


# Análisis de modelos de deslizamiento en bloque para predecir el comportamiento dinámico del fenómeno de remoción en masa: Modelo Uniparamétrico y Modelo Biparamétrico

Daniel Román<sup>1\*</sup>; Gustavo Chio<sup>1</sup>

DOI: <http://dx.doi.org/10.18273/revbol.v40n2-2018007> 

**Forma de citar:** Román, D., y Chio, G. (2018). Análisis de modelos de deslizamiento en bloque para predecir el comportamiento dinámico del fenómeno de remoción en masa: Modelo Uniparamétrico y Modelo Biparamétrico. *Boletín de Geología*, 40(2), 113-124. DOI: 10.18273/revbol.v40n2-2018007.

## RESUMEN

En este estudio se presentan las variaciones conceptuales entre dos modelos de deslizamiento en bloque, cuya finalidad es determinar las propiedades cinemáticas (alcance, velocidad y aceleración) de una masa deslizante, y cómo afectan dichas variaciones conceptuales en la magnitud de la respuesta obtenida. Para ello se desarrollan y se solucionan tanto analítica como numéricamente las ecuaciones de las variables que gobiernan el movimiento de cada uno de los modelos de deslizamiento, bajo la consideración de que el movimiento se desarrolla en una sola dimensión, en un material isotrópico y en función de las variables independientes. En los modelos se consideran parámetros como el ángulo de fricción ( $\phi$ ), el parámetro de turbulencia ( $\xi$ ) y el coeficiente de presión de poros ( $r_u$ ). Finalmente se presenta la comparación de las velocidades de ambos modelos y una sección de comentarios en la que se discute la conveniencia del uso práctico de cada solución del problema de la dinámica de avalanchas.

**Palabras clave:** Deslizamiento de tierra; parámetro de turbulencia; fricción; línea de energía; coeficiente de presión de poros.

## Analysis of sliding block models for prediction of the dynamic behavior of the mass removal phenomenon: One-parameter Model and Two-parameter Model

## ABSTRACT

This study aims to show the variations, from a conceptual perspective, between two sliding block models. The evaluation of these two models allows to determine the kinematic variables (range, velocity and acceleration) of a sliding mass. Herein, is assessed how the outcomes of these models are affected by varying the parameters of the friction angle ( $\phi$ ), turbulence ( $\xi$ ), and pore pressure coefficient ( $r_u$ ). To achieve this, the equations of motion are solved through analytical and numerical techniques assuming that, for an isotropic material, the motion is one dimensional and function of the independent variables. Finally, a comparison between the velocities obtained with each model is presented, and a concluding remarks section in which the practical use of each solution in the avalanche dynamics problem is argued.

**Keywords:** Landslide; turbulence parameter; friction; power line; pore pressure coefficient.

<sup>1</sup>Escuela de Ingeniería Civil, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.

(\*) [daniel.roman@correo.uis.edu.co](mailto:daniel.roman@correo.uis.edu.co); [gchioch@uis.edu.co](mailto:gchioch@uis.edu.co)

## INTRODUCCIÓN

Los fenómenos naturales de gran impacto en Colombia son los sismos, los deslizamientos y las inundaciones. En el análisis de la gestión del riesgo de desastres como aporte para la construcción de políticas públicas en el país, realizado en el año 2012, se determinó que, excluyendo los daños debido a la erupción del volcán Nevado del Ruíz en 1985, los mayores porcentajes de pérdidas de vidas en el período desde 1970 hasta 2011 fueron ocasionadas por deslizamientos de tierra (Campos *et al.*, 2012). Una forma de predecir los efectos que puede tener el fenómeno de remoción de masas es mediante el planteamiento de metodologías para estudiar dichos fenómenos en términos de amenaza ante deslizamientos de tierra. Para ello se necesitan modelos matemáticos que permitan predecir los parámetros cinemáticos de los flujos de escombros, fundamentalmente el alcance y la velocidad, y así reconocer, en estudios detallados, qué taludes requieren atención inmediata por parte de las autoridades correspondientes. El Servicio Geológico Colombiano ha identificado dicha necesidad y en la Guía Metodológica para Estudios de Amenaza, Vulnerabilidad y Riesgo por Movimientos en Masa recomiendan el uso de un modelo de deslizamiento en bloque, propuesto por Heim inicialmente pero mejorado por Yue teniendo en cuenta la presencia de gas en la masa deslizante (Ávila *et al.*, 2015; Yue, 2014). Con base en el modelo de Heim (1932), en el presente documento se muestra una comparación con un modelo

similar propuesto posteriormente desde el punto de vista del desarrollo matemático, físico y las soluciones numéricas adoptadas, y también se hace una recolección de las reflexiones que exponen diversos autores acerca de la aplicación del modelo de deslizamiento en bloque en casos prácticos.

## MARCO TEÓRICO

Para la estimación de las variables cinemáticas de los deslizamientos se presentan varios enfoques, pero se puede decir que en su forma más general existen dos vertientes principales, los métodos analíticos y los métodos empíricos (Finlay *et al.*, 1999). Un resumen global del enfoque de los métodos encontrados en la literatura se ilustra en la FIGURA 1.

Existe una amplia gama de modelos analíticos muy elaborados, en los que se tienen consideraciones físicas relativamente complejas (en intentos por obtener mayor acercamiento a la realidad del fenómeno) como la deformación de la masa en las tres dimensiones. Por ejemplo, los estudios más novedosos, tratan sobre la aplicación de una teoría derivada de la unión entre la Dinámica de Fluidos Computacional y el Análisis de Elementos Discretos en el fenómeno de remoción de masas (Zhao, 2014). Sin embargo, en el presente estudio se hace énfasis en un pequeño subgrupo de modelos analíticos concebidos como ‘modelos de deslizamiento en bloque’.

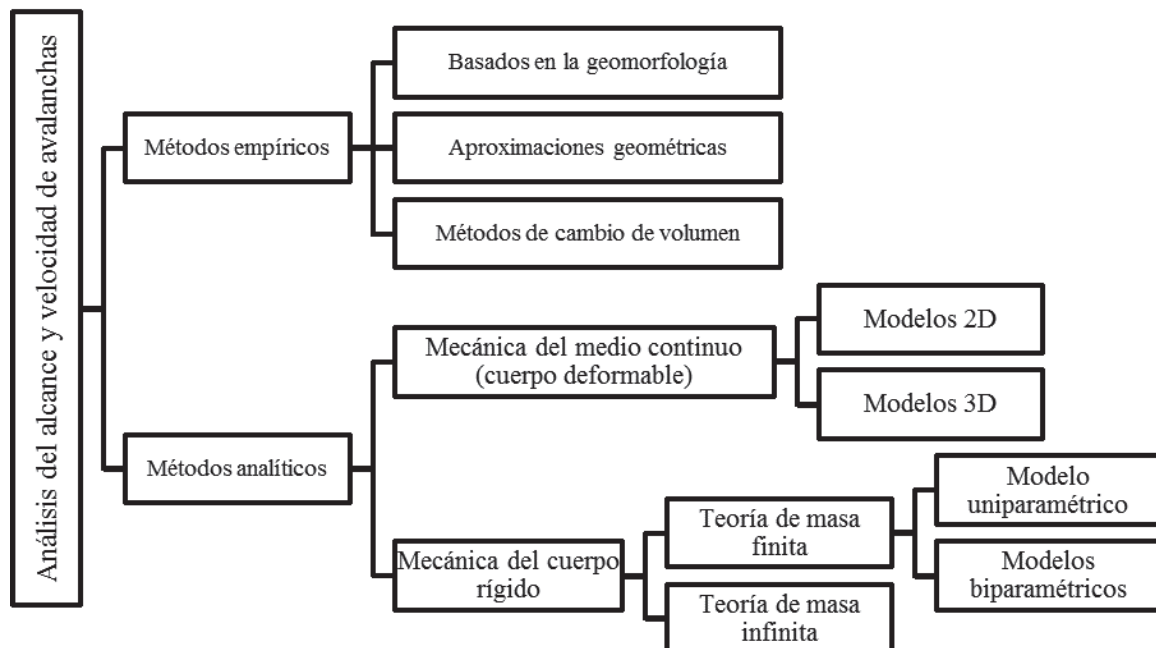
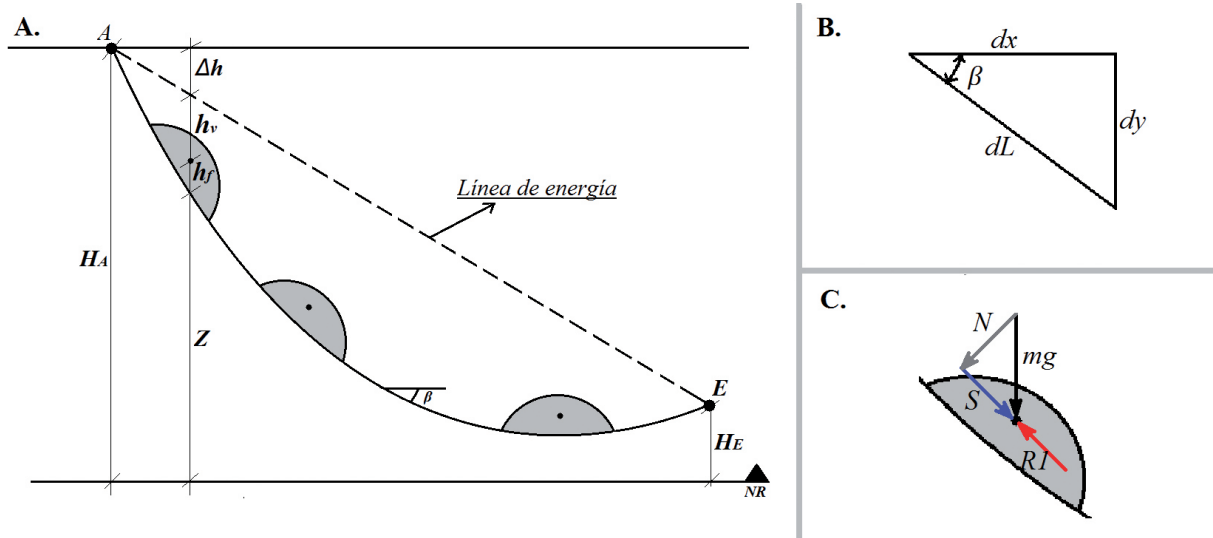


FIGURA 1. Cuadro sinóptico de los métodos de análisis del problema cinemático del fenómeno de remoción de masas.

El primer modelo de deslizamiento en bloque es el llamado modelo uniparamétrico, el cual considera fricción de Coulomb como única fuerza resistiva. Heim, quien concibe el modelo, describe los deslizamientos mediante el teorema de trabajo y energía cinética,

utilizando un bloque de masa de magnitud  $m$  que se desliza sobre una trayectoria curva, con ángulo de pendiente  $\beta$  y con fricción de Coulomb constante cuyo ángulo se denota con la letra  $\phi$  (Heim, 1932), como se aprecia en la FIGURA 2A.



**FIGURA 2.** Derivación gráfica de las ecuaciones de deslizamiento dinámico del bloque. **A.** Vista de perfil de la caída del bloque; **B.** Relaciones geométricas de la pendiente; **C.** Diagrama de fuerzas. Román y Ruiz (2015).

El teorema de trabajo y energía cinética establece que el cambio de la energía cinética de un cuerpo en movimiento es igual al trabajo neto sobre dicho cuerpo. Es necesario aclarar que el marco de referencia debe estar en el centro de gravedad de la masa deslizante. El teorema de trabajo y energía se enuncia en términos infinitesimales como lo muestra la ecuación 1, con base en la ilustración de la FIGURA 2.

$$dE_k = dW_n = FdL \quad (1)$$

Siendo  $dE_k$  la energía cinética del bloque,  $dW_n$  el trabajo neto sobre el bloque,  $F$  la fuerza neta sobre el bloque y  $dL$  un elemento diferencial de longitud del plano de deslizamiento. Entonces, la ecuación 1 se puede escribir de la forma mostrada en la ecuación 2 teniendo en cuenta la relación entre la velocidad, la masa y la energía cinética traslacional  $mv^2/2$ :

$$d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = FdL \quad (2)$$

Donde  $v$  es la velocidad,  $m$  es la masa del bloque,  $F$  es la fuerza neta que resulta del diagrama de equilibrio

de fuerzas de la FIGURA 2C, y  $dL$  es el diferencial de longitud de la ruta del deslizamiento como se muestra en la FIGURA 2B.

Del diagrama de fuerzas de la FIGURA 2C se tienen las siguientes fuerzas:  $S = mg \sin \beta$ ,  $N = mg \cos \beta$  y  $R1$ ; siendo  $\beta$  el ángulo de inclinación de la superficie de deslizamiento. Dado que teóricamente las únicas fuerzas que generan trabajo son aquellas que tienen dirección paralela al desplazamiento,  $S$  es la componente de la fuerza gravitacional que actúa en dicha dirección y acelera el bloque en caída por su trayectoria, y  $R1$  es la fuerza de rozamiento que es paralela al desplazamiento pero se opone al movimiento y desacelera el bloque; dicha fuerza de fricción fue descrita por Coulomb (en 1781) como una fuerza proporcional a la fuerza normal y al coeficiente de fricción entre las dos superficies en contacto, expresada matemáticamente como:  $Fr = N\mu$ , donde  $N = mg \cos \beta$  y  $\mu = \tan \phi$ , entonces  $R1 = mg \cos \beta \tan \phi$ . Por lo tanto, la fuerza neta que ejerce trabajo sobre el bloque es  $F = mg(\sin \beta - \cos \beta \tan \phi)$ . Finalmente, reemplazando  $F$  en la ecuación 2 se consigue modelar una masa deslizante con pérdidas de energía debidas únicamente a la fricción de Coulomb mediante la ecuación 3.

$$d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = mg(\sin\beta - \cos\beta \tan\phi) dL \quad (3)$$

El modelo mostrado en la ecuación 3, simplifica el efecto de la propagación lateral y longitudinal del deslizamiento, no tiene en cuenta los cambios en la profundidad del flujo y requiere un ángulo de fricción ( $\phi$ ) aparente de los escombros a lo largo del plano de deslizamiento. Este modelo, también conocido como modelo de trineo es en teoría concebible sólo para desprendimientos de rocas a pequeña escala, las cuales no se desintegren durante el movimiento (Hungry *et al.*, 2005). Por otra parte, los valores de alcance y velocidad que se pueden encontrar con el modelo uniparamétrico durante deslizamientos y avalanchas son en teoría mucho más altos que los que en realidad ocurren (Dai *et al.*, 2002), esto se debe a la simplicidad del modelo en cuanto a fuerzas resistivas. En síntesis, el modelo uniparamétrico desprecia gran cantidad de variables como la turbulencia, la inclusión de material externo a la masa que se desplaza, la generación de calor, la generación de sonido y los cambios de dirección. Por tanto, varios autores sugieren que el modelo de fricción de Coulomb sea modificado o en última instancia abandonado (Dai *et al.*, 2002; Hungry *et al.*, 2005), por lo menos para casos en los que se requiera representar la realidad con buen grado de aproximación.

Otro modelo de deslizamiento en bloque es aquel que considera los efectos de la superposición de la fricción de Coulomb y un nuevo término denominado 'fricción-turbulenta'. Dicho modelo es el llamado *modelo biparamétrico*. La fricción o la resistencia debida a la turbulencia se produce gracias a que los escombros en el flujo chocan entre sí y dan paso a un movimiento aparentemente aleatorio entre partículas, no obstante existe una cantidad de movimiento uniforme y un flujo común de toda la masa (Heim, 1932). Tal tipo de movimiento involucra una mezcla entre sólidos y aire (en ocasiones líquidos también), y es llamado 'turbulencia', cuyo requisito único para existir es que haya libertad de movimiento entre las partículas involucradas (Hungry *et al.*, 2005; Körner, 1976; Voellmy, 1955).

Voellmy es quien propone en su estudio dos fuerzas resistivas no conservativas para el modelo de deslizamiento en bloque; en primer lugar, la anteriormente nombrada fuerza de fricción de Coulomb  $R_1 = \mu mg \cos\beta$ , y en segundo lugar, una fuerza resistiva debida al esfuerzo basal entre la masa deslizante y el plano de deslizamiento, la cual es directamente proporcional al cuadrado de la velocidad, y está dada

por la siguiente ecuación:  $\tau = \rho g v^2 / h \xi$ , donde  $\rho$  es la densidad de la masa deslizante,  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $v^2$  es la velocidad cuadrática,  $h$  es el espesor de la masa y  $\xi$  es el parámetro de turbulencia descrito y estimado por Voellmy, el cual está dado en unidades de longitud sobre tiempo al cuadrado (en el S.I.:  $m/s^2$ ) (Voellmy, 1955).

Suponiendo un bloque de forma cúbica de masa  $m$ , de dimensiones  $a$ ,  $b$ , y  $h$ ; cuya área en contacto con la superficie de deslizamiento es  $A = a \cdot b$ , y cuyo volumen está dado por  $V = a \cdot b \cdot h$ . Y además conociendo que la fuerza resistente, cortante al plano de deslizamiento está dada por la sumatoria de las fuerzas de fricción, es decir, la fricción de Coulomb y la fricción turbulenta, se puede determinar la fuerza cortante  $R$ , que es igual al producto entre el área de contacto  $A$  y el esfuerzo cortante  $\tau$  dado por la ecuación 4. La ecuación 4 se conoce en la literatura científica como reología de Voellmy (Hungry, 1995; Mancarella y Hungry, 2010; McDougall y Hungry, 2005; Pirulli, 2005).

$$\tau = \rho g h \cos\beta \tan\phi_b + \rho g \frac{v^2}{\xi} \quad (4)$$

Por lo tanto, la fuerza resistiva se expresa como lo enuncia la ecuación 5.

$$R = mg \left( \cos\beta \tan\phi_b + \frac{v^2}{h\xi} \right) \quad (5)$$

El término que relaciona la turbulencia ( $\xi$ ) aparece comúnmente para flujo de escombros en presencia de presión de poros, por lo que aplicando el principio de esfuerzo efectivo se obtiene el ángulo de fricción modificado  $\phi_b$  de la siguiente expresión:  $\tan\phi_b = (1 - r_u) \tan\phi$ . Donde  $r_u$  es el coeficiente de presión de poros usado en la mecánica de suelos, que es la relación entre la presión de poros y el esfuerzo vertical total (Körner, 1976). Finalmente, sumando la componente de la fuerza de la gravedad paralela al deslizamiento e introduciendo la reología de Voellmy, la ecuación diferencial que modela el deslizamiento de la masa teniendo en cuenta el parámetro turbulento es la ecuación 6, la cual representa al modelo biparamétrico de deslizamiento en bloque.

$$d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = mg \left( \sin\beta - \cos\beta \tan\phi_b - \frac{v^2}{h\xi} \right) dL \quad (6)$$

Körner profundiza en el estudio del modelo biparamétrico, teniendo en cuenta la fricción de Coulomb y también introduce el parámetro de fricción turbulenta propuesto por Voellmy, específicamente para

avalanchas de nieve. De manera análoga demuestra que la línea de energía de la reología de Voellmy es curva y cóncava, además según sus observaciones se nota que el modelo que no tiene en cuenta la turbulencia sino solo pérdidas de energía por fricción (el modelo uniparamétrico) sobreestima la velocidad (Körner, 1976).

Es importante mencionar que existen otros modelos de deslizamiento en bloque propuestos en la literatura científica, uno de ellos fue propuesto por Perla *et al.* (1980), cuyo modelo considera que las pérdidas de energía se presentan debido a procesos de entrada y salida de material (Perla *et al.*, 1980). Por otra parte, Hutchinson propone un modelo de deslizamiento en bloque asumiendo que se genera una gran presión de poros durante la falla en el área de contacto como resultado de la presencia del proceso de licuefacción o de material en condición no drenada; en tanto el bloque se desliza por el tramo, el exceso de presión de poros se disipa mediante un proceso de consolidación (Hutchinson, 1988). Y finalmente, Sassa propone otro modelo de bloque que muestra la influencia del cambio de la presión de poros durante el deslizamiento (Sassa, 1988). El modelo de Sassa (1988) puede simular buenas velocidades de los deslizamientos de tierra, siempre y cuando se escojan valores apropiados para  $r_u$  (Hung *et al.*, 2005).

## METODOLOGÍA DE SOLUCIÓN

Para realizar la solución de la ecuación 2 y la ecuación 6 se desarrollan soluciones tanto analíticas como numéricas. La solución analítica de la ecuación 6 puede resultar poco práctica como se verá a continuación, por lo tanto, se adoptan las soluciones numéricas aplicando el método de Runge Kutta de cuarto orden (RK4). En rigor, el análisis de convergencia del método (con el cual se valida la solución numérica aportada), por ejemplo, para el caso más crítico, arroja una divergencia en la respuesta de aproximadamente 12 cm en 1500 m; considerando este error aceptable, las soluciones numéricas con el método RK4 se asumen válidas (Román y Ruíz, 2015).

### Soluciones analíticas

#### **Modelo con fricción de Coulomb**

El modelo con fricción de Coulomb, como su nombre lo indica, depende únicamente del ángulo de fricción. Se solucionan analíticamente sus ecuaciones diferenciales para obtener ecuaciones que describan los parámetros de movimiento de la masa (alcance, velocidad y/o

aceleración). Resolviendo la ecuación 3, se debe tener en cuenta que  $dy/dx$  está implícito en los términos que contienen el ángulo  $\beta$ , y representa el cambio de altura ( $y$ ) por unidad de longitud horizontal ( $x$ ). Por lo tanto, la velocidad del modelo con fricción de Coulomb está dada por la ecuación 7.

$$v = \sqrt{2g(y - x \tan \phi)} \quad (7)$$

De la segunda ley de Newton;  $F = m * a$ , se halla la aceleración ( $a$ ) la cual no depende de la velocidad, y está dada por la ecuación 8.

$$a = g(\sin \beta - \cos \beta \tan \phi) \quad (8)$$

#### **Modelo con fricción de Coulomb y fricción-turbulenta**

Cuando se aumenta el número de variables reológicas del modelo, se espera que haya un ajuste incremental de la precisión de los modelos de predicción del comportamiento de fenómenos de remoción de masas. De la ecuación 6 la velocidad del modelo con fricción-turbulenta es solucionada para una masa que se desliza sobre una superficie curva que sigue la ecuación general  $y = (-y_a/x_a^2)(x - x_a)^2$ , donde  $x_a$  representa el punto más bajo donde  $\beta = 0$ , y  $y_a$  es la posición vertical inicial de la masa. La solución de la ecuación 6 está dada por la ecuación 9.

$$v = \sqrt{\frac{1}{A} \left[ -B \left( x - \frac{1}{A} \right) + x_a - C + A k e^{-Ax} \right]} \quad (9)$$

Donde las expresiones  $A$ ,  $B$  y  $C$  se definen en las ecuaciones 10, 11 y 12 respectivamente.

$$A = \frac{2g}{h\xi} \quad (10) \quad B = 4g \frac{y_a}{x_a^2} \quad (11) \quad C = 2g \tan \phi_b \quad (12)$$

El término  $k$  de la ecuación 9 es una constante de integración que para el caso en que la masa parte del reposo se define como  $k = (1/A^2)(CA - B - BAx_a)$ .

Dado que la velocidad es función de la distancia y el tiempo, la aceleración es variable; aplicando la segunda ley del movimiento de Newton la aceleración para el modelo turbulento está dada en la ecuación 13.

$$a = g \left( \sin \beta - \cos \beta \tan \phi_b - \frac{v^2}{h\xi} \right) \quad (13)$$

Es válido resaltar que en estudios previos se concluye que el parámetro de turbulencia ( $\xi$ ) tiene valores entre 400  $m/s^2$  y 600  $m/s^2$ , sin embargo estos estudios se realizan con avalanchas simuladas en laboratorio, y con



nieve como material deslizante (Körner, 1976, Voellmy, 1955).

Probada la existencia de las soluciones anteriormente mostradas, se puede decir, en el caso de su aplicabilidad práctica, que es evidente y particularmente para la ecuación 9 se empiezan a evidenciar aumentos sustanciales en la complejidad de la solución analítica de la ecuación diferencial.

### Soluciones numéricas

Para solucionar las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias que rigen el movimiento del bloque, se emplea el método de RK4. En la aplicación del método se establecieron los siguientes parámetros de entrada: los puntos inicial y final de la trayectoria a simular ( $x_i$  y  $x_f$  respectivamente), el número de intervalos en los que se va a aplicar el método, las condiciones iniciales ( $x_i$ ,  $v_i^2$ ) y la función que rige el comportamiento de la tasa de cambio de la velocidad cuadrática por unidad de longitud horizontal notada como  $F(x, v^2)$  (en el caso del modelo con fricción de Coulomb únicamente, la función se expresa como  $F(x)$ , debido a que  $F$  es únicamente función de  $x$ ); esta función depende directamente de la superficie que recorre la masa (haciendo una extrapolación a un fenómeno real, esta función está dada por la trayectoria caracterizada por la topografía de la superficie). A continuación, se describen las ecuaciones  $F(x, v^2)$  para algunos casos especiales.

En primer lugar, de la ecuación 3, la cual proviene del modelo con fricción de Coulomb únicamente, se obtiene la expresión mostrada en la ecuación 14. Donde el lado derecho de la expresión representa a  $F(x)$  y contiene el término que rige la trayectoria del bloque ( $dy/dx$ ) y el término que rige el comportamiento friccional ( $\tan \phi$ ).

$$\frac{dv^2}{dx} = 2g \left( \frac{dy}{dx} - \tan \phi \right) \quad (14)$$

Asumiendo que el bloque se desliza sobre una superficie inclinada y recta siguiendo la ecuación  $y = Ax + B$ , de la ecuación 14 se puede deducir una expresión para  $F(x)$ . Dicha expresión es la ecuación 15. Donde  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $A$  es la pendiente de la superficie de deslizamiento y  $\phi$  es el ángulo de fricción del material.

$$F(x) = 2g(A - \tan \phi) \quad (15)$$

En segundo lugar, de la ecuación 6 se deduce la expresión para  $F(x, v^2)$  del modelo biparamétrico. La ecuación 6 se reescribe mediante la expresión mostrada en la ecuación 16. En este caso hay tres términos al lado derecho de la expresión. Dos de ellos han sido explicados previamente ( $dy/dx$  y  $\tan \phi$ ) y el tercer término es el que rige el comportamiento turbulento de la resistencia al desplazamiento ( $v^2 \sec \beta / h\xi$ ).

$$\frac{dv^2}{dx} = 2g \left( \frac{dy}{dx} - \tan \phi - \frac{v^2}{h\xi} \sec \beta \right) \quad (16)$$

De manera análoga, se asume que el bloque se mueve sobre una superficie de deslizamiento recta e inclinada, ajustada al plano definido por la recta  $y = Ax + B$ . En la ecuación 17 se muestra la función que rige el cambio de la velocidad cuadrática con respecto a la distancia horizontal para el modelo biparamétrico.

$$F(x, v^2) = l - q - kv^2 \quad (17)$$

Donde los términos ( $l$ ,  $q$  y  $k$ ) que contiene la ecuación 17 son los siguientes:  $l = 2g \tan \beta = 2g dy/dx = 2gA$ ,  $q = 2g \tan \phi$  y  $k = \sec \beta / h\xi$ .

De la ecuación 14 y la ecuación 16 también se obtiene una expresión para las funciones  $F(x)$  y  $F(x, v^2)$  asumiendo que el bloque se desliza sobre una superficie curvilínea cuya función de posición se ajusta a la ecuación  $y = (-y_a/x_a^2)(x - x_a)^2$ . De manera comparativa, las respuestas tanto analíticas como numéricas exhiben diferencias que en orden de magnitud pueden ser despreciables para los efectos que se quieren estudiar. Al realizar un análisis con datos arbitrarios para diversas situaciones del movimiento cinemático, a excepción del caso en que se involucra la fuerza de turbulencia en combinación con una trayectoria curvilínea, la evidencia arroja que con distancias horizontales o pasos ( $\Delta x$ ) de 1 m, 0,1 m y 0,01 m, el error entre la respuesta analítica y la respuesta numérica, tiene un error típico del orden de  $10^{-16} m/s$  para la velocidad en el modelo uniparamétrico, en cambio el modelo biparamétrico manifiesta un error típico del orden de  $10^{-5} m/s$  (Román y Ruiz, 2015). Estas discrepancias de las respuestas numéricas con respecto a las respuestas analíticas se consideran aceptables. Entonces, para efectos del presente estudio, se asume que el método numérico RK4 arroja resultados satisfactorios en aras de encontrar la solución de las ecuaciones diferenciales representadas en la ecuación 3 y la ecuación 6.

Las funciones presentadas en la ecuación 15 y la ecuación 17 son empleadas en la respuesta numérica, para el posterior análisis paramétrico de los modelos, el cual se explica en la siguiente sección.

## ANÁLISIS DE LOS MODELOS DE DESLIZAMIENTO EN BLOQUE

Una vez estudiada la concepción teórica de ambos modelos y la solución de las ecuaciones diferenciales, sólo resta analizar las características en la respuesta que estos presentan. Se puede decir que el modelo uniparamétrico podría llegar a ser simplista (Dai *et al.*, 2002; Hungr *et al.*, 2005). Evidencia de esto es la simplificación excesiva de las fuerzas resistivas que propone el modelo, así como en la simplificación en términos de deformaciones, distribución de sedimentos y de más efectos que tienen influencia en la disipación de energía. Por su parte, el modelo biparamétrico, si bien es un modelo comparativamente simple, toma en consideración a lo menos una fuerza resistiva adicional

que exhibe una dependencia de la velocidad, lo que en teoría representa una mejora incremental en el modelamiento físico y matemático.

### Análisis paramétrico

Para la realización de comparaciones y un análisis profundo de la respuesta de los modelos de deslizamiento en bloque se aplica el proceso de la variación de los parámetros que considera cada modelo. En la Guía Metodológica para Estudios de Amenaza, Vulnerabilidad y Riesgo por Movimientos en Masa, del Servicio Geológico Colombiano, se plantea un protocolo para la estimación de la intensidad de los deslizamientos en estudios detallados (Ávila *et al.*, 2015). El esquema planteado en la FIGURA 3 es el que se usa en dicha guía metodológica, el cual fue tomado a su vez del estudio de Yue, en el que se compara el modelo de trineo con el efecto que tienen gases densos sobre la distancia de recorrido (Yue, 2014). Dicho esquema es el que se considera para la realización de las simulaciones.

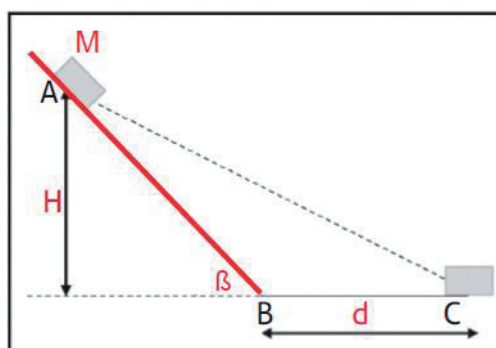


FIGURA 3. Planteamiento para el análisis de los modelos de deslizamiento en bloque (Ávila *et al.*, 2015).

A continuación, se analiza la sensibilidad del modelo uniparamétrico ante variaciones en: la inclinación de la superficie y el ángulo de fricción; mientras que para el modelo biparamétrico se analiza la sensibilidad del modelo ante variaciones en: la inclinación de la superficie, el ángulo de fricción, el parámetro de turbulencia, el espesor del deslizamiento y el coeficiente de presión de poros.

#### Modelo con fricción de Coulomb

Naturalmente, el modelo de trineo o de deslizamiento en bloque con fricción de Coulomb como única fuerza resistiva, depende de dos parámetros: el ángulo de fricción del material y la inclinación de la superficie que recorre la masa. La variación de los parámetros que caracteriza el ensayo de sensibilidad del modelo se muestra en la FIGURA 4.

A partir de la ecuación 7 se deriva la velocidad para el tramo A-B y para el tramo B-C de la FIGURA 3, con las cuales se construyen los perfiles de velocidad de la FIGURA 4. Las distancias de recorrido estimadas se aprecian en la TABLA 1 y en la TABLA 2 para variaciones en el ángulo de inclinación del plano de flujo y para variaciones en el ángulo de fricción del material respectivamente.

Para la variación del ángulo de inclinación de la superficie (ver FIGURA 4B) se mantiene un ángulo de fricción constante  $\phi = 14^\circ$ , mientras que para la variación del ángulo de fricción (ver FIGURA 4B) se mantiene una pendiente constante  $\beta = 30^\circ$ . En la FIGURA 4, se puede ver que la sensibilidad del desarrollo de la velocidad se puede dar de manera similar en la variación de ambos parámetros, pero el ángulo de

fricción toma mayor peso o importancia dado que es el que controla el movimiento en el tramo B-C (sección horizontal), por lo tanto, pequeñas variaciones en el ángulo de fricción generan variaciones importantes en la estimación de la distancia de recorrido, tal como se observa en la TABLA 2.

En cuanto a este modelo uniparamétrico se puede decir que, de ser empleado para el cálculo de alcances o distancias de recorrido, se recomienda el uso de un método de estimación confiable de este parámetro que permita tener mayor certeza de la veracidad del ángulo de fricción empleado.

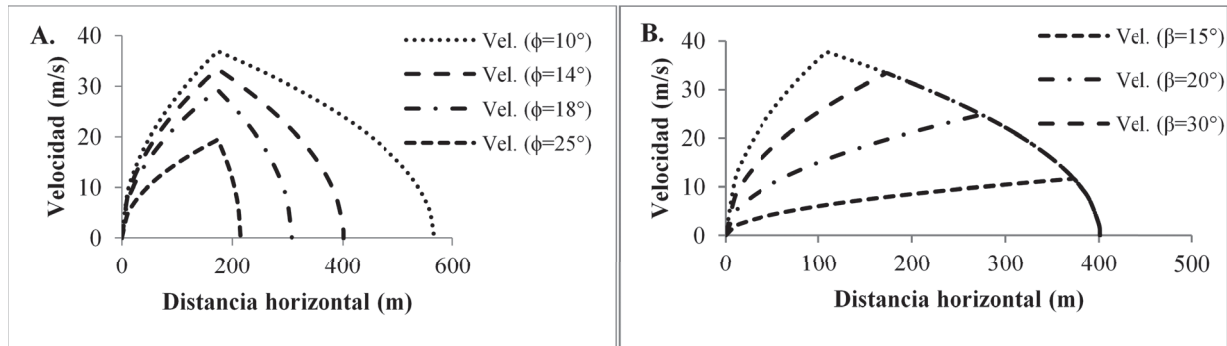


FIGURA 4. Prueba de sensibilidad del modelo uniparamétrico: **A.** Ante la variación del ángulo de fricción ( $\phi$ ). **B.** Ante la variación del ángulo de inclinación del plano de flujo ( $\beta$ ).

TABLA 1. Distancias de recorrido estimadas tras la variación de la inclinación del plano de flujo para el modelo uniparamétrico.

| $\beta$ (°) | 15,00  | 20,00  | 30,00  | 42,50  |
|-------------|--------|--------|--------|--------|
| Alcance (m) | 401,08 | 401,08 | 401,08 | 401,08 |

TABLA 2. Distancias de recorrido estimadas tras la variación del ángulo de fricción para el modelo uniparamétrico.

| $\phi$ (°)  | 10,00  | 14,00  | 18,00  | 25,00  |
|-------------|--------|--------|--------|--------|
| Alcance (m) | 567,13 | 401,08 | 307,77 | 214,45 |

### Modelo con fricción de Coulomb y fricción-turbulenta

Análogamente se desarrolla el análisis de sensibilidad del modelo biparamétrico, con base en el esquema mostrado en la FIGURA 3. En este caso se realizan las simulaciones empleando el método RK4 aplicando la ecuación 18. Para el análisis de la variación en la pendiente de la superficie se mantienen constantes los parámetros de la ecuación 18 mostrados a continuación:  $\xi = 400 \text{ m/s}^2$ ,  $\phi = 14^\circ$ ,  $r_u = 0,4$ ,  $h = 1 \text{ m}$ .

TABLA 3. Distancias de recorrido estimadas tras la variación del ángulo de inclinación del plano de flujo ( $\beta$ ) para el modelo biparamétrico.

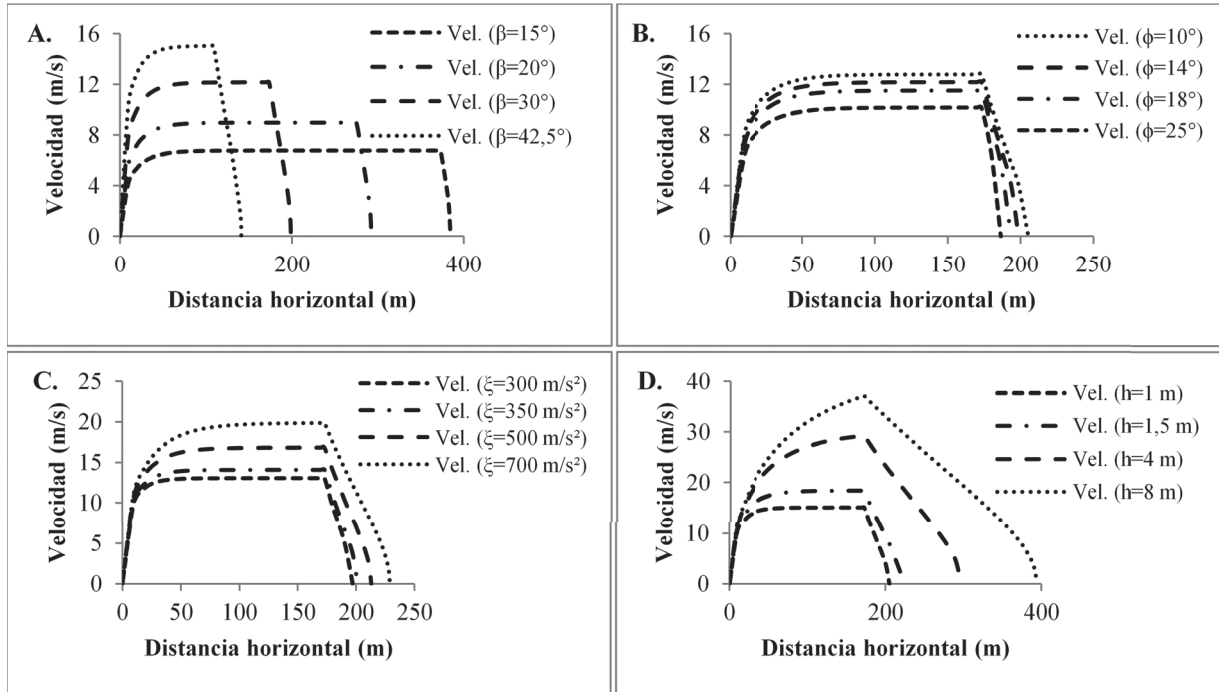
| $\beta$ (°) | 15,00  | 20,00  | 30,00  | 42,50  |
|-------------|--------|--------|--------|--------|
| Alcance (m) | 384,78 | 292,14 | 198,61 | 141,01 |

Las variaciones en la pendiente del plano de deslizamiento ( $\beta$ ) son significativas en la respuesta obtenida y se muestra que, según la FIGURA 4B (del modelo 1) y la FIGURA 5A, la descripción del perfil topográfico que recorre la masa es un parámetro sensible para ambos modelos, sobre todo en términos del alcance estimado para el modelo biparamétrico, como se puede observar en la FIGURA 5A y en la TABLA 3.

Por otra parte, en el análisis de la respuesta ante la variación en el ángulo de fricción, se mantienen constantes los siguientes parámetros de la ecuación 18:  $\xi = 400 \text{ m/s}^2$ ,  $\beta = 30^\circ$ ,  $r_u = 0,4$ ,  $h = 1 \text{ m}$ . Mientras que para el análisis ante la variación en el parámetro de turbulencia se mantienen constantes los siguientes parámetros de la ecuación 18:  $\beta = 42,5^\circ$ ,  $\phi = 14^\circ$ ,  $r_u = 0,4$ ,  $h = 1 \text{ m}$ .

A priori, se observa que el modelo biparamétrico presenta un crecimiento asintótico horizontal de las velocidades, alcanzando un equilibrio claro después de cierta distancia de recorrido. Este es un comportamiento comúnmente observado en este tipo de ecuaciones diferenciales autónomas, y es interesante el hecho de encontrar que la velocidad llegue a ser aproximadamente constante desde un punto del deslizamiento en adelante, ya que esta información se encuentra estudiada experimentalmente para avalanchas de nieve (Salm, 1968) pero pobremente validada para eventos reales (incluso no registrada para eventos reales) de flujo de escombros.





**FIGURA 5.** Prueba de sensibilidad del modelo biparamétrico: **A.** Ante la variación del ángulo de inclinación del plano de flujo ( $\beta$ ). **B.** Ante la variación del ángulo de fricción ( $\phi$ ) **C.** Ante la variación del parámetro de turbulencia ( $\xi$ ). **D.** Ante la variación del espesor o profundidad de deslizamiento ( $h$ ).

En cuanto al análisis de la sensibilidad del modelo biparamétrico, ante la variación en el espesor de deslizamiento, se mantienen constantes los siguientes parámetros:  $\xi = 400 \text{ m/s}^2$ ,  $\beta = 42,5^\circ$ ,  $r_u = 0,4$ ,  $\phi = 14^\circ$ . Mientras que para el análisis de la variación en el coeficiente de presión de poros se mantienen constantes los siguientes parámetros:  $\beta = 42,5^\circ$ ,  $\phi = 14^\circ$ ,  $\xi = 400 \text{ m/s}^2$ ,  $h = 1\text{m}$ .

Como se puede ver en la FIGURA 5B, y en la FIGURA 5C, las variaciones en el ángulo de fricción y en parámetro de turbulencia respectivamente, presentan variaciones comparativamente menores en relación con las mostradas al variar el espesor o profundidad del deslizamiento. Por lo tanto, se puede decir que el modelo es altamente sensible a las variaciones en el espesor del deslizamiento como se aprecia en la FIGURA 5D y en la TABLA 4. Cabe resaltar que al realizar la prueba de sensibilidad con el coeficiente de presión de poros se obtiene una respuesta similar a la observada en comparación con el modelo uniparamétrico de la FIGURA 4A, esto es esperable debido a que lo que hace este coeficiente es modificar el ángulo de fricción.

**TABLA 4.** Alcances estimados tras la variación del espesor ( $h$ ) del deslizamiento en el modelo turbulento.

| <b>h (m)</b>       | 300,00 | 350,00 | 500,00 | 700,00 |
|--------------------|--------|--------|--------|--------|
| <b>Alcance (m)</b> | 197,12 | 201,11 | 213,07 | 228,97 |

### Comparaciones con un deslizamiento real

En este caso se consideran datos de velocidades de un deslizamiento real. Para ello se acude a estudios realizados por otros autores en aras de ilustrar las diferencias en el comportamiento de ambos modelos. Hungr y Evans (2004) exponen varias hipótesis sobre por qué ocurren los deslizamientos y describen un evento ocurrido en abril de 1999 en el río Nomash (Hungr y Evans, 2004); este afluente es un pequeño arroyo en la parte occidental de las montañas insulares, a 20 kilómetros tierra adentro desde la costa exterior de la isla de Vancouver, Columbia Británica, en Canadá. El cimiento de la zona se compone de roca caliza cristalina. Las rocas se movilizaron originalmente al lado izquierdo del valle como se muestra en la FIGURA 6, arrastrando grandes cantidades de suelo, luego los desechos se trasladaron siguiendo el cauce del río (Hungr y Evans, 2004). Lo interesante de este estudio es que se obtuvo una estimación de la velocidad en tres puntos del recorrido de la avalancha a través de la ecuación de curvas de flujo  $v = \sqrt{Rg \tan \beta}$ , que proviene de un método geométrico que permite reconstruir lo sucedido en el evento (Hungr y Evans, 2004). Donde  $v$  es la velocidad media de flujo estimada,  $R$  es el radio de la línea de corriente central del flujo (dicho dato es derivado de un mapa de las observaciones en campo) y  $\beta$  es el ángulo transversal entre las líneas de corte que define el límite de la trayectoria de flujo.



FIGURA 6. Parte media de la trayectoria del deslizamiento del río Nomash. El desprendimiento de rocas se originó en la esquina superior izquierda de la foto (Hungry y Evans, 2004).

Para analizar los datos estimados por Hungry y Evans mediante la ecuación de curvas de flujo, se realizan una serie de simulaciones en las que se varía el parámetro

de turbulencia y el ángulo de fricción para observar y comparar el comportamiento predictivo de los dos modelos. La primera prueba se realiza con el modelo únicamente friccionante asumiendo el ángulo de fricción constante, tomando su valor como el valor del *fahrböschung* o 'ángulo de alcance' descrito por Heim y calculado por Hungry y Evans para este deslizamiento como  $\phi = 13,8^\circ$  (Hungry y Evans, 2004). La segunda prueba se realiza con el modelo de fricción turbulenta asumiendo un parámetro de turbulencia  $\xi = 400 \text{ m/s}^2$ , y un ángulo de fricción  $\phi_b = 2,84^\circ$  y la tercera prueba corresponde al mismo modelo con parámetro de turbulencia  $\xi = 200 \text{ m/s}^2$  y ángulo de fricción  $\phi_b = 2,23^\circ$ . Análogamente se alimenta el modelo con los datos del perfil longitudinal de la ladera, el cual actúa como la ruta que recorre el bloque (Hungry y Evans, 2004). Al desarrollar numéricamente la solución se obtienen datos de velocidad vs distancia horizontal; los datos obtenidos se exponen mediante la FIGURA 7 donde se muestra el desarrollo de la velocidad durante el deslizamiento.

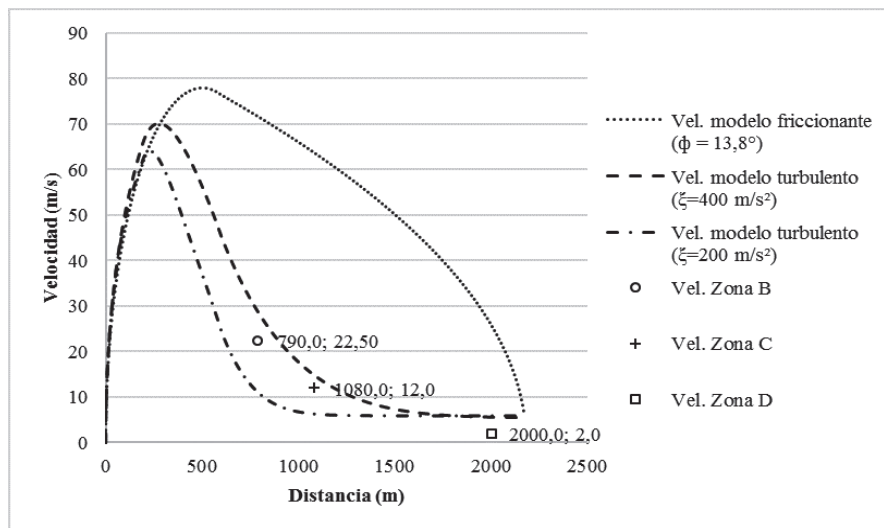


FIGURA 7. Velocidad de las tres series de prueba y puntos de velocidad estimados del deslizamiento del río Nomash (Román y Ruiz, 2015).

Evidentemente, la ecuación 6 presenta, en este caso, a lo menos una solución particular (ver la serie de  $\xi=400 \text{ m/s}^2$  en la FIGURA 7) que se ajusta muy bien al comportamiento de los datos tomados en campo; los valores de velocidad disminuyen drásticamente con la aplicación de la fricción turbulenta en el modelo de deslizamiento. El modelo que más se aproxima a los valores de velocidad hallados en campo es el biparamétrico, que utiliza el parámetro de turbulencia  $\xi=400 \text{ m/s}^2$ . Por su parte, el modelo biparamétrico con  $\xi=200 \text{ m/s}^2$  decrece más rápido y tiene una curvatura más

pronunciada. Se observa que la simulación con mayor coeficiente turbulento produce velocidades más altas, como respuesta a la relación directamente proporcional entre la turbulencia y la velocidad. Por su parte, el modelo con fricción de Coulomb (ver línea a puntos de la FIGURA 7) presenta una sobreestimación notable de la velocidad en comparación con los mismos valores estimados por Hungry y Evans en 2004, esto puede ser debido a la ya nombrada simplicidad del modelo que considera únicamente fricción de Coulomb como fuerza resistiva.

## CONCLUSIONES

Si bien es cierto que los modelos estudiados en este documento son bastante simples, su aplicabilidad en la práctica se ha dado hasta el momento gracias a esa misma simplicidad que suponen, lo que los hace una herramienta básica al momento de estimar alcances y velocidades para estudios detallados de flujo de escombros; un ejemplo de esa aplicabilidad es el caso de la Guía Metodológica para Movimientos en Masa del Servicio Geológico Colombiano (Ávila *et al.*, 2015) (como un ejemplo en el ámbito nacional de las guías que se han propuesto últimamente para el manejo o el estudio de este tipo de catástrofes). Sin embargo, es recomendable que se haga un análisis más profundo de las implicaciones o impactos que tiene el hecho de estimar velocidades y alcances con uno u otro modelo. Por lo menos se puede decir a priori, que las velocidades y alcances determinados para un estudio puntual mediante el modelo uniparamétrico, probablemente van a ser mayores que las estimadas mediante el modelo biparamétrico. Naturalmente, el hecho de implementar el modelo de fricción turbulenta, requiere conocer más parámetros característicos del material que se va a modelar (siendo especialmente cuidadosos en cuanto al espesor del deslizamiento, el cual es el parámetro más sensible del modelo), lo que haría más costoso el estudio en casos prácticos, pero posiblemente arrojaría resultados más exactos, según se evidencia en la comparación realizada con un deslizamiento real.

Actualmente, en la guía metodológica para el estudio del fenómeno de remoción de masas (Ávila *et al.*, 2015), publicada por el Servicio Geológico Colombiano, se sugiere el uso del modelo uniparamétrico (puramente friccionante) para la estimación de la intensidad en estudios de vulnerabilidad detallados. Como aporte a ese modelo se puede decir que el ángulo de fricción es el parámetro más sensible en el modelo y que para obtener resultados confiables se debe proponer adicionalmente una herramienta, técnica o metodología confiable para estimar dicho parámetro. Es importante mencionar que los modelos aquí estudiados tienen un rango de acción limitado; no tienen en cuenta pérdidas de energía por cambios de dirección (tanto en planta como en perfil) y no son una alternativa para la estimación de esfuerzos y deformaciones u otro tipo de variables presentes en el flujo de escombros.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al programa Jóvenes Investigadores e Innovadores de COLCIENCIAS,

a la Vicerrectoría de Investigación y Extensión de la Universidad Industrial de Santander y al grupo de investigación INME de la escuela de Ingeniería Civil, cuyo apoyo técnico y financiero ha hecho posible el desarrollo del presente estudio y a su vez ha incentivado el desarrollo de esta línea de investigación, la cual es propositiva desde el punto de vista técnico, al brindar conocimientos, entendimiento y por tanto posibles soluciones relacionadas con uno de los acontecimientos naturales que genera mayores problemas en Colombia.

## REFERENCIAS

- Ávila, G.E., Cubillos, C.E., Granados, A.E., Bello, E., Rodríguez, É.A., Rodríguez, C.E., y Ruiz, G.L. (2015). Guía metodológica para estudios de amenaza, vulnerabilidad y riesgo por movimientos en masa. Bogotá: Servicio Geológico Colombiano.
- Campos, A., Holm-Nielsen, N., Díaz, C., Rubiano, D., Costa, C., Ramírez, F., y Dickson, E. (2012). *Análisis de la gestión del riesgo de desastres en Colombia: un aporte para la construcción de políticas públicas*. Bogotá, Colombia: Banco Mundial.
- Dai, F.C., Lee, C.F., and Ngai, Y.Y. (2002). Landslide risk assessment and management: an overview. *Engineering Geology*, 64(1), 65-87. doi: 10.1016/S0013-7952(01)00093-X.
- Finlay, P.J., Mostyn, G.R., and Fell, R. (1999). Landslide risk assessment: prediction of travel distance. *Canadian Geotechnical Journal*, 36(3), 556-562. doi: 10.1139/t99-012.
- Heim, A. (1932). *Bergsturz und Menschenleben*. Der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich.
- Hungr, O. (1995). A model for the runout analysis of rapid flow slides, debris flows, and avalanches. *Canadian Geotechnical Journal*, 32(4), 610-623. doi: 10.1139/t95-063.
- Hungr, O., Corominas, J., and Eberhardt, E. (2005). Estimating landslide motion mechanism, travel distance and velocity. In: O. Hungr, R. Fell, R. Couture, and E. Eberhardt (Eds.). *Landslide risk management* (pp. 99-128). London: Taylor and Francis Group.
- Hungr, O., and Evans, S.G. (2004). Entrainment of debris in rock avalanches: An analysis of a long

- run-out mechanism. *GSA Bulletin*, 116(9-10), 1240-1252. doi: 10.1130/B25362.1.
- Hutchinson, J.N. (1988). Morphological and geotechnical parameters of landslides in relation to geology and hydrogeology. *5th International Symposium on Landslides*. Lausanne, Switzerland.
- Körner, H.J. (1976). Reichweite und Geschwindigkeit von Bergstürzen und Fließschneelawinen. *Rock Mechanics*, 8(4), 225-256.
- Mancarella, D., and Hungr, O. (2010). Analysis of run-up of granular avalanches against steep, adverse slopes and protective barriers. *Canadian Geotechnical Journal*, 47(8), 827-841. doi: <https://doi.org/10.1139/T09-143>.
- McDougall, S., and Hungr, O. (2005). Dynamic modelling of entrainment in rapid landslides. *Canadian Geotechnical Journal*, 42(5), 1437-1448. doi: 10.1139/t05-064.
- Perla, R., Cheng, T.T., and McClung, D.M. (1980). A two-parameter model of snow-avalanche motion. *Journal of Glaciology*, 26(94), 197-207. doi: 10.3189/S002214300001073X.
- Pirulli, M. (2005). Numerical modelling of Landslide runout. PhD Thesis. Politécnico Di Torino, Italy.
- Román, D.C., y Ruiz, I.T. (2015). Modelamiento del fenómeno de remoción de masas mediante la implementación de un modelo de deslizamiento en bloque. Tesis. Universidad Industrial de Santander, Colombia.
- Salm, B. (1968). On nonuniform, steady flow of avalanching snow. Bern, Switzerland: IUGG/IAHS General Assembly.
- Sassa, K. (1988). Geotechnical model for the motion of landslides. *5th International Symposium on Landslides*. Lausanne, Switzerland.
- Voellmy, A. (1955). Über die Zerstörungskraft von Lawinen. *Schweizerische Bauzeitung*, 73(12), 159-165.
- Yue, Z. (2014). Dynamics of large and rapid landslides with long travel distances under dense gas expanding power. In: K. Sassa, P. Canuti, and Y. Yin (Eds.). *Landslide science for a safer geoenvironment* (pp. 233-240). Vol. 3. Switzerland: Springer International Publishing. doi: 10.1007/978-3-319-04996-0\_36.
- Zhao, T. (2014). Investigation of Landslide-Induced Debris Flows by the DEM and CFD. PhD. Thesis, University of Oxford, UK.

---

---

Daniel Román  
ORCID: 0000-0002-7077-4031

Gustavo Chio  
ORCID: 0000-0003-4766-9759

---

---

Trabajo recibido: julio 25 de 2017  
Trabajo aceptado: abril 23 de 2018