Lecturas Matemáticas
Volumen **18** *(1997), páginas 73–82*

Reseñas bibliográficas

VÍCTOR S. ALBIS
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá

Paradigms and Mathematics

ELENA AUSEJO & MARIANO HORMIGÓN (Editores)
Madrid: Siglo XXI de España Editores, 1996, xviii + 501 págs.

Este libro contiene los trabajos presentados en el *Simposio internacional García Galdeano de 1994*. Tal como lo indica el título del libro, los autores miran desde diversos ángulos la proteica noción de paradigma *à la* KUHN en matemáticas y continúan el debate de si existen o no las revoluciones en esta ciencia. El libro empieza con un largo ensayo de MARIANO HORMIGÓN (*Paradigms and mathematics: A theoretical model for research in the history of mathematics*, 1-113), en el cual el autor, después de discutir el duro problema de los paradigmas matemáticos, establece para la historia de esta ciencia tres de ellos: *el griego, el lagrangiano* y *el hilbertiano*. En la última parte del ensayo propone mirar la historia de la matemática desde una amplia perspectiva que no se centre únicamente en las existencia de genios.

El resto del libro está dividido en cinco secciones. La primera se llama *¿Evolución o revoluciones?* Los siguientes ensayos pertenecen a esta primera sección. Metiendo baza en el debate sobre la existencia o no de revoluciones en matemática, JOSEPH W. DAUBEN, en su ensayo *Paradigms and proof: how revolutions transform mathematics* (117-148), se pregunta si existe o no alguna manera útil de distinguir lo que es una revolución en la matemática sin que se llegue a los dos extremos del debate, a saber, de que no existen o la posibilidad de que cualquier cambio de su *statu quo* es una revolución. En seguida, LUBOŠ NOVÝ, en el ensayo titulado *Les étapes ou les paradigmes des mathématiques* (149-168), insistiendo en la importancia de la periodización de la historia de la matemática, se pregunta si debemos hablar de etapas o de paradigmas. El venezolano LEO CORRY encara el problema de la existencia de revoluciones en matemáticas desde una perspectiva muy crítica (*Paradigms and paradigmatic change in the history of mathematics*, 169-191), concentrándose en el concepto (que ya hemos denominado proteico) de paradigma y concluyendo que definiciones o interpretaciones alternativas de este concepto pueden por sí solas conducir a consecuencias muy interesantes. El uruguayo MARIO H. OTERO, en su trabajo titulado *Case studies as paradigmatic exemplars in the historiography of mathematics: inconvenience of a unified theory of radical change in mathematics* (193-200), examina el *status artis* de las revoluciones en matemáticas y mediante el estudio de algunos casos concluye que es inconveniente una teoría unificada de cambios radicales en las matemáticas.

En la segunda sección, llamada *¿Estilos o paradigmas?*, el británico IVOR GRATTAN-GUINNESS prefiere, más filosóficamente, hablar de estilos y sus relaciones con la llamada matemática normal, refiriéndose siempre en su trabajo (*Normal mathematics and its histor(iograph)y: the tenacity of algebraic styles*, 203-213) a la historia del álgebra. Más filosóficamente aún, el español JAVIER DE LORENZO propone construir una teoría o filosofía de las matemáticas que tenga en cuenta los estilos en los cuales se manifiestan los que-haceres matemáticos como una producción humana tal como existen al rededor del mundo. En un marco más general, CHAVDAR LOZANOV (*Scientific revolutions, or new scientific fashions*, 233-241) va más allá al afirmar que la "existencia de revoluciones científicas es la especial capacidad de las matemáticas para representar, de manera precisa e incisiva, las relaciones esenciales entre la humanidad y el mundo natural". REINHARD SIEGMUND-SCHULTZE, en *National styles in mathematics between the World Wars?* (243-253), discute, con la ayuda de algunos ejemplos históricos, lo que debieran ser un estilo nacional, unas tradiciones nacionales y unas escuelas nacionales en matemáticas. Sus puntos de referencia son los siguientes: 1) distinción entre el usos descriptivo y el uso normativo de la noción de estilo, 2) definición de estilo refiriéndose más al proceso de producción que al artefacto resultante, 3) la pluralidad estilística, 4) estilos nacionales y 5) estilos matemáticos. El trabajo *The origins of the conceiving and mathematical formalization of the idea /principle of invariance in the research of electromagnetic phenomena* (255-280), de LIVIU SOFONEA & NICHOLA IONESCU-PALLAS es algo que no pudimos comprender totalmente y se nos hizo imposible reseñar.

La tercera sección se llama *Matemáticas y filosofía.* Reproducimos parte de la introducción de SERGUEI S. DEMIDOV a su artículo *Where is the meeting place of philosophical influence on Mathematics?* (283-288): la pregunta del título, "una de las más importantes preguntas que existen en la historia de la matemática, es también una de las más complicadas... Naturalmente, una respuesta a esta pregunta tan general no puede ser unívoca. En los diferentes períodos históricos, en diferentes culturas y situaciones diferentes, para las diferentes disciplinas matemáticas, la relación entre filosofía y matemáticas tiene sus características especiales. Queremos discutir [aquí] esta pregunta restringiéndonos a un ejemplo típico, tomado de la historia reciente de las matemáticas, aquél del nacimiento de la escuela moscovita de la teoría de funciones de una variable real." En su ensayo *La lois suprême de Hoëne-Wroňski: la rencontre entre la philosophie et les mathématiques* (289-308), CRISTINE PHILI mira con especial cuidado la historia de la "ley suprema de Höene-Wroňski", basada en consideraciones matemáticas y filosóficas. Esta ley, en las palabras de WROŇSKI [*Propédeutique messianique*, París, 1855, fasc. 2, pág. 19], es "la determinación propia de la esencia misma del Absoluto". Para su descubrimiento propone el problema de la búsqueda de las leyes absolutas de las ciencias (sus primeros principios y leyes fundamentales), que a su vez sirvan de modelo a la constitución suprema de la filosofía y, en consecuencia, de la ley de la creación. Para comprobar la verdad de su filosofía, emprende una reforma de las matemáticas. Como resultado de sus investigaciones, presenta al *Instituto de Francia* su "fórmula de la ley suprema":

$$F(x) = A_0 + A_1\Omega_1 + A_2\Omega_2 + A_3\Omega_3 \cdots ,$$

donde $A_0 = F(0)$,

$$\begin{aligned}\Omega_1 &= \varphi(x_1, x_2, x_3, \cdots),\\ \Omega_2 &= \varphi(x_1, x_2, x_3, \cdots)\varphi(x_1 + \xi_1, x_2 + \xi_2, x_3 + \xi_3, \cdots),\end{aligned}$$

y, en general,

$$\Omega_\mu = \varphi(x_1, x_2, x_3, \cdots)\varphi(x_1 + (\mu - 1)\xi_1, x_2 + (\mu - 1)\xi_2, x_3 + (\mu - 1)\xi_3, \cdots),$$

donde $\varphi(x_1, x_2, x_3, \cdots)$ son funciones arbitrarias de varias variables y x_1, x_2, $x_3, \cdots$ y ξ_1, ξ_2, $\xi_3, \cdots$ son cantidades arbitrarias. $F(x)$ es la función dada, Ω_1, Ω_2, Ω_3,$\cdots$ son funciones generalmente arbitrarias y A_0, A_1, $A_2, \cdots$ son coeficientes que dependen de las funciones. Las relaciones que existen entre los coeficientes $A_0, A_1, A_2, \cdots$ y las funciones $F, \Omega_1,\ \Omega_2,\ \Omega_3, \cdots$ constituyen lo que WROŇSKI llama la *ley suprema*, mientras que la determinación de las funciones $\Omega_1,\ \Omega_2,\ \Omega_3, \cdots$ constituye el *método supremo*. Para él la ley suprema es un instrumento de una generalidad absoluta en lo concerniente a la generación de las cantidades. La demostración original de su fórmula depende de una teoría especial de determinantes, cuyos elementos ahora no eran constantes sino variables ligadas por ciertas relaciones. El Instituto rechazó las teorías de WROŇSKI y sólo después de los trabajos de CAYLEY recuperaron su importancia. Ya en el siglo XIX, su fórmula aparecía así en los libros de texto:

$$A_n = \frac{\Omega_n F(0)}{\Omega_n(\omega_n)} - \sum_{\mu=n+1}^{\infty} A_\mu \frac{\Omega_n F(\omega_n)}{\Omega_n(\omega_n)},$$

donde

$$\Omega_n(F) = \begin{vmatrix} \omega_1' & \cdots & \omega_{n-1}' & F' \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \omega_1^{(n)} & \cdots & \omega_{n-1}^{(n)} & F^{(n)} \end{vmatrix},$$

expresión esta última en la que reconocemos lo que hoy llamamos el *wronskiano* de las funciones $\omega_1, \cdots, \omega_{n-1}, F$. Su compatriota STEFAN BANACH [Über das Loi-suprême von J. Hoëne-Wroňski, *Bull. Intern. de l'Académie Polonaise des Sciences et des Lettres*, A, I (1939), 1-10], explica así la ley suprema: para

$$x(t) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i x_i(t),$$

la ley contiene instrucciones para el cálculo de los coeficientes a_i cuando se conocen las funciones $x_1(t),\ x_2(t),\ \cdots$ y agrega que ellas son válidas cuando se exige que la serie de las funciones continuas $(x_i(t))$ converja uniformemente. ¡Extraños caminos entre filosofía y matemáticas!

La cuarta sección del libro se denomina *Matemáticas y sociedad.* MARY SOL DE MORA nos enseña, en su ensayo *La mathématique barroque. La société du XVIe et XVIIe siècles et les influences des idées extra-mathématiques sur la naissance et développment d'une mathématique nouvelle, aussi bien qu'apliquée* (311-324), cómo las costumbres y aun las modas han influido profundamente en el desarrollo de la ciencia: los logaritmos, la mecánica y la aritmética política (germen de la estadística) son ejemplos de sus tesis. Por su parte, ECKART LEISER (*Mathematics in the history of psychology*, 325-335) se propone trasmitirnos las dos cosas siguientes: "en primer lugar, que no sólo las ciencias matemáticas encuentran problemas cuando intentan relatar su historia, porque lo mismo está sucediendo y de una manera aún más severa en las ciencias sociales, en particular con la psicología. En segundo lugar, es precisamente la matemática, debido a su especialísimo papel en el marco de la psicología, la que está contribuyendo enormemente a esta distorsión relativa al sistema kuhniano de referencia". En *Mathematics in the structure of the scientific picture of the world (past and present)* (337-344), ALEXANDER V. SOLDATOV nos dice que el uso de la matemática dentro de un cuadro científico del mundo está determinado por un número de factores, entre los cuales lista como los más importantes a los siguientes: verificabilidad experimental, convencionalidad, euristicidad, pertenencia a una cultura de una cierta época...

La última sección del libro está dedicada a mirar algunos de los problemas discutidos en las otras en el contexto español. De ahí su título: *Estilos y paradigmas en la matemática española.* El ensayo *Mathematics and liberalism in 19th century Spain*, de ELENA AUSEJO & MARÍA ÁNGELES VELAMAZÁN (347-364) presenta el papel de las escuelas militares españolas en el desarrollo de diferentes disciplinas matemáticas (geometría, cálculo diferencial e integral, probabilidades, etc.) no sólo desde el punto de vista de la enseñanza y la producción de textos, sino también desde el de la investigación. Luego, FERNANDO VEA, explica la influencia, en el siglo XIX, de los textos franceses de matemáticas en la educación secundaria y universitaria de España, en el esquema del sistema liberal educativo (*The influence of French mathematics textbooks on the establisment of the liberal education system in Spain*, 365-390). La recepción de las geometrías no euclídeas en Europa y España es el tema del trabajo de JOSÉ LLOMBART: *The effect of the implantation of non-Euclidean geometries on the change of paradigm and its repercusion in Spain* (391-406). Este trabajo contiene un útil catálogo de las publicaciones españolas sobre el tema. Que el paradigma lagrangiano se rompe en los libros de texto de la teoría de las probabilidades, en especial, en las obras de DIEGO OLLERO y MANUEL DE VELASCO, es el tema del estudio *L'implication du calcul des probabilités et ses applications dans l'enseignement pendant les XIXe et XXe siècles. Les cas espagnol des oeuvres de Diego de Ollero et Manuel de Velasco*, escrito por VÍCTOR ARENZANA. Finalmente, usando las traducciones españolas de los *Elementos* de EUCLIDES que han sobrevivido, JUAN NAVARRO LOIDI estudia sus características y cambios en ciertos temas, llegando a conclusiones sobre la enseñanza de las matemáticas en los siglos XVI, XVII y XVIII. También examina una traducción castellana de los *Datos* de EUCLIDES, insertada en un tratado militar, la *Escuela de Palas*, de 1693 (*Les différents versions des Éléments d'Euclide publiées en espagnol aux XVIe, XVIIe et XVIIIe siècles. Permanence ou changement*, 427-502).

Variations on a Theme of Euler
Quadratic forms, Elliptic Curves, and Hopf Maps

TAKASHI ONO

New York & London: Plenum Press, 1994, xi + 347 págs.

Este es un libro hermoso, muy bien escrito, y curiosamente, según el autor, todas las ideas fundamentales que se exponen en él se encuentran ya en un cortísimo artículo de EULER: *De binis formulis speciei* $xx + myy$ *et* $xx + nyy$ *inter se concordibus et disconcordibus* [*Opera Omnia*, serie 1, vol. 5, pg. 48]. De hecho, cuando ellas se expresan en lenguaje moderno, lo que ha logrado EULER es un método para hallar curvas elípticas sobre $\mathbb{Q}$ de rango positivo usando dos aplicaciones de Hopf. Uno de los aspectos interesantes de este libro es *la posibilidad de usarlo como texto en un segundo curso de teoría de los números*. De hecho, nació de una serie de cursos que el autor dio en la Universidad John Hopkins, entre 1973 y 1980. El capítulo introductorio se inicia con el estudio de la ecuación $X^2 + Y^2 = Z^2$, conocida como la *ecuación pitagórica*, mirada primero de manera elemental, luego en el dominio de los enteros gaussianos, subsiguientemente usando el Teorema 90 de HILBERT, usando funciones trigonométricas y, finalmente, con métodos meramente geométricos. Luego analiza el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} X^2 + Y^2 &= U^2 \\ X^2 - Y^2 &= V^2 \end{aligned} \tag{1}$$

para concluir que no tiene soluciones enteras, usando *el método del descenso infinito* de FERMAT. Todo lo anterior para decirnos que en su libro piensa utilizar los anteriores métodos en el estudio de las soluciones en números enteros de algunas *ecuaciones diofánticas* o a sistemas de ellas. El segundo capítulo está dedicado a las formas cuadráticas, o mejor a los espacios cuadráticos, y a demostrar los teoremas de WITT sobre descomposición de estos espacios.

El tercer capítulo es una firme pero rápida introducción a la geometría algebraica: variedades algebraicas afines y proyectivas, en especial las definidas por formas cuadráticas. El álgebra conmutativa indispensable (espacios noetherianos, anillos locales, etc.) se suministra a medida que se hace necesario. En el cuarto capítulo se estudian las propiedades básicas de las curvas algebraicas planas, en particular, las de las cúbicas y, muy importante para comprender lo que sigue, la estructura de grupo de una *cúbica regular* usando el método geométrico de la cuerda y la tangente.

En el capítulo cuarto se introducen y estudian las funciones ϑ (incluyendo las de JACOBI), las curvas elípticas espaciales como intersección de superficies cuadráticas y se ve la relación que tienen con el conjunto algebraico

$E(M,N) = \{P = (x) \in P^3(K) \; ; \; x_0^2 + Mx_1^2 = x_2^2, x_0^2 + Nx_1^2 = x_2^2\}$, donde M y N son elementos de K, el cuerpo de base. Observemos la semejanza de las ecuaciones que definen a $E(M,N)$ con las del sistema (1) (más precisamente, en (1) tenemos $(M,N) = (1,-1)$). Anteriormente se ha demostrado que este conjunto algebraico posee una estructura de grupo, lo que le convierte en una variedad abeliana. Ahora bien, si $M,N \in \mathbb{Z}$, $M \neq N$, $M,N \neq 0$ podemos considerar $E(M,N)_{\mathbb{Q}}$, que no es otra cosa que el subgrupo de $E(M,N)$ formado por sus puntos racionales. *Este subgrupo es de tipo finito*, como caso particular del teorema de MORDELL-WEIL. Ahora bien, en este caso, podemos afirmar que

$$E(M,N)_{\mathbb{Q}} = E_{\mathrm{tor}}(M,N)_{\mathbb{Q}} \times \mathbb{Z}^{\rho(M,N)}$$

donde $E_{\mathrm{tor}}(M,N)_{\mathbb{Q}}$ es el grupo de torsión y $\mathbb{Z}^{\rho(M,N)}$ es un grupo abeliano libre de rango $\rho(M,N) \geq 0$. Este invariante se llama el *rango de Mordell-Weil* de $E(M,N)_{\mathbb{Q}}$. Si $\rho(M,N) = 0$ el sistema de ecuaciones diofánticas $x_0^2 + Mx_1^2 = x_2^2, x_0^2 + Nx_1^2 = x_2^2$ tiene solamente un número finito de soluciones en $P^3(\mathbb{Q})$ o un número finito de soluciones en $\mathbb{Z}^4$. Por ejemplo, en el sistema (1) se puede comprobar fácilmente que $\rho(1,-1) = 0$. Si $\rho(M,N) > 0$, el sistema tiene un número infinito de soluciones en $P^3(\mathbb{Q})$ o un número finito de soluciones en $\mathbb{Z}^4$. El quinto capítulo, llamado *Aplicaciones cuadráticas esféricas* entre espacios cuadráticos (porque envían esferas centradas en el origen en esferas centradas en el origen), estudia como caso particular a las *aplicaciones de Hopf*, especialmente en espacios euclídeos. En realidad todo esto está profundamente ligado con la topología algebraica, más precisamente con la teoría homotópica de las esferas: es decir, la búsqueda de aplicaciones de S^n en S^m que no sean homotópicamente triviales. Las aplicaciones que logran esto son las aplicaciones de HOPF. Existe un criterio algebraico para decidir la existencia de aplicaciones de Hopf de primera especie, basado en propiedades de las álgebras de Clifford, después de transformar el problema original en el llamado *problema de Hurwitz.* Lo anterior lo hace el autor en el capítulo 6. Finalmente, en el capítulo 7, partiendo del hecho de que la aplicación de Hopf de la 3-esfera en la 2-esfera es producida por las formas cuadráticas

$$\begin{aligned}
\xi_1 &= 2(x_1x_3 + x_2x_4) \\
\xi_2 &= 2(x_2x_3 - x_1x_4) \\
\xi_3 &= x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 - x_4^2
\end{aligned}$$

de coeficientes enteros, desarrolla, mediante ejemplos, la tesis de que algunos aspectos de la teoría clásica y moderna de los números pueden considerarse como parte de la teoría de las aplicaciones de Hopf generalizadas.

Groups and Symmetry

M. A. ARMSTRONG

Undergraduate Texts in Mathematics.

Berlín: Springer-Verlag, 1988, xii + 186 págs.

Con el *leivmotiv* de que los *números miden el tamaño, pero que los grupos miden la simetría*, este libro es una agradable y clara introducción a la teoría elemental de los grupos, inspirada en sus aplicaciones y orígenes geométricos. El uso permanente de ejemplos para motivar definiciones y resultados o para ilustrar estos últimos, es una característica muy bien empleada por el autor. Entre los temas se incluyen los teoremas de SYLOW, la clasificación de los grupos abelianos de tipo finito y lo necesario para dar una demostración de la caracterización de los 17 grupos cristalográficos planos, cuyo uso en las clasificaciones arqueológicas es hoy una poderosa herramienta [Véase, por ejemplo, VÍCTOR S. ALBIS & JOSÉ A. VALENCIA-OVIEDO, *Una aplicación de los grupos de simetría a la confirmación de períodos y subperíodos estliísticos en la cerámica de la Región Central de Panamá*, Rev. Acad. Col. Ci. Ex. Fis. Nat. XVII (67) (1990), 703-714]. Por otra parte, las demostraciones de los clásicos teoremas de SYLOW y CAUCHY siguen los lineamientos recientes de H. WIELANDT y JAMES H. MACKAY, respectivamente. La inspiración geométrica se nota sobre todo en el papel que tienen en el libro los grupos como operadores. Esto permite, usando las ideas contenidas en J.-P. SERRE, *Arbres, amalgames et* SL_2 [Astérisque No. 46, Société Mathématique de France, 1977, (3a. edición)], dar una demostración del teorema de SCHREIER, *todo subgrupo de un grupo libre es libre*, asociando de manera bastante natural y sencilla un grafo $\Gamma(G, X)$ al grupo G generado por $X \subseteq G$ y demostrando que si X es una base de G (i.e., si G es libre) entonces $\Gamma(G, X)$ es un árbol, y que si G opera libremente sobre un árbol entonces G es un grupo libre.

Memorias del Seminario en conmemoración de los 400 años del nacimiento de René Descartes

VÍCTOR S. ALBIS, JORGE CHARUM, CLARA HELENA SÁNCHEZ & GONZALO SERRANO

Colección Memorias No. 9. Santafé de Bogotá: Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, 1997, xii + 222 págs.

En esta publicación se recogen las comunicaciones presentadas en el Seminario convocado por la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y

Naturales en 1996, para conmemorar el cuatricentenario del nacimiento del filósofo francés RENÉ DESCARTES (1596–1650). En su ensayo, *Descartes investigador matemático afortunado* (11–24), ALBERTO CAMPOS muestra cómo la solución cartesiana al célebre problema de PAPO sobre la curva satisfecha por ciertos puntos determinados por n segmentos, relacionados entre sí por relaciones angulares y de proporcionalidad, está muy cercana a las *Reglas para la dirección de la mente* escritas por DESCARTES. Por su parte, CARLOS A. CARDONA SUÁREZ examina las bases de la física cartesiana, en especial el papel que juega la noción de extensión, tanto en los escritos metafísicos como en los físicos de DESCARTES (*De la metafísica a la física en el programa cartesiano*, 25–39). En *Conocimiento y libertad* (41–50), LUIS AURELIO DÍAZ se detiene en el examen de los lazos entre la duda hiperbólica cartesiana, la nítida separación entre teoría y práctica y la duda metafísica. En el ensayo *Analytic Geometry, Experimental Science, and Metaphysics in Descartes* (51–92), MARIO LASERNA apunta a demostrar cómo la mente humana alcanza la verdad y cierto conocimiento de las leyes de la naturaleza aplicando el método matemático experimental, que para DESCARTES es "la causa de la cognición objetiva como un efecto". Por otro lado, DJAHANGUIR R. MAHZARY nos presenta una imagen más real de DESCARTES, la de un mártir, la cual tuvo que sobrellevar pacientemente después de la condenación de GALILEO por la Iglesia Católica (*Contraintes socio–culturelles et conversions philosophiques chez Descartes. Casualité vs. Causalité*, 111–133). Basándose en la carta de DESCARTES a MERSENNE del 15 de agosto de 1630, en la cual afirma que la cadena de todas las dificultades en física sin la cual DESCARTES no podría mostrar que es imposible demostrar una sin demostrar todas las otras, descansa, según JEAN–PAUL MARGOT, en las reflexiones contenidas en el *Tratado de Metafísica* de 1629. Con esto los fundamentos de la física cartesiana descansarían sobre bases metafísicas, en particular en la creación de las verdades eternas. En efecto, MARGOT estima que esta doctrina está en el corazón de la articulación de la física y la metafísica cartesianas (*La creación de las verdades eternas y la Fábula del mundo*, 93–109). En *Mathesis Universalis e inteligibilidad en Descartes* (135–170), MICHEL PATY afirma que el problema de la inteligibilidad, que está en el corazón mismo de la filosofía cartesiana, aparece por primera vez en las *Reglas para la dirección de la mente.* Estas *Reglas* se presentan como el primer movimiento en su profundo pensar matemático y en el problema de la certeza del conocimiento con respecto a la subjetividad. La *Mathesis Universalis* resume, por así decirlo, la filosofía del pensamiento cartesiano en su parte esencial. GUILLERMO RESTREPO SIERRA (*¿René Descartes cientifista?*, 171–206) se pregunta si DESCARTES es cientifista y para responder se pasea por las interpretaciones cientifistas del pensamiento cartesiano, es decir, aquellas que separan su pensamiento científico del filosófico. Llega finalmente a un análisis que relaciona la geometría analítica con la *Mathesis Universalis* y propone un paradigma cartesiano para la ciencia moderna. En otro lugar, GONZALO SERRANO en su ensayo *¿Qué nos importa Descartes todavía?* (1–10), recalca, desde un punto de vista personal, por qué aún el pensamiento de DESCARTES puede ser importante para nosotros. Finalmente, en *Las dudas de Descartes y el lenguaje privado* (207–217), GARRET THOMSON nos indica que la hipótesis cartesiana de que las ideas en la mente son el objeto inmediato de percepción, parece oponerse al argumento de WITTGENSTEIN contra los lenguajes privados.

VÍCTOR SAMUEL ALBIS GONZÁLEZ
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
BOGOTÁ, COLOMBIA
e-mail: valbis@ciencias.ciencias.unal.edu.co; valbis@matematicas.unal.edu.co