



Vol. 3 (noviembre –2018)
ISSN 0719-742X E-ISSN 0719-7624
Fechas de recepción: 03/10/2018
Fecha aceptación: 01/11/2018

Integrar tecnología en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, factores claves.

Integrate technology in the teaching-learning of mathematics, key factors.

Jorge Gaona. *Université Paris Diderot, France*
jorge.gaona@etu.univ-paris-diderot.fr

Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-6367-529X>

Cómo citar este artículo: Gaona, J. (2018) Integrar tecnología en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, factores claves. *Revista de Gestión de la Innovación en Educación Superior REGIES*, 3, p.p.75-93. Issn 0719-742X; E-Issn 0719-7624

Resumen

En este artículo se discuten los factores que influyen en la integración de la tecnología en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: valor pragmático: relacionado con el potencial de la tecnología para realizar nuevas acciones o lo mismo que se puede hacer sin ella pero de forma eficiente; valor epistémico: relacionado con el aporte que tiene en el aprendizaje, poniendo el acento en que no es algo intrínseco a la tecnología sino que a las tareas mediadas por esta; la flexibilidad y cercanía de los recursos con el currículum efectivo, participación de los profesores en los procesos de selección, validación y creación de los recursos; los costos materiales, temporales e instrumentales y el apoyo institucional. Finalmente se discute sobre la interrelación entre estos factores y como se pueden tensionar mutuamente, mostrando que la integración es un desafío multidimensional que no permite alcanzar el óptimo en cada uno de ellos.

Palabras claves: informática educativa, transferencia de tecnología, educación matemática.

Abstract

This article discusses the factors that influence the integration of technology in mathematics teaching and learning processes: pragmatic value: related to the potential of technology to carry out new actions or the same thing that can be done without it but in an efficient manner; epistemic value: related to its contribution to learning, emphasizing that it is not something intrinsic to technology but rather to the tasks mediated by it; flexibility and proximity of resources to the effective curriculum; participation of teachers in the processes of selection, validation, and creation of resources; material, temporal, and instrumental costs; and institutional support. Finally, the interrelationship between these factors and how they can stress each other is discussed, showing that integration is a multidimensional challenge that does not allow reaching the optimum in each of them.

Keywords: computer uses in education, technology transfer, mathematic education.

Según el informe del 2015 de la Organización para la cooperación y el desarrollo económico (OCDE, 2015), el 92% de los estudiantes cuentan con acceso a internet en sus casas, pero sólo entre el 40% y 70% de los estudiantes utiliza computadores en la escuela. Esta diferencia da cuenta que existe una brecha entre la penetración de la tecnología en la vida cotidiana y en la escuela. Más aún, no existe una correlación entre uso de la tecnología en la escuela y resultados en PISA, lo que lleva a cuestionar el uso que se le está dando a la tecnología en educación y son un indicio de la compleja relación que hay entre estudiantes, profesores y computadores.

En la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas se han realizado estudios internacionales específicos que estudian esta relación, promovidos principalmente por la Comisión Internacional de Instrucción Matemática (ICMI), donde el primero se publicó en 1992 y tuvo como foco el estudio de la influencia de la tecnología sobre las prácticas matemáticas, sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, sobre los planes de estudio y la formación de profesores (Cornu & Ralston, 1992). En este estudio se concluyó que la influencia de la tecnología sobre la matemática como disciplina es clara, pero sobre la enseñanza no lo es tanto y los principales problemas que se detectaron fueron la reproductibilidad y escalabilidad de los resultados positivos obtenidos en experimentaciones pequeñas y en ambientes controlados a escenarios con profesores y estudiantes ordinarios.

En el año 2010 la ICMI (Hoyle & Lagrange, 2010) realiza un nuevo estudio dedicado a la integración de la tecnología en educación matemática. En este estudio se observa una mayor variedad de conceptos, herramientas y objetos matemáticos tratados y también en los dispositivos tecnológicos utilizados. Además, se amplía la mirada hacia implementaciones en países en vías de desarrollo y con contextos culturales diversos como Irán, México, Brasil, Malasia, Indonesia, Vietnam Eslovaquia, Lituania, India, Sudáfrica, además de las experiencias en países desarrollados. Los resultados de estas investigaciones muestran resultados positivos en el aprendizaje de los

estudiantes con distintos tipos de tecnologías, como geometría dinámica, programas para cálculo simbólico o sistemas de evaluación en línea, entre otros. Sin embargo, se reconoce, que la escalabilidad y reproductibilidad de estas implementaciones sigue siendo un desafío y también concluyen que el profesor tiene un rol esencial en darle legitimidad y validez a los recursos tecnológicos utilizados.

En esta misma línea, Drijvers (2016) hace un meta estudio en el que revisa el impacto de la tecnología en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de una serie de investigaciones y su conclusión es que el impacto es moderado a gran escala y es mayor a pequeña escala. Sin embargo, el tipo y el alcance de ese impacto dependen de la tecnología particular con la que se trabaja y cómo esta es utilizada. En un estudio de tipo más cualitativo, Drijvers (2015) revisa seis casos en los cuales responde en cada uno si la tecnología funcionó o no y conjetura los factores principales que explican estos resultados, los cuales son el diseño, el rol del profesor y el contexto educativo.

Así como Drijvers, varios otros autores coinciden en que el profesor es un actor fundamental para una exitosa integración de la tecnología (Abboud-Blanchard, 2014; Bozkurt & Ruthven, 2017; Lagrange, Dedeoglu, & Erdogan, 2005; Ruthven, 2002; Trigueros, Lozano, & Sandoval, 2014) y a su vez, esa integración en el aula depende de varios factores interrelacionados.

No obstante, como bien lo señala Ruthven (2007), frente a la proliferación de herramientas digitales disponibles no es fácil determinar a cuál darle prioridad y dado el actual conocimiento fragmentario sobre la aplicación de estas herramientas en los temas curriculares es aún más complicado darles un desarrollo y uso coherente.

En esta contribución se describen cada uno de estos factores a partir de una revisión de la literatura y al final se propone un esquema que los integra y que explicita la interrelación ellos.

1. Valor pragmático y epistémico

Los estudios sobre integración de tecnología, muestran que los cambios que experimentan los profesores sobre su práctica son coherentes con un balance entre costos y beneficios, entre aprendizaje y la pérdida de tiempo en preparación y gestión de sesiones (Abboud-Blanchard, 2014, p. 306). Pero, ¿qué significa que exista un beneficio para el aprendizaje cuando se trabaja con tecnología? Una forma en la que se puede estudiar el aprendizaje utilizando tecnología es a través de los conceptos de valor pragmático y epistémico, desarrollados por Artigue (2002).

El valor pragmático es el potencial que tiene la tecnología para hacer lo mismo que haríamos sin ella de forma más eficaz o eficiente o de realizar acciones que sin ella sería imposible. También esta relacionado con la funcionalidad que tiene una tecnología en particular, en este sentido (Drijvers, 2015) distingue las herramientas

tecnológicas para hacer matemáticas y para aprender matemáticas, a su vez, esta última funcionalidad la subdivide en dos: herramientas para practicar habilidades o para desarrollar conceptos.

El valor epistémico está relacionado con el potencial que tiene esta para ayudar a comprender los objetos involucrados. Este valor puede ser estudiado mediante algún modelo teórico que permita caracterizar los distintos elementos que componen la tarea y la interacción de esta con el estudiante mediada por la máquina. Por ejemplo, para estudiar el valor epistémico de un conjunto de tareas en un sistema de evaluación en línea, en Gaona (2016, 2018) se utilizó como marco teórico los “Espacios de Trabajo Matemático” desarrollado inicialmente por Houdement y Kuzniak (2006) en geometría y ampliado a otros dominios por Kuzniak y su equipo (Escribano, Kuzniak, Richard, & Gómez-Chacón, 2015; Kuzniak, 2011; Kuzniak, Tanguay, & Elia, 2016; Montoya & Vivier, 2014, 2016) . Este marco, permite estudiar el trabajo matemático de los estudiantes a partir de la articulación de un plano epistemológico, relacionado con la disciplina de las matemáticas y otro cognitivo, relacionado con los procesos mentales de los estudiantes. Estos dos planos se conectan mediante tres dimensiones: una semiótica, que está relacionado con la visualización de los signos; una instrumental que está relacionada con la utilización de artefactos simbólicos o materiales para los procesos de construcción y una discursiva que está relacionada con la justificación y argumentación en matemáticas, donde se movilizan elementos de un referencial teórico.

Hay que tener en cuenta que el valor pragmático y epistémico muchas veces están mezclados y no es posible separarlos, además, están restringidos y condicionados por la limitaciones que tenga la tecnología, las que pueden afectar el dominio de validez epistemológico al hacer la transposición informática de los objetos matemáticos involucrados (Balacheff, 2000).

Cabe destacar que el valor epistémico no es intrínseco a la tecnología, sino que más bien pertenece a la dupla (tecnología, tarea(s))¹ sobre la que deben trabajar los estudiantes y donde la tecnología funciona como medio. A esta dupla la denominaremos recursos tecnológicos o simplemente recursos cuando no haya ambigüedad.

Bajo esta perspectiva, no tiene sentido preguntarse si un software en particular tiene un alto valor epistémico, pues serán las tareas propuestas utilizando ese software en particular las que permitirán evaluar esto. Esta distinción permite, por ejemplo, evaluar el uso de los sistemas de evaluación en línea, que en su forma más básica son un

¹ La dupla (tecnología, tarea(s)) utiliza la notación matemática de un par ordenado (a,b), donde a y b viven en conjuntos específicos. Esta notación aquí se utiliza para hacer hincapié en que para estudiar la integración de la tecnología no basta con estudiar de forma aislada los programas informáticos y sus potencialidades, sino que es necesario estudiar las tareas que se trabaje con ella y analizar la actividad que efectivamente realiza el estudiante.

conjuntos de tareas con corrección automática y que en con software matemáticos más sofisticados como Maple TA, Stacks o Wiris (Gaona & Marquès, 2018; Nakamura, Yoshitomi, & Kawazoe, 2018; Sangwin, 2018) permiten crear preguntas con elementos aleatorios y retroalimentación inmediata, lo que permite a su vez que el profesor tenga en forma instantánea las respuestas y resultados de los estudiantes (Sangwin, Cazes, Lee, & Wong, 2010; Stacey & William, 2013). Toda la inmediatez descrita anteriormente pertenece al valor pragmático, pero sin analizar las preguntas propuestas a la clase, no podemos conocer el valor epistémico de la utilización de esta tecnología, lo cual no permite medir el potencial de aprendizaje.

Por ejemplo, si el software elegido no permite ingresar simbología matemática específica, esto puede ocasionar que las respuestas permitidas sólo sean números enteros, lo que limita el trabajo matemático potencial de los estudiantes (Briant & Bronner, 2017), o puede obligar a trabajar sólo con preguntas de selección múltiple, las que muchas veces tienen problemas de validez y cambia la naturaleza misma del trabajo propuesto (Sangwin & Kocher, 2016). Además de los problemas de ingreso, el sistema al no contar con un CAS (Computing Algebra System por sus siglas en inglés) tendrá problemas al interpretar respuestas equivalentes y correctas, lo que también limitará las tareas y objetos matemáticos que se puedan trabajar.

Otro ejemplo, es el que Villarreal (2012) reporta sobre el uso de un CBR (Calculator Based Range por sus siglas en inglés), el cual es un sensor de movimiento conectado a una calculadora gráfica que dibuja en tiempo real gráficos de distancia-tiempo, velocidad-tiempo y aceleración-tiempo. Claramente, las posibilidades que entrega el sensor escapan a lo que se podría hacer sólo con lápiz y papel y por lo tanto se observa un valor pragmático. No obstante, la tarea que solicitan a los alumnos es un elemento esencial, en este caso, los investigadores piden a una estudiante: “realizar un movimiento delante del sensor que se encuentra fijo y prever cual sería el gráfico que representa la distancia en función del tiempo”. La estudiante dibuja una gráfica en la pizarra y luego utilizando los sensores realiza el movimiento para compararlo con su previsión. En este caso, hay un trabajo de cambio de registro (Duval, 2006) a partir de un trabajo enactivo-icónico (Lagrange & Artigue, 2009).

En el uso de geometría dinámica, un buen ejemplo es el que entregan Gómez-Chacón y Kuzniak (2011) sobre una tarea de construcción denominada “la campana”. Esta tarea estaba propuesta inicialmente en un ambiente lápiz-papel y en este artículo hacen una adaptación con el software Geogebra. Este estudio muestra la diversidad de estrategias que pueden adoptar los profesores en formación al momento de resolver la tarea, las cuales provienen de la relación con el software y también de su relación con la geometría. Los investigadores destacan que pueden haber dificultades para completar la tarea cuando no hay congruencia entre la herramienta teórica e informática, estas dificultades están ligadas a las limitaciones del software.

En todos los casos descritos anteriormente, se muestra que distinguir el valor pragmático y epistémico permite poner el acento no sólo en la novedad aparente de una nueva tecnología, sino que además en las tareas que se le proponen a los estudiantes, mediadas por la tecnología y la actividad real que realicen.

2. Distancia de los recursos con el currículum y flexibilidad

La distancia con el currículum efectivo se entiende como la distancia de las tareas habituales de los profesores con tareas propuestas en un ambiente digital. Ruthven (2007) plantea que la clase que realiza un profesor es un sistema de rutinas procesadas y automatizadas, adaptadas a circunstancias particulares en las que trabaja el profesor y una gran parte de la innovación implican una modificación de él. Por lo tanto, aunque las tareas propuestas en un ambiente informático tengan un “alto” valor epistémico, estas pueden ser rechazadas por el profesor por estar alejadas de lo que realiza en clases. En esta misma línea, a partir de un proyecto a gran escala para la implementación de tecnología en conjunto entre Estados Unidos y el Reino Unido, Hoyles, Noss, Vahey y Roschelle (2013) plantean² que hay una tensión entre la apertura o riqueza de las tareas y su alineación con el currículum efectivo:

“Our current work, for example, is seeking to determine whether open systems (like SimCalc, Sketchpad, or Cabri) should be replaced by tools that are co-designed alongside the 'curriculum'. Doing so, however, will inevitably limit what is possible to enhance what is probable” (p. 1068).

Abboud-Blanchard (2014) indica que tanto en ambientes más cerrados como una base de ejercicios en línea como en ambientes más abiertos como Cabri, las tareas utilizadas por los profesores se mantienen cercanas a las tareas propuestas en soporte lápiz-papel. Si bien es cierto que se han reportado usos más sofisticados de la tecnología, en estos casos los profesores tienen bastante experiencia colaborando con profesores investigadores (Hoyles & Lagrange, 2010). Esto es coherente con estudios sobre las creencias de los profesores, pues según Ertmer (2005) muchos maestros utilizan la tecnología no porque les ayude a alcanzar una nueva meta, sino porque les puede ayudar a alcanzar de forma más efectiva sus metas actuales, por lo que introducir a los profesores en usos relativamente simples de la tecnología, podría ser la manera más viable para su adopción.

Por otra parte, los estudios acerca de la integración de recursos tecnológicos, indican que además de la cercanía de los recursos con el currículum efectivo, la flexibilidad de estos también es un factor importante que facilita su adopción (Ruthven, 2010). La

² Traducción libre : “Nuestro trabajo actual, por ejemplo, busca determinar si los sistemas abiertos (como SimCalc, Sketchpad o Cabri) deben ser reemplazados por herramientas que sean co-diseñadas junto con el `currículo`. Sin embargo, hacerlo limitará inevitablemente lo que es posible para mejorar lo que es probable.”

flexibilidad puede ser puntual o global. La flexibilidad puntual está dada por la capacidad de los recursos a ser modificados. En cambio, la flexibilidad global está dada por la posibilidad de adaptar un grupo de recursos a intereses particulares. Ambos tipos de flexibilidad dependen de características técnicas de los softwares, sin embargo, la flexibilidad global depende además de que exista una cantidad suficiente de recursos que cubra el curriculum de un programa de estudio en particular.

Un ejemplo de recursos no flexibles puntualmente, es el caso de las animaciones Flash de Adobe que se utilizaban hace un par de años para problemas de variación, las cuales una vez que se publicaban en algún soporte (CD o internet), no era posible modificarlas, salvo por quienes tenían el archivo original. En un sentido opuesto, están los archivos en formato “ggb” de GeoGebra, los cuales pueden ser modificados por quienes los utilicen al descargarlos de la página oficial de la comunidad GeoGebra (Ancsin, Hohenwarter, & Kóvacs, 2013). Además de la posibilidad técnica de modificar los recursos, hay que tomar en cuenta la facilidad de hacerlo, puesto que ciertos lenguajes computacionales, dada su complejidad pueden ser un obstáculo a la hora de efectivamente modificar los recursos.

En entrevistas realizadas a profesores sobre la integración recursos tecnológicos, identifican la flexibilidad de estos como un factor que puede ayudar su uso (Zucker & Light, 2009). En esta misma línea, los profesores que participan en el diseño de los recursos de la asociación de profesores Sésamath en Francia, definen la flexibilidad como un atributo que deben tener los recursos que ellos desarrollan para poder adaptarse a diferentes profesores y alumnos del sistema escolar con el fin de poder ser útiles a gran escala (Sabra, 2009, p. 69).

3. Participación

¿Cómo se puede lograr que las tareas mediadas por la tecnología sean cercanas a las tareas habituales de los profesores que las utilizan? Una de las alternativas es involucrar al profesor en los procesos de diseño, validación y/o selección de los recursos. En la literatura se reporta que cada vez se da más relevancia al profesor como diseñador o co-diseñador y este cambio ofrece perspectivas tanto para formación profesional, sin embargo, esto es incipiente, puesto que en general el profesor es visto como un implementador de recursos tecnológicos que han sido previamente desarrollados por diseñadores curriculares profesionales, matemáticos y didactas (Jones & Pepin, 2016).

En el caso de que los recursos ya estén creados, un primer nivel de participación es dar a los profesores la posibilidad de seleccionar cuál de esos recursos quieren utilizar. Esta posibilidad de selección estará supeditada a las características técnicas de los recursos, es decir, si estos permiten seleccionar parte de los recursos o estos deben ser utilizados como un todo. Un segundo nivel es poder modificar los recursos

para poder adaptarlos a las necesidades de un profesor o de una institución en particular, un ejemplo de esto es la posibilidad que ofrecen los recursos creados con GeoGebra, los cuáles son compartidos y con posibilidad de descargarlos y modificarlos para usos propios (Hohenwarter & Lavicza, 2007). Un tercer nivel, es la participación directa o indirecta en el diseño y concepción de los recursos. La participación indirecta consiste en involucrarse en procesos de decisión sobre lo que se va a construir, en validar los recursos creados por otros y/o ayudar, mediante sugerencias o pruebas experimentales en la evolución de los recursos. La participación directa es cuando los profesores trabajan en el diseño y concepción de los recursos. Este último nivel es el que podríamos pensar que es el mejor, no obstante, quienes participan activamente en el diseño de recursos TIC son la minoría, y a menudo son estos profesores los que se transforman en formadores del uso de TIC y adoptan una “militancia” tecnológica que los lleva a subestimar las dificultades y limitaciones que presenta el trabajo en ambientes digitales (Abboud-Blanchard, Cazes, & Vandebrouck, 2007), dificultando la participación de nuevos profesores que no tengan su mismas competencias tecnológicas.

Una estrategia que se puede utilizar es combinar estos tres niveles, de tal forma de involucrar a la mayoría de los profesores, algunos en el proceso de diseño, otros en la validación y/o selección de los recursos, según sus intereses y capacidades. Un buen ejemplo de esto, es el desarrollo de recursos de la asociación Sésamath, en el cual, hay un grupo de cerca de 70 desarrolladores y una comunidad de 6000 participantes, entre los cuales muchos de ellos son profesores que participan en los niveles 1 y 2 descritos anteriormente (Sabra, 2009). Este trabajo colaborativo puede, a su vez, servir como una nueva forma de desarrollo profesional docente (Abboud-Blanchard & Emprin, 2009; Gueudet, Pepin, & Trouche, 2013; Gueudet & Trouche, 2008b, 2008a; Guin & Trouche, 2004), donde el acento está en el desarrollo de material específico y donde se toman en cuenta aspectos matemáticos y didácticos (Gómez, Molina, & González, 2009). Esta no es sólo una visión de los investigadores, sino que son los propios profesores que participan de este tipo de proyectos quienes lo manifiestan (Sabra, 2009, 2015).

4. Costos

Otro factor muy importante y que muchas veces determina al resto de los factores descritos anteriormente, es el costo, el cuál puede ser de diferentes tipos: material, temporal o instrumental.

El más obvio es el costo material de la tecnología en sí misma, ya sea en equipamiento, licencias o infraestructura. A nivel macro, existe una brecha importante en el acceso a la tecnología lo es un obstáculo de primer orden. Por ejemplo, según el informe elaborado por la OCDE, el acceso a internet según el país varía bastante, esta brecha es mitigada en parte por el acceso que tienen los estudiantes a internet

en la escuela (OCDE, 2015, p. 40). Y en el caso latinoamericano, además, en cada país hay brechas internas relacionadas con el acceso a computadores e internet según se esté en zonas rurales o urbanas (Sunkel, 2006).

Sin embargo, en los lugares donde el acceso a la tecnología está más bien resuelto, diversos autores (Abboud-Blanchard, 2014; Drijvers, 2016; Lagrange et al., 2005; Ruthven, 2007) han detectado, a nivel micro, otros costos que afectan la integración de la tecnología, los cuales están relacionados directamente con el profesor y con las tareas mediadas por la tecnología, estos son: el costo temporal y el costo instrumental. Estos costos, a su vez determinan o dificultan alcanzar un óptimo (si es que existe) de cada uno de los factores descritos anteriormente: valor pragmático, valor epistémico, cercanía con el currículum, flexibilidad y participación, puesto que muchas veces es el tiempo de trabajo el que se conoce de antemano y todas las acciones que se realizan tienen este tiempo como condición que restringe cada uno de los factores antes descritos. El costo temporal es el tiempo que el profesor utiliza diseñando una tarea; planificando su implementación, una vez la tarea esté diseñada y el tiempo en gestionar la clase utilizando esta tarea durante la clase. Por otra parte, está el costo instrumental, que también tiene una componente temporal, pero está más bien relacionado con la complejidad técnica o matemática que conlleva para el profesor el diseño de una tarea o su implementación. Por ejemplo, hace un par de años, no era posible trabajar en GeoGebra en 3 dimensiones espaciales, no obstante, se podía, mediante los ángulos de Euler simular en dos dimensiones el espacio tridimensional (Falcón, 2010), por lo que para graficar en Geogebra, por ejemplo, un paralelepípedo sobre el espacio tridimensional, era necesario poner en juego conocimientos matemáticos que iban más allá de posicionar las coordenadas espaciales rectangulares.

No obstante, muchas veces no es posible separar estos dos tipos de costos, ya que están entrelazados, en este sentido Abboud-Blanchard,(2014, p. 304) plantea³ que:

“[...] class observation analyses and teacher interviews reveal the complexity of teaching in technology environments with respect to time. This complexity concerns several aspects: the length of time needed for the organisation of teacher’s work (preparing lessons, planning lessons, evaluating the outcomes of lessons); the dynamic time of the class; and the didactical time of learning”

El costo temporal e instrumental es especialmente sensible en algunos sistemas educacionales, como el latinoamericano, donde el tiempo destinado a trabajar frente a los alumnos ocupa la mayor parte del tiempo y hay muy poco destinado a todo el

³ Traducción libre “los análisis de observación de clase y las entrevistas a docentes, revelan la complejidad de la enseñanza en ambientes tecnológicos con respecto al tiempo. Esta complejidad corresponde a varios aspectos: la cantidad de tiempo requerido por el docente para la organización del trabajo (preparar clases, planificar clases, evaluar los resultados de la clase); la dinámica del tiempo de la clase; y el tiempo didáctico de él”

resto de tareas que debe realizar el profesor, como corregir evaluaciones o planificar clases (Schleicher, 2016) por lo que la utilización de tecnología queda relegada a un tercer plano.

5. Apoyo institucional

En relación a los costos, coincidimos con Abboud-Blanchard (2014), quien plantea que los profesores invertirán en el desarrollo de clases que integren tecnología siempre y cuando estimen la existencia real de un beneficio para el aprendizaje y/o cuando está fuertemente promovido por la institución. Es sólo a través del apoyo institucional que será posible, por ejemplo, promover la participación organizada de los profesores en los tres niveles que se describieron más arriba, la cual permitiría compartir los costos de diseño y transformar estos costos en una inversión en formación profesional. Cuando los países o instituciones están interesadas en que sus profesores integren una tecnología en particular o “la tecnología” en las salas de clases, no podemos obviar como factor el apoyo institucional, que es externo al profesor pero que es trascendental. Esto es particularmente importante cuando se piensa en proyectos a gran escala, puesto que en ese caso nos encontramos con una diversidad de profesores en relación a la tecnología, como son su motivación, conocimientos y creencias, entre muchos otros elementos.

Este apoyo institucional influirá de manera directa en varios de los factores descritos anteriormente. Si los proyectos con tecnología están o no fuertemente promovidos por la institución o por los gobiernos centrales puede influir en su penetración en aulas ordinarias.

Un ejemplo de esto son los proyectos descritos por Sinclair et al. (2010) en 6 países, donde se ve una variedad de estrategias en cuanto al apoyo a los profesores, pues mientras en el caso de EE.UU, México e Italia los investigadores han promovido la formación de profesores, en Irán hay poco apoyo del sistema educativo y según los autores, esto sumando con la lejanía de los recursos con el currículum existente ha influido en su baja penetración. Otro ejemplo destacado es el del proyecto llamado “Cornestone Math” desarrollado entre Estados Unidos y Reino Unido concluyeron que los mejores resultados de apropiación se obtuvieron cuando se combinó el apoyo desde “arriba” y la participación desde “abajo” Hoyles et al., (2013, p. 1068) ⁴:

“The most notable instances of integration occurred when pressure from ‘above’ (i.e. from the research team with the agreement of the head of the school) was combined with active participation from ‘below’ (i.e. from the teachers

⁴ Traducción libre: Los ejemplos más notables de integración ocurrieron cuando la presión de “arriba” (es decir, del equipo de investigación con el acuerdo del director de la escuela) se combinó con la participación activa de “abajo” (es decir, de los propios profesores) y con la dirección ejecutiva del “centro” (por ejemplo, los líderes de las asignaturas se mostraron entusiastas de apoyo).

themselves) and with executive leadership from the ‘middle’ (e.g. subject leaders’ enthusiastic endorsement)”

También en la asignación de tiempo de trabajo dirigido a trabajar en algunos de los niveles de participación descritos anteriormente: seleccionado/validando, modificando o diseñando, mediante la disminución de horas de clase frente a los alumnos o mediante el pago extra por ese tiempo de trabajo. Cuando no hay apoyo institucional con medidas explícitas y concretas que apunten en primer lugar al costo que deben asumir los profesores, la decisión de utilizar o no tecnología se vuelve individual y probablemente serán sólo los “militantes tecnológicos” (Abboud-Blanchard & Emprin, 2009) los más propensos a realizarlo y eso podría explicar en parte las bajas tasas de integración de tecnología en las aulas.

6. Interrelación de los factores

Como se mencionó al comienzo, el profesor es la clave para una buena integración de recursos tecnológicos y en las secciones anteriores se describieron una serie de factores que influyen en que este proceso se lleve a cabo de forma adecuada.

Algunos están directamente ligados con la dupla (tecnología, tarea(s)), como son el aporte que pueden tener estos recursos al aprendizaje estudiados a través del *valor epistémico* y *pragmático*, la *distancia de estos recursos con el curriculum efectivo* y su *flexibilidad*.

También, hay factores que están más ligados a la relación entre las condiciones de trabajo de los profesores y los recursos, como son su *participación* en la validación, selección o creación de estos y los *costos* materiales, temporales y/o instrumentales asociados a estos procesos. A su vez, estos factores pueden influir en los aquellos que están directamente relacionados con los recursos. Finalmente, todos los factores están condicionados por el *apoyo institucional*.

Todos estos factores se esquematizan en la figura 1.

De este esquema se han excluido las creencias de los profesores sobre la tecnología, pues como lo indica Ertmer (2005) las creencias son un factor decisivo para la integración de los recursos, pero al mismo tiempo, no es posible cambiarlas antes de trabajar con tecnología, por lo que intentar alcanzar el óptimo de todos los factores (salvo el costo) permitirá cambiar las creencias acerca de la tecnología.

En la figura 1, cada uno de los segmentos que une el centro del hexágono con los vértices puede ser visto como una escala cualitativa donde los valores óptimos están en los extremos. De los seis factores que se proponen, cuatro tienen un signo “+” que indica que ese factor es creciente. Es decir, se espera que el valor pragmático, epistémico, la participación y la flexibilidad de los recursos vaya creciendo y a medida

que crece se alcanza el óptimo. En cambio, los costos y la distancia con el currículum se espera que vayan decreciendo y a medida que decrecen se alcanza su óptimo.

Este esquema además de ser un resumen de los factores, tiene por objetivo explicitar la interrelación y tensión que puede existir entre ellos. Cualquiera de los factores donde nos centremos, estará relacionado con algún otro.

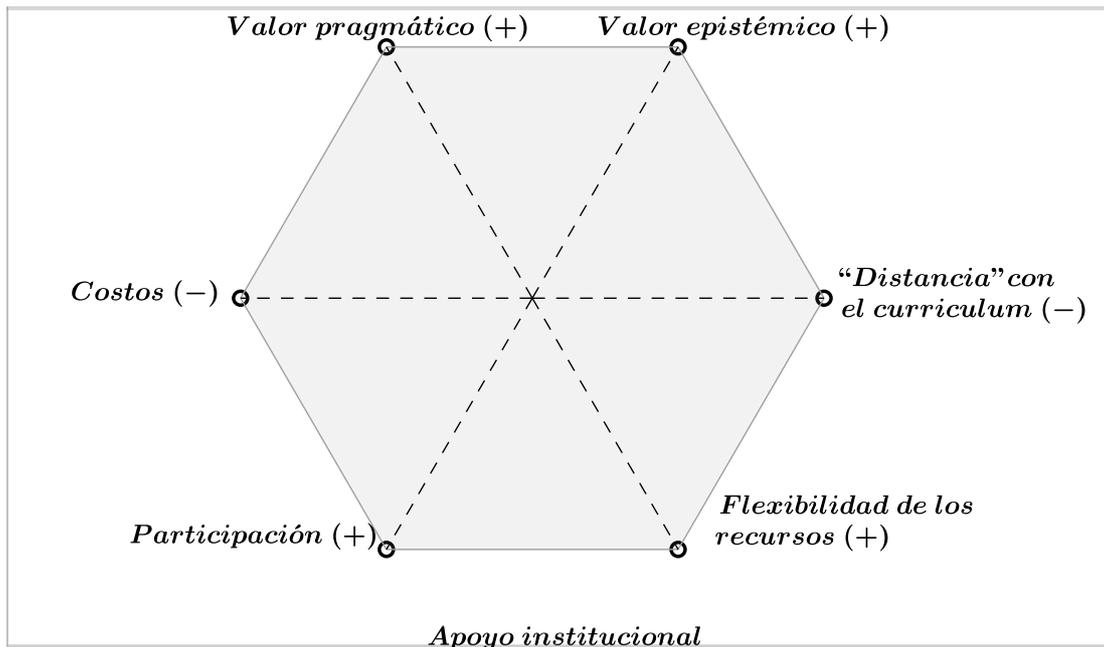


Figura 1: Factores que influyen en la integración de tecnología

Por ejemplo, en un estado ideal, el valor epistémico es alto y la distancia con el currículum es pequeña, pero también podría suceder a la inversa, es decir, un aumento del valor epistémico podría implicar un aumento en la distancia con el currículum y tener como consecuencia el rechazo por parte de los recursos o hacer exactamente lo que el profesor realiza en clases en un ambiente tecnológico podría implicar que estas tareas tengan un bajo valor epistémico.

Se podría pensar en un profesor que de casi exclusivo énfasis al trabajo algebraico rutinario y sean estas mismas tareas las que se propongan en un ambiente digital. Probablemente, una integración tecnológica de estas características no genere tanta resistencia, pero se estará subutilizando el potencial de la herramienta al no proponer tareas que enriquezcan el trabajo matemático de los estudiantes. Por ejemplo, en Gaona (2018b) se analiza el impacto de la participación de los profesores en el valor epistémico y en la cercanía con el currículum efectivo y los resultados muestran que cuando los profesores son los diseñadores, efectivamente las tareas en la plataforma son cercanas a las habituales, sin embargo esto trae consigo que ciertos fenómenos provenientes de su forma de concebir la enseñanza de las matemáticas se reflejan en los recursos, como por ejemplo, el uso privilegiado de ciertos registros semióticos

(Duval, 2006) y ciertos tipos de números, que afecta directamente el trabajo matemático potencial de los estudiantes.

La distancia con el curriculum efectivo también puede verse afectada por las características y limitaciones técnicas de los softwares. Por ejemplo, tomemos el caso de geometría dinámica con software como GeoGebra o Cabri y la tarea “Graficar una función”. Por las características de ambos softwares, la tarea sobre el papel consiste en dibujar un plano cartesiano, graduarlo y sobre este trazar la gráfica de una función, mientras que en geometría dinámica esta tarea se transforma bastante, puesto que será a través de deslizadores asociados a los coeficientes de la función o deslizadores de puntos dentro de la misma curva, lo que es un cambio en la naturaleza de las acciones que debe realizar el estudiante. Tomando en cuenta este mismo tipo de tarea y los sistemas de evaluación en línea, la tarea se transforma de “Graficar una función” a “Identificar un gráfico” dentro de una lista de selección múltiple y cuando se comparan los resultados de los estudiantes en ambos tipos de preguntas, los resultados son bastantes diferentes (Berg & Smith, 1994), diferencia que se puede mitigar (pero no eliminar) utilizando como opciones gráficos erróneos producidos de los mismos estudiantes (Berg & Boote, 2015). Sin embargo, ya están apareciendo sistemas que reconocen los gráficos realizados por estudiantes a mano alzada (Gaona & Marquès, 2018; Yerushalmy, Nagari-Haddif, & Olsher, 2017), lo que podría eliminar de a poco esta diferencia.

En general, la integración de tareas mediadas por la tecnología, debe tomar en cuenta las tareas habituales de los profesores y sí a través de estas “nuevas” tareas hay un aumento del valor epistémico, en este proceso que buscar la forma de que los profesores se apropien de ellas para que las incorporen a sus rutinas de clases.

7. Conclusiones

El análisis de la literatura muestra que para integrar la tecnología en los procesos de enseñanza y aprendizaje en matemáticas el profesor es clave. A su vez, hay una serie de factores que influyen para que él tome la decisión de incorporar la tecnología a su práctica profesional, factores que por su parte que están interrelacionados.

En una primera instancia hay un análisis de los beneficios y los costos que implica su utilización. Los beneficios pueden ser pragmáticos o epistémicos, y muchas veces la decisión de adoptar una tecnología se toma en cuenta sólo a partir de la primera dimensión y se deja de lado el potencial aporte que pueda tener para el aprendizaje. Sin embargo, se hizo un hincapié en que el valor epistémico no es intrínseco a la tecnología en sí misma, sino que se puede analizar a partir de las tareas mediadas por ella, donde las potencialidades y limitaciones que tengan los programas informáticos utilizados serán fundamentales. Esto pone el acento en dos elementos esenciales, no se pueden analizar de forma aislada ni las tareas ni la tecnología, sino

que ambas conforman una dupla que determinará el valor epistémico. En este sentido, es importante que la tecnología que se adopte para una disciplina específica tenga características técnicas que dialoguen con ella, por ejemplo, para matemáticas y ciencias es importante que los sistemas utilizados permitan, tanto a profesores como alumnos, trabajar con simbología propia de la disciplina y que puedan comprender elementos estructurales, como la equivalencia matemática, entre otras características.

También de los atributos técnicos y del diseño de las tareas dependerán la flexibilidad y la cercanía de los recursos con el currículum efectivo, que es otro de los factores que la literatura ha reportado como importantes. Sin embargo, parece complejo que exista cercanía con el currículum sin que exista participación de los profesores en los procesos de selección, validación y/o creación de los recursos, no obstante, esto al igual que los otros factores pueden influir en los costos, temporales e instrumentales, que si no son asumidos por la institución pueden dificultar la integración de la tecnología.

El análisis muestra que los factores están interrelacionados y que es complejo alcanzar el óptimo en cada uno de ellos, puesto que muchas veces se tensionan mutuamente, lo que puede explicar porque, a pesar de la inversión que han realizado algunos países u organizaciones, las expectativas no han estado acorde a la realidad.

A pesar de la complejidad del proceso, la participación de los profesores puede ser un punto de partida para la integración de los recursos y a partir de esto, mediante un adecuado acompañamiento didáctico e instrumental generar ciclos de mejora de los recursos que influyan a su vez en su forma de percibir la enseñanza de las matemáticas, lo que puede ser una forma original de formación continua.

Referencias

- Abboud-Blanchard, M. (2014). Teachers and Technologies: Shared Constraints, Common Responses. In A. Clark-Wilson, O. Robutti, & N. Sinclair (Eds.), *The Mathematics Teacher in the Digital Era* (pp. 297–317). Dordrecht: Springer Netherlands.
- Abboud-Blanchard, M., Cazes, C., & Vandebrouck, F. (2007). Teachers' activity in exercises-based lessons some case studies. In D. Pitta-Pantazi & C. Philippou (Eds.), *Proceedings of the 5th congress of the European society for research in mathematics education* (pp. 1827–1836). Larnaca: Department of Education - University of Cyprus.
- Abboud-Blanchard, M., & Emprin, F. (2009). Pour mieux comprendre les pratiques des formateurs et de formations TICE. *Recherche et Formation*, 62, 125–140.
- Ancsin, G., Hohenwarter, M., & Kóvacs, Z. (2013). GeoGebra goes Web. *The Electronic Journal of Mathematics and Technology*, 7(6), 412–418.

- Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3), 245–274.
- Balacheff, N. (2000). Entornos informáticos para la enseñanza de las matemáticas: complejidad didáctica y expectativas. In M. Gorgorió & J. Deulofeu (Eds.), *Matemáticas y educación: Retos y cambios desde una perspectiva internacional* (pp. 70–88). Barcelona: Editorial Grao.
- Berg, C., & Boote, S. (2015). Format Effects of Empirically Derived Multiple-Choice Versus Free-Response Instruments When Assessing Graphing Abilities. *International Journal of Science and Mathematics Education*.
- Berg, C., & Smith, P. (1994). Assessing students' abilities to construct and interpret line graphs: Disparities between multiple-choice and free-response instruments. *Science Education*, 78(6), 527–554. <http://doi.org/10.1002/sce.3730780602>
- Bozkurt, G., & Ruthven, K. (2017). Classroom-based professional expertise: a mathematics teacher's practice with technology. *Educational Studies in Mathematics*, 94(3), 309–328.
- Briant, N., & Bronner, A. (2017). La prise en compte des nombres décimaux pour le traitement du concept d'équation : une variable didactique oubliée. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 37(1), 101–143.
- Cornu, B., & Ralston, A. (1992). *The influence of computers and informatics on mathematics and its teaching*. Paris: Unesco.
- Drijvers, P. (2015). Digital Technology in Mathematics Education: Why It Works (Or Doesn't). In *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education Digital* (pp. 135–151). Springer International Publishing.
- Drijvers, P. (2016). Evidence for benefit? Reviewing empirical research on the use of digital tools in mathematics education. In *13th International Congress on Mathematical Education* (pp. 24–31).
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de La Real Sociedad Matemática Española*, 9(1), 143–168.
- Ertmer, P. A. (2005). Teacher pedagogical beliefs: The final frontier in our quest for technology integration? *Educational Technology Research and Development*, 53(4), 25–39.
- Escribano, J., Kuzniak, A., Richard, P., & Gómez-Chacón, I. (2015). Proceedings Mathematical Working. Madrid.

- Falcón, R. (2010). Modelado dinámico en 3D : construcciones arquitectónicas. In *Jornadas sobre GeoGebra de Andalucía*.
- Gaona, J. (2016). Análisis de la concepción de un banco de problemas en línea, aleatorios para la evaluación en matemáticas. In I. Gómez-Chacón, A. Kuzniak, N. Kostas, P. Richard, & L. Vivier (Eds.), *Actas Quinto Simposio Internacional ETM* (pp. 369–383). Florina: Faculty of Education - University of Western Macedonia.
- Gaona, J. (2018). Instructors' decision making when designing resources: the case of online assessments. In V. Giritana, T. Miyakawa, M. Rafalska, & S. Soury-Lavergne (Eds.), *Re(s)ources 2018 International Conference* (pp. 279–282). Lyon: École Normale Supérieure de Lyon.
- Gaona, J., & Marquès, D. (2018). Développer dans Moodle une base d'exercices mathématiques en ligne. Problématiques croisées entre didacticiens et informaticiens : le cas de Wiris au Chili. *Cahiers Du Laboratoire de Didactique André Revuz*, 19, 23–32.
- Gómez-Chacón, I., & Kuzniak, A. (2011). Les espaces de travail géométrique de futurs professeurs en contexte de connaissances technologiques et professionnelles. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 16, 187–216.
- Gómez, P., Molina, M., & González, M. J. (2009). Escalamiento en educación matemática. In *Investigación en Educación Matemática XXIII* (pp. 237–246). Santander: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Gueudet, G., Pepin, B., & Trouche, L. (2013). Collective work with resources: an essential dimension for teacher documentation. *ZDM - Mathematics Education*, 45(7), 1003–1016.
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2008a). Conceptions et usages de ressources pour et par les professeurs, développement associatif et développement professionnel. *Dossiers de l'ingénierie Éducative*, 65, 76–80.
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2008b). Du travail documentaire des enseignants: genèses, collectifs, communautés. *Éducation Et Didactique*, 2(3).
- Guin, D., & Trouche, L. (2004). Intégration des TICE : concevoir, expérimenter et mutualiser des ressources pédagogiques. *Repères. Num.*, 55, 81–100.
- Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2007). Mathematics teacher development with ICT: towards an International GeoGebra Institute. In *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics* (pp. 49–54).
- Houdement, C., & Kuzniak, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 11, 175–193.

- Hoyles, C., & Lagrange, J.-B. (2010). *Mathematics Education and Technology - Rethinking the terrain, ICMI study 17*. Springer US.
- Hoyles, C., Noss, R., Vahey, P., & Roschelle, J. (2013). Cornerstone Mathematics: Designing digital technology for teacher adaptation and scaling. *ZDM - Mathematics Education*, 45(7), 1057–1070.
- Jones, K., & Pepin, B. (2016). Research on mathematics teachers as partners in task design. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 19(2–3), 105–121.
- Kuzniak, A. (2011). L’Espace de travail mathématique et ses genèses. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 16, 9–24.
- Kuzniak, A., Tanguay, D., & Elia, I. (2016). Mathematical Working Spaces in schooling: an introduction. *ZDM - Mathematics Education*, 48(6), 721–737.
- Lagrange, J.-B., & Artigue, M. (2009). Students’ activities about functions at upper secondary level: a grid for designing a digital environment and analysing uses. In *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 465–472). Thessaloniki.
- Lagrange, J.-B., Dedeoglu, N., & Erdogan, E. (2005). Teachers using technology: models of the complexity of practice. In *Proceedings of the 4th Conference of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1505–1515).
- Montoya, E., & Vivier, L. (2014). Les changements de domaine dans le cadre des Espaces de Travail Mathématique. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 19, 73–101.
- Montoya, E., & Vivier, L. (2016). Mathematical working space and paradigms as an analysis tool for the teaching and learning of analysis. *ZDM - Mathematics Education*, 48(6), 1689–1699.
- Nakamura, Y., Yoshitomi, K., & Kawazoe, M. (2018). Distance Learning, E-Learning and Blended Learning in Mathematics Education. In S. J. & H. V. (Eds.), *Distance Learning, E-Learning and Blended Learning in Mathematics Education* (pp. 133–148). Cham: Springer International Publishing. <http://doi.org/10.1007/978-3-319-90790-1>
- OCDE. (2015). *Students, Computers and Learning. Making the connection*. Paris: OECD Publishing.
- Ruthven, K. (2002). Instrumenting mathematical activity: reflections on key studies of the educational use of computer algebra systems. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3), 275–291.
- Ruthven, K. (2007). Teachers, technologies and the structures of schooling. In D. Pitta-Pantazi & C. Philippou (Eds.), *Proceedings of the 5th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (Vol. 5, pp. 52–67). Larnaca:

Department of Education - University of Cyprus.

- Ruthven, K. (2010). Constituer les outils et les supports numériques en ressources pour la classe. In L. Trouche & G. Ghislaine (Eds.), *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques.e* (pp. 183–199). Rennes: Presses Universitaires de Rennes et INRP.
- Sabra, H. (2009). Entre monde du professeur et monde du collectif: réflexion sur la dynamique de l'association Sésamath. *Petit X*, 81, 55–78.
- Sabra, H. (2015). La conception collective de ressources : des pistes pour la formation des enseignants de mathématiques? In *17e école d'été de didactique des mathématiques* (pp. 531–535). Nantes: La Pensée Sauvage Éditions.
- Sangwin, C. (2018). High Stakes Automatic Assessments : Developing an Online Linear Algebra Examination. In O. Hasan, W. Neuper, Z. Kovcs, & W. Schreiner (Eds.), *CME-EI: Computer Mathematics in Education - Enlightenment or Incantation* (pp. 1–6). Hagenberg: CEUR Workshop Proceedings.
- Sangwin, C., Cazes, C., Lee, A., & Wong, K. (2010). Micro-level automatic assessment supported by digital technologies. In C. Hoyles & J.-B. Lagrange (Eds.), *Mathematics education and technology-rethinking the terrain. New ICMI Study Series* (pp. 227–250). Boston MA: Springer US.
- Sangwin, C., & Kocher, N. (2016). Automation of mathematics examinations. *Computers & Education*, 94, 215–227.
- Schleicher, A. (2016). *Teaching Excellence through Professional Learning and Policy Reform: Lessons from around the World. International Summit on the Teaching Profession*. Paris.
- Sinclair, N., Arzarello, F., Gaisman, M. T., Lozan, M. D., Dagiene, V., Behrooz, E., & Jackiw, N. (2010). Implementing digital technologies at a national scale. In *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain* (pp. 61–78). Springer US.
- Stacey, K., & Wiliam, D. (2013). Technology and assessment in mathematics. In *Third international handbook of mathematics education* (pp. 721–751). New York: Springer.
- Sunkel, G. (2006). *Las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en la educación en América Latina. Una exploración de indicadores*. Cepal. United Nations Publications.
- Trigueros, M., Lozano, M., & Sandoval, I. (2014). Integrating Technology in the Primary School Mathematics Classroom: The Role of the Teacher. In A. Clark-Wilson, O. Robutti, & N. Sinclair (Eds.), (Vol. 2, pp. 111–138). Dordrecht: Springer. <http://doi.org/10.1007/978-94-007-4638-1>

Gaona, J. (2018) Integrar tecnología en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, factores claves.



<http://www.inacap.cl/regies>

Villarreal, M. E. (2012). Tecnologías y educación matemática : necesidad de nuevos abordajes para la enseñanza. *Virtualidad, Educación y Ciencia*, 3(5), 73–94.

Yerushalmy, M., Nagari-Haddif, G., & Olsher, S. (2017). Design of tasks for online assessment that supports understanding of students' conceptions. *ZDM - Mathematics Education*, 49(5), 701–716.

Zucker, A., & Light, D. (2009). Laptop programs for students. *Science*, 323, 82–86.