

# ARTIGOS

Submetido 15.05.2018. Aprovado 07.05.2019

Avaliado pelo sistema *double blind review*. Editora Científica: Fernanda Perobelli

Versão traduzida

DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/S0034-759020190402>

## MODELO DE PRECIFICAÇÃO CONDICIONAL COM HETEROSCEDASTICIDADE: AVALIAÇÃO DE FUNDOS BRASILEIROS

*Conditional pricing model with heteroscedasticity: Evaluation of Brazilian funds*

*Modelo de valoración condicional con heteroscedasticidad: Evaluación de fondos brasileños*

### RESUMO

Os resultados empíricos na literatura demonstram que a versão condicional do Modelo de Precificação de Ativos Financeiros (CAPM), particularmente no que se refere ao modelo na forma em espaço de estado, no qual o beta é estimado pelo filtro de Kalman, possui maior poder explicativo do que a sua versão incondicional. A maioria das análises empíricas na literatura baseia-se em portfólios de ações para explicar anomalias financeiras, porém poucos estudos propõem-se a melhorar a avaliação de desempenho de fundos de investimento. A principal contribuição deste artigo consiste em avaliar fundos de investimento brasileiros por meio de medidas tradicionais estimadas a partir do CAPM na forma em espaço de estado com erros heteroscedásticos e homoscedásticos e comparar seus resultados com modelos alternativos, tais como o CAPM incondicional e o modelo de quatro fatores. Utilizando uma amostra de fundos de ações, os resultados indicam que o modelo CAPM condicional produz melhores resultados do que os modelos alternativos, proporcionando melhores práticas de avaliação de desempenho em relação às habilidades de stock-picking e market-timing.

**PALAVRAS-CHAVE** | Modelo de precificação de ativos financeiros condicional, filtro de Kalman, betas variantes no tempo, fundos de investimento, análise de performance.

### ABSTRACT

*Empirical studies have revealed that the conditional Capital Asset Pricing Model (CAPM) has a higher explanatory power than its unconditional version, particularly for the model in state-space form where the beta is estimated using Kalman filter. Most empirical analyses are based on stock portfolios to explain financial anomalies, but only a few studies proposed improving investment fund performance. The main contribution of this study is the assessment of Brazilian investment funds through traditional measures estimated from the CAPM model in state-space form with heteroscedastic and homoscedastic errors compared to alternative models, such as the unconditional CAPM and a four-factor model. Using a sample of stock funds from May 2005–April 2015, the results indicate that the conditional CAPM model produces better results than the alternative models, providing better performance evaluation practices for funds in both stock-picking and market-timing ability.*

**KEYWORDS** | Conditional Capital Asset Pricing Model, Kalman filter, time-varying betas, investment funds, performance analysis.

### RESUMEN

*Los resultados empíricos en la literatura revelan que la versión condicional del CAPM, particularmente con respecto al modelo en forma de espacio de estado, en el cual se estima beta mediante el filtro de Kalman, posee mayor poder explicativo que su versión incondicional. La mayoría de los análisis empíricos se basan en carteras de valores para explicar anomalías financieras, pero pocos estudios proponen mejorar el rendimiento de los fondos de inversión. La principal contribución de este estudio a la literatura es que lleva a cabo la evaluación de fondos de inversión a través de medidas condicionales generadas a partir del CAPM en forma espacio-estado con errores heteroscedásticos y homoscedásticos y que compara sus resultados con modelos alternativos, tales como CAPM incondicional, modelo de cuatro factores. Utilizando una muestra de fondos de acciones, los resultados indican que el modelo CAPM condicional produce mejores resultados que los modelos alternativos, proporcionando mejores prácticas de evaluación de desempeño en relación con las habilidades de stock-picking y market-timing.*

**PALABRAS CLAVE** | Modelo de valoración de activos de capital condicional, filtro de Kalman, betas variantes en el tiempo, fondos de inversión, análisis de rendimiento.

**LEANDRO SANTOS DA COSTA\***

leandrosdcosta@gmail.com

ORCID: 0000-0003-2183-8796

**FRANCES FISCHBERG BLANK\***

francesblank@puc-rio.br

ORCID: 0000-0002-2022-4226

**FERNANDO LUIZ CYRINO**

**OLIVEIRA<sup>1</sup>**

cyrino@puc-rio.br

ORCID: 0000-0003-1870-9440

**CRISTIAN ENRIQUE MUÑOZ**

**VILLALOBOS<sup>2</sup>**

crisstrink@gmail.com

ORCID: 0000-0002-7563-8469

<sup>1</sup>Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Industrial, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

<sup>2</sup>Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Elétrica, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

## INTRODUÇÃO

Estudos empíricos têm demonstrado as falhas do modelo de precificação de ativos financeiros (CAPM) por meio da obtenção de retornos consistentemente diferentes daqueles previstos pelo modelo. Desde o desenvolvimento dos modelos de fatores de Fama e French (1993) e Carhart (1997), vários estudos têm usado esses modelos na análise de desempenho de fundos de investimento para avaliar em que medida os retornos poderiam ser atribuídos a duas habilidades gerenciais principais: *stock picking* e *market timing*. Enquanto a primeira diz respeito à capacidade do gestor de selecionar os melhores ativos para um determinado nível de risco, o último refere-se à gestão do beta dos fundos em antecipação a movimentos futuros do mercado.

Em geral, as evidências mostram que, depois de considerar todas as despesas com fundos, os gestores não têm habilidade de *stock picking* (Carhart, 1997; Elton, Gruber, & Blake, 2012; Fama & French, 2009). Os resultados são mais controversos para *market timing*, com alguns autores apontando para evidências de *timing* positivo (Bollen & Busse, 2001; Busse, 1999; Ferson & Schadt, 1996), enquanto muitos outros apontam para a falta dessa habilidade (Elton et al., 2012; Treynor & Mazuy, 1966).

No Brasil, as conclusões sobre as habilidades dos gestores variam muito dependendo da amostra e do modelo proposto. Em geral, os resultados relatados são mais positivos do que os relatados pela literatura internacional (Borges & Martelanc, 2015). Utilizando o modelo de fator único e variações do CAPM, Rochman e Eid (2006) encontraram evidências de que fundos de ações têm desempenho superior ao mercado; Leusin e Brito (2008) encontraram alfas positivos e significativos, bem como evidência fraca para poucos gestores com habilidade de *market timing*; e Matos e Nave (2012) investigaram o fator persistência em fundos com melhor desempenho. Entretanto, Casaccia, Galli, Macêdo e Leitao (2011) não identificaram habilidades especiais nos gestores da sua amostra. Outros estudos sobre fundos brasileiros utilizando modelos fatoriais, em sua maioria, não identificaram habilidades gerenciais superiores. Castro e Minardi (2009) utilizaram o modelo de três fatores (Fama & French, 1993) e o modelo de quatro fatores (Carhart, 1997), juntamente com um quinto fator relacionado a *market timing*. Ao comparar fundos ativos e passivos, os autores não encontraram gestores com a habilidade de *stock picking*. Jordão e Moura (2011) analisaram uma extensa amostra utilizando o modelo de Carhart (1997) para analisar a habilidade de *stock picking* e o modelo de Treynor e Mazuy (1966) para analisar a habilidade de *market timing*, e constataram que menos de 5% dos fundos apresentaram resultados positivos e significativos para tais habilidades. Nerasti e Lucinda (2016) investigaram a persistência

do desempenho dos fundos de ações brasileiros fazendo uso de quatro modelos: o CAPM tradicional, o modelo de três fatores proposto por Fama e French (1993), o modelo de quatro fatores de Carhart (1997) e um modelo adicional agregando o fator de risco associado à liquidez dos ativos. Os autores não identificaram persistência de desempenho superior dos gestores brasileiros. Borges e Martelanc (2015) estimaram os alfas em uma amostra comparando fundos reais e fundos sintéticos usando o modelo de quatro fatores de Carhart (1997) e constataram que os gestores têm uma habilidade positiva de gerar retornos anormais, embora estes sejam modestos.

Uma vez que os gestores assumem diferentes níveis de risco dependendo do tipo de fundo, evidências empíricas mostram que os fundos geralmente não mantêm níveis constantes de risco ao longo do tempo (Lee & Rahman, 1990; Mamaysky, Spiegel, & Zhang, 2008), o que destoa do pressuposto do CAPM incondicional e dos modelos fatoriais tradicionais. Portanto, uma modelagem mais cuidadosa da variação temporal do risco do fundo deverá resultar numa avaliação mais realista do seu desempenho.

A versão condicional do CAPM foi desenvolvida para superar as limitações da versão estática tradicional. Existem três abordagens principais para modelar o comportamento dinâmico do beta: (i) modelar a função de distribuição condicional dos retornos como uma função explícita de variáveis condicionantes defasadas (Jagannathan & Wang, 1996; Lettau & Ludvigson, 2001), (ii) descrever a dinâmica do beta utilizando modelos de volatilidade condicionais ou estocásticos (Bodurtha & Mark, 1991; Bollerslev, Engle, & Wooldridge, 1988; Yu, 2002), (iii) utilizar modelos de espaço de estado em que a dinâmica beta é diretamente modelada como um processo estocástico (Adrian & Franzoni, 2009; Blank, Samanez, Baidya, & Aiube, 2014; Jostova & Philipov, 2005; Mergner & Bulla, 2008).

Vários estudos têm indicado que a especificação CAPM condicional na forma em espaço de estado fornece estimativas mais precisas do beta do que as outras (Adrian & Franzoni, 2009; Faff, Hillier, & Hillier, 2000; Mergner & Bulla, 2008). Além disso, tais diferenças são mais pronunciadas nos dados diários do que nos dados mensais (Bollen & Busse, 2001). Um problema com os retornos financeiros é a dependência temporal de sua variância condicional – a presença de heteroscedasticidade. No entanto, a maioria dos estudos presumiu que os resíduos de CAPM condicionais são homoscedásticos, apesar de os testes empíricos constatarem alta heteroscedasticidade mesmo após o tratamento condicional do modelo (Mergner & Bulla, 2008). Ortas, Salvador e Moneva (2015) construíram a versão heteroscedástica do modelo CAPM condicional usando o algoritmo de filtro de Kalman, no qual os erros são modelados como um processo

autoregressivo heteroscedástico condicional generalizado (GARCH). Os resultados das análises interna (*in-sample*) e externa à amostra (*out-of-sample*) mostram que o modelo heteroscedástico supera o modelo homoscedástico.

Considerando o contexto brasileiro, Tambosi, Garcia, Imoniana e Moreiras (2010) testaram um CAPM condicional incorporando variáveis macroeconômicas e financeiras e obtiveram aumento significativo do poder explicativo do modelo. Utilizando o CAPM condicional na forma em espaço de estado, Mazzeu, Costa e Santos (2013) observaram redução nos erros de preços utilizando o modelo beta variante no tempo em uma amostra de 13 ações no mercado brasileiro. Blank et al. (2014) prepararam carteiras de ações com base em *book-to-market* e características de valor de mercado e verificam que, quando o beta é modelado como passeio aleatório com variáveis condicionantes, os erros de apreçamento são reduzidos. Caldeira, Moura e Santos (2013) utilizaram uma abordagem semelhante ao combinarem uma matriz dinâmica de covariância condicional baseada em um modelo GARCH e os fatores de risco propostos por Carhart (1997) com coeficientes variantes no tempo. Os autores obtiveram resultados satisfatórios em comparação com modelos de referência.

Alguns autores internacionais propõem a incorporação de dinâmicas temporais no risco sistemático. Ferson e Schadt (1996) analisaram uma amostra de fundos dos EUA com base em um modelo condicional em que os betas dos fundos dependem de variáveis defasadas e constataram que tanto o CAPM estático quanto o modelo de fator condicional produzem, na média, mais frequentemente alfas negativos do que alfas positivos. Os resultados mostram que o modelo condicional elimina qualquer evidência de *timing* negativo dos gestores constatada pelo modelo incondicional.

Holmes e Faff (2008) compararam o CAPM condicional com base em variáveis defasadas com o CAPM condicional na forma em espaço de estado usando uma amostra de fundos australianos. Embora o primeiro modelo mostre a presença de habilidade de *stock-picking*, ela não é observada no modelo em espaço de estado. Da mesma forma, Mamaysky et al. (2008) encontraram o alfa e beta de uma grande amostra de fundos dos EUA. Suas previsões estimadas por meio do filtro Kalman são mais precisas do que as dos modelos comuns.

Estudos brasileiros não utilizam modelos condicionais para analisar as habilidades dos gestores e não comparam esses modelos com abordagens tradicionais, como o CAPM incondicional e os modelos multifatoriais. Este artigo pretende preencher essa lacuna, tendo dois objetivos principais: (i) avaliar modelos de CAPM condicionais na forma em espaço de estado em uma amostra de fundos de ações brasileiros, usando o filtro Kalman com os erros da equação de regressão nas formas

homoscedásticas (SS-HOM) e heteroscedásticas (SS-HET); e (ii) analisar como o uso de medidas tradicionais obtidas a partir do modelo CAPM condicional pode melhorar a prática atual de avaliação de desempenho dos fundos de investimento e as habilidades de *stock picking* e *market timing* dos gestores em comparação com modelos alternativos como o CAPM incondicional e o modelo de quatro fatores de Carhart (1997).

Utilizando fundos brasileiros selecionados, os resultados mostram que a modelagem da estrutura heteroscedástica dos erros aumenta a capacidade condicional do CAPM de capturar a dinâmica temporal do alfa e beta dos fundos de investimento. Dada a superioridade dos modelos condicionais propostos, este estudo avalia o desempenho dos fundos de ações de 2 de maio de 2005 a 30 de abril de 2015. Evidências sugerem que a capacidade dos gestores para selecionar os melhores ativos está diretamente relacionada a uma valorização significativa no mercado de ações e que os gestores não têm a capacidade de antecipar períodos de valorização e queda no mercado.

O restante deste artigo é organizado da seguinte forma. A próxima seção apresenta os modelos econométricos de precificação de ativos. Em seguida, analisa-se o desempenho dos modelos CAPM na forma em espaço de estado com resíduos homoscedásticos e heteroscedásticos na equação de observação. Depois, os modelos são aplicados empiricamente e, finalmente, as conclusões da pesquisa são apresentadas.

## MODELO E PROCEDIMENTO DE ESTIMATIVA

O atrativo do CAPM, desenvolvido de forma independente por Sharpe (1964), Lintner (1965) e Mossin (1966), reside em sua simplicidade, onde o retorno esperado para um dado ativo é dado por:

$$E[R_i] = \beta_i (E[R_m]) \quad (1)$$

$$\beta_i = \frac{\text{cov}[R_i, R_m]}{\text{var}[R_m]} \quad (2)$$

onde  $R_i$  e  $R_m$  são os retornos excedentes do ativo  $i$  e da carteira de mercado em relação ao ativo sem risco, respectivamente, e  $\beta_i$  é uma medida de risco que não é eliminada por meio da diversificação, também conhecida como risco sistemático ou beta.

No entanto, uma limitação crítica do CAPM é a sua natureza estática. Em tal hipótese, a presença de anomalias poderia ser atribuída à dinâmica de variação temporal do beta que não é capturada pelo CAPM em sua forma original. Preservando a estrutura do modelo de um fator, diferentes modelos são usados para capturar o risco sistemático variante no tempo, com os modelos condicionais na forma espaço de estado geralmente provendo melhores resultados.

O modelo descrito pelas equações (1) e (2) baseia-se em valores esperados e, por conseguinte, não é observável. É comumente testado em séries temporais usando medidas observáveis de retornos realizados. Assim, considerando um modelo clássico de regressão linear univariada Gaussiana, a versão condicional com alfa e beta variantes no tempo pode ser expressa como o modelo em estado de espaço dado pelas equações (3) a (5).

$$R_{i,t} = \alpha_{i,t} + \beta_{i,t} R_{m,t} + \epsilon_{i,t}, \quad \epsilon_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\epsilon_i}^2), t = 1, \dots, n \quad (3)$$

$$\alpha_{i,t+1} = \alpha_{i,t} + \vartheta_{i,t}, \quad \vartheta_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\vartheta_i}^2) \quad (4)$$

$$\beta_{i,t+1} = \beta_{i,t} + \eta_{i,t}, \quad \eta_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\eta_i}^2) \quad (5)$$

A equação (3) é conhecida como equação de observação e as (4) e (5) como equações de estado. Usualmente assume-se que os erros  $\epsilon_{i,t}$ ,  $\vartheta_{i,t}$ , e  $\eta_{i,t}$  são serialmente independentes e homoscedásticos.  $\alpha_{i,t}$  é conhecido como alfa de Jensen.

O intercepto é estatisticamente considerado como sendo zero no CAPM, o que significa que o prêmio de risco de mercado ajustado pelo beta dos ativos seria suficiente para explicar os resultados observados. No entanto, se um gestor de carteira puder prever melhor os preços dos ativos, ele poderá obter retornos mais elevados do que os implícitos no modelo, e o alfa de Jensen poderia representar uma taxa de retorno incremental média da carteira pela unidade de tempo exclusivamente em função da habilidade do gestor. Em uma forma incondicional, a equação (3) seria estimada por mínimos quadrados ordinários

(MQO) onde alfa e beta são constantes ao longo do tempo.

Um processo de passeio aleatório descreve a dinâmica alfa e beta variante no tempo. Pizzinga e Fernandes (2006) apontaram três razões principais para justificar tal escolha: (i) parcimônia, (ii) simplicidade e (iii) possibilidade de mudanças gerenciais fundamentais ao longo do tempo devido à propriedade não estacionária.

A especificação do modelo nas equações (3) a (5) permite a aplicação direta do filtro de Kalman para estimar tanto os parâmetros variantes no tempo como os parâmetros constantes (Adrian & Franzoni, 2009; Faff et al., 2000; Mergner & Bulla, 2008). Os parâmetros constantes são estimados especificamente por meio da decomposição do erro de previsão e maximização da função log-verossimilhança dada por:

$$\log L(\psi_i) = -\frac{n}{2} \log 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n \left( \log |F_t(\psi_i)| + \frac{v_t(\psi_i)}{F_t(\psi_i)} \right), \quad (6)$$

onde  $\psi_i = (\sigma_{\epsilon_i}^2, \sigma_{\vartheta_i}^2, \sigma_{\eta_i}^2)$  é o vetor de hiperparâmetros do modelo;  $v_t(\psi_i) = R_i - E[R_i | \Omega_{t-1}, \psi_i]$  e  $F_t(\psi_i) = \text{Var}(v_t(\psi_i))$  são calculados por meio do filtro Kalman, conhecido respectivamente como erro de previsão um passo à frente e sua variância; e  $\Omega_{t-1} = \{R_{1,t-1}, \dots, R_{n,t-1}\}$ . Neste estudo, vetores de estado  $\beta_t$  e  $\alpha_t$  seguem processos de passeio aleatório, e a filtragem de Kalman é utilizada exatamente em sua forma difusa.

No entanto, os *clusters* de volatilidade, especialmente na série de retornos diários de ativos, refletem uma estrutura de variância condicional dependente do tempo que não é capturada pelo modelo descrito nas equações (3) a (5). Nesse contexto, Ortas et al. (2015) propõem uma versão heteroscedástica do modelo CAPM condicional estimada pelo algoritmo de filtro de Kalman, onde os erros da equação de regressão são modelados com variância condicional segundo um processo GARCH (1,1):

$$\epsilon_{i,t} | \Omega_{t-1} \sim N(0, \sigma_{\epsilon_{i,t}}^2), \quad \Omega_{t-1} = \{R_1, \dots, R_{t-1}\} \quad (7)$$

$$\sigma_{\epsilon_{i,t}}^2 = \omega_i + \rho \epsilon_{i,t-1}^2 + \gamma \sigma_{\epsilon_{i,t-1}}^2, \quad \omega_i > 0, \rho_i, \gamma_i \geq 0, \rho_i + \gamma_i < 1 \quad (8)$$

O modelo estimado especificado nas equações (3) - (5) e (7) - (8) segue o procedimento iterativo proposto por Ortas et al. (2015). O processo maximiza uma função de log-verossimilhança parcial assumindo parâmetros médios constantes e, em seguida, maximiza uma função de log-verossimilhança parcial assumindo parâmetros de variância constante. Os parâmetros são estimados com base no algoritmo de filtro de Kalman. O procedimento alterna entre essas duas etapas até atingir a convergência.

Dois modelos bem-estabelecidos na literatura de preços de ativos que são utilizados na análise de desempenho de fundos de investimento também são estimados para fins de comparação. O primeiro é o CAPM incondicional, testado na série temporal usando medidas observáveis de retornos realizados, estimadas a partir da equação (9). A estimativa é feita usando MQO com janelas móveis de 120 dias, o que é uma alternativa comumente usada na tentativa *ad hoc* de ajustar os coeficientes variantes no tempo do modelo.

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i (R_{mt}) + \epsilon_{it} \quad (9)$$

onde  $\epsilon_{it}$  é o termo de erro i.i.d., com  $E(\epsilon_{it}) = 0$  e  $Var(\epsilon_{it}) = \sigma_{\epsilon_{it}}^2$ .

A segunda abordagem é o modelo de quatro fatores de Carhart (1997) dado pela equação (10).

$$R_{i,t} = \alpha_i + \beta_{iM} R_{M,t} + \beta_{iS} SMB_t + \beta_{iH} HML_t + \beta_{iW} WML_t + \epsilon_{it} \quad (10)$$

onde  $SMB_t$  captura a anomalia de tamanho da empresa;  $HML_t$  captura a anomalia de razão *book-to-market*; e  $WML_t$  captura a anomalia de momento das ações. Mais uma vez, MQO é usado com janelas móveis de 120 dias para a estimativa.

## DESEMPENHO DO MODELO

Esta seção analisa comparativamente o desempenho de modelos de CAPM condicionais na forma em espaço de estado em relação a erros homoscedásticos e heteroscedásticos na equação de observação e compara esses resultados com modelos já bem-estabelecidos na literatura.

## Dados

Os dados deste estudo foram obtidos a partir da base de dados *on-line* da Quantum Axis. Foram selecionados os fundos classificados na categoria “Ações”, como “Ações Livres”, que apresentavam amostra completa do dia 5 de fevereiro de 2005 até o dia 30 de abril de 2015, totalizando 2.474 observações diárias para cada série. Esse período foi utilizado porque coincide com um período de desenvolvimento acelerado da indústria de fundos brasileira.

Vale ressaltar que a amostra selecionada pode apresentar vieses de sobrevivência, uma vez que compreende fundos que sobreviveram durante o período analisado. No entanto, estudos



têm demonstrado (Brown, Goetzmann, Ibbotson, & Ross, 1992; Carvalho, 2005) que a introdução de viés no resultado final das medidas de análise de desempenho é mínima, com viés positivo nos retornos médios de 0,2% a 0,8% ao ano. Ainda assim, de acordo com Milan e Eid (2014), a principal razão para o fim da maioria dos fundos de investimento brasileiros é a sua fusão com outros fundos, e não o mau desempenho.

Tanto as quotas de fundos utilizadas como os índices de mercado foram ajustados para distribuição de dividendos, sendo líquidas das taxas cobradas pelos fundos. Utilizou-se o retorno aritmético como medida do retorno diário dos fundos, calculado com base no excesso de retorno em relação à taxa livre de risco.

A Tabela 1 apresenta as principais estatísticas descritivas das séries de retorno diário. Os fundos são organizados em ordem decrescente de retorno total acumulado no período analisado. Um maior número de fundos selecionados indica um retorno positivo médio para o período. Os fundos mais mal colocados apresentam retornos negativos médios, o que indica que não tiveram capacidade de superar os ativos sem risco, uma vez que os resultados apresentados se referem ao excesso de retorno. O teste Ljung-Box aplicado ao quadrado dos retornos confirma a heteroscedasticidade das séries financeiras de retornos diários, uma vez que o valor estatístico do teste para todos os fundos rejeita a hipótese nula de que a autocorrelação da série é igual a zero ao nível de significância de 1%.

Tabela 1. Estatísticas descritivas de séries de retorno de excesso de fundos

Fundo	Retorno Médio	Desvio-Padrão	LB <sup>2</sup> (6)	Patrimônio Líquido	Retorno Total
$R_{m,t}$	0,018%	1,60%	1448,3 <sup>1</sup>	-	12,4%
1	0,042%	1,31%	1459,5 <sup>1</sup>	R\$ 253.505,195	130,7%
2	0,040%	1,21%	932,0 <sup>1</sup>	R\$ 223.226,073	123,2%
3	0,033%	1,17%	1735,4 <sup>1</sup>	R\$ 96.507,324	89,5%
4	0,037%	1,53%	1789,2 <sup>1</sup>	R\$ 48.425,162	86,0%
5	0,029%	1,17%	1827,4 <sup>1</sup>	R\$ 141.638,916	74,9%
6	0,026%	0,89%	1709,2 <sup>1</sup>	R\$ 12.462,034	74,2%
7	0,028%	1,19%	1072,0 <sup>1</sup>	R\$ 213.115,019	68,7%
8	0,028%	1,27%	1651,3 <sup>1</sup>	R\$ 47.754,743	62,5%
9	0,022%	0,95%	1458,1 <sup>1</sup>	R\$ 16.210,743	54,7%
10	0,024%	1,16%	1503,6 <sup>1</sup>	R\$ 167.376,501	54,8%
11	0,029%	1,57%	1570,5 <sup>1</sup>	R\$ 113.865,041	51,2%
12	0,021%	1,25%	1509,7 <sup>1</sup>	R\$ 43.797,267	38,6%
13	0,022%	1,41%	1748,6 <sup>1</sup>	R\$ 15.557,122	35,6%
14	0,013%	0,86%	38,9 <sup>1</sup>	R\$ 112.662,732	27,0%
15	0,013%	1,27%	1416,7 <sup>1</sup>	R\$ 56.117,911	13,1%
16	0,014%	1,42%	1535,5 <sup>1</sup>	R\$ 5.893,538	11,2%
17	0,013%	1,43%	1895,6 <sup>1</sup>	R\$ 208.973,148	6,7%
18	0,015%	1,58%	2052,1 <sup>1</sup>	R\$ 148.715,381	5,2%
19	0,014%	1,61%	1855,1 <sup>1</sup>	R\$ 19.162,430	2,9%
20	0,009%	1,36%	1339,5 <sup>1</sup>	R\$ 7.459,161	0,3%
21	0,011%	1,82%	1193,8 <sup>1</sup>	R\$ 122.802,719	-13,3%
22	-0,006%	1,07%	515,9 <sup>1</sup>	R\$ 20.835,687	-25,7%
23	0,003%	1,80%	1408,1 <sup>1</sup>	R\$ 6.339,762	-28,8%
24	-0,006%	1,33%	793,2 <sup>1</sup>	R\$ 29.408,209	-31,3%
25	-0,002%	1,68%	1687,2 <sup>1</sup>	R\$ 24.322,706	-32,4%

continua

Tabela 1. Estatísticas descritivas de séries de retorno de excesso de fundos

continuação

Fundo	Retorno Médio	Desvio-Padrão	LB <sup>2</sup> (6)	Patrimônio Líquido	Retorno Total
26	-0,003%	1,80%	986,2 <sup>1</sup>	R\$ 1.075,375	-37,8%
27	-0,006%	1,58%	1487,0 <sup>1</sup>	R\$ 27.290,762	-37,6%
28	-0,005%	1,83%	1061,9 <sup>1</sup>	R\$ 525.664,075	-41,3%
29	-0,012%	1,56%	1227,9 <sup>1</sup>	R\$ 16.259,577	-45,1%
30	-0,013%	1,58%	1597,8 <sup>1</sup>	R\$ 1.585,373	-46,7%
31	-0,013%	1,57%	1325,0 <sup>1</sup>	R\$ 749,245	-47,0%
32	-0,036%	1,64%	1418,4 <sup>1</sup>	R\$ 1.307,690	-70,9%
33	-0,042%	1,42%	907,9 <sup>1</sup>	R\$ 2.354,023	-72,7%
34	-0,012%	2,89%	373,7 <sup>1</sup>	R\$ 171.496,267	-73,9%
35	-0,040%	2,36%	102,4 <sup>1</sup>	R\$ 2.532,896	-81,2%
36	-0,094%	2,24%	427,0 <sup>1</sup>	R\$ 139,201	-94,7%

Notas: <sup>1</sup>, <sup>2</sup>, <sup>3</sup> Significativo ao nível de 1%, 5% e 10%, respectivamente.

Esta tabela mostra as estatísticas descritivas básicas dos retornos diários dos fundos de 2 de maio de 2005 a 30 de abril de 2015. JB é o teste de normalidade de Jarque-Bera. ADF é o teste Dickey – Fuller aumentado para raiz unitária. LB<sup>2</sup> é o teste Ljung-Box aplicado aos retornos quadrados. O número de “lags” é determinado de acordo com Tsay (2010):  $L_n(2474) = 7.81 \approx 8$ . O retorno no período é calculado como o retorno acumulado para todo o período de amostragem.

## Estimativas do modelo

Aqui analisamos as estimativas de parâmetros constantes do CAPM condicional na forma em espaço de estado com os resíduos da equação de observação,  $\epsilon_{i,t}$ , sendo homoscedásticos (SS-HOM) nas equações (3) a (5) e heteroscedásticos (SS-HET) nas equações (3) a (5) e (7) e (8).

Os resultados da estimativa de parâmetros constantes SS-HOM e SS-HET para cada um dos fundos da amostra são apresentados na Tabela 2. Como em outros estudos, observamos que os betas dos fundos parecem seguir um processo dinâmico variante no tempo, uma vez que os parâmetros  $\sigma_{\eta,i}^2$  são estatisticamente diferentes de zero ao nível de significância de 1% em 34 dos 36 fundos amostrais. Em fundos de investimento, esse resultado é esperado, uma vez que as estratégias de previsão utilizadas pelos gestores e/ou a variação nos betas das ações que fazem parte de suas carteiras geram variações nos betas dos fundos. Vale ressaltar que as estimativas de parâmetros constantes são menores no modelo SS-HET do que no modelo SS-HOM.

No que diz respeito à dinâmica variante no tempo do alfa de 26 fundos amostrais, é possível rejeitar a hipótese nula ( $\sigma_{\theta,i}^2$  para ser estatisticamente zero). No entanto, observa-se que suas estimativas estão próximas de zero. Isso sugere que o parâmetro alfa relacionado à habilidade de *stock picking* dos gestores varia gradualmente ao longo do tempo.

## Qualidade do ajuste e mensuração de modelos

Os modelos SS-HOM e SS-HET discutidos na seção anterior são comparativamente avaliados nesta subseção. Usamos as seguintes medidas para testar a qualidade do ajuste: o critério de informação de Akaike (AIC), o critério de informação Bayesiano (BIC), o erro quadrático médio (RMSE) e o erro absoluto médio (MAE). Para os testes de diagnóstico residuais, utilizamos os testes Jarque-Bera (JB) e Ljung-Box (LB).

A Tabela 3 mostra o AIC e o BIC para os modelos SS-HOM e SS-HET considerando todos os fundos da amostra. A maioria dos fundos, 26 dos 36, apresentam valores menores de AIC e BIC no modelo heteroscedástico do que no modelo homoscedástico, indicando que a abordagem da estrutura heteroscedástica de erros  $\epsilon_t$  aumenta a capacidade do modelo CAPM condicional de capturar a dinâmica variante no tempo do alfa e beta dos fundos de amostra.

Outras medidas utilizadas para a análise de poder explicativa são o RMSE e o MAE. Os retornos da previsão *in-sample* foram estimados para cada  $t$  de 2 de janeiro de 2006 a 30 de abril de 2015, totalizando 2.305 observações.

Além dos resultados dos modelos SS-HOM e SS-HET, analisamos o desempenho do CAPM incondicional e do modelo de quatro fatores de Carhart (1997) utilizando MQO com janelas móveis de 120 dias.

Considerando o objetivo explicativo, não preditivo, desta análise, para modelos CAPM condicionais em forma em espaço de estado estimados pelo algoritmo de filtro de Kalman, utilizam-se as versões suavizadas das variáveis de estado. A Tabela 4 mostra a média da amostra RMSE e MAE para cada modelo.

Tabela 2. Estimativas dos modelos SS-HOM e SS-HET

Fundo	$\epsilon_{it}$	$\sigma_{\epsilon,t}^2$	$\sigma_{\eta,t}^2$	$\sigma_{v,t}^2$	LogL	LB <sup>2</sup> (6)	JB
1	HOM	4,0E-05 <sup>1</sup>	6,9E-04 <sup>1</sup>	1,9E-10 <sup>1</sup>	8941,26	281,53 <sup>1</sup>	3323,95 <sup>1</sup>
	HET	4,1E-05	2,1E-04 <sup>1</sup>	1,9E-11*	9163,68	5,29	385,77 <sup>1</sup>
2	HOM	7,2E-05 <sup>1</sup>	2,2E-03 <sup>1</sup>	6,6E-09 <sup>1</sup>	8177,76	105,21 <sup>1</sup>	1656,05 <sup>1</sup>
	HET	6,8E-05	1,0E-03 <sup>1</sup>	2,2E-10 <sup>1</sup>	8388,27	15,09 <sup>3</sup>	412,54 <sup>1</sup>
3	HOM	3,0E-05 <sup>1</sup>	4,2E-04 <sup>*</sup>	2,8E-22 <sup>*</sup>	9269,42	227,23 <sup>1</sup>	143,37 <sup>1</sup>
	HET	3,2E-05	4,3E-04 <sup>*</sup>	6,4E-23 <sup>*</sup>	9364,25	6,33	31,79 <sup>1</sup>
4	HOM	3,2E-05 <sup>1</sup>	4,3E-04 <sup>1</sup>	1,2E-10 <sup>1</sup>	9201,67	226,55 <sup>1</sup>	5276,06 <sup>1</sup>
	HET	3,4E-05	2,2E-04 <sup>1</sup>	9,6E-11 <sup>1</sup>	9370,53	29,16 <sup>1</sup>	222,78 <sup>1</sup>
5	HOM	2,4E-05 <sup>1</sup>	5,4E-04 <sup>1</sup>	1,6E-10 <sup>1</sup>	9557,61	346,30 <sup>1</sup>	9142,01 <sup>1</sup>
	HET	2,3E-05	1,8E-04 <sup>1</sup>	5,7E-11 <sup>1</sup>	10226,79	27,89 <sup>1</sup>	678,44 <sup>1</sup>
6	HOM	1,5E-05 <sup>1</sup>	5,1E-04 <sup>1</sup>	1,5E-09 <sup>1</sup>	10093,85	391,11 <sup>1</sup>	4828,62 <sup>1</sup>
	HET	1,6E-05	2,5E-04 <sup>1</sup>	1,4E-10 <sup>1</sup>	10325,09	22,07 <sup>1</sup>	413,71 <sup>1</sup>
7	HOM	6,2E-05 <sup>1</sup>	5,2E-04 <sup>1</sup>	2,2E-09 <sup>*</sup>	8390,70	42,20 <sup>1</sup>	1955,76 <sup>1</sup>
	HET	5,5E-05	4,6E-04 <sup>1</sup>	1,6E-10 <sup>1</sup>	8558,32	6,37	916,44 <sup>1</sup>
8	HOM	5,0E-05 <sup>1</sup>	9,8E-04 <sup>1</sup>	2,7E-10 <sup>1</sup>	8633,61	220,74 <sup>1</sup>	1600,70 <sup>1</sup>
	HET	5,4E-05	3,2E-04 <sup>1</sup>	2,4E-1 <sup>1</sup>	8828,70	7,23	548,61 <sup>1</sup>
9	HOM	3,0E-05 <sup>1</sup>	3,2E-04 <sup>1</sup>	6,5E-09 <sup>1</sup>	9295,25	389,24 <sup>1</sup>	2672,03 <sup>1</sup>
	HET	3,2E-05	5,7E-05 <sup>1</sup>	1,3E-09 <sup>1</sup>	9313,95	19,41 <sup>2</sup>	252,10 <sup>1</sup>
10	HOM	3,0E-05 <sup>1</sup>	5,9E-04 <sup>1</sup>	5,7E-09 <sup>1</sup>	9269,83	155,45 <sup>1</sup>	15029,31 <sup>1</sup>
	HET	3,4E-05	3,5E-04 <sup>1</sup>	1,5E-10 <sup>1</sup>	9403,12	14,70 <sup>3</sup>	1566,99 <sup>1</sup>
11	HOM	6,1E-05 <sup>1</sup>	5,3E-04 <sup>1</sup>	1,8E-10 <sup>1</sup>	8425,89	243,99 <sup>1</sup>	1565,72 <sup>1</sup>
	HET	6,5E-05	2,4E-04 <sup>1</sup>	1,2E-12*	8364,22	18,19 <sup>2</sup>	66,04 <sup>1</sup>
12	HOM	2,6E-05 <sup>1</sup>	2,1E-04 <sup>1</sup>	4,7E-11 <sup>1</sup>	9491,40	364,40 <sup>1</sup>	14732,96 <sup>1</sup>
	HET	2,5E-05	1,1E-04 <sup>1</sup>	2,9E-11 <sup>1</sup>	10055,05	23,00 <sup>1</sup>	792,44 <sup>1</sup>
13	HOM	2,8E-05 <sup>1</sup>	8,6E-04 <sup>1</sup>	3,1E-11 <sup>1</sup>	9360,39	468,20 <sup>1</sup>	660,44 <sup>1</sup>
	HET	3,1E-05	4,1E-04 <sup>1</sup>	1,3E-11 <sup>1</sup>	9289,92	21,69 <sup>1</sup>	64,22 <sup>1</sup>
14	HOM	6,7E-05*	2,1E-04 <sup>1</sup>	9,5E-09 <sup>1</sup>	8313,37	30,02 <sup>1</sup>	5783,80 <sup>1</sup>
	HET	7,1E-05	1,6E-04 <sup>1</sup>	6,3E-09 <sup>1</sup>	8362,87	11,29	10156,94 <sup>1</sup>
15	HOM	4,5E-05 <sup>1</sup>	5,8E-04 <sup>1</sup>	1,5E-18*	8795,09	118,35 <sup>1</sup>	2725,92 <sup>1</sup>
	HET	4,9E-05	3,0E-04 <sup>1</sup>	7,0E-19*	8832,44	6,45	263,13 <sup>1</sup>
16	HOM	4,7E-05 <sup>1</sup>	1,0E-03 <sup>1</sup>	1,1E-09 <sup>1</sup>	8711,18	71,46 <sup>1</sup>	7999,75 <sup>1</sup>
	HET	5,0E-05	9,8E-04 <sup>1</sup>	5,1E-10 <sup>1</sup>	8804,96	22,47 <sup>1</sup>	993,42 <sup>1</sup>
17	HOM	3,8E-05 <sup>1</sup>	6,3E-04 <sup>1</sup>	1,0E-18*	8991,46	239,25 <sup>1</sup>	6668,44 <sup>1</sup>
	HET	3,9E-05	3,1E-04 <sup>*</sup>	1,7E-20 <sup>*</sup>	9106,42	13,97 <sup>3</sup>	395,98 <sup>1</sup>
18	HOM	5,1E-05 <sup>1</sup>	4,8E-04 <sup>1</sup>	5,1E-09 <sup>1</sup>	8643,48	351,34 <sup>1</sup>	1132,51 <sup>1</sup>
	HET	5,4E-05	2,4E-04 <sup>1</sup>	1,3E-09 <sup>1</sup>	8865,84	22,65 <sup>1</sup>	220,01 <sup>1</sup>

continua



Tabela 2. Estimativas dos modelos SS-HOM e SS-HET

continuação

Fundo	$\epsilon_{i,t}$	$\sigma_{\epsilon,i,t}^2$	$\sigma_{\eta,i,t}^2$	$\sigma_{v,i,t}^2$	LogL	LB <sup>2</sup> (6)	JB
19	HOM	3,2E-05 <sup>1</sup>	2,5E-04 <sup>1</sup>	4,7E-18	9216,70	780,17 <sup>1</sup>	5222,83 <sup>1</sup>
	HET	3,1E-05	2,4E-04 <sup>1</sup>	1,9E-18 <sup>1</sup>	9731,35	32,07 <sup>1</sup>	203,54 <sup>1</sup>
20	HOM	6,6E-05 <sup>1</sup>	6,3E-04 <sup>1</sup>	8,0E-09 <sup>1</sup>	8313,00	239,70 <sup>1</sup>	1040,05 <sup>1</sup>
	HET	7,3E-05	6,3E-04 <sup>1</sup>	3,4E-09 <sup>1</sup>	8472,97	3,22	1038,71 <sup>1</sup>
21	HOM	6,6E-05 <sup>1</sup>	5,5E-04 <sup>1</sup>	1,0E-18	8335,80	891,32 <sup>1</sup>	1105,52 <sup>1</sup>
	HET	6,8E-05	1,2E-04 <sup>1</sup>	1,3E-18*	8836,12	120,66 <sup>1</sup>	184,37 <sup>1</sup>
22	HOM	6,4E-05 <sup>1</sup>	8,8E-04 <sup>1</sup>	9,1E-08 <sup>1</sup>	8316,47	174,52 <sup>1</sup>	1706,23 <sup>1</sup>
	HET	7,4E-05	2,2E-04 <sup>1</sup>	4,5E-08 <sup>1</sup>	8171,99	10,3	502,16 <sup>1</sup>
23	HOM	3,4E-05 <sup>1</sup>	3,3E-04 <sup>1</sup>	1,4E-10 <sup>1</sup>	9140,05	700,00 <sup>1</sup>	4847,10 <sup>1</sup>
	HET	3,5E-05	3,4E-04 <sup>1</sup>	7,1E-11 <sup>1</sup>	9470,84	54,56 <sup>1</sup>	136,66 <sup>1</sup>
24	HOM	8,5E-05 <sup>1</sup>	8,0E-03 <sup>1</sup>	9,5E-09 <sup>1</sup>	7904,87	408,83 <sup>1</sup>	7857,83 <sup>1</sup>
	HET	1,1E-04	3,7E-03 <sup>1</sup>	1,9E-09 <sup>1</sup>	7832,50	17,66 <sup>2</sup>	1393,25 <sup>1</sup>
25	HOM	3,4E-05 <sup>1</sup>	4,5E-04 <sup>1</sup>	7,1E-12*	9143,03	806,43 <sup>1</sup>	3548,63 <sup>1</sup>
	HET	3,6E-05	7,3E-04 <sup>1</sup>	5,3E-11 <sup>1</sup>	9729,34	21,05 <sup>1</sup>	119,14 <sup>1</sup>
26	HOM	7,2E-05 <sup>1</sup>	4,0E-03 <sup>1</sup>	7,4E-12 <sup>1</sup>	8146,67	318,85 <sup>1</sup>	427,95 <sup>1</sup>
	HET	8,3E-05	2,4E-03 <sup>1</sup>	1,8E-18 <sup>1</sup>	8021,39	16,58 <sup>2</sup>	94,87 <sup>1</sup>
27	HOM	3,5E-05 <sup>1</sup>	2,6E-04 <sup>1</sup>	1,9E-11	9139,62	358,28 <sup>1</sup>	6655,91 <sup>1</sup>
	HET	3,5E-05	1,2E-04 <sup>1</sup>	3,8E-19	9356,64	8,39	262,63 <sup>1</sup>
28	HOM	7,9E-05 <sup>1</sup>	4,9E-03 <sup>1</sup>	4,8E-18*	8029,70	226,65 <sup>1</sup>	186,25 <sup>1</sup>
	HET	9,2E-05	3,1E-03 <sup>1</sup>	1,2E-19*	7836,96	13,39 <sup>3</sup>	75,12 <sup>1</sup>
29	HOM	3,8E-05 <sup>1</sup>	6,9E-04 <sup>1</sup>	1,8E-10 <sup>1</sup>	9005,35	192,07 <sup>1</sup>	15357,91 <sup>1</sup>
	HET	3,8E-05	4,8E-04 <sup>1</sup>	2,8E-10 <sup>1</sup>	9278,35	33,24 <sup>1</sup>	514,22 <sup>1</sup>
30	HOM	3,7E-05 <sup>1</sup>	4,4E-04 <sup>1</sup>	4,1E-11	9045,65	702,41 <sup>1</sup>	4383,64 <sup>1</sup>
	HET	3,8E-05	3,7E-04 <sup>1</sup>	1,1E-18*	9387,07	26,67 <sup>1</sup>	117,59 <sup>1</sup>
31	HOM	6,6E-05 <sup>1</sup>	2,2E-04 <sup>1</sup>	2,2E-09 <sup>1</sup>	8340,41	149,95 <sup>1</sup>	1229,98 <sup>1</sup>
	HET	6,9E-05	3,3E-04 <sup>1</sup>	2,1E-09 <sup>1</sup>	8171,33	7,96	310,94 <sup>1</sup>
32	HOM	5,8E-05 <sup>1</sup>	7,2E-04 <sup>1</sup>	1,2E-18 <sup>2</sup>	8477,58	209,68 <sup>1</sup>	7414,02 <sup>1</sup>
	HET	5,9E-05	2,0E-04*	6,5E-23*	8750,22	1,76	648,45 <sup>1</sup>
33	HOM	6,0E-05 <sup>1</sup>	5,3E-05 <sup>1</sup>	1,3E-10 <sup>1</sup>	8465,04	146,18 <sup>1</sup>	19756,21 <sup>1</sup>
	HET	6,1E-05	9,9E-05 <sup>1</sup>	1,2E-10 <sup>1</sup>	8573,00	3,86	35162,41 <sup>1</sup>
34	HOM	8,0E-04	6,6E-05 <sup>1</sup>	1,3E-16 <sup>1</sup>	5293,45	372,73 <sup>1</sup>	14620,96 <sup>1</sup>
	HET	8,4E-04	2,2E-04 <sup>1</sup>	2,7E-09 <sup>1</sup>	5452,36	25,90 <sup>1</sup>	5426,30 <sup>1</sup>
35	HOM	4,2E-04 <sup>1</sup>	2,0E-02 <sup>1</sup>	2,0E-09 <sup>1</sup>	5992,38	113,59 <sup>1</sup>	1534487,60 <sup>1</sup>
	HET	5,1E-04	2,7E-03 <sup>1</sup>	3,9E-09 <sup>1</sup>	6546,36	0,16	2104729,98 <sup>1</sup>
36	HOM	4,5E-04*	6,4E-05 <sup>1</sup>	6,5E-09 <sup>1</sup>	5992,06	401,48 <sup>1</sup>	13132,76 <sup>1</sup>
	HET	4,8E-04	8,9E-06 <sup>1</sup>	1,5E-09 <sup>1</sup>	6243,57	9,43	8304,16 <sup>1</sup>

Notas: <sup>1,2,3</sup> Significativo ao nível de 1%, 5% e 10%, respectivamente; \* Significância não medida pelo programa.

A segunda coluna representa o pressuposto de resíduo  $\epsilon_{i,t}$  da equação de observação (HOM: homoscedástico ou HET: heteroscedástico). As três colunas seguintes representam as estimativas de máxima verossimilhança da variância dos hiperparâmetros da equações de observação ( $\sigma_{\epsilon}^2$ ) e das variáveis de estado ( $\sigma_{\eta}^2, \sigma_v^2$ ). A variância do erro da equação de observação refere-se à variância incondicional de  $\epsilon_{i,t}$ . LB<sup>2</sup> refere-se ao teste Ljung-Box aplicado aos resíduos quadrados padronizados dos modelos. O número de atrasos é determinado como em Tsay (2010):  $L_n(2474) = 7.81 \approx 8$ . JB refere-se aos testes de normalidade de Jarque-Bera.

Tabela 3. Medidas de qualidade do ajuste

Fundo	AIC		BIC	
	HOM	HET	HOM	HET
1	-7,2241	<b>-7,4048</b>	-7,2124	<b>-7,3954</b>
2	-6,6069	<b>-6,7779</b>	-6,5952	<b>-6,7685</b>
3	-7,5046	<b>-7,5822</b>	-7,4928	<b>-7,5728</b>
4	-7,4347	<b>-7,5720</b>	-7,4229	<b>-7,5626</b>
5	-7,7224	<b>-8,2642</b>	-7,7107	<b>-8,2548</b>
6	-8,1559	<b>-8,3436</b>	-8,1442	<b>-8,3342</b>
7	-6,7928	<b>-6,9294</b>	-6,7810	<b>-6,9200</b>
8	-6,9896	<b>-7,1484</b>	-6,9778	<b>-7,1390</b>
9	-7,5103	<b>-7,5262</b>	-7,4986	<b>-7,5168</b>
10	-7,4898	<b>-7,5983</b>	-7,4780	<b>-7,5889</b>
11	<b>-6,8075</b>	-6,7585	<b>-6,7958</b>	-6,7491
12	-7,6689	<b>-8,1253</b>	-7,6571	<b>-8,1159</b>
13	<b>-7,5630</b>	-7,5068	<b>-7,5512</b>	-7,4974
14	-6,7301	<b>-6,7711</b>	-6,7184	<b>-6,7616</b>
15	-7,1060	<b>-7,1370</b>	-7,0942	<b>-7,1276</b>
16	-7,0381	<b>-7,1148</b>	-7,0264	<b>-7,1054</b>
17	-7,2647	<b>-7,3585</b>	-7,2530	<b>-7,3491</b>
18	-6,9834	<b>-7,1640</b>	-6,9717	<b>-7,1546</b>
19	-7,4468	<b>-7,8637</b>	-7,4351	<b>-7,8543</b>
20	-6,7299	<b>-6,8602</b>	-6,7181	<b>-6,8508</b>
21	-6,7347	<b>-7,1400</b>	-6,7229	<b>-7,1306</b>
22	<b>-6,7191</b>	-6,6031	<b>-6,7073</b>	-6,5937
23	-7,3848	<b>-7,6531</b>	-7,3731	<b>-7,6437</b>
24	<b>-6,3863</b>	-6,3286	<b>-6,3746</b>	-6,3192
25	-7,3873	<b>-7,8620</b>	-7,3755	<b>-7,8526</b>
26	<b>-6,5818</b>	-6,4813	<b>-6,5700</b>	-6,4719
27	-7,3845	<b>-7,5607</b>	-7,3727	<b>-7,5513</b>
28	<b>-6,4872</b>	-6,3322	<b>-6,4755</b>	-6,3228
29	-7,2759	<b>-7,4975</b>	-7,2642	<b>-7,4881</b>
30	-7,3085	<b>-7,5853</b>	-7,2968	<b>-7,5759</b>
31	<b>-6,7384</b>	-6,6025	<b>-6,7267</b>	-6,5931
32	-6,8493	<b>-7,0705</b>	-6,8375	<b>-7,0611</b>
25	-7,3873	<b>-7,8620</b>	-7,3755	<b>-7,8526</b>
26	<b>-6,5818</b>	-6,4813	<b>-6,5700</b>	-6,4719
27	-7,3845	<b>-7,5607</b>	-7,3727	<b>-7,5513</b>
28	<b>-6,4872</b>	-6,3322	<b>-6,4755</b>	-6,3228
29	-7,2759	<b>-7,4975</b>	-7,2642	<b>-7,4881</b>
30	-7,3085	<b>-7,5853</b>	-7,2968	<b>-7,5759</b>
31	<b>-6,7384</b>	-6,6025	<b>-6,7267</b>	-6,5931
32	-6,8493	<b>-7,0705</b>	-6,8375	<b>-7,0611</b>
33	-6,8530	<b>-6,9413</b>	-6,8412	<b>-6,9319</b>
34	-4,2752	<b>-4,4045</b>	-4,2635	<b>-4,3951</b>
35	-4,8402	<b>-5,2889</b>	-4,8285	<b>-5,2795</b>
36	-4,8400	<b>-5,0441</b>	-4,8282	<b>-5,0347</b>

Notas: AIC significa critério de informação Akaike e BIC significa critério de informação bayesiano. As medidas mais elevadas estão destacadas em negrito.

Os resultados da Tabela 4 mostram que a abordagem das janelas móveis pode ser melhorada ao considerarmos alfa e beta variantes no tempo uma vez que as medidas RMSE e MAE para os modelos SS-HOM e SS-HET foram inferiores ao CAPM e ao modelo de fatores. Assim, os resultados dos modelos condicionais são mais favoráveis que os resultados dos modelos de fatores. Isso mostra que, considerando o poder explicativo *in-sample*, a modelagem de alfa e beta variantes no tempo poderia trazer benefícios superiores à introdução de mais fatores de risco. Por outro lado, a comparação entre os modelos SS-HOM e SS-HET sugere uma preferência pelo modelo homoscedástico, com um menor RMSE e MAE na média. Do ponto de vista do poder explicativo do modelo, o modelo heteroscedástico em geral não parece gerar melhores resultados que o modelo homoscedástico.

**Tabela 4.** Resultado consolidado da qualidade do ajuste *in-sample* dos 36 fundos da amostra

Modelo	RMSE	MAE
SS-HOM	8.00E-03	5.36E-03
SS-HET	8.15E-03	5.43E-03
CAPM	8.56E-03	5.77E-03
Factors model	8.37E-03	5.68E-03

Notas: Cada célula mostra a média de amostra RMSE e MAE para cada modelo.

### Testes diagnósticos residuais

Os resultados dos testes diagnósticos residuais são apresentados na Tabela 2 e nas colunas 7 e 8 para os testes JB e LB, respectivamente.

A hipótese de normalidade do resíduo padronizado para os modelos SS-HOM e SS-HET é rejeitada em todos os fundos analisados pelo teste JB. Observa-se uma redução no último em comparação com o primeiro, embora o valor da estatística t para o modelo SS-HET esteja distante dos valores de uma distribuição padrão normal.

O modelo SS-HOM não é capaz de capturar a heteroscedasticidade nos resíduos, uma vez que a hipótese nula de não autocorrelação dos resíduos padronizados ao quadrado é rejeitada em todos os fundos submetidos ao teste de LB. Por outro lado, essa hipótese não é rejeitada para os resíduos padronizados ao quadrado do modelo SS-HET em 14 dos 36 fundos amostrais. O achado de que 22 dos 36 fundos amostrais analisados ainda apresentam essa estrutura de dependência de resíduos padronizados do modelo SS-HET requer mais estudos.

Portanto, analisamos os correlogramas de fundos que mostram persistentemente sinais de heteroscedasticidade nos resíduos do modelo SS-HET. A Figura 1 mostra dois exemplos dessa análise. Tal como acontece com todos os outros fundos não apresentados aqui, observa-se que, apesar de os valores

de autocorrelação residual serem estatisticamente diferentes de zero, eles não são relevantes. Em comparação, a Figura 2 mostra os correlogramas dos resíduos padronizados do modelo SS-HOM para os mesmos fundos. Essa comparação mostra que o modelo SS-HET captura melhor a estrutura de dependência do tempo da variância da série de retorno considerando diminuição substancial da autocorrelação entre os resíduos.

Uma vez que os modelos condicionais têm uma maior capacidade de se ajustarem aos dados da amostra, é razoável supor que a avaliação das medidas de desempenho obtidas a partir desse modelo possa melhorar a avaliação do desempenho real.

## CAPM CONDICIONAL NA ANÁLISE DOS FUNDOS DE AÇÕES BRASILEIROS

Esta seção utiliza as medidas obtidas a partir dos modelos condicionais para analisar o desempenho das habilidades de *stock picking* e *market timing* dos gestores.

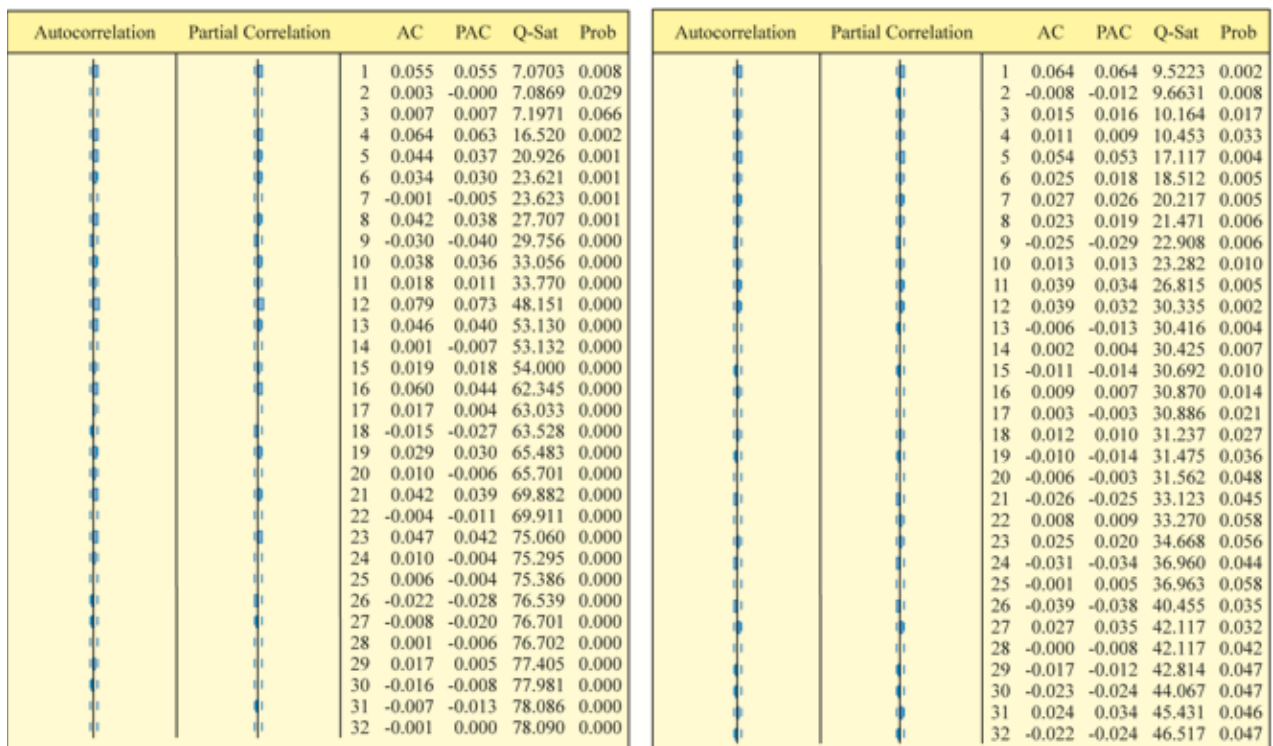
### Medidas de desempenho do fundo: Alfas condicionais

A métrica usada aqui para comparar o desempenho do fundo é o intercepto  $\alpha_{i,t}$  das equações (3), (9) e (10), também conhecido como alfa de Jensen.

Uma vez que o objetivo é estimar as medidas de avaliação de desempenho a partir dos impactos de diferentes modelos, construímos uma carteira igualmente ponderada com todos os fundos da amostra, de modo que os retornos da carteira em cada período fossem dados por retornos médios de todos os fundos no mesmo período. As estimativas de alfa da carteira para cada um dos modelos são apresentadas no Gráfico 1.

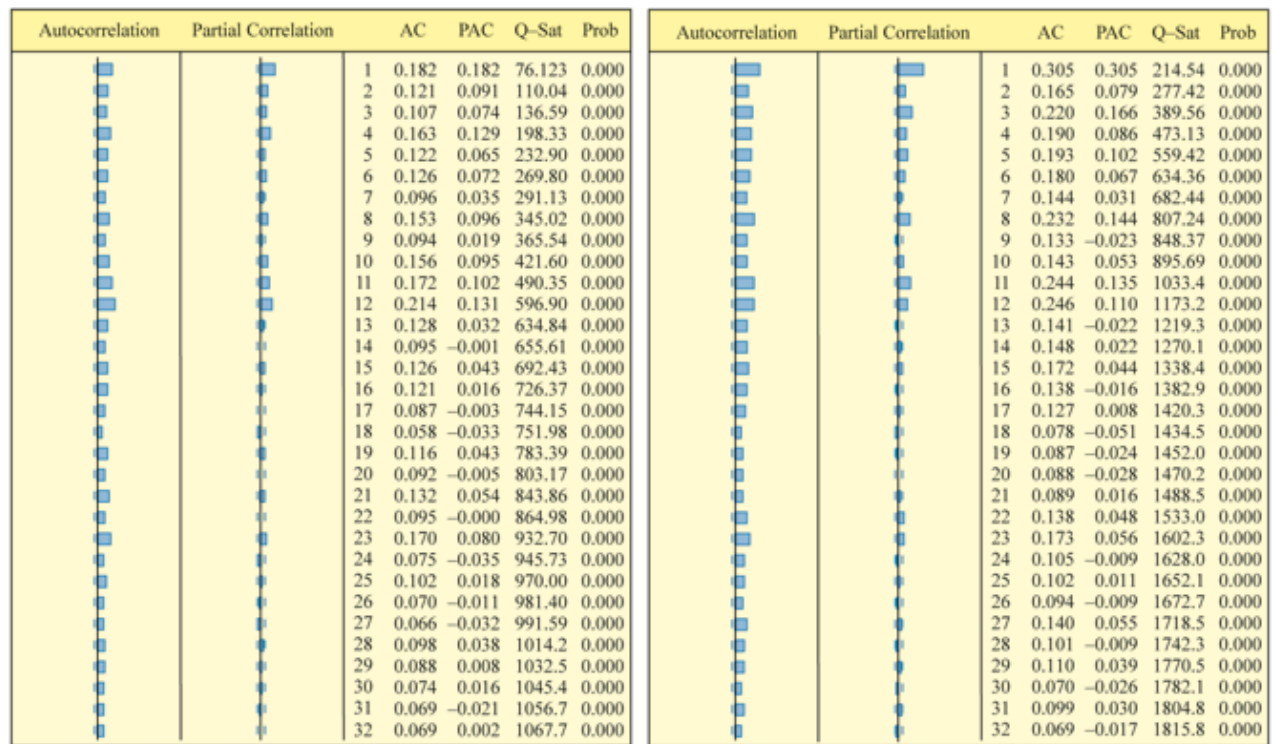
Ao contrário da maioria dos estudos anteriores, que geralmente presumem a existência da habilidade de *stock picking* ao estimar o alfa em um determinado período, nosso modelo nos permite obter a estimativa alfa em cada instante do tempo, permitindo a análise da habilidade de *stock picking* dos gestores ao longo do tempo. Nesse sentido, observando o Gráfico 1, podemos concluir que a capacidade dos gestores para selecionar os melhores ativos está diretamente relacionada aos períodos de alta do mercado (2007-2008 e 2009-2010). Durante os períodos de queda do mercado (2008-2009), os gestores, em geral, entregam um excesso negativo de retorno aos seus investidores. Além disso, desde o pico de 2010, a habilidade de *stock picking* dos gestores diminuiu gradualmente, exibindo valores gerais negativos nos últimos anos da amostra.

Figura 1. Correlogramas dos quadrados dos resíduos padronizados para o modelo SS-HET



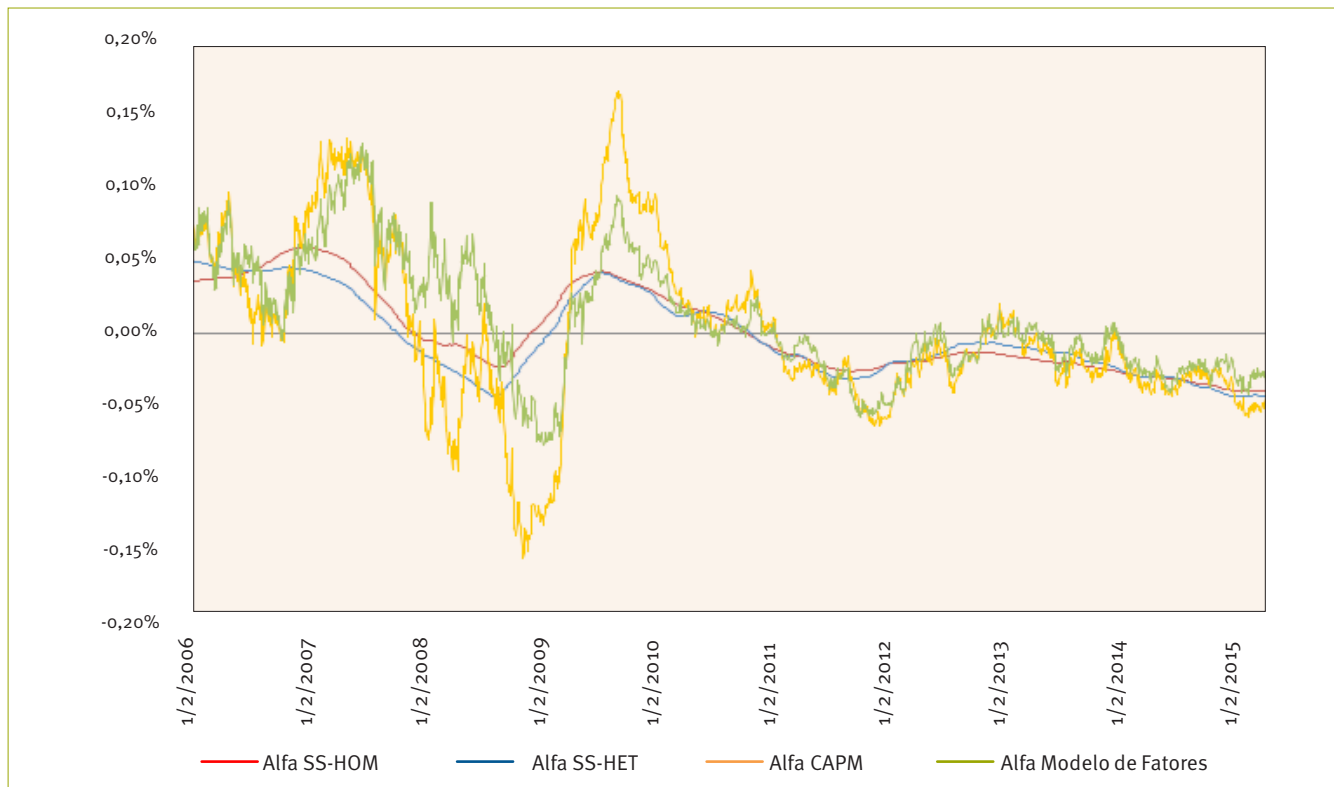
Nota: Essa figura mostra os correlogramas dos resíduos padronizados do modelo SS-HET para os fundos 05 (esquerda) e 25 (direita). AC significa autocorrelação; PAC significa autocorrelação parcial.

Figura 2. Correlogramas dos quadrados dos resíduos padronizados para o modelo SS-HOM



Nota: Essa figura mostra os correlogramas dos resíduos padronizados do modelo SS-HOM para os fundos 05 (esquerda) e 25 (direita). AC significa autocorrelação; PAC significa autocorrelação parcial.

Gráfico 1. Estimativas de alfa para uma carteira igualmente ponderada para todos os fundos da amostra



Nota: Essa figura mostra as estimativas pontuais de alfa do portfólio para os modelos SS-HOM, SS-HET, CAPM e fatores.

Uma diferença substancial pode ser notada entre as estimativas de alfa de cada modelo, especialmente entre os modelos condicionais (SS-HOM e SS-HET) e os incondicionais (CAPM incondicional e modelo de fatores), sendo esses últimos consistentemente superiores aos primeiros em termos absolutos. Uma possível explicação para esse fenômeno é que o menor poder explicativo dos modelos incondicionais, confirmado pelas medidas RMSE e MAE, tende a superestimar os valores das estimativas do intercepto alfa. Assim, a variação temporal do beta dos fundos não seria capturado de maneira satisfatória com as estimativas de janelas móveis, sendo confundido com retornos anormais positivos ou negativos no CAPM e modelos de fatores. Isso significa que uma parte dos valores de alfa estimados pelos modelos incondicionais comumente utilizados não diz respeito à capacidade superior dos gestores, mas apenas uma incapacidade do modelo em capturar a variação temporal no beta do fundo.

Assim, esses resultados indicam quatro questões relativas à habilidade de *stock picking* dos gestores: (1) a capacidade dos gestores de selecionar os melhores ativos pode estar diretamente relacionada com períodos de expansão do mercado de ações; (2) durante períodos de retração do mercado, a busca pelos gestores por ativos com potencial de valorização superior ao seu nível

tem risco tem incorrido em retornos anormais negativos para os investidores; (3) os gestores têm consistentemente apresentado alfas negativos nos últimos anos da amostra; e (4) em geral, uma parcela dos valores alfa estimados pelos modelos incondicionais não se deve à habilidade de *stock picking* dos gestores, mas apenas à incapacidade do modelo de capturar adequadamente a variação temporal no beta.

### Medidas de desempenho de fundos: Betas condicionais

Uma vez que a habilidade de *market timing* dos gestores está diretamente relacionada à análise de variação do beta de fundos ao longo do tempo, é preciso entender a evolução do beta estimado nos diferentes modelos. O Gráfico 2 mostra a série de betas para alguns dos fundos da amostra considerando os modelos SS-HOM e SS-HET. Observa-se uma série com menos ruídos nas estimativas de SS-HET do que nas de SS-HOM nos primeiros anos da amostragem, especialmente entre 2006 e 2008, período de considerável volatilidade do mercado causada pela crise financeira global de 2008. Uma investigação mais



aprofundada mostra que o desvio-padrão diário dos retornos dos fatores de mercado de 2006-2008 (2,04%) é superior ao de 2009-2015 (1,29%). De acordo com Ortas et al. (2015), uma estimativa com menos ruído com base no desempenho do modelo heteroscedástico ocorre porque a leptocurtose da distribuição incondicional de  $\epsilon_{i,t}$  reduz a influência de *outliers* durante o processo de estimativa do beta. Em outras palavras, períodos de maior volatilidade seriam marcados por maiores diferenças nas estimativas de beta, como é observado no nosso caso.

Gráfico 2. Estimativas de beta para fundos da amostra



Nota: Essa figura mostra dois exemplos de estimativas pontuais de beta para o SS-HOM, SS-HET, CAPM e o modelo de fatores: o bloco esquerdo mostra estimativas do fundo 01 e o direito mostra estimativas do fundo 35

Em relação aos modelos condicionais e incondicionais, pode-se notar que os períodos em que beta cresce para o primeiro, em geral, são períodos de queda do beta para o último, e vice-versa. Uma vez que a estimativa para beta condicional em um determinado período é realizada condicionalmente nas informações para os períodos seguintes, as estimativas suavizadas geralmente antecipam as mudanças futuras na variável estimada.

Para analisar a habilidade de *market timing* dos gestores, utilizou-se a abordagem de Holmes e Faff (2008), em que uma série diária de beta estimada por modelos condicionais e incondicionais é utilizada como variável dependente na regressão de fatores de mercado, conforme apresentado na seguinte equação:

$$\beta_{i,t}^k = constant + \gamma_i^k R_{m,t} + \epsilon_{i,t} \quad (11)$$

em que o  $i$  subscrito é o fundo de amostra analisado e o  $k$  sobrescrito é o modelo analisado;  $\gamma_i^k$  é o coeficiente de regressão, estimado pelo MQO; e  $R_{m,t}$  representa os rendimentos excedentes do fator de mercado. O gestor mostra a capacidade de previsão de mercado quando  $\gamma_i^k > 0$ . If  $\gamma_i^k < 0$  o mesmo aumenta o beta durante a retração do mercado e diminuindo beta na expansão do mercado.

Os resultados das estimativas de  $\gamma_i^k$  e seus  $p$ -valores são detalhados na Tabela 5. O uso de modelos condicionais SS-HOM e SS-HET revela mais fundos para os quais a habilidade de *market timing* dos gestores é negativa do que para os modelos CAPM e

fatores. Além disso, verificamos uma diminuição nos coeficientes médios dos fundos amostrais  $\gamma_i^k$  comparados aos modelos CAPM e fatores, que começam a apresentar valores substancialmente negativos para modelos condicionais. Esses resultados mostram que os modelos condicionais alteram a análise da capacidade de *timing* de mercado em comparação com os modelos CAPM e fatores, indicando que os gestores da amostra analisada não

podem prever períodos de retrações ou expansões do mercado, agindo, na realidade, de forma contrária, isto é, aumentando sistematicamente o beta dos fundos durante as retrações do mercado e diminuindo durante as expansões. No entanto, não se observam diferenças significativas entre os resultados dos modelos SS-HOM e SS-HET.

**Tabela 5. Comparação de coeficientes de Market-timing  $\gamma_i^k$  para o CAPM condicional e o modelo de fatores**

	SS-HOM	SS-HET	CAPM	Modelo de fatores
<i>Painel A: estatísticas resumidas</i>				
Número de casos positivos ( $\gamma_y^k > 0$ )	3	2	21	13
Número de casos negativos ( $\gamma_y^k < 0$ )	33 (8)	34 (6)	15	23
<i>Painel B: coeficientes de correlação entre séries beta estimadas</i>				
SS-HOM		0,9715	0,7560	0,6728
SS-HET			0,7812	0,6896
CAPM				0,8931

Notas: Os números entre parênteses representam resultados que são estatisticamente diferentes de zero ao nível de significância de 10%. O painel B mostra os coeficientes de correlação média da série beta para os 36 fundos da amostra.

Um coeficiente negativo relacionado com a habilidade de *market timing* pede por explicações. De acordo com Ferson e Schadt (1996), um coeficiente negativo pode surgir quando um gestor tem a infeliz capacidade de prever o movimento do mercado na direção oposta. A correlação negativa entre o beta dos fundos e o retorno dos fatores de mercado também pode ser causada pelo fluxo de fundos de investimento: uma vez que investimentos significativos em fundos tendem a diminuir o seu beta, eles tendem a aumentar durante períodos de expansão do mercado. A explicação para a habilidade negativa de *market timing* dos gestores seria o fluxo significativo de investimentos durante a expansão do mercado.

Além disso, o Painel B da Tabela 5 mostra que, em geral, existe uma forte correlação entre as estimativas de beta dos modelos condicionais. Essa poderia ser uma explicação para os resultados de market timing não apresentarem diferenças substanciais. Essa correlação diminui quando as estimativas dos modelos condicionais são analisadas em relação a outros modelos, os modelos condicionais e fatores. Isso poderia explicar os resultados de market timing apresentar diferenças mais significativas entre os diferentes modelos.

## CONCLUSÕES

Os resultados obtidos neste estudo mostram que as medidas do modelo heteroscedástico de filtro de Kalman permitem uma melhor avaliação do desempenho dos fundos quanto à capacidade dos gestores em fundos de ações brasileiros em relação a *stock picking* e *market timing* do que os modelos tradicionais.

Diferentemente de muitos artigos publicados anteriormente, especialmente no contexto brasileiro, uma versão heteroscedástica do CAPM condicional é comparada com os resultados da versão homoscedástica do modelo e modelos alternativos, como o modelo de quatro fatores de Carhart (1997). Mantendo a estrutura do modelo de um fator, os resultados mostram que a modelagem da estrutura heteroscedástica dos resíduos aumenta a capacidade do modelo CAPM condicional de capturar a dinâmica temporal do alfa e beta dos fundos.

Os modelos em espaço de estado também foram comparados em relação à qualidade do ajuste em relação ao CAPM incondicional e modelo de quatro fatores de Carhart (1997), ambos estimados com janelas móveis (*rolling windows*). Os resultados indicam a superioridade dos modelos condicionais

para todas as medidas de apreçamento utilizadas. Esses resultados sugerem que a variação no tempo de alfa e beta traz benefícios superiores à introdução de mais fatores de risco.

Após a determinação da melhor qualidade do ajuste, as medidas condicionais de avaliação do desempenho do fundo de investimento foram estimadas.

Podemos tirar quatro conclusões a respeito da capacidade de *stock picking*: (1) a capacidade dos gestores para selecionar melhor os ativos pode estar diretamente relacionada com períodos de expansões do mercado; (2) durante períodos de retrações do mercado, a procura dos gestores por melhores ativos com um potencial de valorização superior ao seu nível de risco conduz a retornos negativos anormais; (3) os gestores têm consistentemente apresentado alfas negativos nos últimos anos da amostra; e (4), de modo geral, parte dos valores de alfa estimados pelos modelos incondicionais não identifica gestores com habilidade de *stock picking*, mas apenas uma incapacidade do modelo para capturar adequadamente a variação temporal no beta. Em relação à habilidade de *market timing*, os resultados indicam que os gestores da amostra analisada não só não têm capacidade de prever retrações ou expansões do mercado, como acabam fazendo exatamente o oposto, aumentando sistematicamente (diminuindo) os betas de fundos durante retrações (aumentos) do mercado.

Novas possibilidades de pesquisa nessa área podem ser destacadas. Modelos híbridos combinando a abordagem do filtro de Kalman e variáveis macroeconômicas defasadas como variáveis condicionantes podem trazer mais informações sobre o desempenho dos gestores a partir de suas estratégias. Modelos multifatoriais heteroscedásticos no contexto de modelos de precificação condicionais com coeficientes variáveis no tempo podem trazer resultados ainda melhores tanto em termos de qualidade do ajuste quanto de previsão. Isso seria um passo além do dado por este artigo. Considerando especificamente a metodologia aqui apresentada e tendo em conta as diferentes aplicações potenciais dos métodos baseados em filtros Kalman, procedimentos equivalentes poderiam ser reproduzidos e aplicados a outras áreas de estudo, em Finanças e Economia. Por fim, modelos mais sofisticados baseados em técnicas de aprendizado de máquina também podem ser uma rota de pesquisa nessa área.

## REFERÊNCIAS

- Adrian, T., & Franzoni, F. (2009). *Learning about beta: Time-varying factor loadings, expected returns, and the conditional CAPM*. *Journal of Empirical Finance*, 16(4), 537-556. doi:10.1016/j.jempfin.2009.02.003
- Blank, F. F., Samanez, C. P., Baidya, T. K. N., & Aiube, F. A. L. (2014). *CAPM condicional: Betas variantes no tempo no mercado brasileiro*. *Revista Brasileira de Finanças*, 12(2), 163-199.
- Bodurtha J. N., & Mark, N. (1991). *Testing CAPM with time-varying risks and returns*. *Journal of Finance*, 46(4), 1485-1505. doi:10.2307/2328868
- Bollen, N., & Busse, J. (2001). *On the timing ability of mutual fund managers*. *The Journal of Finance*, 56(3), 1075-1094. doi:10.1111/0022-1082.00356
- Bollerslev, T., Engle, R.F., & Wooldridge, J. M. (1988). *A capital asset pricing model with time-varying covariances*. *Journal of Political Economy*, 96(1), 116-131.
- Borges, E. C., & Martelanc. (2015). *Sorte ou habilidade: Uma avaliação dos fundos de investimento no Brasil*. *Revista de Administração*, 50(2), 196-207. doi:10.5700/rausp1194
- Brown, S. J., Goetzmann, W., Ibbotson, R. G. & Ross, S. A. (1992). *Survivorship bias in performance studies*. *The Review of Financial Studies*, 5(4), 553-580.
- Busse, J. A. (1999). *Volatility timing in mutual funds: Evidence from daily returns*. *Review of Financial Studies*, 12(5), 1009-1041. doi:10.1093/rfs/12.5.1009
- Caldeira, J. F., Moura, G. V. & Santos, A. P. (2013). *Seleção de carteiras utilizando o modelo Fama-French-Carhart*. *Revista Brasileira de Economia*, 67(1), 45-65. doi:10.1590/S0034-71402013000100003
- Carhart, M. M. (1997). *On persistence in mutual fund performance*. *The Journal of Finance*, 52(1), 57-82. doi:10.2307/2329556
- Carvalho, M. R. A. (2005). *Avaliação de desempenho de fundos multimercado: Resultados passados podem ser utilizados para definir uma estratégia de investimento? Revista de Economia e Administração*, 4(3), 367-387.
- Casaccia, M. C., Galli, O. C., Macêdo, G. R., & Leitao, C. (2011). *Análise do desempenho de fundos de investimentos: Um estudo em ações brasileiras no período de janeiro de 2004 a agosto de 2009*. *Revista Organizações em Contexto*, 7(13), 1-30. doi:10.15603/1982-8756/roc.v7n13p1-30
- Castro, B., & Minardi, A. (2009). *Comparação do desempenho dos fundos de ações ativos e passivos*. *Revista Brasileira de Finanças*, 7(2), 143-161.
- Elton, E. J., Gruber, M. J., & Blake, C. R. (2012). *An examination of mutual fund timing ability using monthly holdings data*. *Review of Finance*, 16(3), 619-645. doi:10.1093/rof/rf007
- Faff, R. W., Hillier, D., & Hillier, J. (2000). *Time varying beta risk: An analysis of alternative modelling techniques*. *Journal of Business Finance & Accounting*, 27(5-6), 523-554. doi:10.1111/1468-5957.00324
- Fama, E. F., & French, K. R. (1993). *Common risk factors in the returns on stocks and bonds*. *Journal of Financial Economics*, 33(1), 3-56. doi:10.1016/0304-405X(93)90023-5
- Fama, E., & French, K. (2009). *Luck versus skill in the cross-section of mutual fund returns*. *Journal of Empirical Finance*, 65(June), 1915-1947.
- Ferson, W. E., & Schadt, R. W. (1996). *Measuring fund strategy and performance in changing economic conditions*. *Journal of Finance*, 51(2), 425-461. doi:10.2307/2329367

- Holmes, K. A., & Faff, R. (2008). Estimating the performance attributes of Australian multi-sector managed funds within a dynamic Kalman filter framework. *International Review of Financial Analysis*, 17(5), 998-1011. doi:10.1016/j.irfa.2008.05.001
- Jagannathan, R., & Wang, Z. (1996). The conditional CAPM and the cross-section of expected returns. *The Journal of Finance*, 51(1), 3-53. doi:10.2307/2329301
- Jordão, G. A., & de Moura, M. L. (2011). Performance analysis of Brazilian hedge funds. *Journal of Multinational Financial Management*, 21(3), 165-176. doi:10.1016/j.mulfin.2011.02.002
- Jostova, G., & Philipov, A. (2005). Bayesian analysis of stochastic betas. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 40(4), 747-778.
- Lee, C. F., & Rahman, S. (1990). Market timing, selectivity, and mutual fund performance: An empirical investigation. *The Journal of Business*, 63(2), 261-278.
- Lettau, M., & Ludvigson, S. (2001). Resurrecting the (C)CAPM: A cross-sectional test when risk premia are time-varying. *Journal of Political Economy*, 109(6), 1238-1287. doi:10.1086/323282
- Leusin, L. de M., & Brito, R. D. (2008). Market timing e avaliação de desempenho dos fundos brasileiros. *RAE-Revista de Administração de Empresas*, 48(2), 22-36. doi:10.1590/S0034-75902008000200003
- Lintner, J. (1965). The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. *The Review of Economics and Statistics*, 47(1), 13-37. doi:10.2307/1924119
- Mamaysky, H., Spiegel, M., & Zhang, H. (2008). Estimating the dynamics of mutual fund alphas and betas. *Review of Financial Studies*, 21(1), 233-264.
- Matos, P., & Nave, A. (2012). Fundos de investimento em ações no Brasil: Performance e expertise de gestão. *Brazilian Business Review*, 9(Especial), 1-38.
- Mazzeu, J. H. G., Da Costa Júnior, N. C. A. Da. & Santos, A. A. P. (2013). CAPM condicional com aprendizagem aplicado ao mercado brasileiro de ações. *RAM-Revista de Administração Mackenzie*, 14(1), 143-175. doi:10.1590/S1678-69712013000100007
- Mergner, S., & Bulla, J. (2008). Time-varying beta risk of Pan-European industry portfolios: A comparison of alternative modeling techniques. *The European Journal of Finance*, 14(8), 37-41. doi:10.1080/13518470802173396
- Milan, P. L. A. B., & Eid, W. (2014). Elevada rotatividade de carteiras e o desempenho dos fundos de investimento em ações. *Revista Brasileira de Finanças*, 12(4), 469-497.
- Mossin, J. (1966). Equilibrium in a capital asset market. *Econometrica*, 34(4), 768-783. doi:10.2307/1910098
- Nerasti, J. N., & Lucinda, C. R. (2016). Persistência de desempenho em fundos de ações no Brasil. *Revista Brasileira de Finanças*, 14(2), 269-297.
- Ortas, E., Salvador, M., & Moneva, J. M. (2015). Improved beta modeling and forecasting: An unobserved component approach with conditional heteroscedastic disturbances. *North American Journal of Economics and Finance*, 31, 27-51. doi:10.1016/j.najef.2014.10.006
- Pizzinga, A., & Fernandes C. (2006). State space models for dynamic style analysis of portfolios. *Revista de Econometria*, 26(1), 31-66. doi:10.12660/bre.v26n12006.2497
- Rochman, R., & Eid, W. (2006). Fundos de investimento ativos e passivos no Brasil: Comparando e determinando seus desempenhos. Artigo apresentado no XXX Encontro da ANPAD, Salvador, BA.
- Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*, 19(3), 425-442. doi:10.2307/2977928
- Tambosi Filho, E., Garcia, F. G., Imoniana, J. O., & Moreiras, L. M. F. (2010). Teste do CAPM condicional dos retornos de carteiras dos mercados brasileiro, argentino e chileno, comparando-os com o mercado norte-americano. *RAE-Revista de Administração de Empresas*, 50(1), 60-74. doi:10.1590/S0034-75902010000100006
- Treynor, J. L., & Mazuy, K. K. (1966). Can mutual funds outguess the market? *Harvard Business Review*, 131-136.
- Tsay, R. S. (2010). *Analysis of Financial Time Series*. John Wiley.
- Yu, J. (2002). Forecasting volatility in the New Zealand stock market. *Applied Financial Economics*, 12(3), 193-202. doi:10.1080/09603100110090118