Boletín de Matemáticas
Vol. XI (1977), pag. 47-61

CAMBIOS EN LA TAREA PROFESIONAL DEL INGENIERO (*)

por

Dario Valencia

a) Mayor utilización de la Matemática.

Complejidad de grandes problemas frente a la intuición y la experiencia.

"Matematización" de la Ingeniería. Enfasis en el por qué de las cosas ha conducido a las "Ciencias de la Ingeniería".

(*) Resumen esquemático de la conferencia del autor en el V Coloquio Colombiano de Matemáticas.

Aplicabilidad de muchos métodos matemáticos a cuestiones de Ingeniería "Matemáticas Aplicables".

b) Importancia creciente de la probabilidad y la Estadística.

El camino está pleno de incertidumbres.

Diseño económico de sistemas sujetos a factores inciertos.

Demandas
Parámetros: Variables aleatorias?
Coeficientes de seguridad.

"Toma" de decisiones en presencia de incertidumbres.

Ponderación del riesgo
Beneficios y Costos
"Probabilidad Clásica" vs. "Probabilidad Subjetiva".
Teoría de Utilidad.

c) Aparición de los Computadores.

Relevamiento en el trabajo mecánico
Mayor tiempo para el análisis
Aplicabilidad de antiguos métodos matemáticos
Generación de alternativas para una mejor de-

cisión.

Resolución de complejos modelos de la realidad.

Analisis de sistemas.

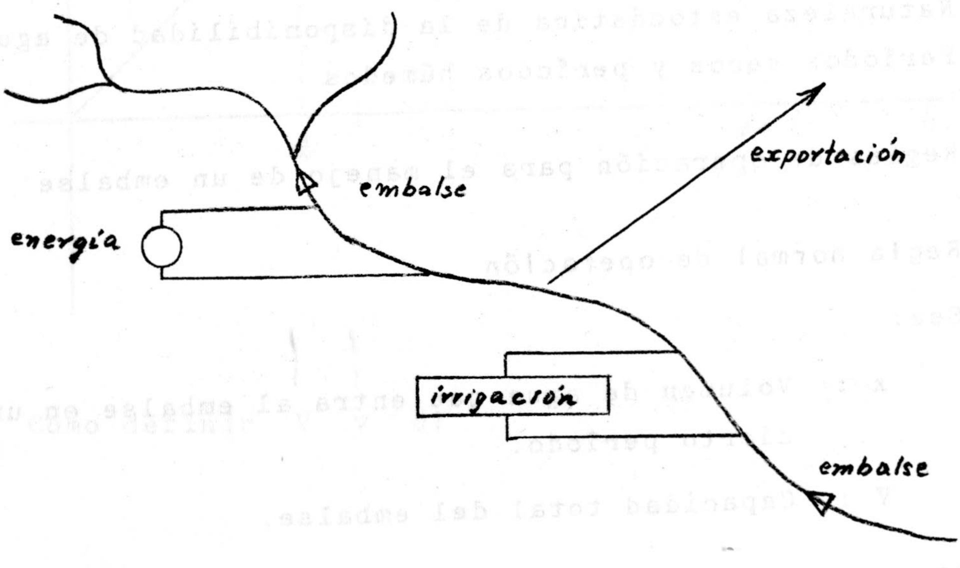
Los grandes proyectos de Ingeniería vistos como sistemas.

Diseñar es optimizar a la luz de unos objetivos.

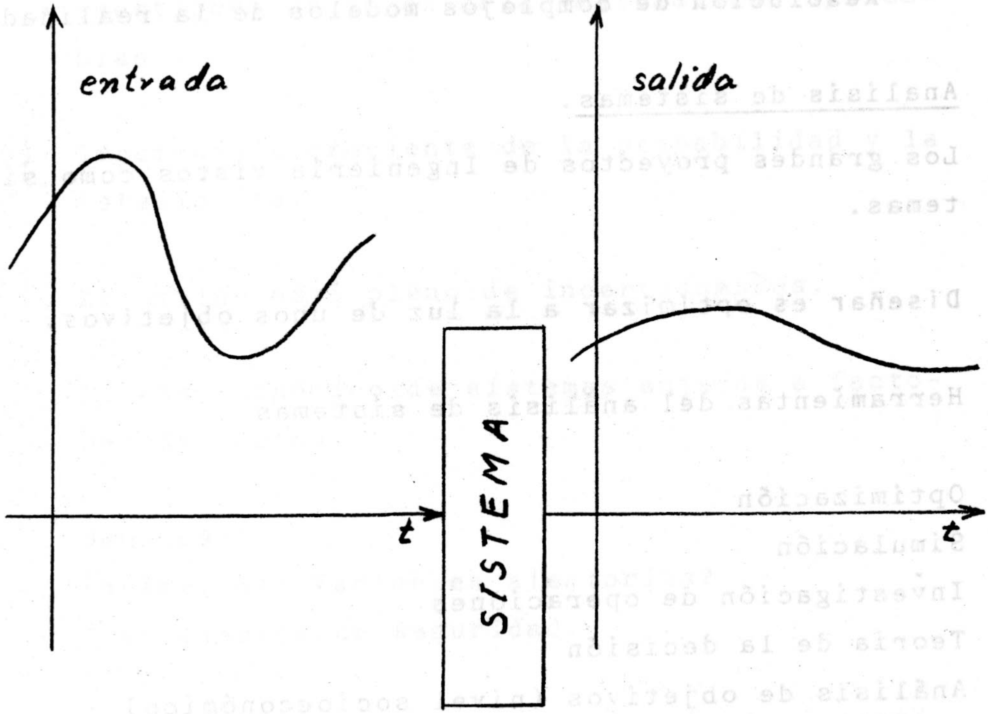
Herramientas del análisis de sistemas

Optimización
Simulación
Investigación de operaciones
Teoria de la decisión
Análisis de objetivos (nivel socioeconómico)

Sistemas de Recursos Hidrícos. Planeación y Desarrollo de una Cuenca. Simulación del sistema - Diseño de Modelos y su Operación.



Configuración



Embalses.

Elementos reguladores

Naturaleza estocástica de la disponibilidad de agua

Períodos secos y períodos húmedos

Reglas de operación para el manejo de un embalse

Regla normal de operación

Sea:

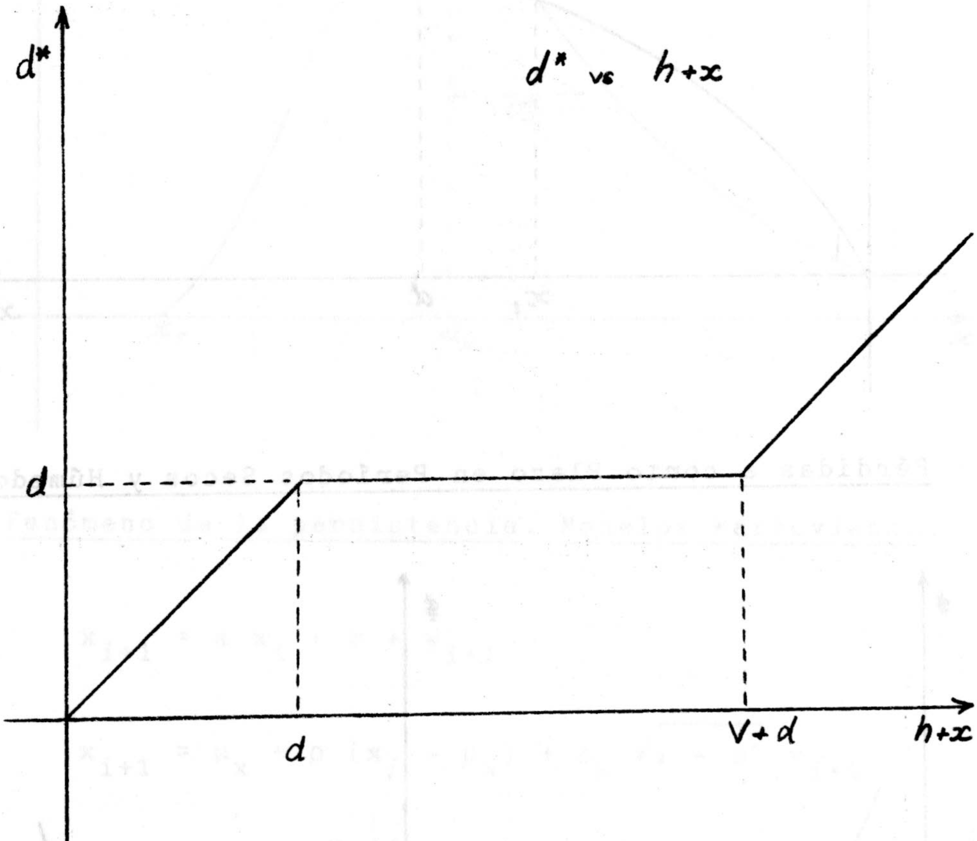
x : Volumen de agua que entra al embalse en un cierto período.

V : Capacidad total del embalse.

h : Volumen de agua en el embalse al comienzo del período.

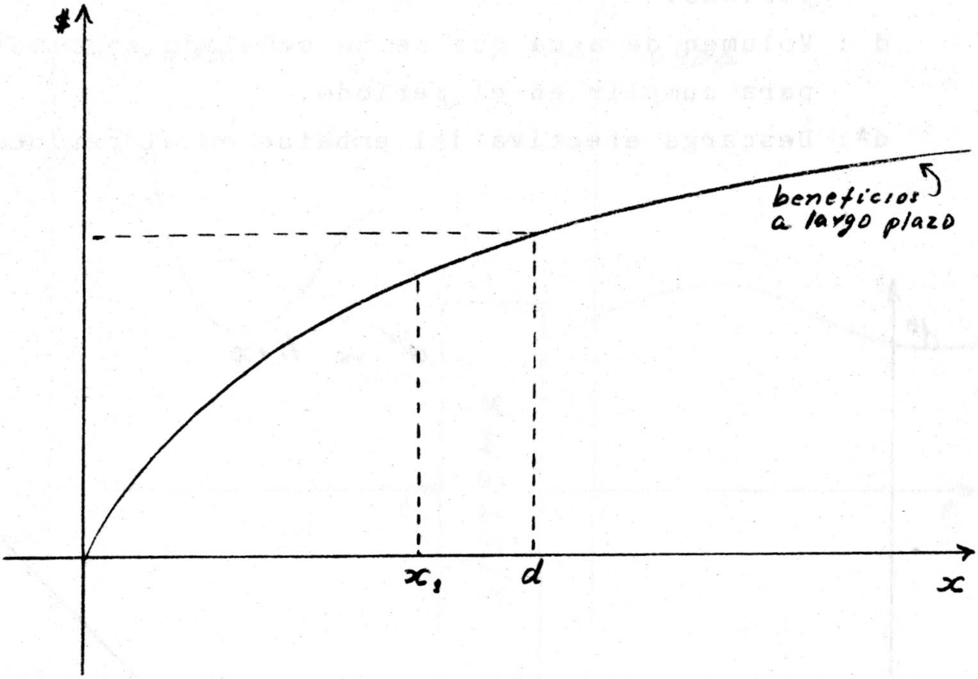
d : Volumen de agua que se ha señalado como meta para cumplir en el período.

d*: Descarga efectiva del embalse en el período.

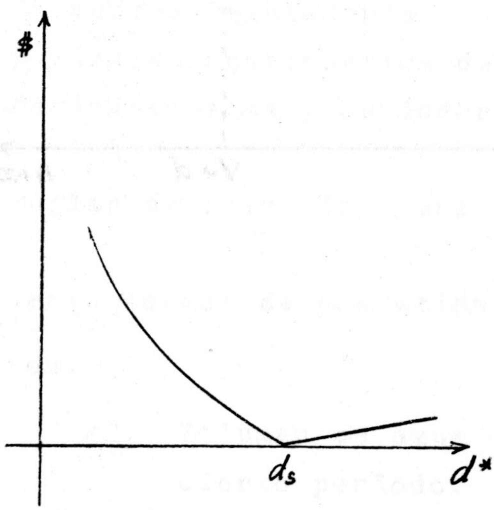


Cómo definir V y d?

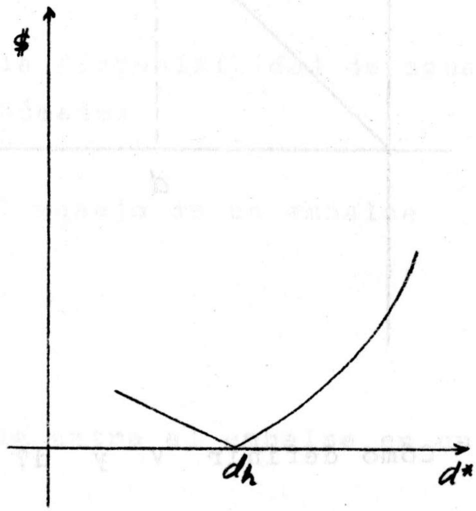
Pérdidas a corto Plazo



Pérdidas a corto Plazo en Períodos Secos y Húmedos

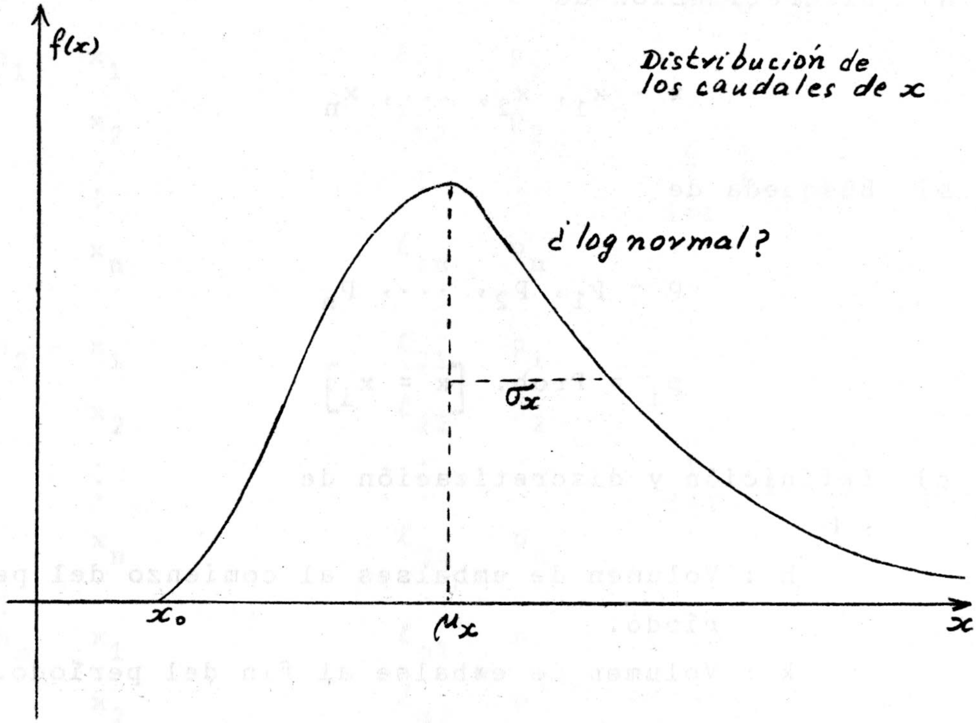


Período Seco



Período Húmedo

Modelos para el proceso Hidrológico.



Fenómeno de la persistencia. Modelos Markovianos.

$$x_{i+1} = a\,x_i + b + w_{i+1}$$

$$x_{i+1} = \mu_x + \rho\,(x_i - \mu_x) + \sigma_x \sqrt{1-\rho^2}\; v_{i+1}$$

μ_x : Media de la serie

σ_x^2 : Varianza de la serie

ρ : Coeficiente de correlación serial

$v_{i+1} \sim N(0,1) \quad \forall_i$

$$x_{i+1} = \hat{\mu}_x + \hat{\rho}\,(x_i - \hat{\mu}_x) + \hat{\sigma}_x \sqrt{1-\hat{\rho}^2}\; v_{i+1}$$

Valor esperado de las pérdidas a corto plazo.

a) Discretización de

$$x - x_1, x_2, \ldots, x_n$$

b) Búsqueda de

$$p - p_1, p_2, \ldots, p_n$$

$$p_i = \text{Prob.} \left[x = x_i\right]$$

c) Definición y discretización de

h : Volumen de embalses al comienzo del período.

k : Volumen de embalse al fin del período.

$$h - h_1, h_2, \ldots, h_m$$

$$k - k_1, k_2, \ldots, k_m$$

$$h_1 = 0; \quad h_m = V; \quad h_i = k_i \quad \forall_i$$

d) Ecuación de continuidad

$$k = h + x - d^*$$

Primer caso: Períodos anuales y caudales de entrada independientes

h	x	d*	k	ℓ	p	Pérdidas esperadas dado h
h_1	x_1			ℓ_{11}	p_1	
	x_2			ℓ_{12}	p_2	
	$\vdots$			$\vdots$	$\vdots$	$\sum_{i=1}^{n} \ell_{1i}\, p_i$
	x_n			ℓ_{1n}	p_n	
h_2	x_1			ℓ_{21}	p_1	
	x_2			ℓ_{22}	p_2	
	$\vdots$			$\vdots$	$\vdots$	$\sum_{i=1}^{n} \ell_{2i}\, p_i$
	x_n			ℓ_{2n}	p_n	
$\vdots$						
h_m	x_1			ℓ_{m1}	p_1	
	x_2			ℓ_{m2}	p_2	
	$\vdots$			$\vdots$	$\vdots$	$\sum_{i=1}^{n} \ell_{mi}\, p_i$
	x_n			ℓ_{mn}	p_n	

d* se calcula mediante la regla normal de operación del embalse

k mediante la ecuación de continuidad

$$k = h + x - d^*$$

ℓ mediante los gráficos de perdidas a corto plazo

Análisis del proceso de volúmenes de embalse h.

$$W_{ij} = \text{Prob.} \left[k = k_j / h = h_i \right]$$

$$\begin{array}{c} \\ h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_m \end{array}
\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} k_1 & k_2 & \cdots & k_m \end{array} \\
\left[\begin{array}{cccc} W_{11} & W_{12} & \cdots & W_{1m} \\ W_{21} & W_{22} & \cdots & W_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ W_{m1} & W_{m2} & \cdot & W_{mm} \end{array} \right] \end{array} = W$$

W : Matriz de probabilidades de transición.

El proceso de h es Markoviano:

W_{ij} depende sólo de h_i

Cuál es Prob $\left[h = h_i \right]$?

Sea q_i esta probabilidad

$$q_i = q_1 W_{1i} + q_2 W_{2i} + \ldots + q_m W_{mi}$$

$$= \sum_{j=1}^{m} q_j W_{ji}$$

$$q_i = \sum_{j=1}^{m} q_j W_{ji} \qquad i = 1, \ldots, m$$

$$\begin{bmatrix} q_1 & q_2 & \cdots & q_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & \cdots & q_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & \cdots & W_{1m} \\ W_{21} & W_{22} & \cdots & W_{2m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \\ W_{m1} & W_{m2} & \cdots & W_{mm} \end{bmatrix}$$

$$Q = Q \times W$$

$$Q\ (W - I) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{m} q_i = 1$$

<u>Pérdidas esperadas dado</u> $h = h_j$.

$$\sum_{i=1}^{n} \ell_{ji}\ p_i$$

Pérdidas a corto plazo esperadas (por año)

$$\sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} \ell_{ji}\ p_i\ q_j$$

<u>Segundo caso</u>: Períodos estacionales y caudales estacionales independientes.

Sea r una cierta estación. $r = 1, 2, \ldots, s$.

Tendremos entonces, S tablas como la anterior

ESTACION r

h	x	dr*	k	ℓ_r	p_r	Pérdidas esperadas dado h
h_1	x_{r1}			ℓ_{r11}	p_{r1}	
	x_{r2}			ℓ_{r12}	p_{r2}	
	$\vdots$			$\vdots$	$\vdots$	$\sum_{i=1}^{n} p_{ri}\ell_{r1i}$
	x_{rn}			ℓ_{r1n}	p_{rn}	
h_2	x_{r1}			ℓ_{r21}	p_{r1}	
	x_{r2}			ℓ_{r22}	p_{r2}	
	$\vdots$			$\vdots$	$\vdots$	$\sum_{i=1}^{n} p_{ri}\ell_{r2i}$
	x_{rn}			ℓ_{r2n}	p_{rn}	

A cada tabla se asocia una matriz de probabilidades de transición, W_r .

El proceso de volúmenes h es Markoviano no homogéneo.

Cómo encontrar a:

q_{ri} : Prob $\left[h = h_i\right]$ en la estación r?

El proceso anterior, Markoviano no homogéneo, puede verse como S procesos Markovianos homogéneos.

El r-ésimo proceso tiene como matriz de probabilidades de transición

$$T_r = W_r \, W_{r+1} \dots W_s \, W_1 \, W_2 \dots W_{r-1}$$

$$Q_r \, (T_r - I) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{m} q_{ri} = 1$$

$$r = 1, 2, \dots, s$$

Y las pérdidas esperadas a corto plazo, por año, serán:

$$\sum_{r=1}^{s} \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} \ell_{rji} \, p_{ri} \, q_{rj}$$

Tercer caso: Períodos anuales y caudales Markovianos

$$x_{i+1} = a \, x_i + b + \omega_{i+1}$$

Supongamos que siempre es posible descargar la meta d (= μ_x?)

$$h_{i+1} = h_i + x_i - d$$

$$h_{i+2} = h_{i+1} + x_{i+1} - d$$

$$h_{i+2} = (1 + a)h_{i+1} - a \, h_i + b - (1 - a)d + \omega_{i+1}$$

El proceso de h sería autorregresivo de orden 2

En la práctica, $0 \leq h_i \leq V \quad \forall_i$, y la ecuación no es aplicable.

Un camino: doble variable de estado (h_i, x_i)

$$\text{Transición } (h_a \; x_b) \longrightarrow (h_c \; x_d)$$

Otro camino: SIMULACION

Generar N caudales anuales y simular la operación del embalse.

Calcular h, d, ℓ.

<u>Cuarto caso</u>: Períodos estacionales y caudales dependientes.

Se genera N años de caudales estacionales mediante un modelo Markoviano

$$x_{t+1} = a_r \, x_t + b_r + \omega_{t+1}$$

O cualquier otro modelo hidrológico y se simula la operación del embalse para computar el valor esperado de las pérdidas a corto plazo.

<u>Ultimo Problema</u>.

Considerar el uso del embalse más allá de un período, distribuyendo las disponibilidades de agua entre los varios períodos.

Ahora, d se ve como variable de decisión

$$d = f\ (h) \quad \text{para el año}$$

$$d_r = f_r\ (h_r) \quad \text{para la estación}$$

o bien, $d_r = f_r\ (h_r,\ x_r)$

Utilización de la Programación Dinámica Estocástica.

Universidad Nacional de Colombia
Medellín.