

HISTORIA DE LA MATEMÁTICA

HISTORIA Y ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA (*)

por

Luciano Mora

§ 1 Elenco histórico sobre el desarrollo de las Probabilidades y la Estadística.

En 2238 A.C., En China, se observó que en los estados y en las grandes ciudades, el cociente entre los niños varones nacidos y el total de nacimientos en cada año era, prácticamente, constante: primer fenómeno observado de "estabilidad estadística".

(*) Ponencia presentada por el autor en la I Reunión sobre Métodos Estadísticos en la Agricultura, realizada en Manizales los días 30 de Noviembre y 1º de Diciembre de 1976.

N. del E.

tica".

1654 La correspondencia entre Pascal y Fermat sobre el problema de los dados, sienta las bases del "Cálculo de Probabilidades" y el problema de tomar decisiones razonables en la incertidumbre se plantea en términos de "esperanzas matemáticas".

1662 John Grount publica "Natural and political observations on the Bills of mortality" aplicado a estudiar el crecimiento y la merma de las poblaciones.

1693 Edmund Halley escribe "An estimate of the Degrees of the mortality of Mankind drawn from curious tables of the Births and Funerals of the City of Breslaw" donde se da, por primera vez, una tabla de vida con las "probabilidades de supervivencia" para las personas entre el nacimiento y una edad x , o entre dos edades.

1713 J. Bernoulli da a conocer "Ars Conjectandi" donde se aplica, por primera vez, la idea de la probabilidad a la conducta humana.

1718 A. de Moivre en su "Doctrine des Chances" escribe: "Otro uso que es posible hacer de esta Doctrina del azar" es, en unión de otras partes de la Matemáticas, "como una introducción adecuada al arte del razonamiento".

1735 A. De Moivre, aproximando la suma de Bernoulli: $(a + b)^n$, vislumbra la Ley de distribución Normal.

1798 T. Malthus, publica el "Ensayo sobre el principio de la Población" donde se estudia el papel de ésta en el crecimiento, la estructura y la organización de una Sociedad.

1812 Laplace, en la "Teoría Analítica de la Probabilidad" sugiere que cada medida de una magnitud es una entre muchas posibles que resulta de la acción simultánea de muchos factores aleatorios (errores elementales). En ciertas condiciones, la superposición de muchos errores elementales, conduce a la Ley Universal de los errores (Ley Normal de Laplace). Las probabilidades en cadena, precursoras de los procesos de Markov, figuran también en esta obra.

1814 Laplace en "Essai Philosophique des probabilités" trata a las probabilidades como "reglas de la inferencia razonable".

1816 Gauss, en "Determinación de la exactitud de las observaciones" establece la idea del "error medio" y sienta el principio de los "mínimos cuadrados": una incógnita debe determinarse con la condición de que la suma de los cuadrados de los errores medios sea mínima. En 1820 estudia exhaustivamente las propiedades de la Ley Normal (Ley de Laplace-Gauss).

1827 R. Brown observa el movimiento errático de pequeñas partículas en suspensión (movimiento browniano).

1853 Quetelet organiza los Congresos Internacionales de Estadística e introduce conceptos tales como "el hombre promedio", "variabilidad", etc.

1855 A. Guillard publica "Éléments de statistique humaine" con el propósito de hacer el "estudio matemático de las poblaciones, de sus movimientos generales, de sus condiciones físicas, civiles intelectuales y morales.

1859 C. Darwin realiza experimentos biológicos sobre velocidad de crecimiento y plantea la cuestión de saber si un efecto puede "suponerse razonablemente debido al azar".

1865 Mendel publica sus "Experimentos sobre híbridos en las plantas".

1888 Sir Francis Galton señala que los biólogos se ven frecuentemente abocados a medir cantidades inter-relacionadas. Introduce la idea de "media condicionada" y de "regresión sobre la media": la tendencia de los padres altos para originar hijos de talla media.

1889 Galton discute el problema de la estadística en la herencia natural y el de la extinción de los apellidos, planteado, este último por Adol-

phe Candolle (1873).

1900 Re-descubrimiento de las Leyes de Mendel por Schermak y Correns.

1901 Fundación de la revista "Biométrica" por Weldon y Pearson.

1903 Pearson muestra que las Leyes de Mendel cumplen la Ley Normal y que los valores de las corrrelaciones observadas se deben a la combinación de los factores mendelianos.

1904 Weldon realiza el experimento de los dados: (En 315.672 ensayos observó 106.602 veces las caras 5 y 6, en vez de 105.224 que podían esperarse en caso de que la probabilidad fuera un tercio. Se planteó la cuestión: ¿ Debemos desechar la hipótesis: $p = 1/3$?

1905 Pearson propone la prueba de "Chi cuadrado" (χ^2) para probar la compatibilidad entre frecuencias esperadas y observadas y explicar la discrepancia de Weldon.

1908 Student (W.S. Gpsset) desarrolla la "distribución t " en "The probable error of a mean". Se inicia el método de la distribución de los parámetros (estadísticos) y la estimación de los mismos con las "pruebas de significación".

1914 Mc Kendrick, trabajando en un modelo pa

ra enfermedades contagiosas encontró la distribución binomial negativa.

1915 Sir R.A. Fischer encontró la ley z de distribución del coeficiente de correlación r , que aplica al problema de la significación de éste.

1919 R.A. Fischer es llamado por sir John Russel a la Rothemstead Experimental Station.

1920-25 R.A. Fischer establece la "Teoría de las pruebas de hipótesis" y la "Teoría de la Varianza".

1925 R.A. Fischer en "Theory of statistical estimation" establece los "tres criterios de estimación"; a) de consistencia: cuando la muestra coincide con la población, el estadístico debe ser igual al parámetro; b) de eficiencia: es de las muestras grandes, cuando la distribución de los estadísticos tiende a la normalidad; se debe escoger al estadístico que tenga el menor probable; c) de suficiencia: el estadístico elegido, debe recoger toda la información pertinente incluida en la muestra.

1925 Dublín y Lotka publican su artículo "Tasa intrínseca del crecimiento de las poblaciones".

1926 R.A. Fischer en "Contributions to mathematical statistics", define exactamente el concep

to de "verosimilitud máxima" (maximum likelihood), diferenciándolo de "probabilidad matemática".

1926 F.P. Ramsay en "Truth and Probability" plantea el punto de vista "personalista" de la teoría de la decisión, en contraste con la teoría "objetivista" de De Finetti ("La previsión, ses lois logiques, ses sources objectives").

1927 U. Yule introdujo nuevos métodos para analizar oscilaciones en series temporales.

1935-49 Fischer, Yates y Mahalanobis, establecen la Teoría del Diseño Experimental que incluye el muestreo, como caso particular.

1950 A. Wald en "Statistical decision functions" re-examina el problema de las pruebas de hipótesis y la teoría general de la decisión y las aplica a la teoría del control de la calidad.

1954 L. Savage en "Foundations of statistics" y Milnor en "Decision Processes" presentan, el primero, una nueva fundamentación de la estadística según las líneas "personalistas" y el segundo, lo mismo para la teoría de la decisión. Según esto la probabilidad mide la confianza de un individuo particular en una proposición específica y en las decisiones interviene radicalmente el criterio del juez.

La investigación continúa en estas direcciones polémicas.

§ 2 Comentarios.

Esta somera reseña histórica, que cubre 3 siglos 1654-1954, permite algunas observaciones:

1. El fenómeno de las "regularidades estadísticas" o, como se dice también, de la "estabilidad de las frecuencias" se conoce desde la más remota antigüedad humana: no únicamente la constancia de la proporción de niños nacidos sobre el total de nacimientos en un año, comentada por Laplace en el "Essai Philosophique", sino también otras constantes observadas a partir de los siglos 17 y 18, tales como el porcentaje de defunciones en cada tramo de edad para distintos sectores poblacionales; la distribución de las personas (en cada sexo, edad, nacionalidad) en cuanto altura, peso, longitud del paso, etc., las frecuencias en experimentos con monedas, dados y agujas que, inclusive fueron utilizadas para dar aproximaciones para el número pi. En nuestra época, con la generación de números aleatorios con los métodos computables de Monte Carlo, se han bajado los dígitos 0, 1, 2, ..., 9 en tandas sucesivas para observar la aparición del dígito 7, con los siguientes resultados: en el primer lote de mil números apareció 95 veces; en el segundo, 88; en el tercero 95; en el cuarto 112; en el quinto 95; lo cual da frecuencias de aparición de 0.095; 0.088; 0.095; 0.112 y 0.095, res-

pectivamente que, aunque fluctúan, siempre lo hacen alrededor de 0.1 que es el valor de la "probabilidad" teórica de elegir 7, al azar, entre los 10 dígitos. Esta es la "Ley Universal del Azar" o "Ley de los grandes números". Más exactamente: si notamos con m el número de casos en que aparece un suceso A entre n "pruebas independientes", se encuentra que el cociente m/n , para n bastante grande, en la gran mayoría de las series de observaciones, permanece casi constante, siendo cada vez más raras las desviaciones a medida que n aumenta.

Aparece así, nítidamente, lo estadístico anhelado en la teoría matemática de las probabilidades. Esta tiene como objeto, según la conocida definición del Prof. Khintchine: " El estudio de los fenómenos grupales, o sea, fenómenos que ocurren en conjunto numeroso de objetos esencialmente de la misma naturaleza y el descubrimiento de las leyes generales implicadas por el carácter masivo de tales fenómenos y que dependen relativamente poco de la naturaleza de los objetos individuales".

Pero, entonces ¿cuál es lo específico de la "Estadística" ?

En nuestros cursos acostumbramos distinguir: Estadística descriptiva o empírica. Teoría Estadística que, a veces, subdividimos en Estadística

Matemática y Procesos Aleatorios. Pero es posible que en esta nomenclatura perdamos el consenso; por eso, digamos, más bien, que la Estadística se ocupa de objetos que pueden contarse o medirse apropiadamente con el objeto de desentrañar las regularidades masivas, latentes detrás de las fluctuaciones, y cuya interpretación e ilación debe hacerse en el cuerpo de una teoría estadística (la cual contempla diversos modelos y procesos matemático-probabilísticos).

2. La reseña histórica demuestra que los estudios estadísticos se aplicaron primero a lo humano y lo social; luego a lo biológico y finalmente a lo físico. Así en 1833, cuando se fundó la Sociedad Estadística Británica, bajo los auspicios de Quetelet, se declaró como objetivo; "investigar los hechos relativos a las comunidades humanas, que puedan expresarse por medio de números y que al extenderse a un número grande de individuos, revelen leyes generales". Los estudios estadísticos en Biología empezaron en 1859 con Charles Darwin quien fué, como justamente lo ha señalado Schrödinger: "la primera persona que logró conciencia del papel vital de la estadística. Su teoría se apoya en la Ley de los Grandes Números". En Física, dejando aparte el problema de controlar los errores de las observaciones astronómicas que atacó Gauss, la Estadística ingresa en forma franca con el estudio de las velocidades

moleculares realizado por Maxwell y Boltzmann en 1860, con la conexión entre entropía y probabilidad logrado por Boltzmann en 1876 y con la Mecánica Estadística de W. Gibbs de 1889. Ahora todas las ramas de la ciencia, desde la Medicina a las Telecomunicaciones, están impregnadas por los métodos estadísticos.

Pero el cuadro histórico muestra que el desarrollo de la Estadística, como cuerpo de teoría autónomo, tuvo lugar entre 1880 y 1954, hace apenas 90 años, con las siguientes etapas principales:

a) 1888 - 1908. En estos 20 años, dominados por las personalidades de Galton, Weldon y Pearson, se introducen las ideas de correlación y regresión; se establece la correspondencia entre diversos fenómenos con modelos estadísticos como en los casos de la extinción de los apellidos familiares y de la transmisión de los caracteres mendelianos y se plantea la cuestión de la significación de las observaciones contra el marco de una hipótesis, que conduce a Pearson a la distribución de Chi cuadrado.

b) Entre 1908 y 1915, con los nombres de Student, Mckendrik y otros, el problema dominante es de la "estimación", o sea, encontrar métodos para calcular, a partir de una muestra, promedios, varianzas, en general, "estadísticos", que permiten

estimar los parámetros de una población hipotética, cuestión que se reduce al problema matemático de determinar la distribución muestral de cada estadístico, por ejemplo, la distribución de Student.

c) Entre 1915 y 1950 corren 35 años de brillantes desarrollos centrados en el nombre de sir Ronald Fischer. Después de resolver el problema de la distribución del coeficiente de correlación con su famosa ley z , Fischer ingresó en la Estación Experimental de Rothamstead. Se propuso, entonces, realizar un re-planteamiento general y coherente de toda la problemática estadística que estaba sobre el tapete en esa época y edificar los "métodos de inferencia estadística inductiva" sugeridos por el problema de interpretar y diseñar, en forma válida y eficiente los experimentos agrícolas, en los cuales la variabilidad de los factores observables e inobservables debe incluirse inexorablemente. Progresivamente, Fischer estableció el Análisis de la Varianza que desplazó el método de la correlación de Galton y que permite explorar y descomponer las fuentes de variación múltiple; con esto, re-planteo los problemas de las pruebas de hipótesis, de la estimación de los parámetros y creó el método de la "máxima verosimilitud" y la Teoría del Diseño Experimental que incluye al Muestreo como caso particular, para lo cual, debió idear nuevos métodos como la teoría del confounding en experimentos factoriales utilizando la

teoría de los grupos y también los cuadrados latinos de Euler.

Se disponía ahora de una técnica completa para la experimentación estadística exacta, que aseguraba la aleatorización estricta y permitía establecer relaciones causales cuantitativas y bien determinadas entre tratamientos y resultados.

El genio innovador de Fischer queda patentizado con las palabras que él mismo intercaló en la memoria N° 17 de sus "Contributions to mathematical statistics" de 1926: "Los experimentos grandes y complicados tienen mucha mayor eficiencia que los sencillos. Ningún aforismo se repite con mayor frecuencia, en conexión con las pruebas de campo, que éste: debemos formular a la Naturaleza pocas preguntas, o, en el caso ideal, sólo una pregunta cada vez. Quien esto escribe está convencido de que esta opinión es completamente equivocada. Sugiero que la Naturaleza responderá óptimamente a un cuestionario lógico y cuidadosamente elaborado; de hecho, si le formulamos una sola pregunta, frecuentemente se negará a responder hasta que otro tema haya sido elucidado".

3. Pero, naturalmente, nuevas vetas de desarrollo de la Estadística se abrían en otras direcciones. Como puede verse en el listado histórico, el "problema de la decisión" que estaba latente

desde los tiempos de Pascal y de Laplace, y al cual el mismo Fischer contribuyó significativamente, fué retomado en 1926 por Ramsay con su novedoso planteamiento de las "probabilidades subjetivas"; en 1950 por A. Wald con la teoría de las funciones de decisión" y en 1954 por Milnor con la teoría de la intervención crucial de los criterios del juez. En este campo de controversia, la investigación prosigue en nuestros días.

Por otro lado, es claro que la teoría de la experimentación exacta de Fischer tiene un limitante empírico por el hecho de que no es posible extrapolar más allá de las condiciones particulares de cada experimento. De aquí la necesidad de enriquecer y extender estos resultados englobándolos en el marco de la "Teoría Estadística" o sea de los Modelos Estadísticos y de los Procesos Estadísticos.

En efecto, en muchos procesos que ocurren en poblaciones discretas, los cambios aleatorios son los elementos decisivos: en la evolución por selección natural, en el régimen de una población que evoluciona por nacimiento y muerte, en el progreso de una epidemia, en las coyunturas ecológicas, en el comportamiento de una serie temporal, etc.; en estos casos, la dinámica y las fluctuaciones estadísticas deben analizarse sobre el telón de fondo de un modelo adecuadamente especificado que

responda por las interacciones de las variables claves. Se comprende, entonces, que las observaciones de estos fenómenos, o sea, las realizaciones de procesos estocásticos, no pueden analizarse con los métodos estadísticos corrientes; pero, dentro del marco de la Estadística clásica queda el "problema de la especificación", o sea, de la elección del modelo hipotético más adecuado; por ejemplo, modelo de Poisson para el régimen de los accidentes de tránsito; modelo binomial para la transmisión de caracteres mendelianos; modelo binomial negativo para la propagación de las epidemias; modelo de Pareto para la distribución del ingreso, etc. Queda también en el terreno clásico el problema de la "inferencia estadística" para verificar el modelo elegido contra la información disponible, para estimar promedios y otros estadísticos del modelo y para reducir los datos a dimensiones manejables. En este campo, o sea, en la Teoría Estadística de los procesos dinámicos, la teoría matemática de las probabilidades es inevitable y ocupa el lugar central.

§ 3 El problema de la enseñanza estadística.

Quisiera utilizar las observaciones que anteceden para decir unas palabras sobre el problema de la enseñanza de la Estadística en la Universidad. Expreso mi convicción de que la retrospectión histórica permite valorar la significación

de las distintas contribuciones, trazar períodos determinantes y señalar niveles de desarrollo de una ciencia. Sostengo que los materiales que han logrado una consolidación diáfana, deben enseñarse en forma sencilla y nítida, con la fundamentación necesaria y suficiente para asegurar la cabal comprensión de los conceptos, de los métodos y de las aplicaciones. Los materiales más avanzados que muestran cómo se lograron los resultados cristalizados o que tocan con las nuevas direcciones investigativas, deben enseñarse en un nivel más elevado, teniendo en mira la formación de especialistas, capaces de aclarar, de hacer asequibles y de impulsar esas investigaciones.

Con estos criterios, si tuviera que diseñar un curso semestral de Estadística, elemental y universal, o sea, dedicado a poner a disposición de técnicos e ingenieros los métodos estadísticos definitivamente establecidos, procedería paralelamente al desarrollo histórico de esta ciencia, en la siguiente forma:

CAP. I Reseña Histórica. (3 h.)

CAP. II La información empírica. Calidad de los datos gráficos y diagramas. Manejo aritmético y tablas. Mínimos cuadrados. (8 h.)

CAP. III Distribución de frecuencias. Medidas

centrales. Medidas de dispersión. Cálculos simplificados. Momentos. (6 h.)

CAP. IV Correlación y regresión. Diversas circunstancias de cálculo. (6 h.)

CAP.V Teoría de Probabilidades. Regularidades estadísticas. Ley de los grandes números. Teoremas de la suma y del producto de probabilidades. Extensiones y consecuencias. Distribución de probabilidad. Esperanza matemática. Función generatriz de momentos y Función característica. Pruebas de Bernoulli.(8 h.)

CAP. VI Algunas distribuciones importantes. La distribución binomial, la distribución de Poisson. La distribución normal. Tablas y aplicaciones.(5h.)

CAP. VII Pruebas de significación: Asociación, contingencia, bondad de ajuste. La distribución χ^2 (utilización de) (5 h.)

CAP. VIII Muestreo simple. Muestras grandes y pequeñas. Estimación de los parámetros, Distribución muestral. Error estandar. Empleo de las distribuciones t y z. (8 h.)

CAP.IX Análisis de varianza y covarianza. Empleo de la distribución F. (5 h.)

CAP.X La Teoría general de la estimación y la inferencia inductiva. Diseño de experimentos. Diseño factorial. Cuadrados latinos Aleatorización. (8 h.)

El total de horas es de 64; por tanto, el curso podría dictarse en 4 meses hábiles con una intensidad de 4 h/s. Quedaría el problema del nivel y de la amplitud con que se tratarían los temas. La única forma efectiva de resolverlo es redactar las notas del curso.

Sección de Matemáticas
Universidad Nacional de Colombia
Manizales, 1976.