boxed{\begin{aligned} U &= \left(\frac{X}{\theta}\right)^\alpha \\ U^{\frac{1}{\alpha}} &= \frac{X}{\theta} \\ X &= U^{\frac{1}{\alpha}}\theta \\ dX &= \frac{1}{\alpha} U^{\frac{1}{\alpha}-1} \theta dU \end{aligned}}$$

$$\frac{\alpha}{\theta^\alpha} \int_0^a \left(u^{\frac{1}{\alpha}}\theta\right)^{\alpha-1} e^{-u} \left[\frac{1}{\alpha} u^{\frac{1}{\alpha}-1} \theta\right] du = \frac{\alpha}{2}$$

$$\int_0^a e^{-u} du = \frac{\alpha}{2}$$

$$1 - e^{-\left(\frac{a}{\theta}\right)^\alpha} = \frac{\alpha}{2}$$

$$\ln\left(e^{-\left(\frac{b}{\theta}\right)^\alpha}\right) = \ln\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$$

$$\boxed{a = 0.4499}$$

$$-\left(\frac{a}{\theta}\right)^\alpha = \ln\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$$

$$a = \theta\left[-\ln\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)\right]^{\frac{1}{\alpha}}$$

$$\boxed{0.4499 < E(x) < 16.5500}$$

Varianza de Weibull Var (x)

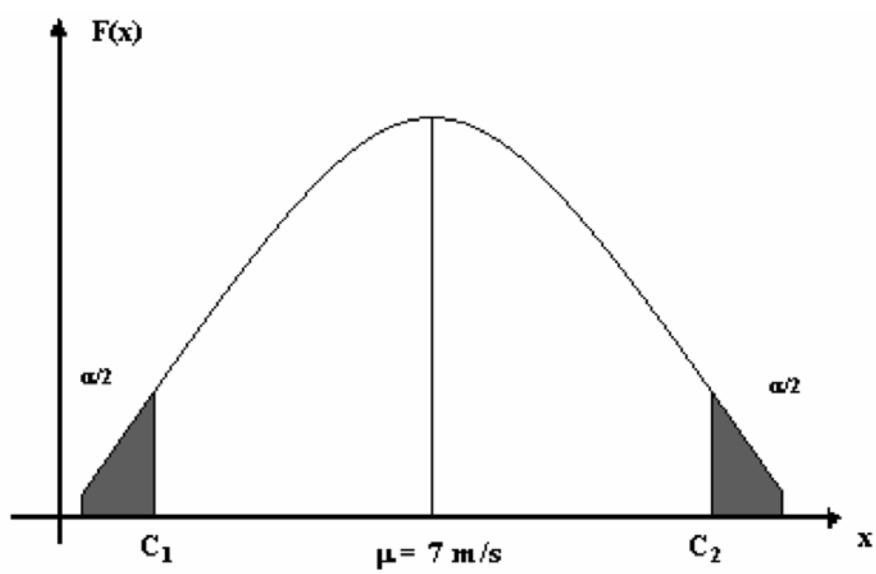
Los intervalos de confianza para la varianza de Weibull no pueden ser determinados, ya que no existe una función que defina la varianza cuando los datos responden a tal distribución.

- **Prueba de hipótesis a los parámetros**

H_0: $\mu = 7$ m/s
H_1: $\mu \neq 7$ m/s

Método del valor crítico

Gráfica



Cálculo de C_1

$$P(X < C_1 / \alpha = 2, \theta = 7) = \frac{\alpha}{2}$$

$$\boxed{\begin{aligned} U &= \left(\frac{X}{\theta}\right)^{\alpha} \\ U^{\frac{1}{\alpha}} &= \frac{X}{\theta} \\ X &= U^{\frac{1}{\alpha}}\theta \\ dX &= \frac{1}{\alpha}U^{\frac{1}{\alpha}-1}\theta dU \end{aligned}}$$

$$\int_0^{C_1} \frac{\alpha}{\theta^{\alpha}} X^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{X}{\theta}\right)^{\alpha}} dx = \frac{\alpha}{2}$$

$$\frac{\alpha}{\theta^{\alpha}} \int_0^{C} X^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{X}{\theta}\right)^{\alpha}} dx = \frac{\alpha}{2}$$

$$\frac{\alpha}{\theta^{\alpha}} \int_0^{C_1} \left(u^{\frac{1}{\alpha}}\theta\right)^{\alpha-1} e^{-u} \left[\frac{1}{\alpha} u^{\frac{1}{\alpha}-1} \theta\right] du = \frac{\alpha}{2}$$

$$\int_0^{C_1} e^{-u} du = \frac{\alpha}{2}$$

$$1 - e^{-\left(\frac{C_1}{\theta}\right)^{\alpha}} = \frac{\alpha}{2}$$

$$\ln\left(e^{-\left(\frac{C_1}{\theta}\right)^{\alpha}}\right) = \ln\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$$

$$\boxed{C_1 = 0.4956}$$

$$-\left(\frac{C_1}{\theta}\right)^{\alpha} = \ln\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$$

$$C_1 = \theta\left[-\ln\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)\right]^{\frac{1}{\alpha}}$$

Cálculo de C_2

$$P(X > C_2 / \alpha = 2, \theta = 7) = \frac{\alpha}{2}$$

$$P(X \leq C_2 / \alpha = 2, \theta = 7) = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

$$\int_0^{C_2} \frac{\alpha}{\theta^\alpha} X^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{X}{\theta}\right)^\alpha} dx = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

$$\frac{\alpha}{\theta^\alpha} \int_0^{C_2} X^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{X}{\theta}\right)^\alpha} dx = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} U = \left(\frac{X}{\theta}\right)^\alpha \\ U^{\frac{1}{\alpha}} = \frac{X}{\theta} \\ X = U^{\frac{1}{\alpha}}\theta \\ dX = \frac{1}{\alpha} U^{\frac{1}{\alpha}-1} \theta dU \end{array}}$$

$$\frac{\alpha}{\theta^\alpha} \int_0^{C_2} \left(u^{\frac{1}{\alpha}}\theta\right)^{\alpha-1} e^{-u} \left[\frac{1}{\alpha} u^{\frac{1}{\alpha}-1} \theta\right] du = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

$$\int_0^{C_2} e^{-u} du = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

$$1 - e^{-\left(\frac{C_2}{\theta}\right)^\alpha} = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

$$\ln\left(e^{-\left(\frac{C_2}{\theta}\right)^\alpha}\right) = \ln\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$-\left(\frac{C_2}{\theta}\right)^\alpha = \ln\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$C_2 = \theta\left[-\ln\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right]^{\frac{1}{\alpha}}$$

$$\boxed{C_2 = 16.1127}$$

Conclusión: No se rechaza la hipótesis nula ya que **C_1 < E(x)< C_2,** por lo tanto la esperanza matemática de Weibull puede ser considerada 7 m/s.

Potencia de prueba

Probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando es falsa.

$$P = P(X > C_2 / \alpha = 2, \theta = 7) + P(X < C_1 / \alpha = 2, \theta = 7)$$

$$P = \int_{C_2}^{\infty} \frac{\alpha}{\theta^{\alpha}} X^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{X}{\theta}\right)^{\alpha}} dx + \int_{0}^{C_1} \frac{\alpha}{\theta^{\alpha}} X^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{X}{\theta}\right)^{\alpha}} dx$$

$$P = \left[-e^{-\left(\frac{X}{\theta}\right)^{\alpha}} \right]_{C_2}^{\infty} + \left[-e^{-\left(\frac{X}{\theta}\right)^{\alpha}} \right]_{0}^{C_1} = 0.01$$

Error tipo II

Probabilidad de no rechazar la hipótesis nula cuando es falsa.

$$\beta = P(C_1 < E(x) < C_2 / \alpha = 2, \theta = 7)$$

$$\beta = P(X < C_2 / \alpha = 2, \theta = 7) - P(X \le C_1 / \alpha = 2, \theta = 7)$$

$$\beta = \int_{0}^{C_2} \frac{\alpha}{\theta^{\alpha}} X^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{X}{\theta}\right)^{\alpha}} dx + \int_{0}^{C_1} \frac{\alpha}{\theta^{\alpha}} X^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{X}{\theta}\right)^{\alpha}} dx$$

$$\beta = \left[-e^{-\left(\frac{X}{\theta}\right)^{\alpha}} \right]_{0}^{C_2} + \left[-e^{-\left(\frac{X}{\theta}\right)^{\alpha}} \right]_{0}^{C_1} = 0.99$$

Conclusiones:

Luego de analizar las muestras por los diferentes métodos, concluimos lo siguiente:

- **Distribución de probabilidades:** Asumimos que los datos pertenecen a una **Distribución Weibull,** porque es la que presenta menor grado de error y por lo tanto un mejor ajuste, a pesar de que la prueba Chi-Cuadrada arrojó como resultado que no respondían a tal distribución.

- **Parámetros:** Por otro lado, los cálculos aplicados a los parámetros de la función de densidad de Weibull arrojaron los siguientes resultados:

$$\alpha = 1.9314$$
$$\theta = 6.9803$$

Ya que no se ha definido un procedimiento matemático para encontrar los intervalos de α y θ, determinamos los intervalos de la esperanza matemática de Weibull:

$$0.4499 < E(x) < 16.5500$$

Y por último, formulamos la siguiente hipótesis, respecto a la media de los datos:

$$H_0: \quad \mu = 7 \text{ m/s}$$
$$H_1: \quad \mu \neq 7 \text{ m/s}$$

Comprobamos que no se rechaza la hipótesis nula y que por tanto la media puede ser considerada 7m/s.

II. Regresión y Correlación

Tema

Relación Funcional entre la Intensidad de los Vientos y la Hora del Día en Las Salinas, Baní.

Objetivos

- **Modelo Matemático**

Evaluaremos los siguientes modelos matemáticos, para determinar cual es el que mejor se ajusta a los datos, y así obtener una expresión que nos permita predecir la velocidad de los vientos a una determinada hora del día:

- o Modelo Lineal
- o Modelo Potencial
- o Modelo Exponencial
- o Modelo Crecimiento saturado
- o Modelo Polinomial

- **Análisis de Correlación**

Mediremos la intensidad de la relación que existe entre la velocidad de los vientos y la hora del día en Las Salinas, Baní, por medio del coeficiente de correlación.

- **Prueba de Hipótesis de los parámetros**

Se realizaran dos pruebas de hipótesis al coeficiente de correlación:

1. Prueba T de Student
2. Prueba Z

Estadística Descriptiva

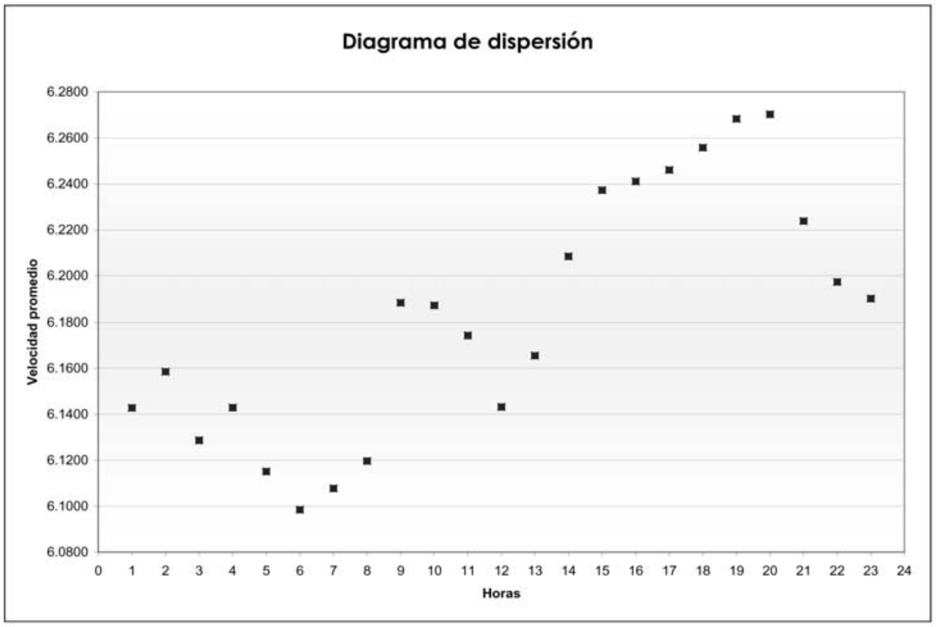
- **Muestras Aleatorias IID**

Para realizar los cálculos referentes a la regresión, agrupamos y promediamos los datos por horas. De ésta forma, tenemos la media de la velocidad del viento para cada hora del día.

Tiempo	Hora	Velocidad promedio
12:00 a.m.	1	6.1428
01:00 a.m.	2	6.1585
02:00 a.m.	3	6.1287
03:00 a.m.	4	6.1429
04:00 a.m.	5	6.1151
05:00 a.m.	6	6.0985
06:00 a.m.	7	6.1077
07:00 a.m.	8	6.1196
08:00 a.m.	9	6.1883
09:00 a.m.	10	6.1871
10:00 a.m.	11	6.1743
11:00 a.m.	12	6.1432
12:00 p.m.	13	6.1655
01:00 p.m.	14	6.2085
02:00 p.m.	15	6.2372
03:00 p.m.	16	6.2411
04:00 p.m.	17	6.2461
05:00 p.m.	18	6.2558
06:00 p.m.	19	6.2683
07:00 p.m.	20	6.2703
08:00 p.m.	21	6.2239
09:00 p.m.	22	6.1973
10:00 p.m.	23	6.1901
11:00 p.m.	24	6.1582

En la muestra tomamos como variable independiente al tiempo (X) y como variable dependiente (Y) a la velocidad de los vientos.

- **Diagrama de Dispersión**



- **Formulación de Hipótesis**

H_0: $\varrho = 0$ (no hay correlación)
H_1: $\varrho > 0$ (hay correlación)

$1 - \alpha - = 0.99$
$\alpha - = 0.01$

Estadística Inferencial

- **Análisis de Regresión y Correlación**
    - **Modelo de Regresión Lineal**

Hora (X)	Velocidad (Y)	X*Y	X²
1	6.1428	6.1428	1
2	6.1585	12.3171	4
3	6.1287	18.3860	9
4	6.1429	24.5718	16
5	6.1151	30.5754	25
6	6.0985	36.5911	36
7	6.1077	42.7541	49
8	6.1196	48.9571	64
9	6.1883	55.6950	81
10	6.1871	61.8711	100
11	6.1743	67.9172	121
12	6.1432	73.7182	144
13	6.1655	80.1517	169
14	6.2085	86.9185	196
15	6.2372	93.5585	225
16	6.2411	99.8576	256
17	6.2461	106.1834	289
18	6.2558	112.6042	324
19	6.2683	119.0980	361
20	6.2703	125.4057	400
21	6.2239	130.7009	441
22	6.1973	136.3408	484
23	6.1901	142.3724	529
24	6.1582	147.7979	576
$\sum X_i$ = **300**	$\sum Y_i$ = **148.3691**	$\sum X_i Y_i$ = **1860.4864**	$\sum X_i^2$ = **4900**

Coeficiente de Regresión:

$$b = \frac{\sum X_i Y_i - nXY}{\sum X_i^2 - nX^2}$$

$$b = 0.0061$$

Coeficiente Aditivo:

$$a = \frac{\sum Y - b \sum X}{n}$$

$$a = 6.1101$$

Coeficiente de Correlación:

$$r = b\frac{S_x}{S_y}$$

$$r = 0.6852$$

Coeficiente de Determinación:

$$r^2 = 0.4695$$

Error estándar

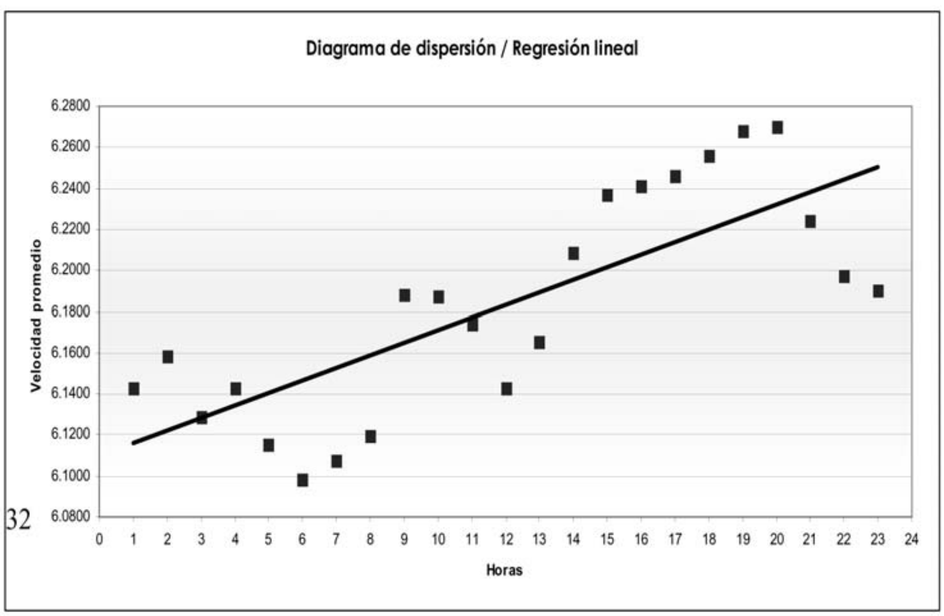
$$S_{x/y} = \sqrt{\frac{\sum (Y_i - Y)^2}{n-2}} = 0.0392$$

Ecuación de Regresión:

$$Y = a + bX$$

$$Y = 6.1101 + 0.0061X$$

Gráfica



- **Modelo de Regresión Potencial**

Hora (X)	Velocidad (Y)	Ln X	Ln Y	X * Ln Y	Y Ln X	Ln X*Ln Y	$(Ln X)^2$	$(Ln Y)^2$
1	6.1428	0.0000	1.8153	1.8153	0.0000	0.0000	0.0000	3.2953
2	6.1585	0.6931	1.8178	3.6357	4.2688	1.2600	0.4805	3.3045
3	6.1287	1.0986	1.8130	5.4389	6.7330	1.9918	1.2069	3.2869
4	6.1429	1.3863	1.8153	7.2612	8.5159	2.5165	1.9218	3.2953
5	6.1151	1.6094	1.8108	9.0538	9.8418	2.9143	2.5903	3.2788
6	6.0985	1.7918	1.8080	10.8483	10.9271	3.2396	3.2104	3.2690
7	6.1077	1.9459	1.8096	12.6669	11.8851	3.5212	3.7866	3.2745
8	6.1196	2.0794	1.8115	14.4920	12.7254	3.7669	4.3241	3.2815
9	6.1883	2.1972	1.8227	16.4040	13.5971	4.0048	4.8278	3.3221
10	6.1871	2.3026	1.8225	18.2247	14.2463	4.1964	5.3019	3.3214
11	6.1743	2.3979	1.8204	20.0243	14.8053	4.3651	5.7499	3.3138
12	6.1432	2.4849	1.8153	21.7841	15.2652	4.5110	6.1748	3.2955
13	6.1655	2.5649	1.8190	23.6466	15.8142	4.6656	6.5790	3.3087
14	6.2085	2.6391	1.8259	25.5628	16.3845	4.8187	6.9646	3.3340
15	6.2372	2.7081	1.8305	27.4581	16.8907	4.9572	7.3335	3.3509
16	6.2411	2.7726	1.8312	29.2985	17.3040	5.0770	7.6872	3.3531
17	6.2461	2.8332	1.8320	31.1432	17.6965	5.1903	8.0271	3.3561
18	6.2558	2.8904	1.8335	33.0031	18.0816	5.2995	8.3542	3.3617
19	6.2683	2.9444	1.8355	34.8746	18.4567	5.4045	8.6697	3.3691
20	6.2703	2.9957	1.8358	36.7164	18.7841	5.4996	8.9744	3.3702
21	6.2239	3.0445	1.8284	38.3962	18.9487	5.5666	9.2691	3.3430
22	6.1973	3.0910	1.8241	40.1305	19.1561	5.6384	9.5545	3.3274
23	6.1901	3.1355	1.8230	41.9279	19.4090	5.7159	9.8313	3.3232
24	6.1582	3.1781	1.8178	43.6270	19.5712	5.7770	10.1000	3.3044
$\sum X_i =$ **300**	$\sum Y_i =$ **148.3691**	$\sum Ln\ X_i =$ **54.7847**	$\sum Ln\ Y_i =$ **43.7188**	$\sum X_i\ Ln\ Y_i =$ **547.4342**	$\sum Y_i\ Ln\ X_i$ **= 339.3086**	$\sum LnX_i\ Ln\ Y_i$ **= 99.8980**	$\sum (LnX_i)^2$ **=140.9198**	$\sum (Ln\ Y_i)^2$ **= 79.6404**

Coeficiente de Regresión:

$$b = \frac{\sum XY - \frac{\sum X \sum Y}{n}}{\sum X^2 - n\left(\frac{\sum X}{n}\right)^2}$$

$$b = 0.007$$

Coeficiente de Correlación:

$$r = b\left(\frac{S_x}{S_y}\right)$$

$$r = 0.6228$$

Coeficiente Aditivo:

$$a = \frac{\sum Y - b\sum X}{n}$$

$$a = 6.0868$$

Coeficiente de Determinación:

$$r^2 = 0.3879$$

Error estándar

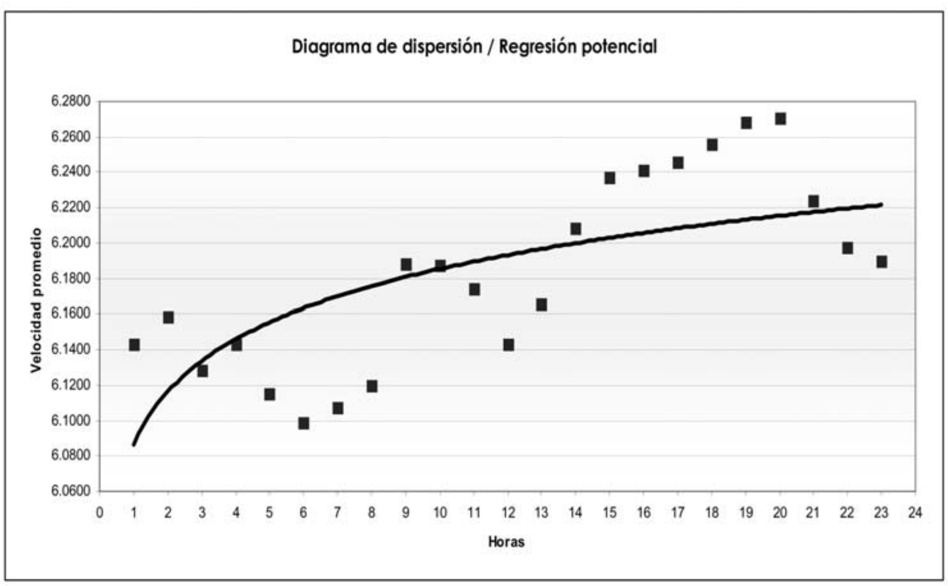
$$S_{x/y} = \sqrt{\frac{\sum (Y_i - Y)^2}{n-2}} = 0.0421$$

Ecuación de Regresión:

$$Y = aX^b$$

$$Y = 6.0886X^{0.007}$$

Gráfica



- **Modelo de Regresión Exponencial**

Hora (X)	Velocidad (Y)	Ln X	Ln Y	X * Ln Y	Y Ln X	Ln X*Ln Y	$(Ln X)^2$	$(Ln Y)^2$
1	6.1428	0.0000	1.8153	1.8153	0.0000	0.0000	0.0000	3.2953
2	6.1585	0.6931	1.8178	3.6357	4.2688	1.2600	0.4805	3.3045
3	6.1287	1.0986	1.8130	5.4389	6.7330	1.9918	1.2069	3.2869
4	6.1429	1.3863	1.8153	7.2612	8.5159	2.5165	1.9218	3.2953
5	6.1151	1.6094	1.8108	9.0538	9.8418	2.9143	2.5903	3.2788
6	6.0985	1.7918	1.8080	10.8483	10.9271	3.2396	3.2104	3.2690
7	6.1077	1.9459	1.8096	12.6669	11.8851	3.5212	3.7866	3.2745
8	6.1196	2.0794	1.8115	14.4920	12.7254	3.7669	4.3241	3.2815
9	6.1883	2.1972	1.8227	16.4040	13.5971	4.0048	4.8278	3.3221
10	6.1871	2.3026	1.8225	18.2247	14.2463	4.1964	5.3019	3.3214
11	6.1743	2.3979	1.8204	20.0243	14.8053	4.3651	5.7499	3.3138
12	6.1432	2.4849	1.8153	21.7841	15.2652	4.5110	6.1748	3.2955
13	6.1655	2.5649	1.8190	23.6466	15.8142	4.6656	6.5790	3.3087
14	6.2085	2.6391	1.8259	25.5628	16.3845	4.8187	6.9646	3.3340
15	6.2372	2.7081	1.8305	27.4581	16.8907	4.9572	7.3335	3.3509
16	6.2411	2.7726	1.8312	29.2985	17.3040	5.0770	7.6872	3.3531
17	6.2461	2.8332	1.8320	31.1432	17.6965	5.1903	8.0271	3.3561
18	6.2558	2.8904	1.8335	33.0031	18.0816	5.2995	8.3542	3.3617
19	6.2683	2.9444	1.8355	34.8746	18.4567	5.4045	8.6697	3.3691
20	6.2703	2.9957	1.8358	36.7164	18.7841	5.4996	8.9744	3.3702
21	6.2239	3.0445	1.8284	38.3962	18.9487	5.5666	9.2691	3.3430
22	6.1973	3.0910	1.8241	40.1305	19.1561	5.6384	9.5545	3.3274
23	6.1901	3.1355	1.8230	41.9279	19.4090	5.7159	9.8313	3.3232
24	6.1582	3.1781	1.8178	43.6270	19.5712	5.7770	10.1000	3.3044
$\sum X_i$ = **300**	$\sum Y_i$ = **148.3691**	$\sum Ln X_i$ = **54.7847**	$\sum Ln Y_i$ = **43.7188**	$\sum X_i Ln Y_i$ = **547.4342**	$\sum Y_i Ln X_i$ = **339.3086**	$\sum LnX_i Ln Y_i$ = **99.8980**	$\sum (LnX_i)^2$ = **140.9198**	$\sum (Ln Y_i)^2$ = **79.6404**

Coeficiente de Regresión:

$$b = \frac{\sum XY - \frac{\sum X \sum Y}{n}}{\sum X^2 - n\left(\frac{\sum X}{n}\right)^2}$$

$$b = 0.001$$

Coeficiente de Correlación:

$$r = b\left(\frac{S_x}{S_y}\right)$$

$$r = 0.6856$$

Coeficiente Aditivo:

$$a = \frac{\sum Y - b\sum X}{n}$$

$$a = 6.1103$$

Coeficiente de Determinación:

$$r^2 = 0.4700$$

Error estándar

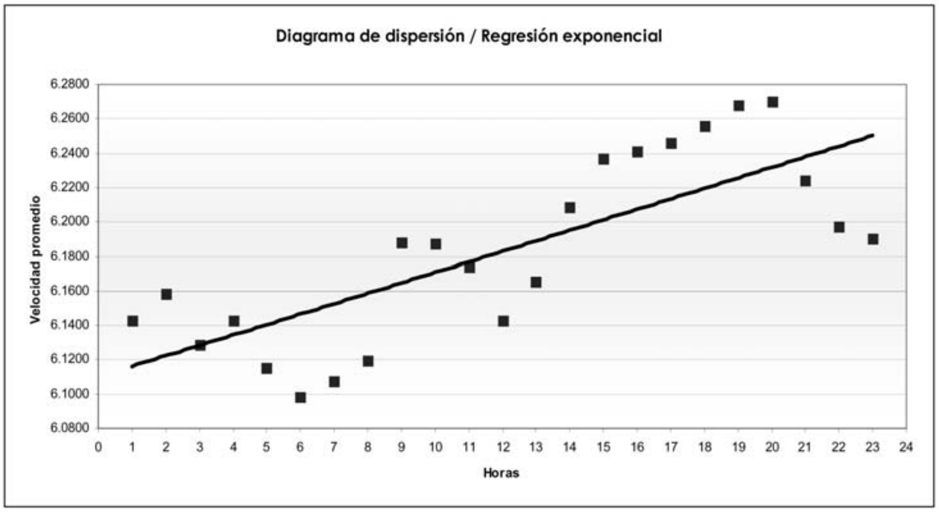
$$S_{x/y} = \sqrt{\frac{\sum (Y_i - Y)^2}{n-2}} = 0.0393$$

Ecuación de Regresión:

$$Y = ae^{bX}$$

$$Y = 6.1103e^{0.001X}$$

Gráfica



■ Modelo de Regresión Crecimiento Saturado

Hora (1/X)	Velocidad (1/Y)	X*Y	X²
1.0000	0.1628	0.1628	1.0000
0.5000	0.1624	0.0812	0.2500
0.3333	0.1632	0.0544	0.1111
0.2500	0.1628	0.0407	0.0625
0.2000	0.1635	0.0327	0.0400
0.1667	0.1640	0.0273	0.0278
0.1429	0.1637	0.0234	0.0204
0.1250	0.1634	0.0204	0.0156
0.1111	0.1616	0.0180	0.0123
0.1000	0.1616	0.0162	0.0100
0.0909	0.1620	0.0147	0.0083
0.0833	0.1628	0.0136	0.0069
0.0769	0.1622	0.0125	0.0059
0.0714	0.1611	0.0115	0.0051
0.0667	0.1603	0.0107	0.0044
0.0625	0.1602	0.0100	0.0039
0.0588	0.1601	0.0094	0.0035
0.0556	0.1599	0.0089	0.0031
0.0526	0.1595	0.0084	0.0028
0.0500	0.1595	0.0080	0.0025
0.0476	0.1607	0.0077	0.0023
0.0455	0.1614	0.0073	0.0021
0.0435	0.1615	0.0070	0.0019
0.0417	0.1624	0.0068	0.0017
$\sum(1/X_i)$ = **3.7760**	$\sum(1/Y_i)$ = **3.8825**	$\sum X_iY_i$ = **0.6135**	$\sum X_i^2$ = **1.6041**

Coeficiente de Regresión:

$$Y = \frac{aX}{X + b}$$

$$Y = \frac{6.1896X}{X + 0.0082}$$

Coeficiente Aditivo:

$$a = \frac{\sum Y - b\sum X}{n}$$

$$a = 6.1896$$

Ecuación de Regresión:

$$b = \frac{\sum XY - \frac{\sum X \sum Y}{n}}{\sum X^2 - n\left(\frac{\sum X}{n}\right)^2}$$

$$b = 0.0082$$

Coeficiente de Correlación:

$$r = b\left(\frac{S_X}{S_Y}\right)$$

$$r = 0.2011$$

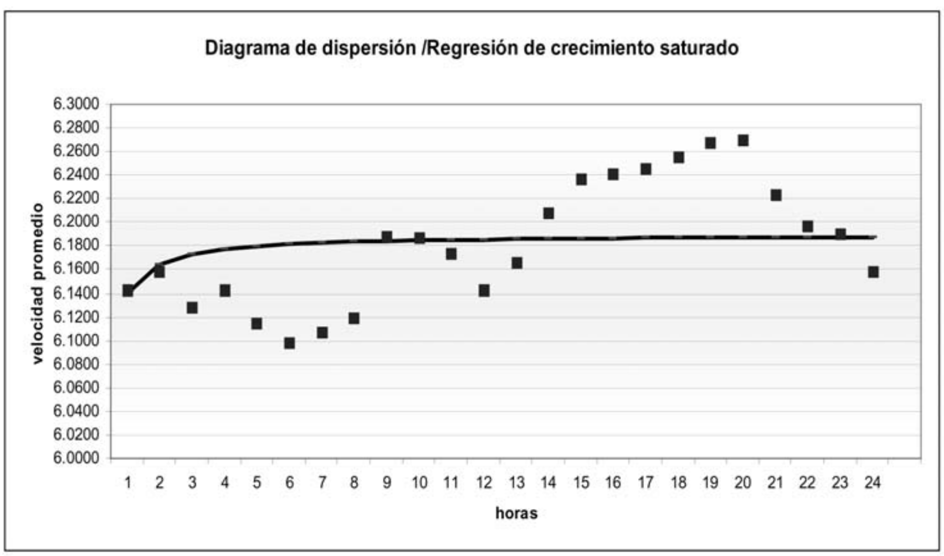
Coeficiente de Determinación:

$$r^2 = 0.0404$$

Error estándar

$$S_{x/y} = \sqrt{\frac{\sum (Y_i - Y)^2}{n-2}} = 0.0506$$

Gráfica



■ Modelo de Regresión Polinomial de Orden 6

X^2	X^3	X^4	X^5	X^6	X^7	X^8	X^9	X^10	X^11	X^12	Y*X	Y*X^2	Y*X^3	Y*X^4	Y*X^5	Y*X^6
1.0E+00	1.0E+00	1.0E+00	1.0E+00	1.0E+00	1.0E+00	1.0E+00	1.0E+00	1.0E+00	1.0E+00	1.0E+00	6.1E+00	6.1E+00	6.1E+00	6.1E+00	6.1E+00	6.1E+00
4.0E+00	8.0E+00	1.6E+01	3.2E+01	6.4E+01	1.3E+02	2.6E+02	5.1E+02	1.0E+03	2.0E+03	4.1E+03	1.2E+01	2.5E+01	4.9E+01	9.9E+01	2.0E+02	3.9E+02
9.0E+00	2.7E+01	8.1E+01	2.4E+02	7.3E+02	2.2E+03	6.6E+03	2.0E+04	5.9E+04	1.8E+05	5.3E+05	1.8E+01	5.5E+01	1.7E+02	5.0E+02	1.5E+03	4.5E+03
1.6E+01	6.4E+01	2.6E+02	1.0E+03	4.1E+03	1.6E+04	6.6E+04	2.6E+05	1.0E+06	4.2E+06	1.7E+07	2.5E+01	9.8E+01	3.9E+02	1.6E+03	6.3E+03	2.5E+04
2.5E+01	1.3E+02	6.3E+02	3.1E+03	1.6E+04	7.8E+04	3.9E+05	2.0E+06	9.8E+06	4.9E+07	2.4E+08	3.1E+01	1.5E+02	7.6E+02	3.8E+03	1.9E+04	9.6E+04
3.6E+01	2.2E+02	1.3E+03	7.8E+03	4.7E+04	2.8E+05	1.7E+06	1.0E+07	6.0E+07	3.6E+08	2.2E+09	3.7E+01	2.2E+02	1.3E+03	7.9E+03	4.7E+04	2.8E+05
4.9E+01	3.4E+02	2.4E+03	1.7E+04	1.2E+05	8.2E+05	5.8E+06	4.0E+07	2.8E+08	2.0E+09	1.4E+10	4.3E+01	3.0E+02	2.1E+03	1.5E+04	1.0E+05	7.2E+05
6.4E+01	5.1E+02	4.1E+03	3.3E+04	2.6E+05	2.1E+06	1.7E+07	1.3E+08	1.1E+09	8.6E+09	6.9E+10	4.9E+01	3.9E+02	3.1E+03	2.5E+04	2.0E+05	1.6E+06
8.1E+01	7.3E+02	6.6E+03	5.9E+04	5.3E+05	4.8E+06	4.3E+07	3.9E+08	3.5E+09	3.1E+10	2.8E+11	5.6E+01	5.0E+02	4.5E+03	4.1E+04	3.7E+05	3.3E+06
1.0E+02	1.0E+03	1.0E+04	1.0E+05	1.0E+06	1.0E+07	1.0E+08	1.0E+09	1.0E+10	1.0E+11	1.0E+12	6.2E+01	6.2E+02	6.2E+03	6.2E+04	6.2E+05	6.2E+06
1.2E+02	1.3E+03	1.5E+04	1.6E+05	1.8E+06	1.9E+07	2.1E+08	2.4E+09	2.6E+10	2.9E+11	3.1E+12	6.8E+01	7.5E+02	8.2E+03	9.0E+04	9.9E+05	1.1E+07
1.4E+02	1.7E+03	2.1E+04	2.5E+05	3.0E+06	3.6E+07	4.3E+08	5.2E+09	6.2E+10	7.4E+11	8.9E+12	7.4E+01	8.8E+02	1.1E+04	1.3E+05	1.5E+06	1.8E+07
1.7E+02	2.2E+03	2.9E+04	3.7E+05	4.8E+06	6.3E+07	8.2E+08	1.1E+10	1.4E+11	1.8E+12	2.3E+13	8.0E+01	1.0E+03	1.4E+04	1.8E+05	2.3E+06	3.0E+07
2.0E+02	2.7E+03	3.8E+04	5.4E+05	7.5E+06	1.1E+08	1.5E+09	2.1E+10	2.9E+11	4.0E+12	5.7E+13	8.7E+01	1.2E+03	1.7E+04	2.4E+05	3.3E+06	4.7E+07
2.3E+02	3.4E+03	5.1E+04	7.6E+05	1.1E+07	1.7E+08	2.6E+09	3.8E+10	5.8E+11	8.6E+12	1.3E+14	9.4E+01	1.4E+03	2.1E+04	3.2E+05	4.7E+06	7.1E+07
2.6E+02	4.1E+03	6.6E+04	1.0E+06	1.7E+07	2.7E+08	4.3E+09	6.9E+10	1.1E+12	1.8E+13	2.8E+14	1.0E+02	1.6E+03	2.6E+04	4.1E+05	6.5E+06	1.0E+08
2.9E+02	4.9E+03	8.4E+04	1.4E+06	2.4E+07	4.1E+08	7.0E+09	1.2E+11	2.0E+12	3.4E+13	5.8E+14	1.1E+02	1.8E+03	3.1E+04	5.2E+05	8.9E+06	1.5E+08
3.2E+02	5.8E+03	1.0E+05	1.9E+06	3.4E+07	6.1E+08	1.1E+10	2.0E+11	3.6E+12	6.4E+13	1.2E+15	1.1E+02	2.0E+03	3.6E+04	6.6E+05	1.2E+07	2.1E+08
3.6E+02	6.9E+03	1.3E+05	2.5E+06	4.7E+07	8.9E+08	1.7E+10	3.2E+11	6.1E+12	1.2E+14	2.2E+15	1.2E+02	2.3E+03	4.3E+04	8.2E+05	1.6E+07	2.9E+08
4.0E+02	8.0E+03	1.6E+05	3.2E+06	6.4E+07	1.3E+09	2.6E+10	5.1E+11	1.0E+13	2.0E+14	4.1E+15	1.3E+02	2.5E+03	5.0E+04	1.0E+06	2.0E+07	4.0E+08
4.4E+02	9.3E+03	1.9E+05	4.1E+06	8.6E+07	1.8E+09	3.8E+10	7.9E+11	1.7E+13	3.5E+14	7.4E+15	1.3E+02	2.7E+03	5.8E+04	1.2E+06	2.5E+07	5.3E+08
4.8E+02	1.1E+04	2.3E+05	5.2E+06	1.1E+08	2.5E+09	5.5E+10	1.2E+12	2.7E+13	5.8E+14	1.3E+16	1.4E+02	3.0E+03	6.6E+04	1.5E+06	3.2E+07	7.0E+08
5.3E+02	1.2E+04	2.8E+05	6.4E+06	1.5E+08	3.4E+09	7.8E+10	1.8E+12	4.1E+13	9.5E+14	2.2E+16	1.4E+02	3.3E+03	7.5E+04	1.7E+06	4.0E+07	9.2E+08
5.8E+02	1.4E+04	3.3E+05	8.0E+06	1.9E+08	4.6E+09	1.1E+11	2.6E+12	6.3E+13	1.5E+15	3.7E+16	1.5E+02	3.5E+03	8.5E+04	2.0E+06	4.9E+07	1.2E+09
4.9E+03	**9.0E+04**	**1.8E+06**	**3.6E+07**	**7.5E+08**	**1.6E+10**	**3.5E+11**	**7.7E+12**	**1.7E+14**	**3.9E+15**	**8.7E+16**	**1.9E+03**	**3.0E+04**	**5.6E+05**	**1.1E+07**	**2.2E+08**	**4.7E+09**

■ Método de los mínimos cuadrados

$$Y = a + bX + cX^2 + dX^3 + eX^4 + fX^5 + gX^6 \quad \textbf{(1)}$$

Polinomio de orden 6

La ecuación (1) se introdujo en la función $Q = \sum_{i=1}^{n}(Y_i - Y)^2$, la cual representa el error. Luego, derivando a Q respecto a cada coeficiente y simplificando las ecuaciones obtuvimos los siguientes resultados:

$$\sum Y_i - na - b\sum X - c\sum X^2 - d\sum X^3 - e\sum X^4 - f\sum X^5 - g\sum X^6 = 0$$

$$\sum Y_i X - a\sum X - b\sum X^2 - c\sum X^3 - d\sum X^4 - e\sum X^5 - f\sum X^6 - g\sum X^7 = 0$$

$$\sum Y_i X^2 - a\sum X^2 - b\sum X^3 - c\sum X^4 - d\sum X^5 - e\sum X^6 - f\sum X^7 - g\sum X^8 = 0$$

$$\sum Y_i X^3 - a\sum X^3 - b\sum X^4 - c\sum X^5 - d\sum X^6 - e\sum X^7 - f\sum X^8 - g\sum X^9 = 0$$

$$\sum Y_i X^4 - a\sum X^4 - b\sum X^5 - c\sum X^6 - d\sum X^7 - e\sum X^8 - f\sum X^9 - g\sum X^{10} = 0$$

$$\sum Y_i X^5 - a\sum X^5 - b\sum X^6 - c\sum X^7 - d\sum X^8 - e\sum X^9 - f\sum X^{10} - g\sum X^{11} = 0$$

$$\sum Y_i X^6 - a\sum X^6 - b\sum X^7 - c\sum X^8 - d\sum X^9 - e\sum X^{10} - f\sum X^{11} - g\sum X^{12} = 0$$

Debido a la complejidad que presenta este sistema ecuaciones, utilizamos la herramienta **Solver de Microsoft Excel** para encontrar los valores de los coeficientes, los resultados son los siguientes:

a	6.1358E+00
b	1.4650E-02
c	-7.4057E-03
d	1.0951E-03
e	-6.3497E-05
f	1.6484E-06
g	-1.7101E-08

Ecuación de Regresión:

$$Y = 6.1358 + (1.4650x10^{-2})X + (-7.4057x10^{-3})X^2 + (1.0951x10^{-3})X^3 + (-6.3497x10^{-5})X^4 + (1.6484x10^{-6})X^5 + (-1.7101x10^{-8})X^6$$

Coeficiente de Correlación:

$$r = 0.9272$$

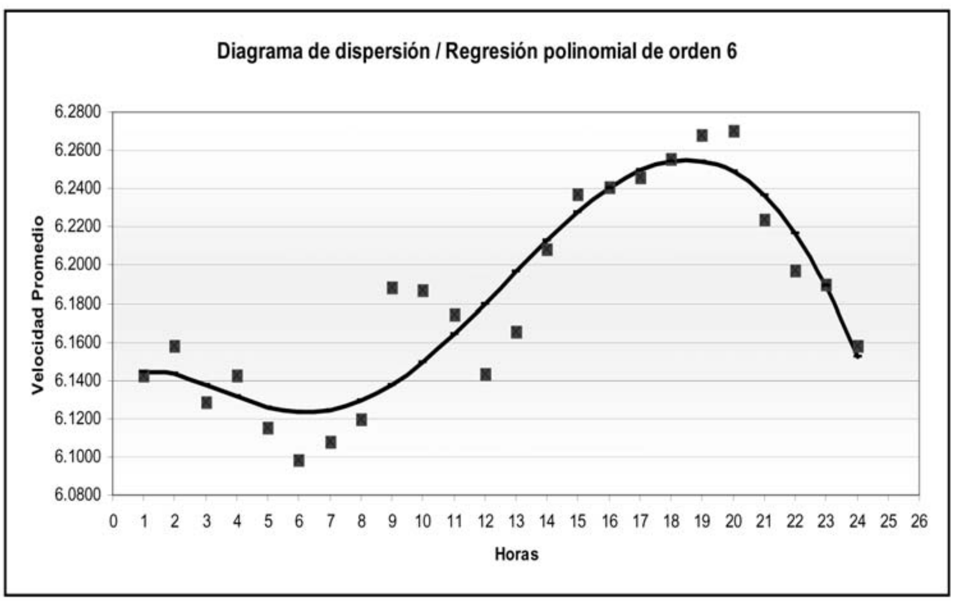
Error Estándar

$$S_{x/y} = \sqrt{\frac{\sum (Y_i - Y)^2}{n-2}} = 0.0506$$

Coeficiente Determinación:

$$r^2 = 0.8597$$

Gráfica



Seleccionamos el **modelo polinomial de orden 6** porque es el que posee el menor error estándar ($S_{x/y}$= 0.0206). Y por tanto es el que logra el mejor ajuste de los datos.

- **Prueba de Hipótesis al Coeficiente de Correlación**

  - **Prueba t de student**

H_0: $\varrho = 0$ (no hay correlación) $1 - \alpha = 0.99$

H_1: $\varrho > 0$ (hay correlación) $\alpha = 0.01$

Método del Estadístico de Prueba:

Estadístico de Prueba:

$$t = r\sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}$$

$$t = 11.6106$$

Percentil:

$$t_{1-\alpha,n-2} = t_{0.99,22} = 2.8188$$

Conclusión:

Se rechaza la hipótesis nula, ya que $t > t_{1-\alpha,n-2}$ y por tanto concluimos que hay correlación entre las variables Hora (X) y Velocidad de los Vientos (Y).

- **Prueba Z**

H_0: $\varrho = 0.95$ $1 - \alpha = 0.99$

H_1: $\varrho > 0.95$ $\alpha = 0.01$

Método del Estadístico de Prueba:

Estadístico de Prueba:

$$Z = \frac{\sqrt{n-3}}{2}\ln\left[\frac{(1+\rho_0)(1-r)}{(1-\rho_0)(1+r)}\right]$$

$$Z = 0.8878$$

Percentil:

$$Z_{1-\alpha} = Z_{0.99} = 2.3263$$

Conclusión:

No se rechaza la hipótesis nula, ya que $Z < Z_{1-\alpha}$ y por tanto concluimos que el coeficiente de correlación (ϱ) es igual o menor que **0.95.**

Conclusiones:

Después de efectuar los cálculos de regresión y correlación llegamos a las siguientes conclusiones:

- **Modelo Matemático**

El modelo matemático que más se ajusta a los datos es el **modelo Polinomial de orden 6**. Concluimos esto basándonos en el cálculo del error estándar.

$$Y = 6.1358 + (1.4650\,x10^{-2})X + (-7.4057\,x10^{-3})X^{2} + (1.0951\,x10^{-3})X^{3} + (-6.3497\,x10^{-5})X^{4} + (1.6484\,x10^{-6})X^{5} + (-1.7101\,x10^{-8})X^{6}$$

$$S_{x/y} = 0.0206$$

- **Intensidad de la Relación Funcional**

Basándonos en las pruebas de hipótesis realizadas al coeficiente de correlación determinamos que existe una alta relación funcional entre las variables hora (X) y velocidad de los vientos (Y). Además, comprobamos que el coeficiente de correlación puede ser igual o menor que 0.95.

- **Cálculo del Factor del Patrón de Energía**

El factor del patrón de energía Ke, se puede calcular en función del parámetro de forma de la distribución de Weibull de la siguiente forma:

$$K_e = [\ 1/n\ (\ \Sigma\ \overline{v}_{hora}{}^{3}\ )\ ]\ /\ (\ \overline{v}_{año}\ )^{3}$$

En donde n = 8760 es el número de horas en un año.

De la expresión :

$$\sigma = \theta[\Gamma(1 + 2/\alpha) - \Gamma^2(1 + 1/\alpha)]$$

se deriva lo siguiente:

$$(\overline{v^3}) = \theta^3 \Gamma - (1 + 3/\alpha)$$

$$(\bar{v})^3 = \theta^3 \Gamma^3 (1 + 1/\alpha)$$

y por tanto:

$$K_e = [\Gamma(1 + 3/\alpha)] / \Gamma^3(1 + 1/\alpha)$$

$$K_e = 1.97$$

Estimación del Potencial de Energía Eólica

El tipo y la calidad de los datos de viento disponibles determinan el tipo de análisis a realizar y su precisión. Para obtener resultados con alrededor de un 95% de confiabilidad se requieren datos de velocidad, de presión atmosférica y de temperatura del aire.

Asumiendo que la velocidad del viento, la presión atmosférica y la temperatura del aire se miden simultáneamente para cada intervalo, la potencia por unidad de área perpendicular a la velocidad del viento se puede calcular según la fórmula siguiente:

$$\mathbf{P/A = \tfrac{1}{2}\, \rho\, v^3}$$

En donde el cociente: P/A es el potencia de la energía del viento y **ρ** es la densidad del aire.

La densidad del aire se puede calcular utilizando la siguiente ecuación:

$$\rho = \mathbf{1.2929\ (P_r/760)(273/T)}$$

En donde P_r es la presión atmosférica en mm de Hg y T es la temperatuyra del aire en grados Kelvin.

Si la velocidad y la densidad del aire se conocen, el potencial promedio de la energía del viento se puede estimar, para cualquier período de tiempo conveniente utilizando la siguiente formulación:

$$\mathbf{P_{avg}/A = [\ 1/N\ \ P_i\ ]\ /\ AN = 1/N\ \Sigma\ \ 0.5\ \ \rho_i v_i^3}$$

En donde la sumatoria se efectúa a lo largo de todos los intervalos de tiempo N.

En el caso particular de los datos de que disponemos este cálculo resultó ser igual a:

$$\mathbf{P_{avg}/A = 152.42\ W/m^2}$$

Utilizando los valores de velocidad de la tabla que se muestra a continuación y considerando la densidad del aire constante e igual a 1.29 Kg/m^3.

Este potencial eólico se considera moderado y adecuado para aplicaciones rurales.

Hora (X)	Velocidad (Y)
1	6.1428
2	6.1585
3	6.1287
4	6.1429
5	6.1151
6	6.0985
7	6.1077
8	6.1196
9	6.1883
10	6.1871
11	6.1743
12	6.1432
13	6.1655
14	6.2085
15	6.2372
16	6.2411
17	6.2461
18	6.2558
19	6.2683
20	6.2703
21	6.2239
22	6.1973
23	6.1901
24	6.1582

BIBLIOGRAFÍA

1. B.J. (1971), *Statistical Principles in Experimental Design,* 2nd Edition, McGraw-Hill, New York.

2. Bucklew, J. A. (1990), *Large Deviation Techniques in Decision, Simulation and Estimation,* John Wiley & Sons, New York.

3. Canavos George E., (1987), *Probabilidad y Estadística. Aplicaciones y Métodos,* Mc Graw-Hill, New York.

4. Elliot D.L, (1987), “Caribbean and Central American Wind Energy Assessment Proceedings”, *Windpower ´87*, American Wind Energy Association, October, 1987, pp. 160-167.

5. Fergunson T.S., (1996), *A course in Large Sample Theory,* Chapman and Hall, London, New York.

6. Fishman G., (1996), *Monte Carlo: concepts, algorithms and applications,* Springer-Verlag, New York.

7. Henessey J.P.Jr., “A Comparison of the Weibull and Rayleigh Distribution for Estimating Wind Power Potential”, *Wind Engineering*, Vol. 2, 1978, pp. 156-164.

8. Justus C.G., Hargreaves W.R., Mikhail A., Graber D., (1978), “Methods for Estimating Wind Speed Frequency Distributions”, *J. Appl. Met*., Vol. 17, 1978, pp. 350-353.

9. Neyman J., Scott E.L., (1948), “Consistent Estimates Based on Partially Consistent Obsevations”, *Econometrica,* 16, 1-32

10. Sen P.K., Singer J.M., (1993), *Large Sample Methods in Statistics,* Chapman and Hall, London, New York.

11. Winer B.J., (1971), *Statistical Principles in Experimental Design,* 2nd Edition, Mc Graw-Hill, New York.

Recibido: 10/10/2008
Aprobado: 06/05/2009