



- 
- **Educando para educar**
 - Año 20
 - Núm. 37
 - ISSN 2863-1953
 - Marzo-agosto 2019
 - educandoparaeducar@beceneslp.edu.mx
-

Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado

EL MÉTODO SINGAPUR PARA FAVORECER COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EN NIÑOS DE EDUCACIÓN PRIMARIA

THE SINGAPORE METHOD PROMOTE MATH SKILLS IN PRIMARY EDUCATION CHILDREN

Fecha de recepción: 20 de enero de 2019.

Dictamen 1: 4 abril de 2019.

Dictamen 2: 20 de mayo de 2019.

Dictamen 3: 26 mayo de 2019.

Jessica Beatriz Rivera Camacho¹

Flor Naela Ahumada García²



Intervenciones educativas

RESUMEN

Según los resultados de México en la evaluación del Programme for International Student Assessment de 2015, los alumnos de quinto grado de educación primaria se ubican por debajo de la media aritmética en matemáticas, mientras que los de Singapur se posicionan en primer lugar de la lista. Con base en este referente, el presente artículo muestra los primeros hallazgos del diagnóstico y de la primera intervención docente siguiendo el método Singapur en una escuela primaria pública ubicada en la ciudad de San Luis Potosí (México), en la que se analizaron los saberes relativos a los contenidos del eje sentido numérico y pensamiento algebraico. Se utilizaron técnicas e instrumentos propios de la investigación cualitativa. Los resultados evidencian que el método Singapur es una estrategia que promueve el desarrollo del pensamiento matemático porque favorece las competencias matemáticas que demanda el Plan de estudios 2011 para educación básica en México.

Palabras clave: enseñanza, matemáticas y educación primaria.

ABSTRACT

According to the results obtained by Mexico in the evaluation of the Programme for International Student Assessment, during the year 2015 the fifth graders of primary education are below the arithmetic average, while the country of Singapore is positioned first of all on the list. Under this reference, this article shows the first findings of the diagnosis and first teaching intervention following the Singapore method, of an investigation at a public elementary school located in the city of San Luis Potosí, where they are analyzed, the knowledge concerning the contents of the Axis numerical sense and algebraic thinking. Techniques and instruments of qualitative research were used. The findings show that the Singapore Method is a strategy that promotes the development of mathematical thinking, as it favors the mathematical competencies demanded by the 2011 Curriculum, for basic education in Mexico.

Keywords: teaching, mathematics and elementary education.

¹ Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí. Licenciatura en Educación Primaria. jessibecene@gmail.com

² Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí. Licenciatura en Educación Primaria. fahumada@beceneslp.edu.mx

INTRODUCCIÓN

En la actualidad, en el campo de las matemáticas se observa gran énfasis en el logro de la abstracción necesaria en las tareas que involucran la resolución de problemas matemáticos; es decir, se fomenta la capacidad de enfrentarse, cada vez más y de manera más frecuente, a situaciones a las que no estamos acostumbrados. Por lo tanto, la adaptación a dichas situaciones, el riesgo ante lo complejo, el estar dispuestos a aprender de los propios errores forman parte de la clave para conseguir lo mejor que este mundo cambiante nos ofrece. En este escenario, la resolución de problemas o de situaciones conflictivas cuya solución no siempre es evidente resulta un tema de gran relevancia en las instituciones, dado que estos espacios son lugares donde por tradición se ha enseñado a pensar.

Dicho lo anterior, y de acuerdo con la Secretaría de Educación Pública (2011), "es importante adquirir la competencia resolver problemas de manera autónoma durante los primeros años de educación formal, con la finalidad de desarrollar el pensamiento lógico-matemático en los estudiantes. Es decir, la interacción problematizadora sujeto-objeto que permita construir nuevos saberes" (p. 67).

En congruencia con lo anterior, es sumamente necesario favorecer en los estudiantes los procesos de comprensión inherentes a la resolución de problemas de diversa índole, así como la construcción de estrategias de resolución mediante la adquisición de habilidades y competencias asociadas a estos procesos.

A partir de estas ideas, resulta importante que los profesionales de la educación sean capaces de diseñar estrategias en el aula que favorezcan la motivación en los escolares y, al mismo tiempo, incrementen el trabajo colaborativo que conduzca a la manifestación y argumentación de ideas a través de la validación de procesos, por medio del diálogo, el debate y la discusión académica entre pares.

En este mismo orden de ideas, el Plan de estudios 2011, en las orientaciones para su implementación, establece que es "función de los docentes favorecer una perspectiva amplia en cuanto a la solución de problemas, debido a que el enfoque didáctico para la enseñanza de las matemáticas en educación básica pone de manifiesto la importancia de que se desarrolle en el alumno el pensamiento divergente" (p. 49); es decir, que sea capaz de encontrar diversos caminos o medios que lo conduzcan a la obtención de la respuesta correcta para un mismo problema.

CONSIDERACIONES INICIALES Y JUSTIFICACIÓN

De acuerdo con los resultados de México en la evaluación del Programme for International Student Assessment (PISA) de 2015, los estudiantes de educación básica obtuvieron en promedio 408 puntos en matemáticas; esto es, se ubicaron por debajo de la media aritmética. El puntaje más alto fue de 556, para Singapur. En los resultados obtenidos por los países pertenecientes a la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), según refiere este informe, uno de cada cuatro estudiantes (23 por ciento) no alcanza el nivel básico de competencia.

En México, el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE, 2015) establece que, respecto al Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA), 57 por ciento de los estudiantes no obtiene el nivel básico de competencia, debido a que solo realizan procedimientos rutinarios, tales como operaciones aritméticas en situaciones en las que todas las instrucciones les son dadas, pero tienen problemas para identificar una situación del mundo real que puede ser representada matemáticamente.

En congruencia con lo anterior, en 2015 participaron 28 estados en la prueba denominada PLANEA. En particular, San Luis Potosí (México) obtuvo un total de 510 puntos en una escuela primaria pública ubicada en una colonia del municipio de San Luis Potosí, escenario donde se llevó a cabo la investigación objeto de este artículo.

Respecto a los resultados de la evaluación externa denominada PLANEA (2015) en la institución mencionada, se identifica que la mayoría de los alumnos se ubica en el nivel de logro más bajo, esto es, solo uno de cada tres alumnos es capaz de resolver problemas relacionados con la comparación de cálculos utilizando números naturales. Cuando la solución del problema implica la utilización de números decimales o la obtención del valor de una incógnita, la proporción se

reduce a uno de cada cuatro alumnos. En situaciones en las que se demanda el uso de números fraccionarios combinados con decimales, el nivel de logro decae hasta el último peldaño. Por ello, es urgente la implementación de estrategias innovadoras que permitan a los niños y niñas de educación primaria transitar a otros escenarios más favorecedores.

Por lo tanto, esta investigación parte de la necesidad de indagar estrategias didácticas que una sociedad de innovación exige actualmente, ya que, según los resultados mencionados, no se han alcanzado los desempeños esperados en los estudiantes que cursan el último grado de educación primaria.

Debido a la problemática planteada anteriormente, fue pertinente implementar el método Singapur, ya que ha logrado un impacto internacional, dado que busca el desarrollo de habilidades de razonamiento propias de la resolución de problemas, aplicables a la vida diaria, partiendo del análisis inicial del problema, a través de diversas técnicas que dirigen una progresión del aprendizaje asociada a la construcción de saberes matemáticos.

A partir de lo anterior, se plantea la pregunta de investigación ¿de qué manera las estrategias de enseñanza basadas en los fundamentos del método Singapur favorecerá la resolución de problemas de manera autónoma en los alumnos de un grupo de quinto grado de educación básica?

ELEMENTOS DEL MÉTODO SINGAPUR

Yeap Ban Hart (2011) fundamenta el método Singapur en las primeras aportaciones de la propuesta de George Polya, la cual se basa en brindar las estrategias para la resolución de problemas, a partir de situaciones matemáticas abordadas mediante un método al cual llamó heurístico.

Los cinco componentes del marco de matemáticas del currículo de Singapur, introducido en 1990, son: conceptos, habilidades, procesos, metacognición y actitudes. Estos componentes están fuertemente interrelacionados y todos deben materializarse en la resolución de problemas matemáticos (Chile, 2013).

De acuerdo con Gutiérrez (2010), el método Singapur se sustenta en tres ideas fundamentales. La primera de ellas es el enfoque denominado CPA (siglas de concreto, pictórico y abstracto), que postula que el aprendizaje de las matemáticas debe ir progresivamente desde lo concreto hasta la realización de operaciones abstractas. La segunda idea es el currículo en espiral, es decir, los contenidos se van presentando de modo gradual considerando la madurez cognitiva de los escolares. La última idea es la variación sistémica, la cual se trata de presentar al estudiante una variedad de formas para aprender cómo solucionar un problema matemático.

De esta manera, se espera que la presente investigación constituya una guía para el conocimiento pedagógico en educación primaria, ya que en la actualidad demanda espacios que propicien la creatividad y el pensamiento crítico. La implementación del método Singapur es una estrategia para fomentar la capacidad de resolución de problemas por medio de un análisis profundo de una situación específica con la finalidad de lograr un aprendizaje significativo en los alumnos.

METODOLOGÍA

Se realizó un acercamiento a un paradigma fundamentado en los lineamientos de la investigación acción, la cual se basa en la transformación social y educativa a través del mejoramiento permanente de la eficacia de la acción social.

La investigación-acción no sólo se constituye como ciencia práctica y moral, sino también como ciencia crítica. Por lo tanto, la investigación-acción es una forma de indagación autorreflexiva realizada por los agentes educativos en las situaciones e instituciones en que estas prácticas se realizan, es una forma de investigación llevada a cabo por parte de los prácticos sobre sus propias prácticas (Kemmis, 1988, p. 42).

Bajo estas premisas, se profundiza en la comprensión de la problemática identificada en el aula de clase, ya que se pretende favorecer una postura teórica con el fin único de transformar los procesos pedagógicos, en congruencia con el contexto y el aula, que permiten una investigación más cercana a la realidad de los niños y niñas del grupo, y la implementación de secuencias didácticas acordes con sus necesidades y con el modelo educativo vigente, hasta conseguir una comprensión más amplia del fenómeno educativo.

Asimismo, el alcance de la investigación cualitativa en la educación se traduce en una gran pluralidad y complejidad en torno a las modalidades, tradiciones, tipologías o metodologías empleadas, que van desde los estudios interpretativos propiamente dichos como los etnográficos, los fenomenológicos, las historias de vida, entre otros, hasta los estudios socio-críticos o socio-constructivistas, como el presente trabajo de investigación.

El proceso seguido en esta investigación toma como referente el modelo de Kemmis, quien lo organiza en dos ejes: uno estratégico, constituido por la acción y la reflexión, y otro organizativo, conformado por la planificación y la observación. Ambos ejes están en continua interacción, de manera que se establece una dinámica que contribuye a la resolución de problemas y a la comprensión de las prácticas que tienen lugar en la vida cotidiana de la escuela, como se describen a continuación.

En la primera fase, denominada diagnóstico, se enfatizó la observación directa. Debido a que fue un procedimiento básico para la obtención de información necesaria para la identificación de la problemática planteada, esta constituyó una técnica fundamental para el conocimiento de información acerca de los comportamientos de los alumnos.

Después se realizó una aproximación a la competencia matemática mediante un instrumento de evaluación diagnóstica aplicado a los escolares. Se implementó con el propósito de identificar el nivel de logro en los aprendizajes esperados referidos en el Programa de Estudios 2011, con la finalidad de conocer el nivel real de conocimiento y, de esta manera, continuar con el diseño de una secuencia didáctica que hiciera posible una actuación pertinente y facilitara el logro de los aprendizajes esperados. De esta manera, se identificaron y analizaron las cuestiones inherentes a los procesos de solución de problemas y al uso de los saberes matemáticos respecto de los aprendizajes esperados señalados en el Plan de estudios 2011.

Dicho instrumento se conformó por diez planteamientos de respuesta abierta (véase el cuadro 1), en los cuales se incluyeron ejercicios acerca de la representación gráfica, la lectura, la conversión, las operaciones básicas, las operaciones combinadas y la interpretación de enunciados propuestos, en torno, todos ellos, a uno de los ejes señalados en el plan y programa de estudios: sentido numérico y pensamiento algebraico. Estos son los conceptos mínimos que deben dominar los estudiantes de un grupo de sexto grado y son situaciones problemáticas que posibilitan la identificación de las dificultades en los estudiantes.

Cuadro 1. Instrumento de diagnóstico

ÍTEM	EJE	TEMA	BLOQUE	CONTENIDO	APRENDIZAJE ESPERADO
1) Claudia compró primero $\frac{3}{4}$ kg de uvas y luego $\frac{1}{2}$ kg más. ¿Qué cantidad de uvas compró en total?	Sentido numérico y pensamiento algebraico	Problemas aditivos	I	Resolución de problemas que implican sumar o restar fracciones cuyos denominadores son múltiplos uno de otro	Que resuelvan problemas que implican sumar fracciones con diferentes denominadores, distinguiendo si son múltiplos o divisores entre sí, para, en ese caso, utilizar fracciones equivalentes
2) La mitad del grupo votó por Amelia y la tercera parte votó por Raúl. ¿Qué parte del grupo no votó?	Sentido numérico y pensamiento algebraico	Problemas aditivos	I	Resolución de problemas que implican sumar o restar fracciones cuyos denominadores son múltiplos uno de otro	Que resuelvan problemas que implican restar y sumar fracciones con distintos denominadores (uno es múltiplo del otro), utilizando fracciones equivalentes
3) Determine el número de cifras del cociente de las siguientes divisiones, sin hacer operaciones $837 \div 93$ $10,500 \div 250$	Sentido numérico y pensamiento algebraico	Problemas multiplicativos	I	Anticipación del número de cifras del cociente de una división con números naturales	Que determinen el número de cifras del cociente de números naturales y que estimen su valor sin utilizar el algoritmo convencional
4) Luisa tiene 32 metros de listón para hacer moños. Si quiere elaborar 40 moños del mismo tamaño y usar todo el listón, ¿con qué cantidad de listón hará cada moño?	Sentido numérico y pensamiento algebraico	Problemas multiplicativos	II	Resolución de problemas que implican una división de números naturales con cociente decimal	Que resuelvan, con procedimientos propios, problemas de división con cociente decimal en contextos de dinero o medición
5) La cooperativa de la escuela 16 de Septiembre entregará a sus 96 socios las ganancias de este año, que fueron de \$5,616. ¿Cuánto recibirá cada uno si el reparto es equitativo?	Sentido numérico y pensamiento algebraico	Problemas multiplicativos	II	Resolución de problemas que implican una división de números naturales con cociente decimal	Que resuelvan, con procedimientos propios, problemas de división con cociente decimal en contextos de dinero o medición

ÍTEM	EJE	TEMA	BLOQUE	CONTENIDO	APRENDIZAJE ESPERADO
6) Un grupo de campesinos tiene un terreno de $3,278 \text{ m}^2$ donde van a sembrar, en partes iguales, cinco tipos de grano diferentes ¿Qué cantidad de terreno corresponde a cada tipo de grano?	Sentido numérico y pensamiento algebraico	Problemas multiplicativos	II	Resolución de problemas que implican una división de números naturales con cociente decimal	Que analicen los pasos que se siguen al utilizar el algoritmo usual de la división
7) Un grupo de alumnos va a comprar tiras de madera del mismo largo para hacer tres marcos de puerta. El primer marco requiere $\frac{5}{6}$ de la tira, el segundo $\frac{5}{4}$ y el tercio $\frac{11}{8}$. ¿Cuál de los tres marcos necesita más madera?	Sentido numérico y pensamiento algebraico	Problemas aditivos	III	Uso del cálculo mental para resolver adiciones y sustracciones con números fraccionarios y decimales	Que utilicen diferentes recursos para comparar fracciones con distinto denominador
8) Miguel trabaja en Estados Unidos. Por cada 10 dólares que gana envía seis a su familia, que vive en el estado de Guerrero. La semana pasada ganó 300 dólares. ¿Cuánto enviará a su familia?	Sentido numérico y pensamiento algebraico	Problemas multiplicativos	III	Ahorro compartido	Que analicen las relaciones entre los términos de la división, en particular la relación $r = D - (d \times c)$, a través de la obtención del residuo en una división hecha en la calculadora

ÍTEM	EJE	TEMA	BLOQUE	CONTENIDO	APRENDIZAJE ESPERADO
9) Eleazar camina todos los días de su casa a la escuela 1 1/2 km. Si cuando pasa por la tienda lleva recorridos 320 metros, ¿cuánto tiene que recorrer todavía para llegar a la escuela?	Sentido numérico y pensamiento algebraico	Problemas aditivos	IV	Resolución de problemas que implican sumas o restas de fracciones comunes con denominadores diferentes	Que establezcan relaciones de equivalencia entre las diferentes unidades de medida de longitud y realicen conversiones para resolver problemas
10) Una barda de una escuela tiene una forma cuadrada y cada lado mide 4.7 m, ¿Qué cantidad de ladrillos serían necesarios para cubrir la barda?	Sentido numérico y pensamiento algebraico	Problemas multiplicativos	IV	Análisis de las relaciones entre la multiplicación y la división como operaciones inversas	Que obtengan una fórmula para calcular el perímetro de polígonos regulares

Fuente: adaptación del Plan y programa de estudios de quinto grado (SEP, 2011).

Posteriormente, durante la segunda fase de planificación se identificaron, caracterizaron y compararon las fuentes y los enfoques teóricos de los contenidos y objetivos del método Singapur. Para este efecto, se analizaron diferentes referentes de esta propuesta metodológica. Como señala Ruiz (1996), el análisis tiene la finalidad de interpretar documentos, específicamente los escritos, ya que se basa en la lectura, como un instrumento de recogida de información, por lo tanto, se debe realizar de manera objetiva.

Se continuó con el diseño de una secuencia didáctica que incluía los diferentes ejes temáticos que refiere el Plan de estudios 2011 haciendo énfasis en las habilidades específicas de dicho método que favorecieran la competencia denominada resolución de problemas de manera autónoma. En esta fase fue muy importante considerar el método Singapur, ya que, como lo establece Gutiérrez (2010), promueve el equilibrio entre los ejercicios y la búsqueda de una solución creativa de un problema. Su enfoque apunta al desarrollo de la capacidad de búsqueda de soluciones de los problemas matemáticos, y se logra internalizar este procedimiento como una herramienta y ayuda en otras situaciones de su vida. Es decir, los estudiantes son incentivados a pensar en el problema paso por paso y a ejercitar diferentes estrategias para la adopción de diferentes maneras de resolver un mismo problema.

Durante la tercera fase, denominada acción, se aplicaron los procedimientos de recogida de información previstos; asimismo se organizaron y analizaron los datos obtenidos para llegar a resultados que, una vez interpretados en la fase siguiente, proporcionaron mayor claridad sobre las dificultades que presentaban los estudiantes. Para ello, fue necesario organizar actividades en las que se fortalecieran las competencias matemáticas, considerando los siguientes elementos durante la evaluación formativa: a) leer con atención el problema; b) identificar de qué o de quién se habla; c) dibujar una barra unidad; d) leer de nuevo el problema fase por fase; e) ilustrar la barra de unidad; f) identificar la pregunta; g) realizar las operaciones necesarias, y h) escribir la respuesta con una oración completa (Ban Har, 2011).

En la fase de reflexión se trató de aportar información sobre las acciones desarrolladas en las distintas fases en que se estructura la investigación, por lo tanto, se llevó a cabo una valoración del método Singapur con el protocolo de focalización del aprendizaje propuesto por Allen (2000), el cual es una forma de examinar y reflexionar sobre los trabajos escolares desde una apreciación de la que aprenden los docentes mediante un análisis cuidadoso de los trabajos escritos por los alumnos.

El instrumento utilizado es el video de tipo curricular, que muestra elementos sustantivos de la clase durante la práctica docente, los cuales proporcionaron una perspectiva importante de los trabajos y del aprendizaje de los alumnos (Allen, 2000). El video resultó especialmente útil para la observación de la realidad en el aula y de los alumnos mientras trabajaban. Además, permitió la reflexión acerca de las competencias genéricas y profesionales que se favorecieron en la docente en formación. También se utilizó el diario de clase, ya que, según Zabalza (2004), es un instrumento para la elaboración de un diagnóstico que permite reflexionar en el desempeño del actuar docente. En este sentido, el autor refiere que “los diarios constituyen narraciones realizadas por los profesores y profesoras (tanto en activo como en formación) [...] el marco espacial de la información recogida suele ser el ámbito de la clase o aula, pero nada impide que otros ámbitos de la actividad docente puedan ser igualmente reflejados en el diario” (Zabalza, 2004, p. 16).

Las fases de planificación, acción, observación y reflexión, propuestas por Kemmis (1988), tuvieron la finalidad de proporcionar elementos para la realización del proceso de investigación y mejora de la práctica docente que impactara en el beneficio del alumnado. Asimismo, tuvieron el propósito de ayudar y orientar, al tiempo que implicaron una mirada retrospectiva de la acción docente que hizo posible un acercamiento a un conocimiento autorreflexivo y autogestivo.

RESULTADOS

Se inició con la evaluación diagnóstica, ya que, según la Secretaría de Educación Pública (SEP, 2011), esta “tiene el propósito de identificar los aprendizajes previos y detectar el nivel de logro de los alumnos, la cual se aplica con la finalidad de

obtener información acerca de los conocimientos previos de los estudiantes” (p. 25). Esta evaluación se realizó a través de un pretest, con el propósito de identificar los saberes previos y el nivel de logro de los alumnos en cuanto a los aprendizajes esperados referidos en el Programa de estudios 2011, y, de esta manera, proseguir con el diseño de una secuencia didáctica que propiciara una actuación pertinente que facilitara el logro de los aprendizajes esperados.

Cuadro 2. Porcentaje de respuestas incorrectas de cada ítem en el examen diagnóstico

NÚMERO DE ÍTEM	APRENDIZAJE ESPERADO	PORCENTAJE DE ALUMNOS (CON RESPUESTAS ERRÓNEAS)
1	Que los alumnos resuelvan problemas que implican sumar fracciones con diferentes denominadores, distinguiendo cuando son múltiplos o divisores entre sí, para, en ese caso, utilizar fracciones equivalentes	57.14%
2	Que los alumnos resuelvan problemas que implican restar y sumar fracciones con distintos denominadores (donde uno es múltiplo del otro), utilizando fracciones equivalentes	88.57%
3	Que los alumnos determinen el número de cifras del cociente de números naturales y que estimen su valor sin utilizar el algoritmo convencional	34.28%
4	Que los alumnos resuelvan, con procedimientos propios, problemas de división con cociente decimal en contextos de dinero o medición	62.85%
5	Que los alumnos resuelvan, con procedimientos propios, problemas de división con cociente decimal en contextos de dinero o medición	61%
6	Que los alumnos analicen los pasos que se siguen al utilizar el algoritmo usual de la división	71.42%
7	Que los alumnos utilicen diferentes recursos para comparar fracciones con distinto denominador	85.71%
8	Análisis de las relaciones entre los términos de la división, en particular, la relación $r = D - (dxc)$, a través de la obtención del residuo en una división hecha en la calculadora	68.57%
9	Que los alumnos establezcan relaciones de equivalencia entre las diferentes unidades de medida de longitud y realicen conversiones para resolver problemas	74.28%
10	Que los alumnos obtengan una fórmula para calcular el perímetro de polígonos regulares	57.14%

Fuente: adaptación de SEP, 2011.

Los ítems incluyeron situaciones referidas a la representación gráfica, la lectura, la conversión, las operaciones básicas, las operaciones combinadas y la interpretación de enunciados propuestos, todos ellos en torno a uno de los ejes señalado en el Plan y programa de estudios: sentido numérico y pensamiento algebraico. Estos son los conceptos mínimos que deben dominar los estudiantes de un grupo de quinto grado, y constituyeron situaciones problemáticas que permitieron la identificación de las dificultades que presentaban los estudiantes, lo cual ratificó el problema detectado en la fase de observación en el grupo referido, como se registra en el cuadro 2.

A partir de lo anterior, se observó que los alumnos mostraron mayor dificultad en los ítems 2 y 7, en los que se plantean situaciones problemáticas que demandan poner en juego saberes inherentes a la resolución de problemas en algoritmos de adición y sustracción con números fraccionarios.

Analizando los resultados del diagnóstico, se diseñó una secuencia didáctica con el fin de implementar y promover la indagación de soluciones pensadas de una manera crítica y creativa, enfatizando habilidades específicas del método Singapur, de acuerdo con Gutiérrez (2010), a saber: construcción de conceptos y objetos matemáticos; comprensión de conceptos básicos del razonamiento lógico matemático; búsqueda de patrones y generalización; aprendizaje de nuevos conceptos a través de la resolución de problemas, y desarrollo de habilidades matemáticas por medio de la resolución de problemas.

La secuencia didáctica implementada tuvo como propósito favorecer los aprendizajes que se resultaron deficientes en el diagnóstico; por lo tanto, el contenido se estructuró de acuerdo con el primer bloque de quinto grado de primaria con objeto de desarrollar habilidades matemáticas mediante la resolución de problemas utilizando un pensamiento crítico; es decir, los alumnos debían poner en juego el conocimiento y la inteligencia para llegar a una posición razonada y así poder justificarla por medio de la opinión y la evaluación.

Dicha secuencia didáctica se conformó por seis sesiones (véase el cuadro 2), en las cuales se presentó material didáctico escrito y visual manipulable, con la finalidad de fortalecer el análisis, el uso y la aplicación de algoritmos y las operaciones correspondientes, debido a que se implementaron recursos importantes y pertinentes durante la transición del enfoque CPA (concreto, pictórico y abstracto).

Cuadro 3. Cronograma de secuencia didáctica denominada fracciones Singapur

SESIÓN	INTENCIÓN DIDÁCTICA	ACTIVIDAD	COMPETENCIAS A DESARROLLAR	MATERIAL
1 de 6	Que resuelvan sumas de fracciones con igual denominador	Barras de Singapur 1) Recuperación de saberes previos mediante preguntas intercaladas 2) Resolución de problemas que involucran el uso de fracciones 3) Discusión en plenaria para observar diferentes interpretaciones y resultados	Análisis y organización de las ideas de varios tipos de texto comprendiendo su sentido	- Pizza en blanco y negro (representará un entero) - Hoja de trabajo (anexo A. Suma de fracciones con representación gráfica)
2 de 6	Que resuelvan sumas de fracciones con diferente denominador	1) Recuperación de saberes previos mediante preguntas intercaladas 2) Representación de fracciones por medio del método de barras 3) Análisis y comparación de resultados en plenaria	Cálculo del resultado de problemas de suma y resta de fracciones	- Diapositivas (anexo B. Suma de fracciones con diferente denominador) - Anexo C. Barras de fracciones a partir de un entero
3 de 6	Que resuelvan restas de fracciones con igual denominador	1) Actividad introductoria: discusión guiada (representación de fracciones a través de barras) 2) Búsqueda de fichas con el mismo denominador para realizar las restas 3) Comparación y exposición de resultados	Encuentro de las causas de un problema o situación, y pensamiento de posibles formas de resolverlo	- Anexo D. Fichas de fracciones (35) - Anexo F. Autobús del conocimiento
4 de 6	Que resuelvan restas de fracciones con diferente denominador	1) Recuperación de saberes previos mediante preguntas intercaladas 2) Realización de sumas y restas por medio del material manipulable (tarjetas de dominó) 3) Análisis y comparación de resultados en plenaria	Encuentro de las causas de un problema o situación, y pensamiento de posibles formas de resolverlo	- Anexo G. Hoja de fichas de dominó (Anexo 6. Ficha de dominó, realización de problemas matemáticos por medio de la representación de fichas)
5 de 6	Que resuelvan problemas que implican sumar fracciones con diferentes denominadores, distinguiendo cuando son múltiplos o divisores entre sí	1) Actividad introductoria a través de preguntas intercaladas 2) Actividad en equipos: 100 fracciones dijeron 3) Comparación y exposición de resultados por medio de una discusión guiada	Encuentro de las causas de un problema o situación, y pensamiento de posibles formas de resolverlo	- Anexo H. Tablas de Bingo de fracciones. - Anexo I. Diapositivas. 100 fracciones dijeron
6 de 6	Que resuelvan problemas sobre sumas y restas de fracciones con igual denominador	1) Preguntas intercaladas: argumentación de las matepistas 2) Identificación de las palabras clave en problemas matemáticos 3) Resolución de problemas mediante el método de barras 4) Comunicación de los procedimientos y resultados	Encuentro de las causas de un problema o situación, y pensamiento de posibles formas de resolverlo	- Anexo J. Matepistas (anexo 10). Serán colocadas debajo del mesabanco de los alumnos para identificar las palabras clave en un problema matemático

Fuente: elaboración propia.

El análisis de la secuencia didáctica se sostuvo en dos pilares: el contenido temático abordado y la implementación de las estrategias didácticas propias del enfoque CPA, por lo que fue indispensable la construcción de una escala estimativa para valorar el desempeño de los estudiantes (véase el cuadro 4).

Cuadro 4. Resultados del instrumento de evaluación denominado escala estimativa de fracciones Singapur

INDICADORES	1) Conocimiento de conceptos básicos sobre las fracciones		2) Manejo de la información (elementos del Método Singapur)		3) Contribución individual a las actividades desarrolladas en clases		ESCALA CUALITATIVA
	SESIONES	PUNTAJE	%	PUNTAJE	%	PUNTAJE	
1	2	70	2	60	2	60	Muy bien: 5 Bien: 4 Regular: 3 Requiere ayuda: 2
2	2	55	2	55	2	56	
3	2	30	2	40	2	45	
4	3	35	2	30	2	32	
5	4	50	3	65	3	70	
6	4	75	4	85	4	80	

Fuente: elaboración propia.

El propósito fundamental de las dos primeras sesiones fue que los alumnos investigaran diferentes estrategias para resolver problemas de la vida cotidiana; por lo tanto, fue de gran relevancia la recuperación de los conocimientos previos con respecto del tema de adición y sustracción de fracciones con igual y diferente denominador. Por tal motivo, se recuperaron comentarios de algunos de los estudiantes, como se muestra en el artefacto 1.

Artefacto 1. Comentarios de los alumnos

ALUMNO 1 "Una fracción es un número que se obtiene al dividir un entero en partes iguales"

ALUMNO 1 Existen dos tipos de fracciones, pero solo recuerdo la impropia, que son aquellas cuyo numerador es mayor que el denominador"

Fuente: diario de clase, 25 de septiembre de 2017.

En congruencia con lo anterior, Vergnaud (1983) afirma que el concepto de fracción comprende dos relaciones fundamentales: la relación parte-todo y relación parte-parte. Articulando esta postura del autor con los conocimientos previos de los alumnos, se pudo establecer que 70 por ciento del grupo desconocía las características que diferencian las fracciones propias de las impropias, por lo que fue notoria la dificultad para reconocer la fracción como parte-todo al momento de recuperar los conocimientos previos de los estudiantes por medio de una lluvia de ideas.

Después de identificar los saberes previos a través de una discusión guiada, se solicitó a algunos estudiantes pasar al pizarrón para utilizar el material manipulable, constituido por rebanadas de pizza, con el fin de que obtuvieran una noción de las fracciones de una manera ilustrativa. En esa ocasión, resolvieron los siguientes problemas:

- 1) Juan tomó $\frac{1}{4}$ de rebanada de la pizza. ¿Cuántas rebanadas sobran?
- 2) Daniela y José comieron $\frac{3}{6}$ de rebanadas de pizza. Representa la cantidad de pizzas que comieron

Se orientó a los niños durante los momentos de lectura, comprensión y resolución de los problemas a través de los ocho pasos del método Singapur, que se mencionan a continuación: a) se lee el problema; b) se decide de qué o quién se habla; c) se dibuja una barra unidad; d) se lee de nuevo el problema fase por fase; e) se ilustra la barra de unidad; f) se identifica la pregunta; g) se realizan las operaciones necesarias, y h) se escribe la respuesta en una oración completa. De este modo, conocieron lo que se les pedía por medio de estos pasos para resolver los problemas sobre la base de una adecuada lectura del planteamiento, y así los alumnos consiguieron una solución acertada.

Durante esta sesión fue importante reconocer que 60 por ciento de los alumnos progresó del nivel concreto al nivel pictórico de manera eficiente; sin embargo, el 25 por ciento restante no realizó la división de la

pizza con una distribución de partes triangulares congruentes, ya que se limitaron a fraccionar sin tomar en consideración la congruencia entre cada porción de la figura, por lo que es importante contrastar dicha información con el supuesto de Piaget, Inhelder y Szeminska (1960) que establece que el concepto de fracción involucra una relación parte-parte (cuantificación extensiva) y una relación parte-todo (cuantificación intensiva): la relación parte-parte garantiza que un todo puede ser dividido exhaustivamente (sin resto) en partes equivalentes. Por lo tanto, estos alumnos no lograron transferir desde un inicio la fase concreta a la pictórica.

Por consiguiente, la multimodalidad para desarrollar por completo la comprensión por medio de las ilustraciones fue uno de los momentos de la concreción múltiple del pensamiento, así como de la manifestación de las diferencias individuales en la formación del concepto de la suma de fracciones.

Para continuar, durante las tres sesiones posteriores se abordó el contenido relacionado con la resta de fracciones con igual y diferente denominador. Estas se iniciaron con una estrategia lúdica a fin de incentivar los conocimientos previos de los alumnos. De esta forma, se llevó a cabo un bingo de fracciones, lo que favoreció un ambiente de aprendizaje propicio. En esta estrategia se resaltaron algunas características básicas de la adquisición de ese contenido matemático, ya que los estudiantes debían comprender que un todo es siempre compuesto por elementos separados y que una fracción implica determinado número de partes o elementos.

A lo largo de las sesiones también se tuvo como objetivo principal el acercamiento de los estudiantes a la implementación de la estrategia denominada modelo de barras, a fin de que comprendieran el uso de las operaciones aritméticas básicas, pues se trata de un paradigma de comprensión conceptual de los problemas matemáticos que utiliza recursos visuales para hacer visible el pensamiento y trabajar la metacognición en los alumnos, como refiere Brunner (1960).

El modelo CPA favoreció la comprensión de fracciones mediante la representación de estas en forma de dominós y de barras. Cuando el pensamiento fue visible para los alumnos, se observó que fueron conscientes de cómo aprenden y, en consecuencia, lograron corregir su pensamiento y estar en posibilidades de repetir esos procesos en otros contextos diferentes. Por lo tanto, alcanzaron cierto grado de autorregulación del aprendizaje y autonomía, en especial los alumnos con más dificultades.

Los estudiantes continuaron acercándose a la comprensión de los conceptos de fracciones. Durante estas sesiones se valieron de la ilustración de una barra unidad, lo que marcó la pauta para que la atención no se centrara en la obtención de una respuesta correcta, sino en el proceso que los llevó a obtener una solución. Al finalizar la sesión, se constató que en la totalidad de las ilustraciones hay al menos dos formas de alcanzar una solución, y no una estrategia correcta única.

La última sesión tuvo el propósito de que los alumnos resolvieran problemas sobre sumas y restas de fracciones con igual denominador, con la finalidad de identificar las palabras clave en un problema matemático. Nos basamos en el principio de que, en matemáticas, la capacidad de leer y entender lo que una pregunta está pidiendo es tan importante como las habilidades básicas de suma, resta, multiplicación y división. En esta sesión, los estudiantes fueron introducidos a los verbos clave, que aparecen con frecuencia en los problemas de matemáticas, y a la práctica de resolución de problemas que utilizan estos términos.

- Suma: aumento, más, más que, añadir, combinar, total, agregar.
- Substracción: disminuir, menos, restar, diferencia, para llevar, cuánto menos.
- Multiplicación: productos, cuántas veces, se triplicó, el doble, cada uno, por.
- División: dividir, compartir, cociente, repartir, distribuir y mitad.

Después de identificar las palabras clave, los niños construyeron problemas de la vida diaria e identificaron frases para la resolución de estos a través de la secuencia de actividades que se describe a continuación.

Los alumnos comenzaron practicando con textos que parecen problemas, pero en los que no fue necesario averiguar nada, ya que se les proporcionaron todos los datos. Después fueron capaces de identificar el tipo de información que se les solicitaba y lograron plasmar sus ideas a través de un modelo de barras, que finalmente tradujeron a una expresión matemática. Para alcanzar este último momento, los niños describieron las características de cada tipo de problema. Se trata de identificar los elementos de la estructura profunda del texto que aparecen en todos los problemas de ese tipo. Asimismo, los modelos de barras fueron muy sencillos. No dibujaron lo que aparece en el problema, sino que colocaron los elementos mencionados en las situaciones y señalaron la relación entre ellos. Por estas razones, todos los problemas matemáticos siguieron el mismo modelo de barras.

El proceso de resolución de problemas de manera autónoma implicó que los alumnos identificaran y resolvieran diferentes tipos de situaciones. De igual manera, utilizaron diversas formas de dar solución a un problema, en las que fue posible identificar diversos momentos para la resolución efectiva de este. Así, los alumnos desarrollaron las competencias de acuerdo con cada eje. En el primer eje, denominado comunicación, los alumnos fueron capaces de analizar y organizar sus ideas de varios tipos de texto comprendiendo su sentido.

Por lo anteriormente expuesto, se infiere que, a lo largo de las primeras sesiones, los niños y las niñas del grupo de estudio, en general, pusieron en juego diversos procesos cognitivos tales como analizar y organizar las ideas de varios tipos de texto comprendiendo su sentido. Sin embargo, dos de cada tres alumnos pudieron anticipar y ubicar en el texto la información requerida para dar solución al planteamiento.

Asimismo, tres de cada cinco alumnos lograron encontrar las causas de un problema o situación y pensar en posibles formas de resolverlo; es decir, exploraron, reconocieron y organizaron los datos de un problema buscando las relaciones de causa y efecto a partir de la información que se les proporcionó.

Al implementar el método Singapur no se logró el tipo de trabajo colaborativo, el cual se pretendía en las diversas actividades, pues no se identificaron características de este tipo de trabajo. Por lo tanto, determinamos que aún es un reto el establecimiento del valor de respeto durante el proceso y la validación de la metodología trabajada, así como una mayor disposición por parte del alumnado en cada una de las sesiones. De tal modo, será necesario implementar diversas estrategias en las que la base sea dibujar un gráfico que permita visualizar los problemas, sus cantidades y relaciones para comprender con facilidad cómo resolverlos y, de esta manera, favorecer los aspectos que se vieron deficientes durante el desarrollo de las secuencias didácticas trabajadas.

CONCLUSIONES

Las estrategias de enseñanza basadas en el método Singapur ayudaron a entender el impacto de la variabilidad en los procesos de enseñanza, tratando de que las actividades y las tareas escolares fueran sistemáticamente diversas en cuanto a la dificultad y a la forma. De esta manera, se aseguró que los estudiantes con mayores dificultades tuvieran la oportunidad de lograr un buen aprendizaje. Por lo tanto, las estrategias fueron funcionales y los juegos fueron atractivos, mediante el uso de material concreto, en donde el aprender matemática fue “aprender jugando”.

El enfoque concreto, pictórico y abstracto (CPA) buscó introducir los contenidos y conceptos a partir del trabajo con material concreto, el cual se torna una herramienta para el desarrollo de habilidades matemáticas, que los alumnos trasladaron a lo pictórico, para que existiera la necesidad de traducirlas al lenguaje algebraico de manera natural, para llegar al lenguaje simbólico. Asimismo, los sujetos de estudio señalaron que otra instancia de interacción es la retroalimentación de lo trabajado al término de la clase, en la que manifestaron lo aprendido y lo no comprendido con claridad. Por lo tanto, también se creó un clima de confianza en ellos para manifestar sus aprendizajes y dudas.

A partir de la investigación, se recomienda favorecer la capacidad de estimular visualmente al alumno, de modo que pueda comprender el proceso y aplicarlo en operaciones concretas. Los aspectos básicos de la metodología son sencillos; por esta razón, se invita a los maestros a aplicarla dentro del aula, ya que permite la creación de equipos de trabajo con los alumnos, lo cual los incentiva a compartir ideas en la búsqueda de las soluciones y a establecer objetivos concretos y alcanzables. Asimismo, impulsa en los maestros la capacidad de involucrar a los alumnos en el desarrollo de la clase y de su aprendizaje, porque el método estimula el desarrollo de las ideas, por encima de las respuestas

mecanizadas y basadas en la memorización de conceptos. Además, se les sugiere iniciar cada unidad o tema nuevo utilizando material concreto, mediante el cual los niños interactúen con las matemáticas; luego, pictóricamente, a través de gráficos, barras y dibujos. Una vez comprendidos los conceptos, a los alumnos se les enseña lo abstracto, lo simbólico, por medio de diversos procedimientos cada vez más formales.

Para finalizar, enfatizamos las bondades del método Singapur, porque toma como punto de partida la resolución de problemas, apoyándose en modelos visuales, material concreto y abundante ejercitación. Este fomenta la comprensión profunda de los conceptos, el pensamiento lógico y la creatividad matemática, en contraste con los métodos tradicionales en los que se privilegia la memorización y la aplicación de fórmulas o procedimientos rutinarios. Además, le exige al docente en formación poner en juego la creatividad y la iniciativa pedagógica, mediante la puesta en escena de las diferentes competencias que se demandan del nuevo docente de educación primaria, y que esté en condiciones de responder a las necesidades de la niñez mexicana.

BIBLIOGRAFÍA

- Allen, D. (compilador) (2000). *La evaluación del aprendizaje de los estudiantes: una herramienta para el desarrollo profesional de los docentes*. Buenos Aires, Argentina: Paidós.
- Ban Har, Y (2011). 1° Encuentro de Formación Docente. MAP 101 Fundamentals in Singapore Mathematics Curriculum. Universidad de Santiago de Chile, julio de 2011.
- Bruner, J. (1960). *El proceso de la educación*. Distrito Federal, México: Hispano Americana
- Delors, J. (1994). Los cuatro pilares de la educación. En *La educación encierra un tesoro. Informe a la UNESCO de la Comisión Internacional sobre Educación para el Siglo XXI* (pp. 91-103). Distrito Federal, México: Ediciones UNESCO.
- Educarchile (s/f). Sitio en internet. <http://www.educarchile.cl/ech/pro/app/detalle?id=205651>
- Gutiérrez, M. (2010). *Método gráfico Singapur. Desarrollo de habilidades*. Distrito Federal, México: Santillana.
- INEE (Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación) (2015). Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes. Distrito Federal, México: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.
- Kemmis, S., y McTaggart, R. (1988). *Cómo planificar la investigación-acción*. Barcelona, España: Laertes.
- Piaget, J.; Inhelder, B., y Szemiska, A. (1960). *The Child's Conception of Geometry*. Nueva York, Estados Unidos: Harper & Torchbooks.
- Ruiz, J. I. (1996). *Metodología de la investigación cualitativa*. Bilbao, España: Universidad de Deusto.
- SEP (Secretaría de Educación Pública) (2011). Plan de estudios 2011. Educación básica. Distrito Federal, México: Secretaría de Educación Pública.
- SEP (Secretaría de Educación Pública) (2011a). Plan y programa de estudios. Sexto grado. Distrito Federal, México: Secretaría de Educación Pública.
- SEP (Secretaría de Educación Pública) (2016). Escuelas nacionales y por entidad federativa. Base de datos completa 2016. Recuperado de Planea.sep.gob.mx/ba/base_de_datos_2016
- Vergnaud, G. (1983). *Los niños, las matemáticas y la realidad: problemas de la enseñanza en la escuela primaria*. Distrito Federal, México: Editorial Trillas.
- Zabalza, M. A. (2004). *Diarios de clase. Un instrumento de investigación y desarrollo profesional*. Madrid, España: Narcea.