Boletín de Matemáticas
Vol. XI (1977), págs. 101-112

ENSENANZA DE LA MATEMATICA

SUGERENCIAS PARA LA PROGRAMACION DE MATEMATICAS EN LA CARRERA DE INGENIERIA

por

Alberto Campos

1. Ocho cursos de Matemáticas para Ingenieros.

Se propone aquí un programa de matemáticas para la cerrera de Ingeniería, distribuído en tres bloques llamados respectivamente: álgebra, cálculo, geometría.

No hago ningún comentario sobre la columna correspondiente al cálculo, porque la materia es suficientemente conocida, cuenta con la experiencia de muchos profesores y es casi inmodificable debido a los temas que deben estudiarse y a las restricciones impuestas por los otros cursos de la carrera. A grandes rasgos, dichos temas son para

Cálculo I : Funciones reales de una variable real

Cálculo II : Funciones reales de dos variables reales.

Cálculo III : Cálculo Vectorial.

Cálculo IV : Ecuaciones Diferenciales.

Cálculo V : Matemáticas Especiales.

El curso que aparece con el título de Algebra es un curso absolutamente indispensable por cuanto que se trata de una introducción a la matemática contemporánea. Contiene cinco grandes capítulos: conjuntos, relaciones, funciones, números y estructuras.

Hay en cambio una gran indecisión en lo concerniente a los cursos de Algebra Lineal y de Geometría Lineal. Se piensa que la mejor manera de comprender el Algebra Lineal es haciendo un curso previo de Geometría y a poco que se haya avanzado en el desarrollo de éste, se encuentra con que se necesita forzosamente del Algebra Lineal para poder seguir adelante. Lo cual era de prever. No es la geometría la que explica el álgebra, a pesar de los malos hábitos de algunos expositores que confunden la geometría con los monigotes que se emplean para ayudar a la imaginación, es partiendo del álgebra como se puede obtener una explicación completa de toda la geometría elemental.

Ver: sugerencias para la programación en la carrera de Matemáticas Puras (*) . Está en la intención del programa que se propone más adelante para el álgebra lineal el que las primeras semanas estén dedicados al estudio, como espacios vectoriales, de situaciones que el alumno de ingeniería ya conoce en el segundo semestre y que contribuyen a la motivación y al enriquecimiento intuitivo de los temas que se van a considerar.

A los ocho cursos del cuadro adjunto se debe añadir seguramente un curso de Estadística (o de Estadística y Probabilidad) cuyo lugar más apropiado parece ser el cuarto semestre.

Ocho cursos de Matemática para Ingenieros			
Sem.	ALGEBRA	CALCULO	GEOMETRIA
1	Algebra	I	
2	Algebra Lineal	II	
3		III	Geometría Lineal
4		IV	
5		V	

(*) Ponencia presentada en la "Mesa redonda sobre currículos de la Carrera de Matemáticas" y que aparece en esta entrega del Boletín. N. del E.

Semestre 1

Algebra : conjuntos, funciones, números y estructuras.

Cálculo 1 : funciones reales de una variable real.

Semestre 2

Algebra Lineal : (Ver programa adjunto).

Cálculo 2 : funciones reales de dos variables reales.

Semestre 3

Geometría Lineal : integrales curvilíneas, campos de vectores, diferenciación, integración, teoremas de Green-Riemann, Gauss-Ostrogradski, Stokes.

Semestre 4

Ecuaciones Diferenciales.

Semestre 5

Matemáticas Especiales.

2. <u>Observación sobre el desarrollo de los programas.</u>

El rigor no consiste en demostrarlo todo sino en que los estudiantes sepan:

a) Qué significan cada uno de los términos empleados.

b) Qué enunciados son axiomas.

c) Qué enunciados son definiciones.

d) Qué enunciados son teoremas.

e) Qué teoremas se admiten sin demostración.

La asimilación se traduce en la coordinación de ideas que los estudiantes manifiesten al aplicarlas a ejemplos, ejercicios y problemas.

Conviene distinguir tres niveles en la enseñanza de un tema matemático.

<u>Nivel experimental</u>. (Percepción, sentidos, sentido común, vivencias). Es el del cálculo efectivo, por ejemplo. Se emplean aproximaciones para números irracionales así: 3,1415 para Π. ¿Cómo explicar la diferencia entre números racionales e irracionales?

Nivel intuitivo. Se obtiene una idea clara y distinta, no formalizada, de número irracional: un número que admite un desarrollo decimal donde no aparecen períodos.

Nivel Formal. Los números reales constituyen un campo conmutativo ordenado completo.

Se formaliza en el vacío si no se tiene una idea intuitiva de la situación que se quiere exponer axiomáticamente.

3. Programas de Algebra Lineal y de Geometría Lineal.

Algebra Lineal

I

(Q,+), (R,+). (Otros repasos si es necesario).

II

Conjunto de fuerzas aplicadas en un punto, suma o resultante (ley del paralelogramo). Producto de una fuerza por un número real. Velocidades, aceleraciones,..., R^2. Suma de parejas de números reales. Grupo conmutativo. Producto de una pareja de números reales por un número real. 4 propiedades de esta ley externa. Estudiar igualmente R^3.

III

Estructura de espacio vectorial. Ver de nuevo los ejemplos anteriores y añadir los siguientes muy importantes: R^n. Funciones reales de variable real.

Subespacio vectorial. Ejemplos importantes: R^m en R^n, m n. Funciones afines, polinomias, continuas, derivables, integrables.

V

Intersección, suma y suma directa de espacios vectoriales. Espacios suplementarios. Espacio cociente.

VI

Combinación lineal. Dependencia e independencia lineal. Conjunto generador. Base. Dimensión.

VII

Aplicaciones lineales u homomorfismos. Imagen por una aplicación lineal. Núcleo de una aplicación. Isomorfismos. Endomorfismos. Automorfismos. Espacio vectorial de aplicaciones lineales. Anillo y álgebra de endomorfismos. Automorfismos involutivos.

VIII

Matriz de una aplicación lineal. Espacio vectorial de matrices (l,k). Anillo y álgebra de matrices cuadradas.

IX

Formas bilineares antisimétricas sobre un espacio vectorial de dimensión dos. Determinantes de orden 2. Determinante de una matriz y de un endomorfismo. Dependencia e independencia lineal de vectores. Inversión de matrices (2,2).

X

Formas trilineales antisimétricas sobre un espacio vectorial de dimensión tres. Determinantes de orden 3. Dependencia e independencia lineal de vectores. Inversión de matrices (3,3). Generalización. Orientación de un espacio vectorial.

XI

Sistemas lineales de e ecuaciones con i incógnitas en un espacio vectorial de dimensión n. Escritura matricial $mv = v_o$. Interpretación en términos de espacios vectoriales. Caso especial $i = e = n$ (Cramer). Solución matricial $v = m^{-1}v_o$.

XII

Si un sistema no es de Cramer, buscar subespacios vectoriales donde se puedan plantear sistemas a la manera de Cramer.

Valores y vectores propios de endomorfismos de espacios vectoriales de dos y tres dimensiones.

Geometría Lineal

1. El espacio vectorial R^n.
2. Las translaciones vectoriales son biyecciones.
3. Las translaciones vectoriales no son aplicaciones lineales.
4. El grupo $(R^n, +)$ opera sobre R^n.
5. El espacio afín $A(R^n)$.
6. El grupo de las translaciones puntuales.
7. Bipuntos y equipotencia.
8. Punto medio de un bipunto.
9. Paralelogramo.
10. El espacio afín punteado.
11. Las translaciones puntuales son aplicaciones lineales entre espacios afines punteados.
12. Variedades afines reales.
13. Intersección de variedades afines.
14. Paralelismo entre variedades afines.
15. Puntos afinmente independientes.
16. Baricentro de un número finito de puntos.

17. Referenciales afines.

18. Coordenadas.

19. Cambio de referencial.

20. Aplicaciones afines.

21. Imagen de una variedad afín mediante una aplicación afín.

22. Invariantes afines.

23. El grupo de las biyecciones afines de un espacio afín.

24. Biyecciones afines y paralelismo.

25. Ecuación de una variedad afín.

26. Rectas afines en $A(R^2)$.

27. Rectas afines en $A(R^3)$.

28. Planos afines en $A(R^3)$.

29. Forma bilineal simétrica.

30. Producto escalar euclidiano.

31. Norma.

32. Desigualdad de Cauchy-Schwarz.

33. Desigualdad de Minkowski.

34. Vectores ortogonales.

35. Bases ortonormales.

36. Espacios ortogonales.

37. Cambio de bases ortonormadas.

38. Matrices ortogonales.

39. Producto vectorial en R^3.

40. Producto mixto en R^3.

41. Identidad de Lagrange.

42. Distancia.

43. Espacio afín euclidiano.

44. Variedades afines perpendiculares.

45. Teorema de Pitágoras.

46. Distancia de un punto a una variedad afín.

47. Grupo de las similitudes lineales.

48. Matriz de una similitud lineal en R^2.

49. Similitudes positivas y negativas.

50. Angulo entre dos vectores.

51. Invariante fundamental de la geometría símil.

52. Similitudes afines.

53. Centro de una similitud.

54. Teorema del coseno.

55. Teorema del seno.

56. Similitud de triángulos.

57. Isometrías lineales.

58. Matriz de una isometría lineal.

59. Isometrías afines.

60. Isometrías afines involutivas.

61. Simetrías.

62. Invariantes isométricos.

63. Triángulos isométricamente equivalentes.

64. Factorización de isometrías.

65. Clasificación de las cónicas (aplicación de valores propios).

Universidad Nacional de Colombia
Bogotá.