



Enseñanza de la Astronomía en los diferentes niveles Educativos

Modelado, simulación y representaciones mentales: una propuesta metacognitiva para el análisis del movimiento 3D de proyectiles

Modeling, Simulation and Mental Representations. A Metacognitive Proposal for Projectiles Movement Analysis on 3D

Modelagem, simulação e representações mentais. Uma proposta metacognitiva para a análise 3D do movimento de projéctei

Mario Alejandro Bernal Ortiz¹

Luz Karina Peña Ayala²

Resumen

Este artículo presenta el modelado matemático y simulación computacional como una alternativa y estrategia metacognitiva para el desarrollo de habilidades de pensamiento y comprensión de fenómenos físicos por medio de representaciones mentales de nivel superior, incorporando una simulación con aleatoriedad de parámetros físicos en el movimiento 3D de proyectiles como un recurso didáctico pertinente en prácticas de laboratorio con estudiantes de ingenierías.

Palabras clave: Metacognición, modelado, representación mental, proyectiles, simulación.

Abstract

This article presents mathematical modeling and computational simulation as an alternative and metacognitive strategy for the development of thinking skills and understanding of physical phenomena through mediation of superior mental representations, incorporating a simulation with randomness of physical parameters in the 3D movement of projectiles as a relevant didactic resource in laboratory practices with engineering students.

¹Universidad El Bosque. Bogotá, Colombia. Contacto: bernalmariorortiz@unbosque.edu.co

²Universidad El Bosque. Bogotá, Colombia. Contacto: penaluzkarina@unbosque.edu.co

	<p>Keywords: Metacognition, mental representation, modeling, projectiles, simulation.</p> <p>Resumo</p> <p>Este artigo apresenta modelagem matemática e simulação computacional como uma estratégia alternativa e metacognitiva para o desenvolvimento de habilidades de pensamento e compreensão de fenômenos físicos através da mediação de representações mentais de nível superior, incorporando uma simulação com aleatoriedade de parâmetros físicos no movimento 3D de projéteis como recurso didático relevante em práticas de laboratório com estudantes de engenharia.</p> <p>Palavras-chave: Metacognição, modelagem, representação mental, projéteis, simulação.</p>
--	---

INTRODUCCIÓN

Para resolver problemas de aplicación en física se parte de una síntesis de conocimientos verídica sobre algún fenómeno natural, la información obtenida es analizada a partir de representaciones mentales que se hacen sobre dichos fenómenos. Esto justifica que los conocimientos físicos se apoyen en prácticas sistémicas y ordenadas de laboratorio experimental, las cuales suponen garantizar que el conocimiento generado sea producto de una verdad científica, fenomenológica, objetiva y susceptible a ser verificada.

Cuanto más simple sea el sistema de conceptos sintetizado, más factible será hacer representaciones mentales del fenómeno en cuestión, controlando parámetros y procesos que intervienen en el mismo. Sin embargo, niveles más elevados de representación, surgidos sobre la base de representaciones de nivel más bajo, son también necesarios suponiendo la existencia de sistemas físicos algo más complejos respecto a su realidad fenomenológica. Esta situación específica sucede especialmente cuando la fenomenología no corresponde a una realidad fuera de los límites y control de un laboratorio especializado.

Se presenta una revisión de algunos aspectos relevantes para la generación de conocimiento científico de interés, mediante el desarrollo de una simulación computacional del movimiento de proyectiles en 3D y su relación con los procesos metacognitivos en el aprendizaje y las prácticas de laboratorio.

MARCO TEÓRICO

La aplicación de algoritmos en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la física

“Al aplicar el algoritmo para resolver un problema concreto, el alumno llega a comprender en qué consiste, en general, el proceso de solución de los problemas”. (Cruz, 2000)

Los métodos algorítmicos están presentes en múltiples procesos metacognitivos de pensamiento humano, ya que hacen parte de la necesidad de organizar ideas para tomar decisiones sobre alguna situación. En los procesos de enseñanza-aprendizaje de la física, como las prácticas experimentales, las decisiones suelen estar mediadas por el diseño instruccional y algorítmico de un ejercicio o una guía de laboratorio en el marco de la aplicación del método científico. Obviar o sobreponer pasos dentro de tal metodología, tiene como resultado en los estudiantes el no hilar y recordar la secuencia de pasos realizados, dificultando una posterior reproducción de la práctica. Esto afecta las habilidades de pensamiento frente al cómo resolver un problema, haciendo que los estudiantes demanden procedimientos ya elaborados para consolidar ejercicios o prácticas de laboratorio.

Formulación de modelos matemáticos y los métodos algorítmicos para la física

“Una teoría excesiva de las matemáticas impide la capacidad de usar estos conceptos matemáticos en la investigación. Por otra parte, una teoría insuficiente conforma a un estudiante que sabe aplicar las técnicas, sin una verdadera comprensión de por qué estas técnicas son apropiadas”. (Kattsoff y Simone, 1980)

Una ecuación matemática es en sí misma un modelo metacognitivo de representación mental de un fenómeno, ya que, para diferenciar un modelo de otro, las ecuaciones deben ser formuladas verbalmente. Esto implica que las ecuaciones matemáticas para la física no son simples “fórmulas” o “recetas” para resolver problemas, por el contrario, son magnitudes físicas bien definidas y relacionadas entre sí por sus diferentes tipos de proporcionalidad y codependencia. Sin embargo, en la construcción de modelos matemáticos para la física existe una ambigüedad.

“Por un lado, el modelo tiene que reflejar un fenómeno polifacético, es decir, determinado por varios factores. Por el otro, el modelo debe ser un tanto simple para su futura aplicación”. (Cruz, 2000)

En física esto significa que la simplicidad de un modelo determinado prima sobre otros modelos más complejos al momento de dimensionar su aplicabilidad, pero a su vez,

el modelo debe ser versátil para solucionar problemas con mayor nivel de representación y factores de determinación. Por ejemplo, bajo esta premisa resulta contradictorio suponer que aspectos físicos como la resistencia del aire o las corrientes de viento no interfieren en la fenomenología del movimiento de un proyectil, mientras que en un laboratorio experimental de este fenómeno, la precisión y exactitud de las mediciones siempre se verán afectadas por estas situaciones.

En el más simple de los casos, los modelos matemáticos son accesibles para profesionales no matemáticos, pero cuando los problemas requieren de un nivel de representación mayor ¿Podrá metacognitivamente medirse tal situación?

Metacognición y experimentación en la enseñanza de la física

“La evocación del pensamiento metacognitivo ofrece a los estudiantes condiciones para que comprendan, coordinadamente, los conocimientos específicos de las disciplinas escolares y los medios que los llevaron a entender esos conocimientos”. (Warner da Rosa, 2014)

La propuesta de (Warner da Rosa, 2014) hace referencia a una inserción de aspectos metacognitivos en las prácticas de laboratorio experimental en ciencias físicas. Consiste en tres momentos de inserción metacognitiva, cada uno de ellos con un “alto en el camino” y “paso a la reflexión.” El primer aspecto metacognitivo, de especial interés para nuestras reflexiones, hace referencia a una fase *pre-experimental* donde el “alto en el camino” y el “paso a la reflexión” inician por la toma de conciencia acerca de las habilidades propias, como expertos o novatos, que tiene el estudiante sobre los conocimientos del fenómeno físico a experimentar. El segundo y tercer aspecto metacognitivo son el “monitoreo” y la “evaluación” respectivamente, tales aspectos no se desarrollarán en éste artículo.

“Lo que está en juego es la preparación del conocimiento involucrado en la actividad experimental”. (Warner da Rosa, 2014)

“Es precisamente en estos ámbitos donde los niveles de representación que adquiera un estudiante acreditan los procesos metacognitivos que propicia la ciencia cognitiva, en tanto que la actividad cognitiva humana es descrita en función de símbolos, esquemas, imágenes, ideas y formas de representación mental. Todos aspectos inherentes al estudio y aprendizaje de la física mecánica”. (Bernal y Peña , 2017)

Elementos del momento pre-experimental:

- *La pre-teoría:* Se formula preguntas sobre los contenidos temáticos, se exponen la situación-problema buscando cautivar a los estudiantes, motivándoles a realizar la actividad, haciéndoles cuestionarse sobre sus conocimientos para concatenar la actividad experimental y el conocimiento en estudio.
- *Los objetivos:* Se induce a los estudiantes a una especulación de los posibles objetivos pertinentes para la actividad experimental. Es el momento pertinente de discutir sobre los equipos de medición disponibles para la actividad y el entendimiento del objetivo.
- *Las hipótesis:* Previo a la observación del fenómeno, se considera que la formulación de esas hipótesis son la oportunidad de direccionar a los estudiantes a establecer inferencias sobre sus conocimientos. Los estudiantes exponen sus pensamientos e ideas.
- *La planeación:* Es el acto mismo de pensar en la ejecución de la actividad. Es la reflexión sobre el que hacer antes de experimentar. Se clasifica los conocimientos necesarios para el experimento analizando las relaciones entre las variables involucradas en el fenómeno.

METODOLOGÍA

La mediación metacognitiva en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la física, cuando se realizan prácticas experimentales de laboratorio, se da a razón de la diferenciación entre los niveles de representación mental que logran y adquieren los estudiantes en la fase de *pre-experimentación*. Para esto, se presenta al modelamiento matemático y la simulación computacional como una estrategia didáctica y metodológica de engranaje entre los aspectos discutidos para la generación de un conocimiento científico significativo en estudiantes de ingenierías.

Modelamiento matemático y simulación computacional en la enseñanza de la Física

“El roll del ingeniero moderno es significativamente diferente al roll de aquellos de generaciones pasadas. En la actualidad, el tema de la educación matemática en las ingenierías es importante y el campo del modelado matemático y la simulación computacional, es considerado de impacto educativo en entornos tecnológicos basados en computadoras”. (Ersoy y Moscardini, 1994)

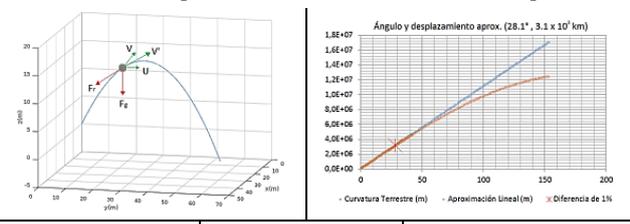
Las representaciones mentales son en sí mismas una forma de discutir y resolver problemas, pero también son un aspecto esencial del funcionamiento del cerebro (Landriscina, 2013). La presente sección busca dilucidar el roll del modelado y simulación y su relación con la metacognición en los procesos de enseñanza-aprendizaje en el marco puntual del estudio sobre el movimiento de proyectiles en 3D.

En este enfoque, los sistemas cognitivos consisten en dos tipos de unidades de procesamiento, el primero es un sistema interpretativo que obtiene información del movimiento de proyectiles en 3D, el segundo es un modelo matemático del fenómeno obtenido de las acciones producidas al interpretar el sistema. Este modelo determina la forma en que deben cambiar los parámetros del movimiento. De esta manera se busca que el estudiante advierta la necesidad de elaborar los algoritmos para comprender mejor el movimiento, mediando y elevando metacognitivamente el nivel de representación mental del problema, configurando un nuevo modelo de representación lo suficientemente dócil, pero a su vez versátil, que no entre en contradicciones cognitivas.

A continuación, se presenta algunos detalles del proceso de modelado y simulación del movimiento de proyectiles en 3D desde la perspectiva metacognitiva de la pre-experimentación (Fig.1).

RESULTADOS

Estimación de la gravedad sobre la superficie terrestre, resultados simulación numérica, aplicación del método numérico de Runge Kutta

Momentos pre -experimentales		Método Algorítmico y los niveles de representación mental	
Pre-teoría	¿Cuáles leyes gobiernan el movimiento de un proyectil?, ¿Cuál es la forma de un proyectil?, ¿Qué parámetros físicos afectan al movimiento de un proyectil?, ¿Qué área sobre la superficie terrestre se considera, en una buena aproximación, plana respecto a la superficie curvada de la tierra?, ¿Cómo se clasifican las velocidades de las corrientes de viento?, ¿Qué nivel de representación tiene el modelo que estima la gravedad de la tierra?, ¿De qué depende la precisión y exactitud en la estimación experimental de la gravedad?	<p><u>Modelos de representación mental de orden superior</u></p> 	
		<p><i>Ley de Newton.</i></p> $\vec{F}_g = \frac{GMm}{R^2} \hat{r}$	<p><i>Ley de Stokes.</i></p> $\vec{F}_r = 6\pi r \eta \vec{v}$ <p>(Proyectil esférico)</p>
Objetivos	Identificar la cuarta ley de Newton, la ley de Stokes y el movimiento relativo del proyectil respecto del aire como causales que explican la trayectoria del proyectil. Diferenciar parámetros físicos constantes o variables que intervienen o no en el movimiento tales como; la constante gravitacional, geometría y masa de la tierra, masa del proyectil, velocidades del aire, velocidad inicial del proyectil relativa al aire, ángulos de rotación e inclinación del proyectil al momento de ser disparado y parámetros de disipación de Stokes. Diferenciar los parámetros de Stokes y la velocidad del aire de los demás parámetros como magnitudes físicas fuera de nuestro control dentro y fuera del laboratorio, pero posibles de simular aleatoriamente dentro de un modelo computacional.	<p><u>Parámetros invariantes</u></p> $G = 6.6742 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$ (Cte Gravitacional) $M = 5.9736 \times 10^{24} \text{ kg}$ (Masa prom. tierra) $R = 6,371 \times 10^6 \text{ m}$ (Radio prom. tierra)	
		<p><u>Parámetro variantes y condiciones iniciales</u></p> $m = 0.46 \text{ kg}$ (masa aprox. bola golf) $r = 4.267 \times 10^{-2} \text{ m}$ (radio prom. bola golf) $\theta = 37^\circ$ (Ángulo Disparo proyectil. $0^\circ < \theta \leq 90^\circ$) $\beta = 57^\circ$ (Ángulo Cardinal de disparo. $0^\circ < \theta \leq 360^\circ$) $v_o = 28 \frac{m}{s}$ (Rapidez inicial proyectil. $0 < v_o < 60$) $\vec{v}_o = v_o \left((\cos \theta \cos \beta) \hat{i} + (\cos \theta \sin \beta) \hat{j} + \sin \theta \hat{k} \right) \frac{m}{s}$ <p>(Vector velocidad inicial en R^3)</p> <p><u>Parámetros aleatorios</u></p> $\eta \approx 1.8 \times 10^{-5} \frac{Ns}{m^2}$ (Coef. viscosidad aire $20^\circ C$) $\vec{U} \approx 11 \hat{r} \frac{m}{s}$ (Velocidad del aire “vivo”, pequeños árboles empiezan a mecerse al viento)	
Hipótesis	Si la representación mental bidimensional del fenómeno se amplía a una tridimensional o viceversa, de igual forma, la relación “causa - efecto” entre la “dinámica” y la “cinemática” del movimiento de proyectiles permanecerá invariante. Esto posibilita establecer un modelo matemático de representación simple para una experimentación real dentro el aula de laboratorio de física.	<p><u>Sistema dinámico de representación del movimiento</u></p> $\vec{v} = \frac{\delta \vec{r}}{\delta t} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k} \quad ; \quad \vec{a} = \frac{\delta \vec{v}}{\delta t} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}$ $\frac{\delta \vec{v}}{\delta t} = -6\pi r \eta (v_x - u_x) \hat{i} - 6\pi r \eta (v_y - u_y) \hat{j} - \left(\frac{GM}{(R+z)^2} + 6\pi r \eta (v_z - u_z) \right) \hat{k}$	
		<p><u>Modelo de la gravedad idealizado teórico y experimental</u></p> $g_T = \frac{GM}{R^2} \quad ; \quad g_E = \frac{2v_o^2 \sin \theta \cos \theta}{x_{max}}$ <p>Si conocemos la velocidad inicial, dirección del movimiento</p>	

Planeación	Desde el modelamiento matemático y la simulación computacional se establece un modelo de representación mental superior para la inmersión del estudiante en la experimentación real clarificando las múltiples situaciones a tener en cuenta para la obtención de la gravedad en el verdadero experimento.	y alcance máximo obtenido entonces podremos estimar la aceleración de la gravedad.
------------	--	--

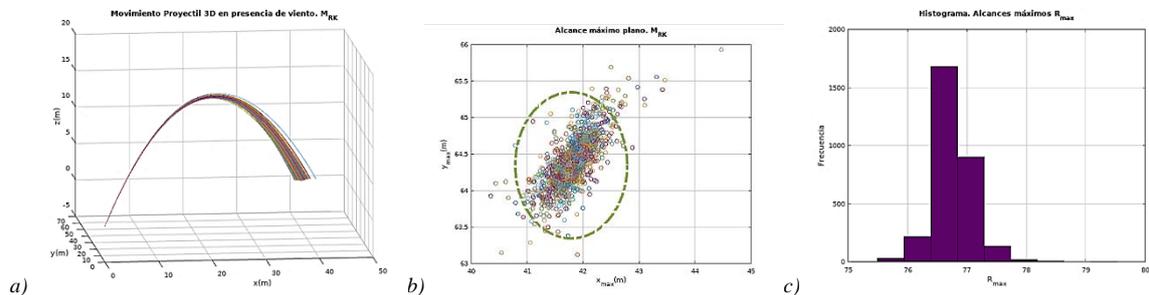


Figura 1. a) Simulación 3D del lanzamiento de 3000 proyectiles con parámetros aleatorio de distribución normalizada aplicando el modelo de Runge Kutta (Burden, Faires, y Burden, 2016). b) Ampliación de la superficie terrestre en el lugar de los alcances máximos, con delimitación de frontera por incertidumbre asociada a la precisión de el triple de la desviación típica para un 98 % de confianza. c) histograma de frecuencia para el alcance máximo.

CONCLUSIONES

En el imaginario de los estudiantes, seguir algunas instrucciones o cambiar algunas operaciones dentro de la aplicación de un método para resolver un problema, es acción suficiente para enfrentar variadas problemáticas. Este ejercicio termina convirtiéndose en su mejor estrategia para resolver problemas teóricos o de laboratorio. Sin embargo, una problemática en los procesos de enseñanza-aprendizaje se acentúa cuando el estudiante no advierte la necesidad de elaborar los algoritmos para comprender de mejor manera los conceptos.

La clave para la generación del conocimiento científico y la comprensión física del movimiento de un proyectil desde una representación mental tridimensional del movimiento, está en aplicar algoritmos y procedimientos como método y estrategia metacognitiva dentro de un proceso de modelamiento y simulación computacional como fase pre-experimental para introducir una práctica de laboratorio.

- a. *Fase de pre-teoría:* En principio, aunque sería óptimo elevar el nivel de representación mental de los estudiantes al nivel de un programador, no es imperativo este proceso, lo importante está en la interacción del estudiante con el simulador del fenómeno, donde responder a las preguntas orientadoras en la fase pre-teórica permite establecer los parámetros dinámicos iniciales para ejecutar la simulación, identificando cuáles de ellos son controlables y cuáles no.

- b. *Fase de objetivos:* La especulación de posibles objetivos pertinentes para la actividad experimental, desde la virtualidad del modelamiento y simulación computacional del fenómeno físico, radica en el planteamiento y diferenciación de los modelos de representación del problema en 2D y 3D y sus bondades y dificultades a la hora de medir o simular magnitudes físicas. Es decir, lo que en la experiencia real se consideran parámetros de difícil o imposible control, en la simulación se representarían como variables aleatorizadas, las cuales dentro de los modelos matemáticos de la dinámica del movimiento juegan un papel importante a la hora de simular la existencia de errores de precisión y exactitud presentes en la propagación del error de un experimento real.
- c. *Fase de las hipótesis:* Previo a la interacción con el simulador del fenómeno, la formulación de hipótesis como oportunidad de direccionamiento de los estudiantes para establecer inferencias sobre sus conocimientos. Los estudiantes pueden exponer sus pensamientos e ideas de la misma forma que lo harían en un experimento real.
- d. *Fase de la planeación:* Pensar en la ejecución de la simulación permite la reflexión sobre el qué hacer antes de experimentar, cuando los parámetros iniciales del simulador se ajustan a valores reales que desde la teoría corresponden a un problema real.

La simulación computacional permite predecir una gravedad de $9.8 \pm 0.1 \frac{m}{s^2}$ con un 1,2 % de error porcentual respecto a la precisión del experimento numérico. También predice una gravedad de $9.813 \pm 0.009 \frac{m}{s^2}$ con un 0,09 % de error porcentual respecto a la exactitud al comparar con la gravedad teórica.

AGRADECIMIENTOS

Al Departamento de Física de la Universidad el Bosque por su apoyo y colaboración. A los estudiantes de la Facultad de Ingenierías por ser inspiración para mejorar cada día en nuestra práctica profesional docente.

REFERENCIAS

- Bernal, M. A., y Peña , L. K. (2017). Correlaciones metacognitivas para procesos significativos de enseñanza-aprendizaje de la física en ingenierías. *Revista Científica UD*, 195-204.
- Burden, R. L., Faires, J. D., y Burden, A. M. (2016). “*Análisis numérico*” *Math Learning*. México D.F, México: Cengage Learning.
- Cruz, F. (2000). *Fundamentos científicos de los modelos*. México D.F., México: Instituto Politécnico Nacional.
- Ersoy, Y., y Moscardini, A. (1994). *Mathematical Modelling Courses for Engineering Education*. Berlin, Alemania: Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-662-02977-0>
- Kattsoff, L., y Simone, I. (1980). *Matemática finita con aplicación a las ciencias administrativas*. México D.F., México: Trillas.
- Landriscina, F. (2013). *Simulation and Learning A Model-Centered Approach*. Trieste, TS, Italia: Springer New York Heidelberg Dordrecht London.
- Warner da Rosa, C. T. (2014). *Metacognição no ensino de física: da concepção à aplicação*. Passo Fundo, Brasil: Universidade de Passo Fundo.