EL PROCESO DE LA PROGRAMACION DE MATEMATICA PARA LA CARRERA DE FILOSOFIA EN LA UNIVERSIDAD NACIONAL

ALBERTO CAMPOS

Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad Nacional de Colombia

SEMINARIO SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA
Y LA ESTADÍSTICA EN LA U.N. 11-13 III 1.985

INTRODUCCIÓN.

Se trata de mostrar, en lo que sigue, que la elaboración del programa de matemática que actualmente se cursa en la carrera de Filosofía de la Universidad Nacional, ha sido lo que al pié de la letra se entiende por una investigación.

¿El método empleado? El que se presenta espontáneamente en cualquier investigación: ensayo y error.

Se hace como ilustración de los esfuerzos que cuesta la hechura de un programa cualquiera. Y no es menos fácil que hacer un programa de matemática para primer año primario.

Interesan, para el objetivo propuesto, más los incidentes que acompaña su composición (discusiones anteriores y posteriores, objetivos, métodos propugnados, etc.) que el contenido mismo del programa, a no ser que éste detalle tanto los temas y sus diversos enfoques que se perciba sin dificultad cuál es la intención y alguna de las maneras de desarrollarlo, cuando se le considera con atención.

Así, pues, se traerán a cuento detalles específicos de la carrera de Filosofía que pueden parecer poco importantes para quien mira desde afuera, pero a los cuales se solicita prestar atención, por la seguridad de que si se presentan en la redacción es porque contribuyen al resultado final.

Typeset by $\mathcal{AMS}$-TEX

Para más realismo, la mayor parte del relato se hará en primera persona. Lo que esta primera persona se propone al hacer el relato es tratar de poner en claro que, en realidad, cada programa es una ardua búsqueda, por ensayo y por error, de una línea de equilibrio, en la que no figuran todos los conocimientos, pero, respecto a la cual se polarizan diversos conocimientos, según circunstancias de tiempo, lugar, personas y motivaciones de diversa procedencia de las mismas personas.

EL DEPARTAMENTO DE FILOSOFÍA

Comenzó por ser un Instituto de Filosofía, adscrito a la Facultad de Derecho, el 12 de noviembre 1945.

El 14 de enero 1952 se fundó la Facultad de Filosofía y Letras. En 1966, el Departamento de Filosofía es uno de los departamentos en que es organizada la Facultad de Ciencias Humanas.

Interesa conocer cuál es el espíritu que anima al Departamento de Filosofía.

En un cuadernillo "Criterios básicos para la elaboración del nuevo plan de estudios de la carrera de Filosofía" se enuncian algunos presupuestos significativos.

En cuanto al concepto mismo, se distingue una concepción antigua de la filosofía como conocimiento universal y total de la realidad y saber apriori acerca del ser; y una concepción nueva, como reflexión crítica sobre las ciencias naturales y humanas ocupadas en estudiar efectivamente la realidad.

En la elaboración del plan se acoge el segundo punto de vista, lo cual trae como consecuencia, entre otras, el que el estudiante esté obligado a tomar una electiva en el área de ciencias y el que se incorporen al plan materias como matemática, lingüística y lógica moderna.

En cuanto al método se propone que la enseñanza de la filosofía se centre en el estudio de unos pocos pensadores, aquéllos en quienes mejor se manifiestan las grandes tendencias de la historia de la filosofía.

La filosofía, se dice ahí, no es un conocimiento obtenido por aglomeración de datos sino un estudio avanzado de problemas y de interrogantes. Kant decía que no se puede enseñar filosofía, pero sí a filosofar.

En consecuencia, no debe haber pasividad en los cursos, ni del estudiante respecto al profesor, ni del profesor respecto a los textos, sino diálogo renovado entre profesores y estudiantes.

El objetivo de la carrera es más bien el de formar futuros investigadores, quienes, integrados en grupos interdisciplinarios con los de otros departamentos, deberán de hacerse cargo de la función crítica y de reflexión, propia de la Universidad.

Más sucintamente, se expresan ideas similares en un Boletín Académico del Departamento de Filosofía, en agosto de 1975.

Esta tendencia, tan claramente manifestada como en lo citado anteriormente, de incorporar asignaturas de ciencias puras, se ha mantenido entre los profesores del Departamento de Filosofía, desde 1974, año en que comenzó mi colaboración con ellos. La incorporación se ha hecho efectiva en lógica y matemática, debido a que son las materias que mejor se integran con las filosóficas y que pueden ser más útiles en la reflexión filosófica. La lógica es indispensable para tales estudios; nació de ellos, aunque desde hace más de un siglo, haya construido casa aparte; quienes hacen teoría del conocimiento toman, con frecuencia, como punto de referencia, los conocimientos matemáticos. Además, estas asignaturas son requisito para el estudio de otras ciencias. Finalmente, el incluir otras asignaturas científicas, no electivamente, entrañaría un alargamiento del programa.

Recalco en el hecho de que ayuda grandemente que los profesores del Departamento al cual se presta servicio tengan una actitud definida y compartida mayoritariamente respecto al servicio; que no dependa de los cambios de dirección o de coordinación, y que no tambalee por intentos esporádicos de quienes, en un momento dado, puedan pretender imponer particulares (es decir, no de la mayoría) puntos de vista.

Cómo ha colaborado el Departamento de Matemáticas y Estadística en la programación del Departamento de Filosofía, es lo que ensayaremos contar en lo que sigue.

Distinguiré cinco ensayos de programa, cuya designación se hará mediante números romanos.

PROGRAMA I.

A principios de los anõs 70, el Departamento de Matemáticas y Estadística ofrecía dos cursos, de los que llama Fundamentos, para la carrera de Filosofía. El Departamento de Filosofía los completaba con un curso de lógica y con uno de metodología. Dichos dos primeros cursos no se distinguían, ni por su intención, ni por su contenido, de los que con el mismo nombre se ofrecían para otras carreras, específicamente aquéllas que no requieren conocimientos matemáticos como los requeridos en las ingenierías.

Los profesores se asignaban según las posibilidades del Departamento de Matemáticas y Estadística, sin que se tuviera en cuenta la familiaridad de ellos con temas filosóficos, tal vez ni siquiera, la seriedad que estuvieran dispuestos a concederles a los estudios filosóficos. Y es que no hay que olvidar la actitud de mucho profesional, de ciencias puras por ejemplo, respecto a los susodichos estudios. Profesores hubo que desecharon dicha docencia, debido a la fiebre con que algunos estudiantes atacaban la lógica y defendían la dialéctica, con frecuencia, sin entender ninguna de las dos, sino por un prejuicio al que se habían acogido desde antes de matricularse.

Una disposición indispensable de quien va a profesar un curso de servicio, es precisamente, la de estar dispuesto a prestar el servicio (esto lleva consigo una cierta permanencia); a cambiar su propio punto de vista, respecto al curso, de matemático profesional; a dispensar aquella visión (quizá parcial) de la matemática de que ha menestar la carrera con la cual colabora. Están de más, la arrogancia del científico puro y un cierto desdén condescendiente con quienes se consagran a un saber menos depurado.

PROGRAMA II.

Comencé mi labor con cambio de programa en los dos primeros cursos. En efecto, con base en lo deseado por el Departamento de Filosofía, los profesores del Departamento de Matemática y Estadística, Erwin Von der Walde y Jairo Charris, habían concebido dos cursos de fundamentos de Matemática, esta vez, con objetivos, contenidos y códigos distintos a los cursos homónimos destinados a otras carreras. Expresamente, los objetivos, los contenidos y las indicaciones metodológicas iban sujetos "a todas las modificaciones que el Departamento de Filosofía estime conveniente".

Se proponían ocho objetivos, que me permito enunciar abreviadamente, uno por cada punto seguido.

Poner al estudiante al corriente de: Los problemas conceptuales de la elaboración de una teoría matemática. Precisión y formalización del lenguaje ordinario. Conceptualización, terminología y notaciones de la matemática. Los sistemas numéricos y las estructuras subyacentes. El razonamiento riguroso. Los conocimientos previos a un curso de lógica. La formación e información matemática requeridas para el estudio de la filosofía de las ciencias. Las relaciones de equivalencia y de orden, y, las nociones de función y de operación.

En seis indicaciones metodológicas se recomendaba al profesor: Tener en cuenta la secuencia de los cuatro cursos. "Introducir la notación lógica más bien como abreviatura del lenguaje ordinario que como simbolismo puramente formal". Empezar cuanto antes con los conjuntos y relacionarlos con predicados, cuantificadores y deducción. Hacer más énfasis en los problemas conceptuales que en la manipulación de símbolos. Tener en cuenta los aspectos históricos, culturales y filosóficos de los problemas tratados y buscar ejemplos y ejercicios que tengan que ver con los intereses concretos de los estudiantes de filosofía. Motivar las exigencias de formalización para provocar la misma actitud en el trabajo de los estudiantes de filosofía.

El contenido está a la altura de los objetivos y de las indicaciones metodológicas. Enuncio solamente los títulos de los diez capítulos.

Primer semestre: ¿Qué es una teoría matemática? El cálculo de proposiciones. La formación de fórmulas. Teoría de conjuntos. Relaciones y funciones. Las teorías matemáticas como axiomáticas materiales. El logicismo. La formalización de la matemática. La estructuración. Las estructuras algebraicas y ordenadas.

Los textos recomendados eran:*Principles of mathematics*, de Allendoerfer, y, *An introduction to mathematical thought*, de Stabler.

Para el segundo semestre, otros diez capítulos: La estructura topológica de $\mathbb{R}$. Funciones continuas en $\mathbb{R}$. El cálculo diferencial. Máximos y mínimos. La integral. Integración. La categorización de la matemática. La indecidibilidad matemática y los trabajos de Gödel. El infinito actual en matemática. Tópicos especiales a juicio del profesor o según el interés de los estudiantes.

Como textos, a más de los dos ya citados, se recomendaban La *teoría de conjuntos*, de Kamke, y, *El teorema de Gödel*, de Nagel y Neuman.

Algún tiempo después, recibimos en el Departamento de Matemáticas y Estadística una carta de la oficina de Coordinación del Departamento de Filosofía, firmada por la titular de esta dependencia, Carmen Cecilia Cuéllar, de la cual voy a destacar cinco puntos.

a). La preocupación esencial del profesor no debe ser la de terminar el programa.

b). Los capítulos II y III del programa propuesto por los matemáticos para Matemática I, sobre cálculo proposicional y formación de fórmulas, respectivamente, son parte principal del curso de lógica y no deben, por tanto, figurar allí.

c). Habría que integrar de la mejor manera posible los dos cursos de matemática con el de lógica.

d). El programa para el curso de cálculo diferencial e integral es demasiado largo y da píe para que algunos profesores pongan a los estudiantes de filosofía a calcular integrales como si se propusieran ser ingenieros.

e). Hay que ligar lo más posible el pensamiento filosófico con el matemático y debe hacerse hincapié en el carácter formal de la matemática como ciencia.

De mi experiencia en el desarrollo del programa y de la carta dicha, se fue haciendo claro para mí que había que distinguir tres tipos de cursos entre los que están a cargo del Departamento de Matemáticas y Estadística:

* Matemática para matemáticos puros.

* * Matemática para las aplicaciones.

* * * Matemática para estudiantes de filosofía.

En el primero, se pide a los estudiantes una asimilación concienzuda de desarrollos teóricos y prácticos. En el segundo se pide aplicar correctamente los enunciados sin insistir en el aspecto deductivo.

En el tercero, un matemático explica a un filósofo cuáles son los grandes rasgos de la matemática actual, y, motiva su exposición con ilustraciones históricas y filosóficas. Hay que suponer que el filósofo de hoy en día sigue asombrándose, como sus predecesores, por el hecho de que el matemático, sin más intrumentos que el lápiz y el papel, llegue a construir explicaciones que, en veces, se adaptan experimentalmente al estudio de parcelas de la naturaleza. Surge entonces la pregunta: ¿Cómo es posible la matemática pura ? Necesita, desde luego, un requisito: ¿Qué es la matemática pura? Puede suceder también que el filósofo sienta el deseo de observar al matemático en su trabajo, para tratar de construir por analogía, instrumentos tan eficaces en la investigación. El estudiante de filosofía puede esperar, además, del matemáticoratar de

informaciones o explicaciones sobre temas matemáticos que han sido importantes en la historia de la filosofía, como las aporías de Zenón de Elea, los tres problemas griegos, o los cuerpos platónicos.

En el desarrollo mismo del programa, traté de ajustarme a él, desde mi propio enfoque, naturalmente. En Matemática I, seguí lo más de cerca posible a un nivel elemental los dos primeros capítulos de Bourbaki, sobre la descripción de la matemática formal y las generalidades de la teoría de conjuntos, respectivamente, haciendo mucho énfasis en los criterios deductivos, es decir, en el mecanismo de la demostración, valiéndome para ello, como los libros indicados por los programadores, de ciertos ejemplos clásicos de demostración como la de Euclides sobre la infinitud de los números primos. Precisamente por el hecho de que se tomen casos aislados no se obtiene la impresión de una cadena de relaciones que se deducen las unas de las otras, sino más bien la de un vagabundeo por islotes de deducción que no se saben qué nexos guarden entre sí.

La última parte del curso estuvo dedicada a las estructuras algebraicas: axiomas, ejemplos, significado dentro del formalismo e interpretación estructuralista.

Con los estudiantes que lograron aprobar Matemática I desarrollé el curso Matemática II en el segundo semestre. Como el análisis matemático es muy extenso me propuse orientarlos con la siguiente imagen: El centro de todo el análisis es la noción de límite. Hay luego los cuatro puntos cardinales del análisis: continuidad, diferenciación, integración, convergencia. Y me consagré a familiarizarlos con estas nociones y su manejo en casos muy sencillos. El inconveniente en éstos, es que no llega a verse claro el porqué de tanta sutileza en ciertos enunciados que hubo que hacer para cubrir los casos patológicos.

En un recuento por escrito de la experiencia, había consignado algunas observaciones para cursos por venir.

a). Los estudiantes acusan, salvo excepciones, una marcada tendencia a filosofar sobre matemática, en el vacío, a querer discutir sobre nociones y procesos que todavía no conocen, a no aceptar de buen grado el mostrar prácticamente la solidez de sus conocimientos.

b). A ello contribuyó la insistencia en el formalismo, la cual, por cierto, fue casi vana, dado que es forzado hacerla sobre una notable escasez de bases prácticas y teóricas.

c). Hubiera sido mejor emplear el tiempo en un adiestramiento con operaciones y problemas; la ausencia de destreza en el cálculo dificultó la comprensión de las nociones de análisis.

d). En el programa propuesto, había un capítulo dedicado a la geometría y su papel en la axiomatización. Dados los lejanos conocimientos geométricos de los estudiantes y la imposibilidad de un desarrollo conveniente, la explicación de esta parte del programa fue puramente verbal.

e). En el segundo semestre de 1974, para responder a una de las inquietudes de la carta mencionada más arriba y a las de los estudiantes del curso, hubo sesiones una vez por semana, dedicadas al aspecto filosófico de la matemática según grandes autores; los estudiantes mostraron buena voluntad para preparar las exposiciones que hicieron; algunos mostraron particularmente de qué manera adolecían de los defectos anotados en a).

Programa III.

Propuse este programa, como consecuencia de las observaciones anteriores y por convicción personal anterior a la experiencia de 1974. Considerado desde el punto de vista de 1984, este programa III apenas contiene algunas

modificaciones respecto al II.

Se compone de cuatro cursos de matemática de cinco horas cada uno, en semestres sucesivos así:

Matemática I. Números y estructuras algebraicas.

Matemática II. Análisis.

Matemática III. Geometría.

Matemática IV. Lógica.

Los capítulos del primer curso quedaron así: Elementos de lógica. Elementos de teoría de conjuntos. Relaciones y funciones. Cardinales. Números naturales. Anillo de los números enteros. Estructura de orden entre los naturales. Campo ordenado de los números racionales. Campo ordenado de los números reales. Campo de los números complejos. Estructuras algebraicas. Morfismos. Algebra de los polinomios.

La novedad de este programa de 1975, la constituían los seis capítulos del programa de geometría.

Los *Elementos*, de Euclides. Investigaciones acerca del quinto postulado. La proyección de la obra de Euclides hasta el siglo XIX, en particular, sobre *la Crítica de la Razón Pura*. Las nuevas geometrías y la sistematización de Hilbert. Diversas escuelas filosóficas respecto a la matemática. Versión bourbakista del programa de Erlangen.

Los objetivos y las indicaciones metodológias eran los mismos del Programa II.

En mayo del mismo año 1975, la Dirección y Coordinación del Departamento de Filosofía se mostraron interesados en tener una charla con los matemáticos encargados de los dos primeros cursos de matemática para estudiantes de filosofía.

PROGRAMA IV.

Surgió del encuentro consecuente y de reuniones posteriores de los profesores Clara Helena Sánchez, Carlos Vasco y Alberto Campos.

Una de las modificaciones significativas fue la de llamar a estos cursos, y ello fue iniciativa de los profesores del Departamento de Filosofía, con el nombre de Lógica y Matemática. Ello no entraña que se comience el estudio de la lógica en todo su rigor desde el primer semestre. Aunque sí se empiece con los rudimentos lógicos, el nombre traduce más bien la preocupación por la integración de los temas que se han de tratar durante los cuatro semestres; los tres primeros tienen por objeto la preparación más adecuada posible para el curso donde sistemáticamente se estudia la lógica que es el cuarto. Para que este curso sea lo más provechoso y lo más completo posible se requieren ciertos conocimientos previos, que en el nuevo programa se quieren ligar de la manera más estrecha posible con los temas de los tres cursos anteriores. Así:

Lógica y Matemática I. Relaciones, conjuntos, números y estructuras.

Lógica y Matemática II. Límite e infinito.

Lógica y Matemática III. Axiomática y Geometría

Lógica y Matemática IV. Lógica Matemática.

Por ejemplo, una parte del curso de lógica se ocupa del cálculo proposicional; al tratar este tema, muy formal en sí, los estudiantes no tendrían bases adecuadas para dicha abstracción si no tienen experiencia suficiente con el manejo de enunciados o de relaciones bien conocidos. Esta es la intención del primer curso, donde no se estudiarán relaciones en abstracto, ni técnicas avanzadas de cálculo; lo que se quiere lograr es familiarizar a los estudiantes con el material concreto, formado por las relaciones entre conjuntos, sobre todo entre conjuntos de números, ya conocidos éstos desde la enseñanza secundaria, pero presentados ahora sistemáticamente gracias a la noción de estructura.

De la misma manera, el concepto de infinito tiene posiblemente tanta importancia en algunos lugares de la historia de la filosofía como la que tiene ordinariamente en cualquier curso de matemática. Es conveniente un cambio de opiniones al respecto entre las dos disciplinas, la matemática y la filosofía.

¿Qué significa infinito en cada una de ellas ? ¿Lo mismo? ¿Son conceptos totalmente diferentes? ¿Son, en parte lo mismo y en parte diferentes? ¿Cuál ha sido, a este respecto, la influencia de una de las disciplinas sobre la otra? De allí que el tema principal del segundo curso tenga por objeto familiarizar al estudiante con este delicado concepto.

Igualmente, la lógica se ocupa de construcciones formales que, por definición, parten de axiomas. La lógica misma, desde luego, necesita axiomas. Ahora bien, lógicos y matemáticos no llegaron a entender qué era un sistema de axiomas sino gracias a la evolución de la geometría, desde Euclides hasta Hilbert, pasando por la invención de las nuevas geometrías, las de Bolyai y Lobachevski, principalmente. Esto justifica el curso tercero.

Los objetivos generales (los del Programa II menos el relativo a la lógica, cuya supresión había sido solicitada por el Departamento de Filosofía) y las seis indicaciones metodológicas continuaron enunciados como en el Programa II.

El contenido del programa Lógica y Matemática I quedó constituido por los trece capítulos de Matemática I en el Programa III; pero aquí con el nombre de Números y Estructuras (Algebra). El texto aconsejado era el *Algebra moderna* de Frank Ayres.

El curso Lógica y Matemática II. Límite e Infinito (Análisis) quedó constituido por cuatro grandes capítulos, según la idea expresada ya antes al comentar el desarrollo del curso de análisis: Límite y convergencia. Continuidad. Derivación. Integración. Lo significativo es ante todo que se haya sugerido como texto el *Qué es la Matemática*, de Courant–Robbins.

El curso Lógica y Matemática III. Axiomática y Geometría quedó con el contenido dado por los seis capítulos del Programa III. Hay un avance en cuanto se sugiere usar como texto el libro apropiado de los *Elementos y La axiomática*, de Robert Blanché.

El contenido del curso Lógica y Matemática IV. Lógica quedó así:

Cálculo proposicional. Proposiciones compuestas. Cálculo de clases y de predicados. Operaciones entre conjuntos. La formalización. Conjuntos compuestos. Relaciones binarias. Relaciones entre partes de un conjunto. Formalización del lenguaje ordinario con predicados y operadores. El texto sugerido fué el de *Introducción a la Lógica Simbólica*, de Patrick Suppes.

La charla de que se hizo mención arriba, había sido solicitada, en parte, debido a la desazón de los estudiantes respecto al programa de matemática. Los tres profesores mencionados volvimos a reunirnos para hacer un balance, el 5 de noviembre de 1975. Estas fueron las conclusiones.

Los estudiantes faltan con mucha frecuencia; por lo cual posteriormente no entienden las explicaciones. No hacen autocrítica, sino que le hechan la culpa al programa y al profesor. Antes tenían tres materias difíciles: Alemán, griego, matemática; obligatoria solamente les queda ésta última, dado que hicieron derogar las otras. Los estudiantes están de acuerdo en que sí se debe cursar matemática en filosofía, tal vez muy pocos por convicción, debido quizá a la influencia de la opinión de los profesores de filosofía, cuya convicción al respecto ya se ha descrito antes. La sugerencia de los estudiantes de que se curse como electiva no parece viable dentro de la organización actual del Departamento de Matemáticas y Estadística: se tendrían generalmente cursos con pocos efectivos cuyo número, para un curso en comienzo de carrera, no justificaría la destinación de profesores. Estuvimos de acuerdo en que teníamos todo el derecho a esperar, para ese primer semestre del 76, una decisión mayoritaria de parte de los estudiantes sobre su aceptación de los cursos de matemática en la carrera de Filosofía. Para un profesor de matemática no es nada atractivo un trabajo estudiantil a tirones o a empujones. Se pensó también en que dichos cursos podrían no estar ubicados en el lugar más conveniente y en que podría dejarse en libertad a los estudiantes para que se matricularan en ellos cuando se sintieran en condiciones de hacerlo. Se estimó que sería una solución, a condición de que no resultaran grupos demasiado pequeños. Se pensó, inclusive, en la medida represiva de llamar a lista sin falta para deshacer automáticamente los cursos de aquéllos a quienes su carencia de interés hubiera hecho completar rápidamente el número de fallas permitido.

Crítica de los programas anteriores.

Durante algún tiempo, de las cinco horas semanales del programa se dictaban, en promedio, unas tres; las otras dos se pasaban en la discución, que surgía espontáneamente, sobre los contenidos y el enfoque del programa.

Siempre ha permanecido en los cursos de filosofía un espíritu de diálogo que contrasta con lo que sucede casi en todos los demás cursos de matemática. No faltan uno o más estudiantes que traten de ver la relación existente entre la matemática que se les explica y la filosofía que están en la brega de asimilar. De ese cambio de opiniones entre la experiencia del profesor y la espontaneidad de las jóvenes inteligencias puede salir algo útil para ambas partes, a condición de que haya de parte del profesor un ánimo desprevenido, de que tenga confianza en su deseo de acertar, y, de que no tenga la pretensión de que los demás llevan las de perder si no aceptan que su personal manera de ver es aquélla fuera de la cual no hay salud.

De esta serie de discusiones con los estudiantes de filosofía, pues los profesores ya habían manifestado su desiderata, y después de cuatro años de ensayos, va a surgir hacia el año 77, el programa V que, con algunas modificaciones, rige desde entonces, con beneplácito de los profesores y de la mayoría absoluta, que no unánime, de los estudiantes de filosofía.

El proceso se fué desenvolviendo paulatinamente.

Se fué viendo que, a pesar de la buena voluntad de los interesados, el programa era casi irrealizable. Dada la extensión de los contenidos y lo delicado de algunos temas, no había ni la más remota posibilidad de dar por lo menos desarrollos en forma de telegrama para ellos. No había, ante todo, tiempo suficiente para que los estudiantes se familiarizaran con el cálculo algebraico. Desde luego escogían, de entre los temas para cada semestre, los que parecían imprescindibles para los cursos restantes y para los objetivos propuestos. Pero, ¿cómo enseñar correctamente la derivada si los oyentes no están diestros en cálculo algebraico? Por otra parte, ¿qué provecho podrían sacar los estudiantes para sus estudios filosóficos de su habilidad en el cálculo suponiendo que se hubieran dejado amaestrar mansamente? Quedaban mudos cuando intentaban sacarle algún sentido a la manipulación algebraica para obtener la derivada o la integral de alguna función. No les parecían claros ni el álgebra ni el análisis implicados en la operación. Y era esa claridad la que ellos perseguían. Un estudiante de ingeniería está dispuesto a aceptar que la derivada o la primitiva de una función es eso y no más, un número o una función que obtuvo valiéndose de la definición o de una fórmula que aplicó mecánicamente, entre otras motivaciones, porque sabe que no será ingeniero si no aprueba antes un determinado número de cursos de cálculo y que para ello es necesario que aprenda a derivar funciones muy complicadas y que no se pierda entre los laberintos de la integración. Para ello le basta el éxito de las operaciones que intervienen en el cálculo de los límites; tiene la paciencia suficiente para esperar ver la utilidad en posteriores aplicaciones a las cuales lo preparan el estudio de otras materias, como la física.

Un estudiante de filosofía, empero, carece de tal motivación, inicialmente, por naturaleza de los estudios a que se destina; varios entran a esta carrera para huirle expresamente a las matemáticas; o, sin que éste sea el caso, pueden estar profundamente interesados en la relación de la filosofía con las ciencias sociales; entonces, aprender a aplicar unas fórmulas de derivación para resolver problemas que no pueden ser sino ejercicios muy sencillos les parece una pérdida de tiempo. Si se trata de estudiantes inteligentes, estarán de acuerdo, tal vez, en que sería interesante ver porqué se ha llegado a la actual noción de derivada, desde los esbozos de Leibniz y Newton, pero para hacerlo como sería debido, serían indispensables otros conocimientos de historia, de matemática y de filosofía con los que lo primero que se conseguiría sería un alargamiento de programa, tema de discusión igualmente difícil en una programación.

Las situación era un poco diferente en cuanto a la primera parte, Números y Estructuras. Los temas estaban más cerca de lo que los estudiantes recordaban más o menos de la enseñanza secundaria; lo suficiente, por lo menos, para darse cuenta del refinamiento en la presentación de los conceptos y las sutilezas indispensables para esquivar los fantasmas de dificultades ya superadas en los fundamentos de la matemática.

El paso decisivo en este proceso se dio de la siguiente manera. En una de las discusiones se presentó un día un diálogo que fue, más o menos, así.

Estudiante. ¿La matemática que usted nos enseña es la matemática como la concibieron matemáticos antiguos?

Profesor. No. Es la matemática en la versión que le dan los matemáticos actuales.

Estudiante. Durante el primer semestre en historia de la filosofía, estudiamos a los Presocráticos y a Platón.

Profesor. ¿Y?

Estudiante. ¿Había matemática entre los Presocráticos?

Profesor. Naturalmente. Y una parte de la que se enseña actualmente es herencia de la que encontraron los matemáticos de aquella época que, por cierto, eran también filósofos.

Estudiante. ¡Profesor! ¿Por qué no estudiamos también nosotros esa misma matemática que nos ayudaría, tal vez, a entender mejor a los Presocráticos y a integrar el desarrollo de nuestros programas?

Confieso francamente que la propuesta me desconcertó. Mi buena voluntad se había manifestado de diversas maneras. Una de ellas discutiendo pacientemente acerca de mi misma presencia en el salón de clase dados los cuestionaminetos sobre la relación entre los estudios de matemática y los de filosofía. Había reservado expresamente una hora de clase en la semana con el fin de buscar dicha relación o de hacerla patente. Había escrito unos apuntes sobre el infinito que remontaban naturalmente hasta los primeros capítulos de la filosofía griega. Nunca se me había ocurrido, empero, hacer un recorrido sistemático por la matemática anterior a Euclides. Lo cual es explicable, desde luego, dada mi simpatía por la escuela estructuralista de Bourbaki; dado, también, cierto temor latente de ser criticado por colegas del Departamento por no estar enseñando una matemática bien "moderna".

Cuando salí de clase, estaba consciente de haber sorteado una polémica más, entre las muchas que hubo, dada la insatisfacción de los estudiantes con el programa, pero esta vez no con la misma suerte; sentía una cierta incomodidad de diversa procedencia, una especie de remordimiento por no haber acertado todavía a encontrar una solución para la dificultad, a pesar de haberla pesado y pensado durante tres años.

Estaba yo por esos días, muy ocupado también, en encontrar argumentos contra la presencia del cálculo diferencial e integral al final de la enseñanza secundaria y rápidamente pude entrever lo que tenían en común las dos situaciones: la temeraria presunción de dar a conocer a estudiantes muy pobremente motivados las delicadas nociones claves de dicho cálculo. Hay suficientes nociones claves en álgebra y en geometría más fáciles de comprender y tan aprovechables como las del análisis. Por otra parte, era digna de notar la cantidad de hallazgos de los pitagóricos, por ejemplo, y la manera como estaban ligados a la invetisgación filosófica, tema del primer curso de historia de la filosofía.

Me decidí, finalmente, a ensayar un radical cambio en la orientación del programa. Radical en cuanto el estudio de la matemática anterior a Euclides impediría, por consideraciones cuyo resultado era la imposibilidad de alargar el programa, la presentación de cualquier capítulo de análisis y obligaría a llevar los contenidos de Números y Estructuras a un semestre posterior. Si era acertado, en efecto, hacer un estudio de la matemática presocrática, sería un total desacierto, el dejar a los estudiantes con esos conocimientos nada más, que podrían inclinarlos a pensar que la matemática griega no habría variado, ni recibido modificaciones e incrementos que la distuingen perfectamente de aquélla.

En lugar de ensayar la presentación panorámica (de los programas anteriores) en álgebra, análisis, geometría había que tomar un hilo conductor bien diferente, ojalá más cercano a los intereses de los filósofos.

La mención de la matemática anterior a Euclides y el hecho de ser el de Euclides el primer sistema formal generalmente aceptado por los matemáticos, me dieron la clave. El hilo conductor sería la noción de sistema formal. Así aparecen de nuevo cuatro cursos: En el primer semestre, se ve la matemática pitagórica que brota espontáneamente y que conduce poco a poco a la necesidad de derivar unas relaciones de otras. En el segundo semestre, se ve la axiomatización a la manera de Euclides y la evolución de ésta hasta la de Hilbert. En el tercero, se ve la lógica como sistema axiomatizado. En el cuarto, la matemática como sistema formal. Es patente la necesidad de los cuatro cursos; no se puede suprimir ninguno sin descompletar el cuadro. Se puede apreciar, sin ningún esfuerzo, la evolución de la matemática. Y la noción de sistema formal es de las que debe de interesar a los filósofos; indiscutible, si ellos se ocupan de epistemología; si de ciencias sociales, baste mencionar al problema de axiomatización de las ciencias, en particular de las sociales; aunque sea para comprender su enunciado y lo que implica se necesita saber qué es un sistema formal.

PROGRAMA V.

El texto completo del programa V fué publicado en el primer número de la revista *Matemática, enseñanza universitaria*, en mayo de 1977. pp.61-74. Figuran allí los mismos objetivos generales e indicaciones metodológicas que en los programas anteriores. Hoy los considero demasiado ambiciosos. Baste mencionar que en el Boletín del Departamanto de Filosofía citado antes figura sintomáticamente como objetivo de cada uno de los cuatro cursos de matemática, cuatro de los objetivos generales, uno por cada curso. Los objetivos que me he propuesto y las indicaciones metodológicas que he seguido en las muchas veces en que posteriormente he tenido a mi cargo dichos cursos, creo que se pueden describir así.

Familiarizar al estudiante con algunos de los momentos más decisivos en la evolución de la concepción axiomática de la matemática. Dar la información y la formación, tanto en el razonamiento matemático como en el manejo de la lógica, que el estudiante requiere para el estudio de los textos filosóficos y para el ejercicio de la profesión para la que se prepara.

A más de estos dos objetivos generales para los cuatro cursos de matemática para la carrera de filosofía, hay las tres indicaciones metodológicas que siguen.

Nunca perderá de vista el profesor que los cuatro cursos de lógica y matemática integran una secuencia bien determinada destinada a la carrera de filosofía. El profesor basará sus explicaciones en, y tomará material para cuestionarios y ejercicios de, textos apropiados de los Presocráticos, de Platón, de Aristóteles, de Euclides, de Russell, de Hilbert y de Bourbaki. El profesor evitará que los estudiantes se lancen a hacer filosofía de la matemática (para lo cual no disponen todavía de los conocimientos suficientes) pero sí propiciará hábitos de precisión y de profundidad, indispensables también en el pensamiento filosófico.

Se enuncian, por último, los contenidos de cada uno de los cuatro cursos.

Primer semestre. Los Pitagóricos. Zenón de Elea. La escuela de Atenas. Platón. Aristóteles.

Segundo semestre. Axiomatización a la manera de Euclides. La demostración del teorema de Pitágoras en el libro I de los *Elementos*. El quinto postulado, motor en la evolución axiomática de la geometría. Kant: ¿cómo es posible la matemática pura? Geometrías no euclidianas. Imperfecciones axiomáticas en los *Elementos*. La crisis de los fundamentos de la matemática. El capítulo I de los *Fundamentos de la Geometría*, de David Hilbert. Axiomatización a la manera de Hilbert. La no contradicción de la matemática y la metamatemática. Gödel: limitaciones internas de los formalismos. La geometría de Euclides mediante grupos de transformaciones, de Klein. Axiomatización a la manera de Hilbert. Experiencia, intuición, axiomatización y sistemas formales. Ciencia y filosofía.

Tercer semestre. Cálculo proposicional. Cálculo de conjuntos y de silogismos. Las nuevas lógicas. Cálculo restringido de predicados. Cálculo generalizado de predicados.

Cuarto semestre. Las escuelas formalista, intuicionista y logicista. Lógica tradicional y lógica moderna. El logicismo de Russell. Deficiencias del tratamiento logicista. Los teoremas de Gödel. La probabilidad como formalización del azar. Implicaciones epistemológicas de la mecánica cuántica. La estructura algebraica de grupo. Raíces del estructuralismo matemático. El estructuralismo en la psicología del aprendizaje: Piaget. El estructuralismo en lingüistica y en antropología.