



TRABAJO TEÓRICO EXPERIMENTAL

Distribuciones probabilísticas no tradicionales para el estudio de la confiabilidad de LEDs empleados en iluminación

Non-traditional probabilistic distributions for reliability study of LEDs used in lighting

Diego de los Angeles Fernández Labrada^{1, *}, Miguel Castro Fernandez¹, Ernesto Alejandro Guerra Blanco¹, Degenis Fernández Martínez²


¹ Universidad Tecnológica de La Habana José A. Echeverría, La Habana, Cuba.

² Ministerio de la Industria Alimentaria, La Habana, Cuba.

*Autor de correspondencia: dfernandez@electronica.cujae.edu.cu

Recibido: 12 de julio de 2019

Aprobado: 5 de noviembre de 2019

Licencia de uso y distribución Creative Commons Reconocimiento-No Comercial 4.0 Internacional 

RESUMEN/ABSTRACT

Debido al incremento del uso de la tecnología LED (*Light Emitting Diode*) y a la complejidad de sus modos y mecanismos de falla, su confiabilidad resulta un tema clave de investigación. Para realizar estudios de confiabilidad, la distribución de Weibull es generalmente la más empleada, pero en los LEDs, como estos se degradan continuamente, dicha distribución podría no funcionar con la misma eficacia. Este artículo muestra el procedimiento para la obtención de modelos de confiabilidad de LEDs blancos empleados en iluminación, a partir de distribuciones de probabilidad no tradicionales de “tiempos hasta el fallo” obtenidos, según criterio L_{70} de ASSIST, en ensayos acelerados de la literatura consultada. Los análisis realizados con los “tiempos hasta el fallo” mostraron que no hay evidencia suficiente para rechazar que los datos siguen la distribución de Weibull-Exponencial Generalizada (WGED) y la distribución Modificada de Weibull (MWD), según la Prueba de Bondad de Ajuste Kolmogorov-Smirnov.

Palabras clave: LEDs blancos, Análisis de Confiabilidad, Ensayos Acelerados, Distribuciones no tradicionales de probabilidad, tiempo de vida.

Due to the increased use of LED technology and the complexity of its modes and failure mechanisms, its reliability is a key research issue. To carry out reliability studies based on accelerated test data, the Weibull distribution is generally the most widely used; but in the LEDs, as these are degraded continuously, this distribution may not work with the same efficacy. This paper shows the procedure for obtaining reliability models of white LEDs used in lighting, from non-traditional probability distributions of "times to failure" obtained, according to the criterion L_{70} of ASSIST, from accelerated testing of the consulted literature. The analyzes carried out with the "times to failure" showed that there is insufficient evidence to reject that the data follow the distributions of Weibull-Exponential Generalized(WGED) and Modified Weibull(MWD), according to the Kolmogorov-Smirnov Test.

Key words: White LEDs, Reliability Analysis, Accelerated Test, non-traditional probability distributions, lifetime.

INTRODUCCIÓN

El rápido desarrollo que han experimentado los LEDs como nuevas fuentes de iluminación desde su surgimiento en la década de 1960, ha permitido que, de ser simplemente indicadores luminosos, pasen a ser habitualmente empleados en los sistemas de iluminación. Esto ha sido posible porque las últimas generaciones de LEDs, en relación a las tecnologías tradicionales de iluminación, ofrecen una variedad de ventajas, como alta luminosidad [1], eficacias típicas aproximadamente cinco veces mejores, tiempo de vida superior a 50 mil horas, encendido instantáneo, dimensiones reducidas [2], mayor resistencia a las vibraciones y bajo costo de trabajos de mantenimiento [3], entre otras.

Cómo citar este artículo:

Diego de los Angeles Fernández Labrada, *et al.* Distribuciones probabilísticas no tradicionales para el estudio de la confiabilidad de LEDs empleados en iluminación. 2019. vol. 41, n.1, enero/abril. ISSN: 1815-5901.

Sitio de la revista: <http://rie.cujae.edu.cu/index.php/RIE>

Por las razones anteriormente expuestas, el empleo de LEDs en los sistemas de iluminación ha mantenido una tendencia de crecimiento en los últimos años. Según reporte del Departamento de Energía de Estados Unidos, se espera que esta tecnología abarque el 72% del mercado de la iluminación general para el 2025 y el 84% para el 2030 [4].

Con el incremento del uso de los LEDs en los sistemas de iluminación, la predicción de la confiabilidad de estos, constituye un tema de vital importancia y un desafío para la comunidad científica internacional; pues los mecanismos y modos de fallas son muy complejos en estos dispositivos, y los métodos tradicionales, frecuentemente usados para detectar fallas en las fuentes tradicionales de iluminación, no pueden ser aplicados a los LEDs, debido a que estos se degradan continuamente [5]; es decir, los valores de los indicadores de desempeño (flujo luminoso, coordenadas de color, entre otros) varían eventualmente hasta alcanzar niveles que constituyen fallas. Además, debido a la permanente introducción de nuevos procesos y materiales en la industria de la iluminación basada en LEDs, modos de fallas desconocidos están apareciendo [6], por lo que los métodos para la predicción de la confiabilidad de los LEDs se ha convertido en uno de los temas claves de investigación en el campo de la Iluminación de Estado Sólido.

En la confiabilidad de los LEDs, con la excepción de algunos posibles fallos catastróficos, los modos de fallas más importantes son la degradación del flujo luminoso y el cambio de color [7–10]. La Alianza para Sistemas y Tecnologías de Iluminación de Estado Sólido (ASSIST, por sus siglas en inglés) define dos tipos de vida útil según el flujo luminoso, en condiciones específicas: uno es el tiempo de vida L_{50} para la iluminación decorativa, que es el tiempo que el flujo luminoso alcanza una degradación del 50%, y el otro es el tiempo de vida L_{70} para la iluminación general, que consiste en el tiempo en que el flujo luminoso se degrada hasta el 70% (disminuye en un 30%) con respecto al valor inicial [11]. Los criterios para el mantenimiento del color, aún no están bien definidos en el sector de la iluminación, excepto por el programa ENERGY STAR de la Agencia de Protección Ambiental de los Estados Unidos, el cual exige que la desviación de las coordenadas de cromaticidad ($\Delta u'v'$) a las 6000 h de operación no exceda un valor de 0,007 [12], tal vez el único criterio de la industria para el mantenimiento del color.

Para la evaluación de la confiabilidad de nuevos productos en la industria de la energía, los ensayos de vida continúan siendo un método muy empleado; sin embargo, en el caso de los LEDs, debido a su largo tiempo de vida, dichas pruebas en condiciones normales de funcionamiento durarían mucho tiempo. Con el propósito de disminuir los tiempos de las pruebas para investigar la confiabilidad, se utilizan técnicas de ensayos de degradación acelerada. Entre los distintos parámetros que afectan el tiempo de vida de un LED o un producto cuyos componentes son LEDs, los más significativos son la temperatura y la corriente a través del LED [13], por lo que uno de los factores de aceleración de la degradación que más se usan en las pruebas de degradación acelerada es la temperatura.

Para analizar los datos que se obtienen en los ensayos de degradación acelerada, y por consiguiente para realizar el estudio de la confiabilidad, actualmente, tanto en la industria como en la investigación, se emplean varios métodos y varias distribuciones tradicionales de probabilidad, como la distribución Normal, la distribución Log-normal, la Exponencial y la distribución de Weibull, siendo esta última la de mayor aceptación debido a su fácil interpretación y versatilidad. La distribución de Weibull, además, es la más empleada en el campo de la confiabilidad dado que su función de tasa de fallas se ajusta a las tres fases de la curva de “la bañera”, pero en ocasiones, como en el caso de los LEDs que se degradan continuamente y donde los modos y mecanismos de falla son muy complejos, esta distribución (Weibull) podría no comportarse con la misma eficacia que en otros sistemas. Justamente en los últimos años, con el propósito de que se puedan realizar análisis de confiabilidad con mejores resultados que con las distribuciones tradicionales, en la literatura científica se han reportado trabajos con nuevos modelos de distribuciones no tradicionales [14–19], los cuales en la mayoría de los casos son modificaciones a la distribución de Weibull y en otros, son la combinación y adición de dos o más distribuciones tradicionales, que producen nuevos modelos mixtos.

Precisamente, atendiendo a los planteamientos anteriores y a la paulatina introducción en Cuba de sistemas de iluminación basados en LEDs, y con el objetivo de ofrecer una línea de trabajo, información base y otras alternativas para el análisis y evaluación de la confiabilidad de LEDs empleados en iluminación, este trabajo muestra el procedimiento para la obtención de modelos de confiabilidad de LEDs blancos empleados en iluminación, a partir de distribuciones de probabilidad no tradicionales de “tiempos hasta el fallo” obtenidos, según criterio L_{70} de ASSIST, en ensayos acelerados de la literatura consultada.

MATERIALES Y MÉTODOS

Distribuciones de probabilidad no tradicionales para la evaluación de confiabilidad

Entre las más importantes distribuciones no tradicionales que se usan para evaluar la confiabilidad, cuya función de tasa de fallas se adapta a dos o más fases de la curva de la bañera, se encuentran tanto las obtenidas de modificaciones realizadas a la distribución de Weibull [14], como las distribuciones Modificada de Weibull [15], Generalizada de Weibull [16] y Weibull Transmutada Modificada [17], y las propuestas por algunos autores a partir de la combinación de dos o más distribuciones tradicionales como las distribuciones Weibull-Exponencial [18] y Weibull-Exponencial Generalizada [19].

En el presente trabajo, para obtener los modelos de confiabilidad de LEDs blancos utilizados en iluminación, se emplean dos de estas distribuciones: la distribución Modificada de Weibull (MWD, por sus siglas en inglés) y la distribución Weibull-Exponencial Generalizada (WGED, por sus siglas en inglés), cuyas características fundamentales se abordan a continuación.

Distribución Modificada de Weibull (MWD)

Al analizar datos de tiempo de vida, con frecuencia se emplean las distribuciones de tasa de falla lineal LFRD (α, β) [20], (por sus siglas en inglés), exponencial ED (α) [21], de Rayleigh RD (β) [22], o la de Weibull de dos parámetros WD (β, γ). Estas distribuciones habitualmente muestran una gama de propiedades de fácil adaptación, gran flexibilidad y disímiles interpretaciones físicas. La distribución modificada de Weibull, generaliza el resto de las variantes mencionadas anteriormente. Sus parámetros pueden ser obtenidos por el método de estimación de máxima verosimilitud (MLE, por sus siglas en inglés) [20]. Para ciertos conjuntos de datos reales la distribución MWD puede proporcionar un mejor ajuste que algunas distribuciones tradicionales [15].

La Distribución Modificada de Weibull depende de tres parámetros (α, β, γ), se denota como MWD (α, β, γ) y tiene una función de densidad de probabilidad $f(x; \alpha, \beta, \gamma)$ decreciente o unimodal. Puede tener incrementos (según el valor de α) y puede tener una función de tasa de falla decreciente y constante [15].

La función de densidad de probabilidad de MWD (α, β, γ) se muestra en la ecuación (1), [15]:

$$f(x; \alpha, \beta, \gamma) = (\alpha + \beta\gamma x^{\gamma-1}) e^{-\alpha x - \beta x^\gamma}, x > 0 \quad (1)$$

Por lo que la función de distribución es la ecuación (2):

$$F(x; \alpha, \beta, \gamma) = 1 - e^{-\alpha x - \beta x^\gamma}, x > 0 \quad (2)$$

Donde $\gamma > 0, \beta \geq 0: \alpha + \beta > 0$: α un parámetro de escala, y β y γ son parámetros de forma.

Otras medidas de la confiabilidad para la MWD (α, β, γ) como la tasa de falla, la confiabilidad, y el “tiempo medio hasta el fallo” (MTTF, por sus siglas en inglés), son las ecuaciones (3, 4, 5) respectivamente:

$$h(x; \alpha, \beta, \gamma) = (\alpha + \beta\gamma x^{\gamma-1}), x > 0 \quad (3)$$

$$R(x; \alpha, \beta, \gamma) = e^{-\alpha x - \beta x^\gamma} \quad (4)$$

$$MTTF = \int_0^{\infty} x (\alpha + \beta\gamma x^{\gamma-1}) e^{-\alpha x - \beta x^\gamma} dx \quad (5)$$

Por otra parte, resulta importante comentar, que las estimaciones de los parámetros desconocidos α, β y γ de la MWD (α, β, γ) se pueden obtener mediante el método de estimación de máxima verosimilitud (MLE, por sus siglas en inglés), uno de los más usados en las distribuciones no tradicionales de probabilidad, y en el cual se emplea la función de log-verosimilitud, representada en la ecuación (6):

$$l = \sum_{i=1}^n \ln(\alpha + \beta\gamma x_i^{\gamma-1}) - \alpha \sum_{i=1}^n x_i - \beta \sum_{i=1}^n x_i^\gamma \quad (6)$$

También resulta necesario, aproximar las estimaciones utilizando intervalos de confianza para estos parámetros, pues las estimaciones de máxima verosimilitud de los parámetros desconocidos no pueden obtenerse de forma cerrada, lo cual implica que no es posible obtener distribuciones exactas de estos parámetros. Entonces, es preciso emplear la matriz de varianza-covarianza asintótica V , la cual es la inversa de la matriz de información de Fisher observada I [23].

La matriz de varianza-covarianza se puede aproximar a la ecuación (7):

$$V = \begin{pmatrix} V_{11} & V_{12} & V_{13} \\ V_{21} & V_{22} & V_{23} \\ V_{31} & V_{32} & V_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -I_{11} & -I_{12} & -I_{13} \\ -I_{21} & -I_{22} & -I_{23} \\ -I_{31} & -I_{32} & -I_{33} \end{pmatrix}^{-1} \quad (7)$$

Como la matriz V contiene los parámetros (α, β, γ), se reemplazan los parámetros por los estimados de máxima verosimilitud para obtener una estimación de V , que se denota por la ecuación (8):

$$\hat{V} = \begin{pmatrix} -\hat{I}_{11} & -\hat{I}_{12} & -\hat{I}_{13} \\ -\hat{I}_{21} & -\hat{I}_{22} & -\hat{I}_{23} \\ -\hat{I}_{31} & -\hat{I}_{32} & -\hat{I}_{33} \end{pmatrix}^{-1} \quad (8)$$

Donde $\hat{I}_{ij} = I_{ij}$ cuando $(\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma})$ reemplaza a (α, β, γ) .

Luego, empleando la ecuación (8) y con una aproximación de $100(1 - \theta)\%$, los intervalos de confianza para α, β y γ se determinan respectivamente por la ecuación (9):

$$\hat{\alpha} \pm Z_{\frac{\theta}{2}} \sqrt{\hat{V}_{11}}, \quad \hat{\beta} \pm Z_{\frac{\theta}{2}} \sqrt{\hat{V}_{22}}, \quad \hat{\gamma} \pm Z_{\frac{\theta}{2}} \sqrt{\hat{V}_{33}} \quad (9)$$

Donde $Z_{\frac{\theta}{2}}$ es el $\frac{\theta}{2}$ -ésimo percentil de la distribución normal estándar.

Distribución de Weibull-Exponencial Generalizada (WGED)

La función de densidad de probabilidad de la WGED con X como variable y parámetros a, b, λ (se denota por $X \sim \text{WGED}(a, b, \lambda)$) se muestra en la ecuación (10), [19]:

$$f(x; a, b, \lambda) = ab\lambda e^{\lambda x} [e^{\lambda x} - 1]^{b-1} e^{-a[e^{\lambda x} - 1]^b}, x > 0 \quad (10)$$

Por lo que la función de distribución es la ecuación (11):

$$F(x; a, b, \lambda) = 1 - e^{-a[e^{\lambda x} - 1]^b}, x > 0, a > 0, b > 0, \lambda > 0 \quad (11)$$

Donde a es un parámetro de escala, y $b > 0$ y $\lambda > 0$ son dos parámetros de forma.

Otras medidas de la confiabilidad para una WGED (a, b, λ) , como la tasa de falla, la confiabilidad y el MTTF, son las ecuaciones (12, 13, 14), respectivamente:

$$h(x; a, b, \lambda) = ab\lambda e^{\lambda x} [e^{\lambda x} - 1]^{b-1}, x > 0 \quad (12)$$

$$R(x; a, b, \lambda) = 1 - F(x; a, b, \lambda) = e^{-a[e^{\lambda x} - 1]^b}, x > 0 \quad (13)$$

$$MTTF = \int_0^{\infty} x ab\lambda e^{\lambda x} [e^{\lambda x} - 1]^{b-1} e^{-a[e^{\lambda x} - 1]^b} dx \quad (14)$$

Por otra parte, resulta importante comentar, que las estimaciones de los parámetros desconocidos de a, b y λ , de la distribución WGED (a, b, λ) se pueden obtener mediante el método de MLE, en el cual se emplea la función de log-verosimilitud, representada en la ecuación (15):

$$l = n \ln(ab\lambda) + \lambda \sum_{i=1}^n x_i + (b-1) \sum_{i=1}^n \ln(e^{\lambda x_i} - 1) - a \sum_{i=1}^n [e^{\lambda x_i} - 1]^b \quad (15)$$

También resulta necesario, aproximar las estimaciones utilizando intervalos de confianza para estos parámetros, pues las estimaciones de máxima verosimilitud de los parámetros desconocidos no pueden obtenerse de forma cerrada, lo cual implica que no es posible adquirir distribuciones exactas de estas cantidades. Entonces, es preciso emplear la matriz de varianza-covarianza asintótica V , la cual es la inversa de la matriz de información de Fisher observada I y se define por la ecuación (16), [19]:

$$V = I^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{\partial^2 \log(l)}{\partial a^2} & -\frac{\partial^2 \log(l)}{\partial a \partial b} & -\frac{\partial^2 \log(l)}{\partial a \partial \lambda} \\ -\frac{\partial^2 \log(l)}{\partial b \partial a} & -\frac{\partial^2 \log(l)}{\partial b^2} & -\frac{\partial^2 \log(l)}{\partial b \cdot \partial \lambda} \\ -\frac{\partial^2 \log(l)}{\partial \lambda \partial a} & -\frac{\partial^2 \log(l)}{\partial \lambda \partial b} & -\frac{\partial^2 \log(l)}{\partial \lambda^2} \end{pmatrix}_{(\hat{a}, \hat{b}, \hat{\lambda})}^{-1} = \begin{pmatrix} \text{var}(\hat{a}) & \text{cov}(\hat{a}, \hat{b}) & \text{cov}(\hat{a}, \hat{\lambda}) \\ \text{cov}(\hat{b}, \hat{a}) & \text{var}(\hat{b}) & \text{cov}(\hat{b}, \hat{\lambda}) \\ \text{cov}(\hat{\lambda}, \hat{a}) & \text{cov}(\hat{\lambda}, \hat{b}) & \text{var}(\hat{\lambda}) \end{pmatrix} \quad (16)$$

Empleando la ecuación (16) y con una aproximación de 100(1- θ)%, los intervalos de confianza para a , b y λ se determinan respectivamente por la ecuación (17):

$$\hat{a} \pm Z_{\frac{\theta}{2}} \sqrt{\text{var}(\hat{a})}, \hat{b} \pm Z_{\frac{\theta}{2}} \sqrt{\text{var}(\hat{b})}, \hat{\lambda} \pm Z_{\frac{\theta}{2}} \sqrt{\text{var}(\hat{\lambda})} \quad (17)$$

Donde $Z_{\frac{\theta}{2}}$ es el $\frac{\theta}{2}$ -ésimo percentil de la distribución normal estándar.

DISCUSIÓN DE RESULTADOS OBTENIDOS

En este trabajo se presenta el procedimiento para la obtención de modelos de confiabilidad de LEDs blancos empleados en iluminación, a partir de las distribuciones de probabilidad no tradicionales MWD y WGED de los “tiempos hasta el fallo” tomados de los resultados de JP Zhang (2015) [24], los cuales se muestran en la tabla 1, expresados en miles de horas (kh).

Tabla 1. Muestra de tiempo hasta el fallo de LEDs blancos para tres temperaturas T(1), T(2) y T(3)

Temperaturas	Tiempos hasta el fallo (kh)									
	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}
T(1)= 333,15 K	8,01	8,621	9,296	9,834	10,327	10,755	11,728	11,993	12,732	13,5
T(2)= 353,15 K	3,685	3,906	4,043	4,457	4,599	4,865	5,088	5,39	5,635	5,952
T(3)= 378,15 K	1,995	2,093	2,24	2,255	2,318	2,418	2,433	2,505	2,623	2,765

Estimación de los parámetros

El sistema de ecuaciones no lineales (derivadas parciales de la función de log-verosimilitud con respecto a cada uno de los parámetros) para obtener las estimaciones de máxima verosimilitud (MLEs) de α , β y γ para la distribución Modificada de Weibull (MWD) y a , b y λ para la WGED, se resolvió utilizando los datos de la tabla 1, y aplicando el método “Prueba y Error” mediante una herramienta computacional que emplea algoritmos genéticos.

Los resultados de los parámetros desconocidos de la MWD y de la WGED, así como los de la prueba de bondad de ajuste Kolmogorov-Smirnov (K-S) para ambas distribuciones, se muestran en la tabla 2 y la tabla 3 respectivamente. En dichas pruebas K-S, las hipótesis trabajadas fueron las siguientes:

Para la MWD

H_0 : La variable “tiempo hasta el fallo” sigue una MWD.

H_1 : La variable “tiempo hasta el fallo” no sigue una MWD.

Para la WGED

H_0 : La variable “tiempo hasta el fallo” sigue una WGED.

H_1 : La variable “tiempo hasta el fallo” no sigue una WGED.

Tabla 2. Parámetros estimados $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ y $\hat{\gamma}$ de la MWD para tres temperaturas y el resultado de la prueba K-S

	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\gamma}$	K-S
T(1)= 333,15 K	0,001	0,055	1,135	0,346
T(2)= 353,15 K	0,015	0,078	1,47	0,343
T(3)= 378,15 K	0,105	0,095	2,04	0,351

En la tabla 2, se puede observar que en la prueba de bondad de ajuste $K-S \leq D_\alpha$ ($D_\alpha=0,368$, para el 10% de error) [25], para las tres temperaturas, por lo que en cada una de las pruebas, no existe suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis de que los datos siguen la MWD con un nivel de confianza de 90%. Por tanto, dicha distribución puede ser empleada para evaluar la confiabilidad de la muestra de LEDs estudiada.

En la tabla 3, se puede observar que en la prueba de bondad de ajuste $K-S \leq D_\alpha$ ($D_\alpha=0,368$, para el 10% de error) [25] para las tres temperaturas, por lo que en cada una de las pruebas, no existe suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis de que los datos siguen la WGED con un nivel de confianza de 90%. Por tanto, dicha distribución puede ser empleada para evaluar la confiabilidad de la muestra de LEDs estudiada.

Tabla 3. Parámetros estimados \hat{a} , \hat{b} y $\hat{\lambda}$ de WGED para tres temperaturas y el resultado del test K-S

	\hat{a}	\hat{b}	$\hat{\lambda}$	K-S
T(1)= 333,15 K	0,286	0,217	0,436	0,359
T(2)= 353,15 K	0,291	0,342	0,628	0,362
T(3)= 378,15 K	0,250	0,621	0,845	0,367

Intervalos de confianza para la MWD

Sustituyendo los valores de los parámetros estimados \hat{a} , $\hat{\beta}$ y $\hat{\gamma}$ (para cada una de las pruebas) en la matriz de Información de Fisher, se pueden estimar las matrices de varianza-covarianza asintótica, las cuales se presentan en la tabla 4, junto a los intervalos de confianza obtenidos, y con una aproximación del 95%.

Tabla 4. Obtención de los intervalos de confianza para la MWD

Temperatura	Matriz	PE	Intervalos de confianza
T(1)= 333,15 K	$I_0^{-1} = \begin{bmatrix} 4,491 \cdot 10^{-2} & -2,798 \cdot 10^{-2} & -7,414 \cdot 10^{-3} \\ -2,798 \cdot 10^{-2} & 1,71 \cdot 10^{-2} & -4,75 \cdot 10^{-3} \\ -7,414 \cdot 10^{-3} & -4,75 \cdot 10^{-3} & 3,402 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$	$\hat{\alpha}$	0,001±0,415
		$\hat{\beta}$	0,055±0,256
		$\hat{\gamma}$	1,135±0,012
T(2)= 353,15 K	$I_0^{-1} = \begin{bmatrix} 0,553 & -0,175 & -5,693 \cdot 10^{-2} \\ -0,175 & 5,479 \cdot 10^{-2} & 1,852 \cdot 10^{-2} \\ -5,693 \cdot 10^{-2} & 1,852 \cdot 10^{-2} & 1,827 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}$	$\hat{\alpha}$	0,015±0,458
		$\hat{\beta}$	0,078±0,459
		$\hat{\gamma}$	1,47±0,084
T(3)= 378,15 K	$I_0^{-1} = \begin{bmatrix} 5,217 & -0,997 & -0,561 \\ -0,997 & 0,189 & 0,109 \\ -0,561 & 0,109 & 3,639 \cdot 10^{-2} \end{bmatrix}$	$\hat{\alpha}$	0,0105±4,477
		$\hat{\beta}$	0,095±0,852
		$\hat{\gamma}$	2,04±0,374

Nota: PE.- parámetros estimados

Aplicando el mismo conocimiento para la distribución WGED se obtienen los intervalos de confianza para los parámetros desconocidos a , b y λ , resultados que se muestran en la tabla 5, también con una aproximación del 95%.

Tabla 5. Obtención de los intervalos de confianza para la WGED

Temperatura	Matriz	PE	Intervalos de confianza
T(1)= 333,15 K	$I_0^{-1} = \begin{bmatrix} 1,846 \cdot 10^{-2} & -4,231 \cdot 10^{-3} & -1,046 \cdot 10^{-2} \\ -4,231 \cdot 10^{-3} & 3,937 \cdot 10^{-3} & -5,512 \cdot 10^{-5} \\ -1,046 \cdot 10^{-2} & -5,512 \cdot 10^{-5} & 1,929 \cdot 10^{-2} \end{bmatrix}$	\hat{a}	0,286±0,222
		\hat{b}	0,217±0,098
		$\hat{\lambda}$	0,436±0,279
T(2)= 353,15 K	$I_0^{-1} = \begin{bmatrix} 2,227 \cdot 10^{-2} & -6,9 \cdot 10^{-3} & -2,176 \cdot 10^{-2} \\ -6,9 \cdot 10^{-3} & 9,842 \cdot 10^{-3} & -8,664 \cdot 10^{-5} \\ -2,176 \cdot 10^{-2} & -8,664 \cdot 10^{-5} & 5,314 \cdot 10^{-2} \end{bmatrix}$	\hat{a}	0,291±0,293
		\hat{b}	0,342±0,194
		$\hat{\lambda}$	0,628±0,452
T(3)= 378,15 K	$I_0^{-1} = \begin{bmatrix} 2,213 \cdot 10^{-2} & -1,163 \cdot 10^{-2} & -3,382 \cdot 10^{-2} \\ -1,163 \cdot 10^{-2} & 3,12 \cdot 10^{-2} & -5,301 \cdot 10^{-5} \\ -3,382 \cdot 10^{-2} & -1,526 \cdot 10^{-3} & 9,924 \cdot 10^{-2} \end{bmatrix}$	\hat{a}	0,25±0,292
		\hat{b}	0,621±0,346
		$\hat{\lambda}$	0,845±0,617

Análisis de confiabilidad a partir de la MWD

La determinación de la confiabilidad de los LEDs se efectúa a partir de las funciones de confiabilidad, tasa de falla, y el MTTF a partir de los datos obtenidos para las tres temperaturas de trabajo. En la figura 1, se representan las funciones de densidad de probabilidad¹ con los valores estimados $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ y $\hat{\gamma}$ para cada una de las tres temperaturas trabajadas, y en la misma puede observarse que, tal y como se esperaba, la temperatura afecta negativamente la confiabilidad de los LEDs.

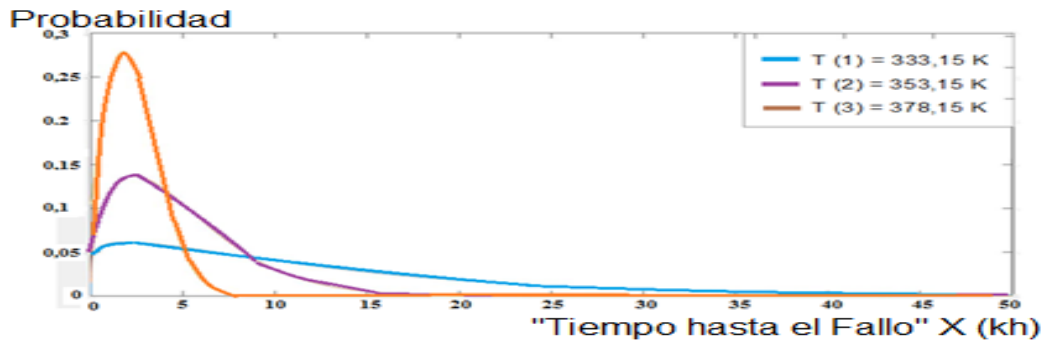


Fig. 1. Función de densidad de probabilidad $f(x)$

Según los valores estimados $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ y $\hat{\gamma}$ de la MWD (α, β, γ) , la función de confiabilidad $R(x; \hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma})^2$, la función de tasa de falla $h(x; \hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma})$ y el MTTF se representan por las ecuaciones (18, 19, 20):

$$R(x; \hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma}) = 1 - F(x; \hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma}) = \int_x^{\infty} f(x; \hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma}) dx = e^{-\hat{\alpha}x^{\hat{\beta}} - \hat{\beta}x^{\hat{\gamma}}}, x > 0 \quad (18)$$

$$h(x; \hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma}) = (\hat{\alpha} + \hat{\beta}\hat{\gamma}x^{\hat{\gamma}-1}) \quad (19)$$

$$MTTF = \int_0^{\infty} x(\hat{\alpha} + \hat{\beta}\hat{\gamma}x^{\hat{\gamma}-1}) e^{-\hat{\alpha}x^{\hat{\beta}} - \hat{\beta}x^{\hat{\gamma}}} dx \quad (20)$$

A partir de las ecuaciones anteriores, se obtienen las curvas que muestran el comportamiento para las temperaturas estudiadas, de cada una de estas funciones, las que se presentan en la figura 2, y en la tabla 6, (en este último análisis, para un error de aproximación de $1 \cdot 10^{-4}$).

Tabla 6. Determinación del valor de MTTF de los LEDs estudiados

Temperatura	Valor de MTTF obtenido (horas)
T(1)= 333,15 K	12169
T(2)= 353,15 K	4854
T(3)= 378,15 K	3353

¹ Véase ecuación (1)

² x es el “tiempo hasta el fallo”

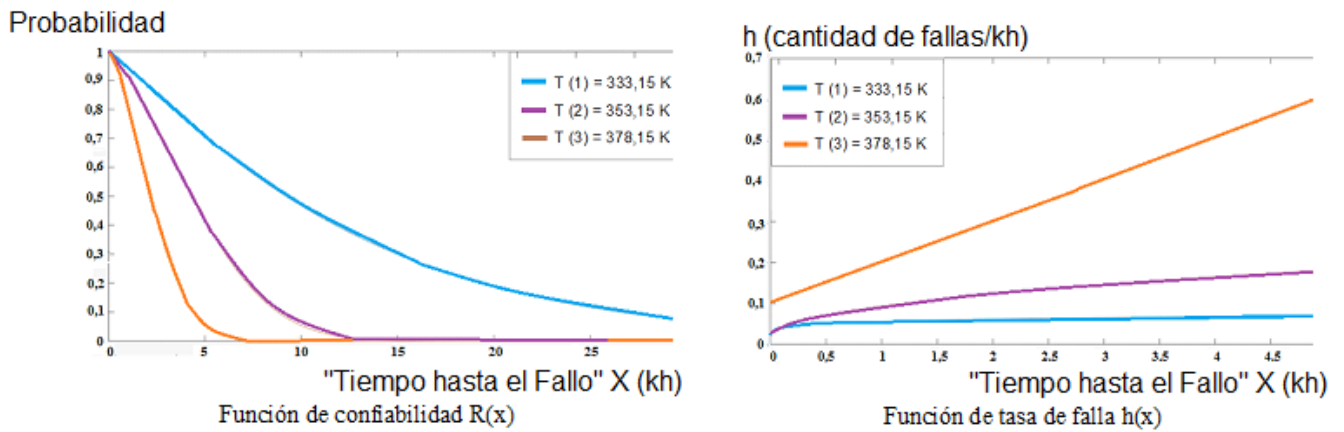


Fig. 2. Comportamiento de la confiabilidad y la tasa de falla para las diferentes temperaturas de ensayo de la MWD

Análisis de confiabilidad a partir de la WGED

Utilizando un procedimiento similar se obtienen las características de la confiabilidad de los LEDs, de la muestra estudiada, según la distribución WGED de “tiempos hasta el fallo” para las tres temperaturas trabajadas, manteniendo el análisis de la confiabilidad a partir de las funciones de confiabilidad, tasa de falla, y el MTTF. En la figura 3, se representan las funciones de densidad de probabilidad³ con los valores estimados \hat{a} , \hat{b} y $\hat{\lambda}$ para cada una de las tres temperaturas trabajadas, y en la misma puede observarse, nuevamente, el efecto negativo que tiene la temperatura en la confiabilidad de los LEDs.

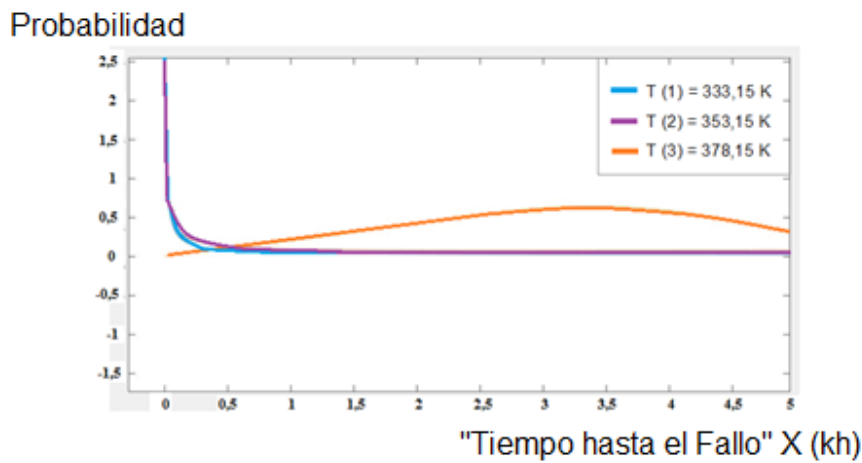


Fig. 3. Función de densidad de probabilidad de WGED

De manera similar, pero para la distribución WGED, el análisis de la confiabilidad de los LEDs se efectúa a partir de las funciones de confiabilidad, tasa de falla, y el MTTF a partir de los datos obtenidos para las tres temperaturas de trabajo.

Dado que se conocen los valores estimados \hat{a} , \hat{b} y $\hat{\lambda}$ para esta distribución, las funciones de confiabilidad y de tasa de falla, así como la correspondiente al valor de MTTF se expresan respectivamente por las ecuaciones (21, 22, 23)⁴:

³ Véase ecuación (10)

⁴ x es el “tiempo hasta el fallo”

$$R(x; \hat{a}, \hat{b}, \hat{\lambda}) = 1 - F(x; (x; \hat{a}, \hat{b}, \hat{\lambda})) = \int_0^x f(x; (x; \hat{a}, \hat{b}, \hat{\lambda})) dx = e^{-\hat{a} [e^{\hat{\lambda}x} - 1]^{\hat{b}}} \quad (21)$$

$$h(x; \hat{a}, \hat{b}, \hat{\lambda}) = \hat{a} \hat{b} \hat{\lambda} e^{\hat{\lambda}x} [e^{\hat{\lambda}x} - 1]^{\hat{b}-1} \quad (22)$$

$$MTTF = \int_0^{\infty} x f(x; \hat{a}, \hat{b}, \hat{\lambda}) dx \quad (23)$$

A partir de las ecuaciones anteriores se obtienen las curvas que muestran el comportamiento, para las temperaturas estudiadas, de cada una de estas funciones, las que se presentan en la figura 4 y en la tabla 7 (en este último análisis, para un error de aproximación de $1 \cdot 10^{-4}$).

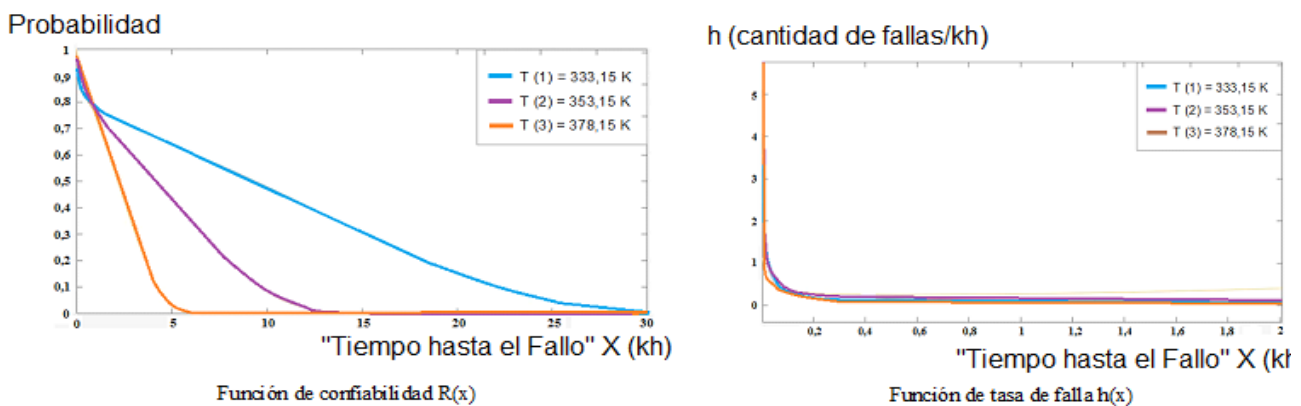


Fig. 4. Comportamiento de la confiabilidad y la tasa de falla para las diferentes temperaturas de ensayo de la WGED

Tabla 7. Determinación del valor de MTTF de los LEDs estudiados

Temperatura	Valor de MTTF obtenido (horas)
T(1)= 333,15 K	10127
T(2)= 353,15 K	4519
T(3)= 378,15 K	2227

CONCLUSIONES

Se demuestra, a partir de “tiempos hasta el fallo” obtenidos, de acuerdo al criterio L_{70} de ASSIST, en ensayos acelerados de la literatura consultada, la factibilidad de la aplicación de distribuciones de probabilidad no tradicionales para la obtención de modelos de confiabilidad de LEDs blancos empleados en iluminación; pues los análisis realizados mostraron que no hay evidencia suficiente para rechazar la hipótesis de que los datos siguen las distribuciones de Weibull-Exponencial Generalizada, y Modificada de Weibull, según la Prueba de Bondad de Ajuste Kolmogorov-Smirnov. Además, pudo observarse que los ensayos más agresivos, es decir con mayor temperatura, presentan una velocidad de degradación mayor.

REFERENCIAS

- [1] ZHUANG, Yunyi, *et al.* “Study on the mechanism of color coordinate shift of LED package”. Journal of Semiconductors [Online]. 2017, v. 38, n. 7, 074006 [Consultado 2019-06-17]. ISSN 1674-4926. Disponible en: https://www.researchgate.net/publication/318474264_Study_on_the_mechanism_of_color_coordinate_shift_of_LED_package ; DOI: [10.1088/1674-4926/38/7/074006](https://doi.org/10.1088/1674-4926/38/7/074006)

- [2] Lasance y Poppe - 2014 - Thermal management for LED applications.pdf [Online]. [Consultado 2019-06-17]. Disponible en: <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/978-1-4614-5091-7.pdf>
- [3] A Gil-de-Castro, *et al.* "LED street lighting: A power quality comparison among street light technologies". Sage Journals. 2013, v. 45, n. 6, p. 710-728. [Online]. [Consultado 2019-06-17]. Disponible en: <https://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1177/1477153512450866>
- [4] Office of Energy Efficiency & Renewable Energy. "SSL Forecast Report". Energy.gov. 2019 [Online]. [Consultado 2019-06-17]. Disponible en: <https://www.energy.gov/eere/ssl/ssl-forecast-report>
- [5] QIAN, C., *et al.* "Advances in Reliability Testing and Standards Development for LED Packages and Systems". Cham: Springer International Publishing, 2018. [Online]. [Consultado 2019-08-24], s. 77–114. ISBN 978-3-319-58175-0. Disponible en: https://books.google.com/cu/books?id=ba4sDwAAQBAJ&pg=PA77&lpg=PA77&dq=doi:10.1007/978-3-319-58175-0_4&source=bl&ots=NHpkiflrAZ&sig=ACfU3U38dPD1p8fybhHFWBp0Wxcz5HjvrA&hl=es&sa=X&ved=2ahUKEwjbmVzC4vTmAhuJLa0KHZsuB20Q6AEwAHoECAUQAQ#v=onepage&q=doi%3A10.1007%2F978-3-319-58175-0_4&f=false
- [6] VOS, T., P. den BREEIJEN a Willem Dirk van DRIEL. "Quality and Reliability in Solid-State Lighting: Qua Vadis?". Solid State Lighting Technology and Application Series. 2018, s. 1–13. ISBN: 978-3-319-58174-3. [Online]. [Consultado 2019-06-17]. Disponible en: https://rd.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-58175-0_1
- [7] YAZDAN MEHR, M., Willem Dirk VAN DRIEL a Guo Qi ZHANG. "Reliability and Lifetime Assessment of Optical Materials in LED-Based Products". Cham: Springer International Publishing, 2018, Solid State Lighting Technology and Application Series, p. 115–139. ISBN 978-3-319-58175-0. [Online]. [Consultado 2019-08-24]. Disponible en: https://www.researchgate.net/publication/318466658_Reliability_and_Lifetime_Assessment_of_Optical_Materials_in_LED-Based_Products
- [8] YU, S., *et al.* "Influence of lens structure on the mechanical strength of high-power light emitting diodes". 18th International Conference on Electronic Packaging Technology (ICEPT). 2017, p. 529–534. [Online]. Disponible en: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8046510>
- [9] FAN, Jiajie., *et al.* "Color Shift Failure Prediction for Phosphor-Converted White LEDs by Modeling Features of Spectral Power Distribution with a Nonlinear Filter Approach". Materials. 2017, v. 10, n. 7, p. 819. [Online]. [Consultado 2019-08-21]. Disponible en: <https://www.mdpi.com/1996-1944/10/7/819/htm>
- [10] SHAILESH, KR, CP KURIAN a SG KINI. "Understanding the reliability of LED luminaires". Lighting Research & Technology. 2018, v. 50, n. 8, p. 1179–1197. ISSN 1477-1535. [Online]. [Consultado 2019-08-21]. Disponible en: <https://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1177/1477153517728768>
- [11] IES LM-80-08. "Approved Method: Measuring Lumen, Maintenance of LED, Ligth Sources". IES. 2019. [Online]. [Consultado 2019-06-17]. Disponible en: <https://www.scribd.com/document/193419511/IES-LM-80-08>
- [12] DOE, US. "Program Requirements for Solid State Lighting Luminaires". ENERGY STAR®.2008. Disponible en: https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&ved=2ahUKEwjkaXf6PTmAhVB2qwKHcz0CccQFjABegQIAhAC&url=https%3A%2F%2Fwww.energystar.gov%2Ffia%2Fpartners%2Fproduct_specs%2Fprogram_reqs%2FSSL_prog_req_V1.1.pdf&usq=AOvVaw32eEkiH9X41fyQfii56lYi
- [13] V. Becirovic., *et al.* "Effects on LEDs during the Accelerated Ageing Test" - IEEE Conference Publication [Online]. [Consultado 2019-06-17]. Disponible en: <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/8717756> ; DOI: 10.1109/INFOTEH.2019.8717756
- [14] ALMALKI, Saad J. a Saralees NADARAJAH. "Modifications of the Weibull distribution: A review". Reliability Engineering & System Safety [Online]. 2014, v. 124, p. 32–55 [Consultado 2019-09-13]. ISSN 0951-8320. Disponible en: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0951832013003074>
- [15] Ammar M. Sarhan and Manzen Zaindin. "Modified Weibull distribution". ResearchGate. 2019, v. 52, n. 1, [Online]. [Consultado 2019-06-17]. Disponible en: https://www.researchgate.net/publication/228695122_Modified_Weibull_distribution
- [16] LAI, Chin-Diew. "Generalized Weibull Distributions". In: Chin-Diew LAI, ed. Generalized Weibull Distributions. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2014], SpringerBriefs in Statistics, s. 23–75. ISBN 978-3-642-39106-4. [Online]. [Consultado 2019-09-13]. Disponible en: https://books.google.com/cu/books?id=Tey5BAAAQBAJ&pg=PA23&lpg=PA23&dq=doi:10.1007/978-3-642-39106-4_2&source=bl&ots=WLSm5no2aN&sig=ACfU3U3_xioipBY_sPI_YuCbEBd2I2a4qA&hl=es&sa=X&ved=2ahUKEwiK7Z-A7PTmAhUxgK0KHfGbD4IQ6AEwCnoECACQAQ#v=onepage&q=doi%3A10.1007%2F978-3-642-39106-4_2&f=false
- [17] Muhammad SK., *et al.* "Transmuted Weibull distribution: Properties and estimation". Communications in Statistics - Theory and Methods. 2017, v. 46, n. 11 [Online]. [Consultado 2019-06-17]. Disponible en: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/03610926.2015.1100744>

- [18] NADARAJAH, Saralees, *et al.* "The exponentiated Weibull distribution: a survey". *Statistical Papers* [Online]. 2013, v. 54, n. 3, p. 839–877. ISSN 0932-5026. [Consultado 2019-06-17]. Disponible en: <https://link.springer.com/article/10.1007/s00362-012-0466-x>
- [19] Abdelfattah Mustafa, *et al.* "Weibull Generalized Exponential Distribution". Cornell University. 2016, v. 1, p. 15. [Consultado 2019-09-19]. Disponible en: <https://arxiv.org/abs/1606.07378>
- [20] KALANTAN, Zakiah Ibrahim. "A new approach on bivariate Weibull linear failure rate distribution based on copula model". *International Mathematical Forum*. 2018, v. 13, n. 8, p. 363–374. ISSN 13147536, 13127594 [Online]. [Consultado 2019-09-19]. Disponible en: https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&ved=2ahUKEwjX1Kir7_TmAhVIhq0KH_W_KDkcQFjABegQIAhAC&url=http%3A%2F%2Fwww.m-hikari.com%2Fimf%2Fimf-2018%2F5-8-2018%2Fp%2FkalantanIMF5-8-2018.pdf&usq=AOvVaw0WVq289pzF69Q0IP1I9XsL
- [21] P. E., Oguntunde, *et al.* "The Weibull-Exponential Distribution: Its Properties and Applications". *Journal of Applied Sciences*. 2015, v. 15, n. 11, p. 1305-1311. [Online]. [Consultado 2019-09-19]. Disponible en: <https://scialert.net/abstract/?doi=jas.2015.1305.1311>
- [22] BASHIR, Shakila and Mujahid RASUL. "A New Weighted Rayleigh Distribution: Properties and Applications on Lifetime Time Data". *Open Journal of Statistics*. 2018, n. 8, n. 3, p. 640–650 [Online]. [Consultado 2019-09-19]. Disponible en: <https://m.scirp.org/papers/85606>
- [23] Saad J. Almalki and Jingsong Yuan. "A new modified Weibull distribution". *Reliability Engineering & System Safety* [Online]. 2013, v. 111, p. 164–170. ISSN 0951-8320. [Consultado 2019-06-17]. Disponible en: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0951832012002396>
- [24] CHEN WEN-LONG, *et al.* "Life prediction of LED lamps based on BRM under three-parameter weibull distribution". *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays* [Online]. 2015, v. 30, n. 3, p. 525–530. ISSN 1007-2780. [Consultado 2019-06-17]. Disponible en: <http://web.a.ebscohost.com/abstract?site=ehost&scope=site&jrnl=10072780&AN=103336487&h=IPI950LBczrvVbcgzcTU15jxcBdklimLEDh2G1VWFVZM6qQLNNDebowOTXo0M5LJtGMSkRwA9V%2b3A%2bXMhZvzdA%3d%3d&crl=c&resultLocal=ErrCrlNoResults&resultNs=Ehost&crlhashurl=login.aspx%3fdirect%3dtrue%26profile%3dehost%26scope%3dsite%26authype%3dcrawler%26jrnl%3d10072780%26AN%3d103336487>
- [25] MILLER, Irwin and John E. FREUND. "Probabilidad y estadística para ingenieros". B.m.: Reverte, 2004. ISBN 978-84-291-5094-0. [Consultado 2019-06-17]. Disponible en: https://www.reverte.com/libro/probabilidad-y-estadistica-para-ingenieros_89225/

CONFLICTO DE INTERESES

Los autores declaran que no existe conflicto de intereses.

CONTRIBUCIÓN DE LOS AUTORES:

Diego de los Angeles Fernández Labrada: <http://orcid.org/0000-0002-4240-7699>

Responsable de la idea y diseño del estudio del estado del arte, de la recogida de datos, y del análisis e interpretación de la investigación. Participó en el análisis de los resultados y en la revisión y redacción del informe final.

Miguel Castro Fernandez: <http://orcid.org/0000-0002-3983-469X>

Diseño y organización metodológica de la investigación. Análisis de los resultados obtenidos en la investigación presentados en el artículo propuesto. Participó en el análisis de los resultados y en la revisión y redacción del informe final.

Ernesto Alejandro Guerra Blanco: <http://orcid.org/0000-0002-9357-7807>

Revisión bibliográfica. Programación en la herramienta computacional de los métodos empleados. Participó en el análisis de los resultados y en la revisión y redacción del informe final.

Degnís Fernández Martínez: <http://orcid.org/0000-0002-2635-9201>

Revisión bibliográfica. Programación en la herramienta computacional de los métodos empleados. Participó en el análisis de los resultados y en la revisión y redacción del informe final.