



- 
- **Educando para educar**
 - Año 19
 - Núm. 35
 - ISSN 2007-1469
 - Marzo-agosto 2018
 - educandoparaeducar@beceneslp.edu.mx
-

Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí
División de Estudios de Posgrado

ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA EN EDUCACIÓN SECUNDARIA APOYADA EN LOS TRABAJOS DE ESCHER

DIDACTIC STRATEGY FOR GEOMETRY LEARNING IN SECONDARY EDUCATION SUPPORTED IN THE WORK OF ESCHER

Fecha de recepción: 5 de junio de 2017.

Dictamen 1: 29 de septiembre de 2017.

Dictamen 2: 3 de octubre de 2017.

Julio César Vega Gallegos¹



Investigaciones

RESUMEN

La enseñanza de las matemáticas se ha visto favorecida por modelos, métodos y estrategias que persiguen la mejora de los procesos de enseñanza y, por ende, de los resultados académicos en los estudiantes del subsistema de educación telesecundaria. En este artículo se expone una propuesta de enseñanza de las matemáticas basada en los trabajos de Escher, como un puente entre dos ramas del conocimiento: la geometría y las matemáticas. Dicho puente tiene la finalidad principal de promover la apropiación de los conceptos matemáticos, sin dejar de lado la observación de los procesos y las actitudes del alumno hacia las matemáticas y el arte, así como que este se involucre en producciones personales de carácter artístico definidas desde una perspectiva matemática.

Palabras clave: aprendizaje, Escher, estrategia didáctica.

ABSTRACT

Models, methods and strategies that aim to improve teaching processes have favored the teaching of mathematics and therefore the improvement of academic results in Telesecundaria education students. In the research we present, we develop a proposal for mathematics teaching based on the works of Escher like a bridge between two branches of the knowledge: the geometry and the mathematics. The purpose of linking these two areas is to improve the appropriation of mathematical concepts without neglecting the observation of the processes and attitudes that the student demonstrates towards mathematics and art, as well as to find the students involvement in personal artistic productions developed from a mathematical perspective.

Keywords: learning, Escher, didactic strategy.

INTRODUCCIÓN

Definición del problema de estudio

En general, la educación matemática ha sido rechazada por un gran número de estudiantes, a causa del abuso de la formalización prematura derivada de los enfoques tradicionales que han dejado de lado la intuición, la creatividad, la curiosidad, entre otras características del ser humano (Puig, 2011). Por lo anterior, se considera que el estudio del eje forma, espacio y medida vinculado con el arte es una vía para estimular el apego y un sentido más práctico de los estudiantes hacia las matemáticas.

Maurits Cornelis Escher es un artista holandés en cuyas obras inserta conceptos matemáticos que se pueden adaptar para la enseñanza de la geometría en el nivel de educación secundaria.

La idea central de este trabajo es abordar las obras de Escher desde una perspectiva matemática, las cuales servirán como un apoyo para la inserción de conceptos e ideas de carácter geométrico entre los estudiantes de este nivel de educación. Para el caso particular de nuestro sistema educativo existen algunos trabajos relacionados con la obra de Escher; uno de ellos se encuentra en el libro de apoyo para educación secundaria titulado Fichero de actividades didácticas (Balbuena, 2004). En los libros de texto se localizan algunas actividades similares a la anteriormente referida; por ejemplo, en el Cuaderno de trabajo. Matemáticas 2 (García, Rodríguez y Solares, 2010), dirigido a estudiantes de segundo grado de educación secundaria, se aborda el tema de los teselados y el recubrimiento de planos por medio de la obra de Escher.

En estos dos casos citados se mencionan textos de apoyo para docentes y estudiantes de secundaria que incluyen el tema del recubrimiento de un plano por medio de los teselados y en específico de la obra de Escher. Sin embargo, el planteamiento ofrecido es muy superficial y se le proporciona un espacio mínimo en una sesión. De lo anterior se deduce que es importante implementar nuevas formas de inducir el conocimiento, en particular de los contenidos geométricos. Por estas razones, el presente proyecto cobra relevancia, ya que sugiere una alternativa didáctica, lúdica, artística y recreativa en torno a la enseñanza de la matemática en secundaria.

Justificación

Esta investigación tiene como fin proporcionar al docente de educación secundaria, en particular del subsistema telesecundaria, del segundo grado, una estrategia didáctica que contribuya a la mejora de la apropiación por parte del estudiante de conceptos teóricos de geometría, así como de la utilización de estos para plantear y resolver problemas. Entre los aspectos significativos que se cubren, partiendo del plan y programa de estudios de la Secretaría de Educación Pública (SEP, 2011), están: justificar las propiedades de rectas, segmentos, ángulos, triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares e irregulares, círculo, prismas, pirámides, cono, cilindro y esfera; justificar y usar las fórmulas para calcular perímetros, áreas y volúmenes de diferentes figuras y cuerpos, y expresar e interpretar medidas con distintos tipos de unidad.

En esta investigación se enlazan dos áreas del conocimiento humano: la geometría y el arte. El currículo de educación secundaria para el subsistema telesecundaria se aborda por un solo docente; este trabajo se amplía cuando la escuela es unitaria o bidocente.

Propósitos de la secuencia didáctica

La secuencia didáctica tiene tres propósitos fundamentales; a saber: centrar las actividades en el aprendizaje; favorecer la participación reflexiva y colaborativa entre alumnos, y establecer un vínculo entre áreas de conocimiento.

Tipo de investigación

Se hizo un estudio cuasiexperimental, de enfoque cuantitativo y de alcance descriptivo, con muestra no probabilística, ya que las actividades sugeridas en el presente trabajo se desarrollan de forma práctica, por lo que se redactan los resultados de las intervenciones y acciones realizadas.

Fundamentación teórica

Existen teorías de carácter psicológico que enuncian niveles de progresión de la apropiación de conceptos y del desarrollo de habilidades matemáticas. Una de estas teorías es la del “modelo de razonamiento geométrico”, desarrollada por Pierre M. Van Hiele y Diana Van Hiele Geldof en 1957, maestros de matemáticas que sostienen que todos los alumnos pasan por cinco niveles, sin un orden particular. Las investigaciones de Van Hiele han demostrado que el paso de un nivel a otro es independiente de la edad (Musser y Burguer, 1988). Estos niveles van desde la percepción de la figura geométrica como una unidad, como un todo, hasta el pensamiento analítico, y de ahí a una deducción matemática abstracta y rigurosa.

METODOLOGÍA

Diseños cuasiexperimentales

Para Hernández (2010), los cuasiexperimentos manipulan una sola variable independiente a fin de observar su efecto en torno a las variables dependientes. Del mismo modo, manifiesta que dichos grupos no se encuentran asignados al azar, sino ya están formados con anterioridad; tal es el caso de los grupos con que se realizó esta investigación.

Características de los estudios cuantitativos

Este tipo de estudios tiene básicamente la siguiente característica:

Las técnicas cuantitativas se refieren a generar operaciones de tipo lógico-matemático sobre los fenómenos estudiados, las que pueden implicar mediciones, clasificaciones, valoraciones, asociaciones, etc. Lo medular de este tipo de acercamiento a los fenómenos sociales es que permite trabajar con aspectos o elementos de los fenómenos previamente desagregados —desde la teoría— y cuantificarlos (Arredondo, et al., 2005).

Características de los estudios descriptivos

Los estudios descriptivos buscan especificar las propiedades importantes de personas, grupos, comunidades o cualquier otro fenómeno que sea sometido a análisis. En un estudio descriptivo se selecciona una serie de cuestiones y se mide cada una de ellas independientemente, para así describir cada una de ellas. Así, por ejemplo, un censo nacional de población es un estudio descriptivo; su objetivo es medir una serie de características de un país en determinado momento (Cazau, 2006).

Hipótesis

La aplicación de una estrategia didáctica basada en los trabajos de M. C. Escher mejora el aprendizaje de geometría en educación secundaria.

Variable independiente: la estrategia didáctica basada en los trabajos de Escher.

Variable dependiente: el aprendizaje de la geometría.

Operacionalización de variables

Se describen dos variables, la estrategia didáctica y el aprendizaje de los alumnos, en las dimensiones de un examen conceptual y los materiales tangibles, tomando como indicadores los conceptos teóricos.

Instrumentos de recopilación de información

En esta investigación se utilizan tres instrumentos, a especificar: 1) Cuestionario de 12 preguntas concretas acerca de conceptos matemáticos, con opciones múltiples de respuestas, que el alumno responderá. 2) Lista de cotejo: a partir de las actividades realizadas se valoran las acciones de los alumnos, así como la capacidad mostrada para apreciar conceptos matemáticos. 3) Diario de campo en el que se redactan los aspectos más relevantes durante la aplicación de la estrategia.

Universo, población y muestra

Universo: para efectos del presente trabajo, todos los alumnos de las escuelas telesecundarias de la región altiplano del estado de San Luis Potosí. Población: los alumnos inscritos en la escuela telesecundaria Lic. José López Portillo. Muestra: para el presente estudio, la muestra es de carácter no probabilístico. Por lo tanto, se toman en cuenta los dos grupos del segundo grado; uno de ellos, denominado grupo control (segundo A), y el otro, grupo contraste (segundo B). Este último es al único al que se le aplicó la estrategia.

Diseño de la estrategia

El desarrollo, la aplicación, la recolección de datos y el análisis de información de la estrategia didáctica para la enseñanza de la geometría en educación secundaria con base en los trabajos artísticos de Escher se estructuran de la siguiente manera: 1) Selección de los contenidos del plan y programa de estudio de matemáticas del segundo grado de educación secundaria. 2) Solicitud correspondiente a la dirección de la institución escolar. 3) Disposición de los

alumnos para realizar las actividades de acuerdo con lo planeado y con los materiales que se utilizarán. 4) Preprueba a ambos grupos. 5) Desarrollo de las actividades, con una duración aproximada de dos semanas. 6) Posprueba a ambos grupos. 7) Análisis de los resultados.

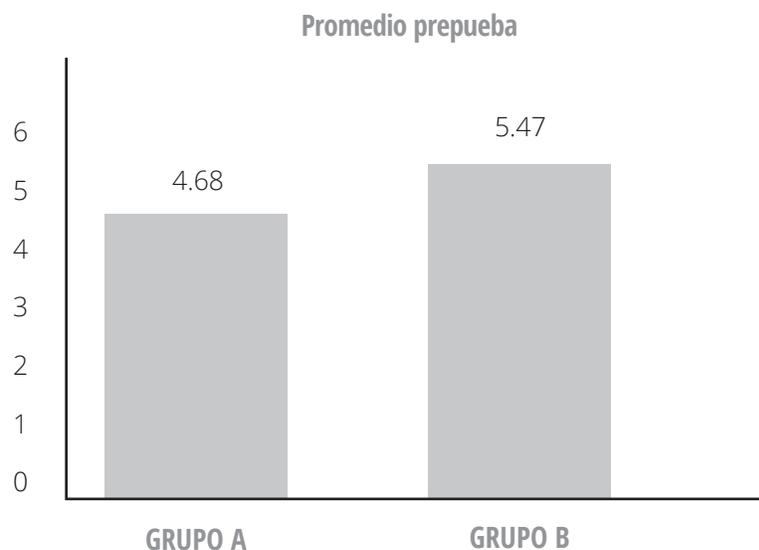
Descripción del proceso analítico

Los datos de las pruebas aplicadas se concentraron con el programa SPSS (Statistical Package for the Social Sciences). Estos sirvieron para validar la información por medio de la prueba T-student.

RESULTADOS

1. Para el análisis de los resultados se realizó un concentrado de los datos en el programa SPSS, versión 20. En la opción analítica de medias para muestras independientes, en el grupo A (grupo control) la media de reactivos contestados correctamente fue de 4.68, y en el grupo B (grupo contraste) la media fue de 5.47. De lo anterior se deduce que el valor de la significancia fue de 0.124, siendo esta mayor a 0.05. Con esta información, se acepta la hipótesis nula que indica que la media del grupo control es igual a la media del grupo contraste. Por lo tanto, los dos grupos en la prueba inicial resultaron estadísticamente similares, sin una diferencia significativa, por lo cual se infiere que ambos están en igualdad de condiciones para llevar a cabo la investigación (véase la figura 1).

Figura 1. Media de ambos grupos antes de la intervención

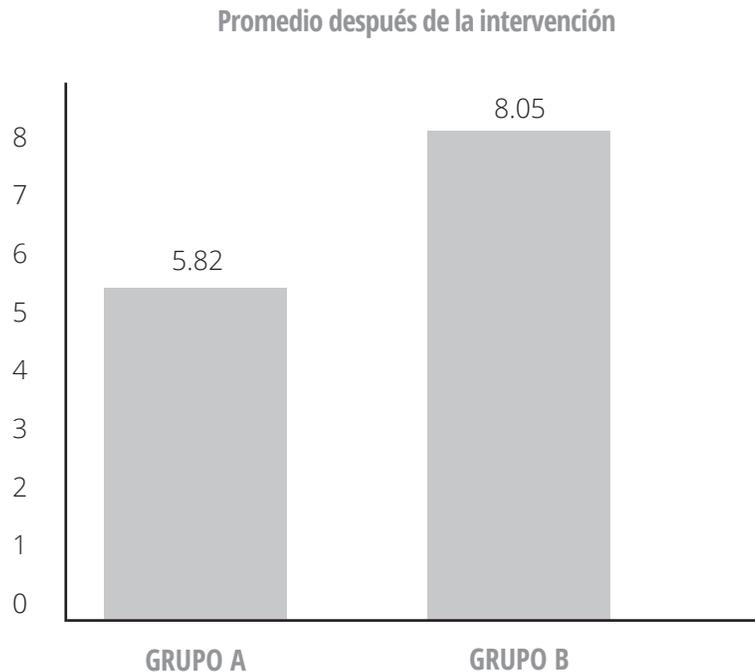


$p = 0.249$; 95% de confianza.

Fuente: Elaboración propia.

2. Al finalizar la aplicación de la estrategia didáctica para el aprendizaje de la geometría en educación secundaria apoyada en los trabajos de Escher, en el grupo contraste o grupo B y de la enseñanza tradicional en el grupo control o grupo A, se efectuó una posprueba con el mismo número de ítems y temas seleccionados, pero en un orden distinto, a fin de contrastar los resultados obtenidos en ambos grupos después de las metodologías aplicadas. Los resultados se dieron como sigue: concentrando la información de los reactivos tanto acertados como erróneos en el SPSS, se utilizó la prueba T-student para muestras independientes. Se observó que las medias en ambos grupos aumentaron: en el grupo A o grupo control la media pasó de 4.68 en la preprueba a 5.82 en la prueba final; mientras que en el grupo B o grupo contraste la media aumentó de 5.47 en la preprueba a 8.05 en la posprueba. Para estos datos, el grado de significancia fue de $p = 0.004$, es decir, menor a 0.05. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula de que la media del grupo control es igual a la media del grupo contraste y se acepta la hipótesis alterna que enuncia que la media del grupo control es distinta a la media del grupo contraste (véase la figura 2).

Figura 2. Medias de ambos grupos después de la intervención



$p = 0.004$; prueba T para muestras independientes; 95% de confianza.

Fuente: Elaboración propia.

3. En esta fase se compararon los resultados de la prueba inicial y de la prueba final en el grupo control o grupo A. Cabe destacar que en este grupo se dio seguimiento durante dos semanas de los contenidos de geometría del segundo año de secundaria impartidos con la metodología tradicional de este subsistema. Retomando los resultados de la media en la prueba inicial para el grupo A, se encontró que está en 4.53. Asimismo, al finalizar la intervención con el método tradicional de telesecundaria, la media se incrementó de 4.53 a 5.82. Utilizando la prueba T-student para muestras relacionadas se encontró un valor de la significancia de $p = 0.014$. Por lo anterior, se rechaza la hipótesis nula que señala que la media del grupo A en los resultados de la prueba inicial son iguales a la media de los resultados de la prueba final. En cambio, se acepta la hipótesis alterna que señala que los resultados del grupo A en la prueba inicial son diferentes a los resultados del mismo grupo en la prueba final (véase la figura 3).

Figura 3. Promedios del grupo control antes y después de la aplicación de la metodología tradicional



$p = 0.014$; prueba T para muestras relacionadas; 95% de confianza.

Fuente: Elaboración propia.

4. Se contrastan los resultados del grupo B o grupo de intervención con respecto de los resultados de la media en la prueba inicial y los resultados de la media en la prueba final posteriores a la intervención con la estrategia didáctica apoyada en los trabajos de Escher. En una primera prueba, la media en el grupo contraste fue de 5.47; después de la prueba final se localizó la media por la prueba T-student para muestras relacionadas: la media inicial cambió, pues pasó de 5.47 a 8.05 en el grupo contraste. Con este resultado, se rechaza la hipótesis nula que enuncia que la media de los resultados del grupo B en la prueba inicial es igual a la media del mismo grupo en la prueba final. En cambio, se acepta la hipótesis alterna que señala que la media de los resultados del grupo B en la prueba inicial es diferente a la media del mismo grupo en la prueba final. De lo anterior se deduce el grado de significancia de $p = 0.006$, siendo menor a 0.05; por lo tanto, se obtiene un valor significativo (véase la figura 4).

Figura 4. Promedios del grupo contraste antes y después de la intervención



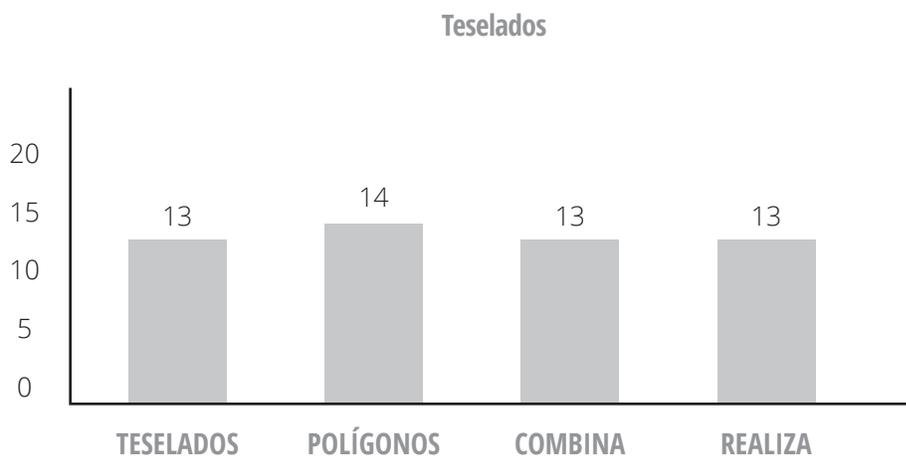
$p = 0.006$; prueba T para muestras relacionadas; 95% de confianza.

Fuente: Elaboración propia.

5. En la aplicación de la estrategia didáctica apoyada en los trabajos de Escher se utilizaron instrumentos para la recolección de datos; uno de ellos es la lista de cotejo, con aspectos específicos que observar durante las actividades.

La primera dimensión es la relacionada con los teselados y la apropiación de este concepto matemático y artístico. En cuanto a los resultados de esta, aunque no en todos los casos se obtuvo de manera afirmativa cien por ciento de los rubros, se constata con claridad una marcada tendencia a la apropiación de conceptos. Mientras que en la identificación de polígonos que cubren un plano, la totalidad de los alumnos que cumplió con este aspecto en cada uno de los demás rubros estuvo a un acierto de lograr la totalidad (véase la figura 5).

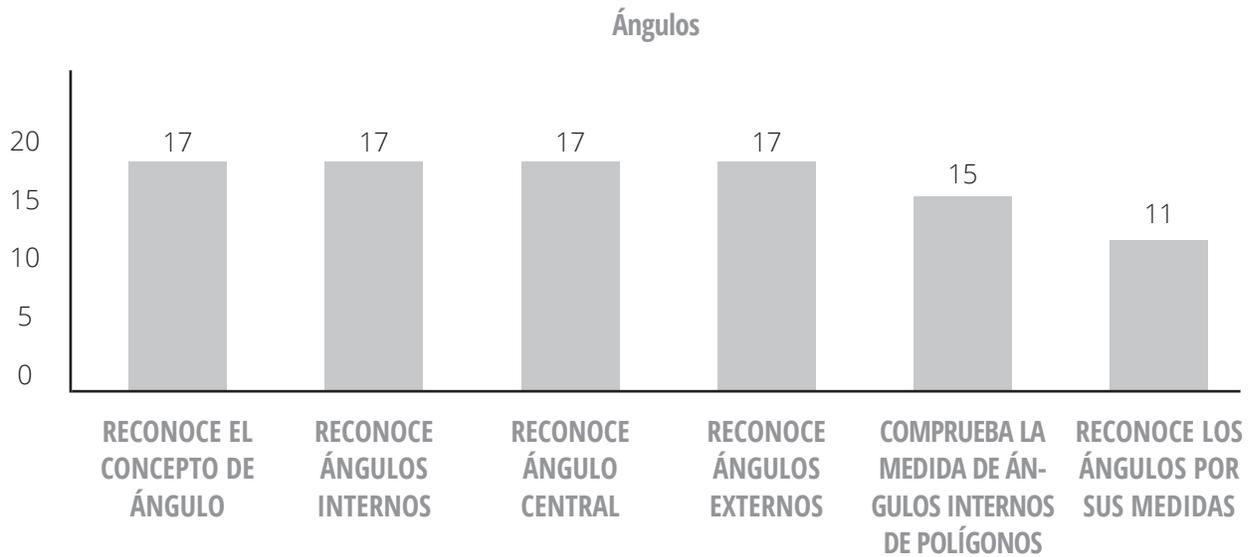
Figura 5. Resultados de la lista de cotejo de la dimensión teselados



Fuente: Elaboración propia.

En la segunda dimensión se abordaron los conceptos relacionados con el ángulo en distintas concepciones (véase la figura 6).

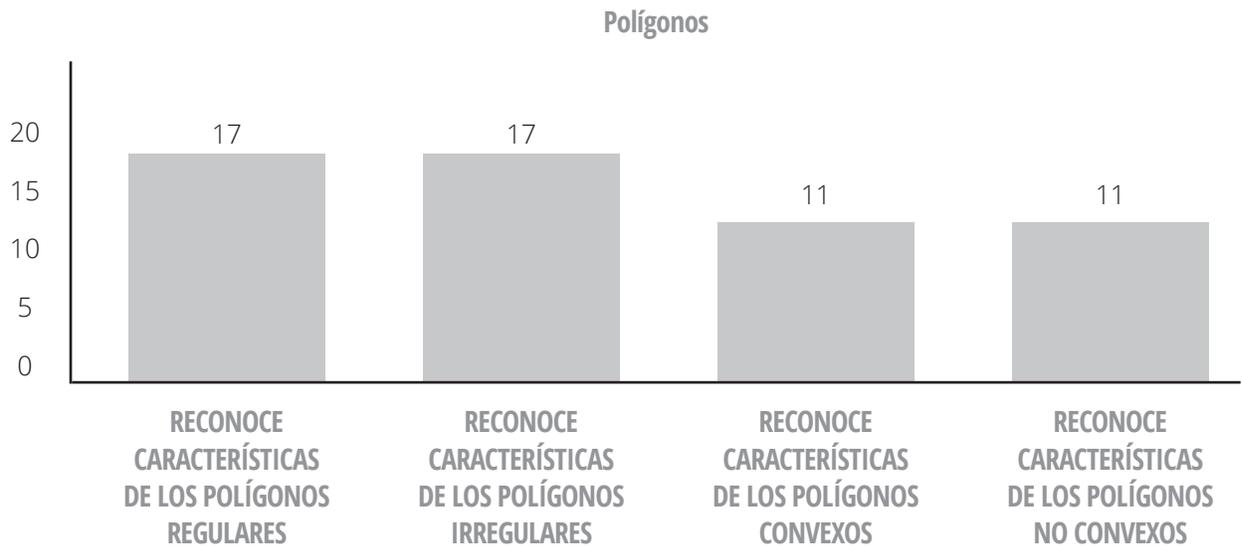
Figura 6. Resultados de la lista de cotejo de la dimensión ángulos



Fuente: Elaboración propia.

La siguiente dimensión abordada es la relacionada con el tema de los polígonos y sus características (véase la figura 7).

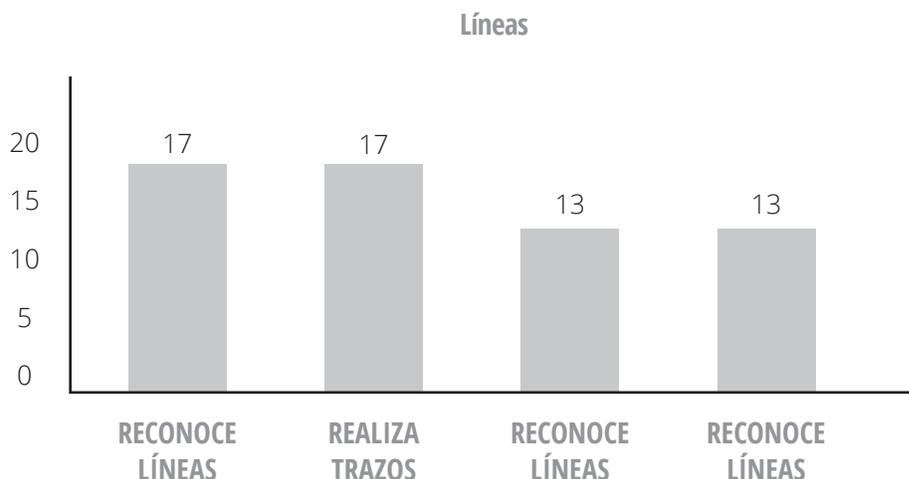
Figura 7. Resultados de la lista de cotejo de la dimensión polígonos



Fuente: Elaboración propia.

La última dimensión contemplada en la lista de cotejo es la relacionada con las líneas rectas (véase la figura 8).

Figura 8. Resultados de la lista de cotejo de la dimensión líneas



Fuente: Elaboración propia.

Como se observa en los resultados del concentrado de la lista de cotejo, en ninguna de las cuatro dimensiones hay una tendencia que indique que alguno de los temas tratados durante la estrategia fue en su totalidad atendido por los alumnos.

DISCUSIÓN

La enseñanza de las matemáticas requiere adecuaciones tanto metodológicas como procedimentales. Lo expuesto aquí señala una manera diferente de abordar los contenidos geométricos en el segundo año de educación secundaria en la modalidad de telesecundaria, y la estrategia didáctica sugerida plantea una serie de actividades para proporcionar un camino alternativo para el docente en el modo de abordar los contenidos en secundaria. Sin embargo, quedan algunas líneas abiertas de investigación como, por ejemplo, la incursión en actividades con el uso de la tecnología, la ampliación de los temas al primer y tercer años, involucrar actividades cualitativas.

Los principales hallazgos de esta investigación se encuadran en la apropiación de conceptos geométricos por parte del estudiante del segundo año de educación secundaria al comparar los resultados obtenidos en pruebas conceptuales. A la par, se aprecia un incremento en el grado de motivación del alumno en torno a las actividades sugeridas en la estrategia. Sin embargo, resultaría un tanto complicado que el docente de telesecundaria implemente la actividad tal cual se sugiere sin conocimientos previos de la asignatura, porque el perfil que se debe tener para lograr la mejor aplicación de la estrategia es de conocimientos básicos de matemáticas.

Aunado a lo anterior, resulta algo costoso la impresión del material de tal forma que sea atractivo visualmente al alumno, sobre todo en el contexto general en que se encuentran las escuelas telesecundarias del estado de San Luis Potosí, que es, en su mayoría, el medio rural, con pocas o nulas posibilidades económicas. Tal vez este sea un factor que se deba considerar en cuanto a la aplicación de la estrategia.

CONCLUSIONES

A lo largo de la aplicación de la estrategia didáctica apoyada en los trabajos de Escher se observaron ciertos aspectos relevantes que pudieran ser considerados para mejorar el diseño y la aplicación de la estrategia, de entre algunos se mencionan:

1. Los materiales se convirtieron en un aspecto central, pues los alumnos no tomaron con seriedad la actividad y hubo necesidad de posponerla debido a la falta de material.
2. La implementación de actividades que incluyeran más litografías de Escher, porque resultaron atractivas e interesantes como actividades detonadoras.
3. El trabajo previo con instrumentos geométricos, ya que hubo algunos alumnos que mostraron una extrema dificultad en el manejo de estos.
4. Reforzamiento de conceptos específicos como paralelismo, perpendicularidad, figuras convexas y no convexas.

BIBLIOGRAFÍA

- Arredondo, M. A.; Ascencio, S.; Cid, S.; Kimelman, E.; Micheli, B.; Poblete, M., y Quintanilla, P. (2005). *Diseño de proyecto en investigación educativa*. Santiago, Chile: Universidad ARCIS. Recuperado de http://www.cfrd.cl/~moises/magisteredu/disenodeproyectos/MEDN_21-Disenodeproyectos_.pdf.
- Balbuena, H. (coord.) (2004). *Fichero de actividades didácticas. Matemáticas. Educación secundaria*. Distrito Federal, México: Secretaría de Educación Pública.
- Barrantes López, M.; Balletbo Fernández, I., y Fernández Leno, M. (2014). Enseñar geometría en secundaria. *Revista de Ciencias de la Educación*, 1(3): 26-33. Recuperado de www.ice.uabjo.mx/media/15/2017/04/Art3__3.pdf.
- Barrientos, R. A.; Espinosa, A. E.; Solares, P. D. Violeta. (2006). *Matemáticas II. Libro para el maestro. Segundo grado. Vol. I*. Distrito Federal, México: Secretaría de Educación Pública.
- Cazau, P. (2006). *Introducción a la investigación en ciencias sociales*. Buenos Aires, Argentina. Recuperado de <http://alcazaba.unex.es/asg/400758/MATERIALES/INTRODUCCIÓN%20A%20LA%20INVESTIGACIÓN%20EN%20CC.SS..pdf>.
- Corrales Rodríguez, C. (2005) Escher I: Las matemáticas para construir. *Suma*, 49(junio): 101-108. Recuperado de <http://revistasuma.es/IMG/pdf/49/101-108.pdf>.
- Corrales Rodríguez, C. (2005). Escher II: Las matemáticas para pensar. *Suma*, 50(noviembre): 109-117. Recuperado de <http://revistasuma.es/IMG/pdf/50/109-117.pdf>.
- De Bono, E. (2000). *El pensamiento lateral. Manual de creatividad*. Buenos Aires, Argentina: Paidós. Recuperado de http://educate.iacat.com/Maestros/Edward_de_Bono_-_El_pensamiento_lateral_-_Manual_de_creatividad.pdf.

- Gamboa Araya, R., y Ballesterio Alfaro, E. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista Electrónica Educare*, 14(2): 125-142. Recuperado de <http://www.revistas.una.ac.cr/index.php/EDUCARE/article/view/906/831>.
- García Peña, S.; Rodríguez, J., y Solares, A. (2010). *Cuaderno de trabajo. Matemáticas 2*. Distrito Federal, México: Ediciones SM.
- Gómez Goyeneche, M. A. (2005). *Metamorfosis de la escritura en figura en el diseñador gráfico M. C. Escher. El Hombre y la Máquina*, 25(julio-diciembre): 8-15. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/478/47802502.pdf>.
- Hernández Escoto, I. B.; Garza de la Huerta, E. M., y Mandujano Tenorio, E. (2001) ¿Qué son los temas transversales? Materiales de Apoyo para la Formación de los Maestros. Publicación electrónica. Recuperado de http://paideia.synaptium.net/pub/pesegpatt2/tetra_ir/index_bis.htm.
- Hernández Sampieri, R.; Fernández Collado, C., y Baptista Lucio, M. P. (2010). *Metodología de la investigación*. Distrito Federal, México: McGraw Hill. Recuperado de https://www.esup.edu.pe/descargas/dep_investigacion/Metodologia%20de%20la%20investigacion%205ta%20Edici3n.pdf.
- Hernando, P.; Moya, M.; Barrera, V. J., y Oliva, J. (1998). Experiencias de enseñanza con mosaicos, fractales y la banda de moebius. *Escuela Abierta*, 2: 117-124.
- Hitt, F. (1998). Matemática educativa: Investigación y desarrollo 1975-1997. En F. Hitt (ed.). *Investigaciones en matemática educativa II* (pp. 41-65). Distrito Federal, México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- López Escudero, O. L., y García Peña, S. (2008). *La enseñanza de la geometría*. Distrito Federal, México: Instituto Nacional de Evaluación de la Educación. Recuperado de <http://www.inee.edu.mx/mape/themes/Temalnee/Documentos/mapes/geometriacompletoa.pdf>.
- Meavilla, V. (2007). *Las matemáticas del arte. Inspiración ma(r)temática*. Córdoba, España: Editorial Almuzara.
- Miranda, R. (2008). Siete formas de teselar. *Geometría Dinámica (s/n)*. Recuperado de <http://www.geometriadinamica.cl/2008/04/siete-formas-de-teselar/>.
- Orellana Chacín, M. J. (2007). Las artes y la arquitectura como herramientas en la didáctica de la matemática. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática (8)*: 135-157. Recuperado de <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/download/6952/6638>.
- NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) (2014). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Virginia, Estados Unidos: National Council of Teachers of Mathematics.
- Puig Portal, J. E. (2011). *Escher: Geometría y arte* (tesis de maestría). Universidad de los Andes, Facultad de Ciencias, Departamento de Matemáticas. Bogotá, Colombia.
- Ruiz López, N. (2007). Medios y recursos para la enseñanza de la geometría en la educación obligatoria. *Revista Electrónica de Didáctica de las Matemáticas Específicas (3)*. Recuperado de <http://www.didacticasespecificas.com/files/download/3/articulos/30.pdf>.
- SEP (Secretaría de Educación Pública) (1995). *La enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria. Lecturas. Primer nivel*. Distrito Federal, México: Secretaría de Educación Pública. Recuperado de <http://www.mat.uson.mx/depto/diplomado/secundaria/lecturas.pdf>.
- SEP (Secretaría de Educación Pública) (2011a) *Plan de estudios 2011. Educación básica*. Distrito Federal, México: Secretaría de Educación Pública. Recuperado de https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/20177/Plan_de_Estudios_2011_f.pdf.
- SEP (Secretaría de Educación Pública) (2011b). *Planes y programas de estudio de matemáticas para educación secundaria*. Distrito Federal, México: Secretaría de Educación Pública.
- Villarroel, S., Sgreccia, N. (2011). Materiales didácticos concretos en geometría en primer año de secundaria. *Números*, 78(noviembre): 73-94. Recuperado de http://www.sinewton.org/numeros/numeros/78/Articulos_04.pdf.
- Waldegg, G. (1998). Principios constructivistas para la educación matemática. *Revista EMA*, 4(1): 15-31. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/1085/1/46_Waldegg1998Principios_RevEMA.pdf.