

UN PLAN DE ESTUDIO EN MATEMATICAS

GUILLERMO RESTREPO

Se trata de un plan de estudios para formar :

- a) Profesores de matemáticas para la escuela secundaria
- b) Profesores universitarios e investigadores.

1. Introducción.

En el documento anterior, se señalaba que los campos fundamentales de desempeño profesional de un matemático eran la *enseñanza secundaria* y la *enseñanza en la Universidad*. La investigación empieza a abrirse campo en la Universidad como una actividad que le es propia, especialmente la investigación teórica. La investigación en matemáticas se hará principalmente en los *institutos de investigación que servirán de eje académico a los estudios de posgrado*. Los estudios de posgrado serán para aquellos estudiantes aptos para la investigación y no deben tener un plan de estudio determinado. En este documento de trabajo no se hablará de las experiencias educativas del proceso educativo de posgrado. Sólo indicaremos que a nivel de posgrado el proceso educativo debe estar encaminado a formar investigadores. Por tanto podrán hacer estudios de posgrado en matemáticas sólo quienes hayan demostrado talento y gusto por la investigación matemática durante sus estudios universitarios profesionales.

La coexistencia de Facultades de Ciencias y Facultades de Educación en la Universidad colombiana parece ser un hecho irreversible. En el momento, las Fa-

cultades de Educación administran programas de Matemática-Física diferentes en muchos aspectos (véase la Primera Parte) a los programas de Matemáticas y de Física administrados por las Facultades de Ciencias. El número de estudiantes matriculados en los programas de Física y de Matemáticas tiende a disminuir. Además un alto porcentaje de quienes ingresan a estas carreras desertan al cabo del segundo año para enrolarse en otras carreras profesionales (Ingenierías principalmente). Desde hace varios años se ha venido pensando en la Universidad del Valle en la posibilidad de integrar estos programas. Como era de esperarse, la oposición ha sido grande, casi que de rechazo, por parte de los estudiantes. El problema parece que ha sido mal planteado unas veces, sin una definición clara de lo que se entiende por integración. Pero, lo que es peor, siempre se ha planteado el asunto sin presentarse una propuesta concreta que sirva de base para una discusión seria.

2. Consideraciones generales sobre la propuesta.

2.1. Es preciso distinguir claramente entre las dos actividades profesionales “profesor de secundaria” y “profesor universitario” (ver la Primera Parte). No sólo debe existir una *diferencia de nivel* en cuanto a profundización en matemáticas. También debe existir una *expectativa profesional distinta*. Se espera que el profesor universitario participará en actividades investigativas, dentro de su área fundamentalmente, sin que se convierta necesariamente en un investigador profesional en matemáticas o física. Por el contrario, se espera del profesor de secundaria una participación activa y creadora en la docencia y en la investigación didáctica fundamentalmente. Estas diferencias tendrán que manifestarse en las experiencias educativas diferentes a los niveles apropiados.

2.2. Es preciso tener presente las *semejanzas* entre las dos actividades profesionales “profesor de secundaria” y “profesor universitario”. Estas semejanzas se refieren a *lo común en la actividad pedagógica* y al *nivel mínimo* que ambos profesionales deben alcanzar en el área de matemáticas (y física si se quiere extender la integración).

2.3. Una división de todo el proceso educativo en *ciclos* parece ser lo más aconsejable para tener la suficiente flexibilidad que permita incorporar las diferencias y las semejanzas descritas en los numerales anteriores. Se propone :

(A) Un *ciclo básico* de dos años de duración. No se trata de revivir los llamados "estudios Generales" para darles a los estudiantes una dieta balanceada de conocimientos generales. Por el contrario, en estos dos años se dará a los estudiantes los *conocimientos básicos para su futuro desarrollo profesional*. Se pretende que el plan de estudios refleje lo que hay de común en las experiencias educativas que es preciso dar a quienes vayan a ser profesores de secundaria (física o matemáticas) o profesores universitarios e investigadores en física o matemáticas. Este ciclo, por consiguiente, es *básico y común* para estudiantes de física y matemáticas ya sea que se preparen para ser profesores de secundaria o profesores de universidad e investigadores.

(B) Un ciclo de *decisión profesional* de un año de duración . Aquí se profundiza en matemáticas o en física. El estudiante, al final, podrá elegir entre dedicarse a la docencia en secundaria o docencia universitaria. Creemos que debe distinguirse entre docente de secundaria con especialidad en física y docente de secundaria con especialidad en matemáticas.

(C) Un ciclo de *especialización profesional*. Para profesores universitarios y/o investigadores sería de dos años de duración. Los primeros tendrían experiencias educativas relacionadas con *didáctica* (de la física o de la matemática) y *práctica docente*. Los segundos profundizarían en sus respectivos campos y tendrían experiencias educativas de *tipo investigativo*.

3. Plan de estudios para el ciclo A.

(Nota : número en paréntesis indica semestre).

3.1 (1) *Números reales y las funciones elementales*. Es un curso de nivelación (aunque no remedial). Un estudio riguroso (mas no formal!) de los números

reales y de las propiedades y gráficas de las funciones polinomiales, exponencial, logarítmica, trigonométricas. Las propiedades de "aproximación" de los números reales se estudian vía sucesiones monótonas (axioma: toda sucesión monótona y creciente es convergente).

3.2 (2). *Cálculo I*. Un curso de cálculo diferencial e integral de una variable unificado (el teorema fundamental del cálculo da el eje del curso). Límites, continuidad, derivada de las funciones elementales, integración de las funciones elementales, áreas y volúmenes, axiomas y mínimos, trazado de curvas, aplicaciones. (Aproximadamente Cap. 3.4, 5.6 de L. Bers).

3.3 (2) *Geometría Analítica*. El estudio de la función cuadrática $\sum a_{ij} x_i x_j$ en dos y tres variables (uso sistemático de matrices y determinantes de orden menor o igual a tres). El espacio \mathbb{R}^3 , como espacio euclídeo, debe estudiarse completamente. Propiedades particulares de cónicas reducidas a sus ejes principales. Teorema de diagonalización (ejes principales).

3.4 (3) *Cálculo II*. Cálculo diferencial e integral de varias variables (teoría elemental). Funciones de \mathbb{R}^1 en \mathbb{R}^2 : curvas orientadas, tangentes, longitud de una curva, aplicaciones. Funciones de \mathbb{R}^3 en \mathbb{R}^1 : derivadas parciales, gradiente, integrales de línea, potenciales y sistemas conservativos. Derivadas parciales en general, máximos y mínimos. Jacobiano de una transformación lineal y volumen, jacobiano de una transformación de \mathbb{R}^3 en \mathbb{R}^3 y su relación con "cambio de volumen". Coordenadas cilíndricas y esféricas. Integral de funciones de \mathbb{R}^3 en \mathbb{R}^1 y reducción a integrales de orden inferior (método de secciones). Cambio de variables para integrales triples. Aplicaciones al cálculo de áreas, volúmenes, momentos de inercia, masas, etc.

3.5 (3) *Introducción al álgebra lineal*. Espacios vectoriales sobre los reales o los complejos, dependencia lineal, bases. Producto escalar, ortogonalidad, bases ortonormales. Ecuaciones lineales o matrices, operaciones, inversión de matrices. Determinantes. Valores propios y vectores propios de matrices simétricas,

hermitianas.

3.5 (4) *Cálculo III*. Sucesiones y series de números reales y complejos. Criterios de convergencia (integral de la razón). Integrales impropias. Series de potencias, teorema de Taylor. Ecuaciones diferenciales de segundo orden. Series de Fourier. Resolución de algunas ecuaciones diferenciales parciales por el método de separación de variables.

3.6 (4) *Matemáticas Especiales*. Integrales de línea y el teorema de Green. Integrales de superficie y el teorema de Stokes. Divergencia, rotacional. Introducción a las funciones de variables compleja, integral de Cauchy, residuos.

3.7 (2) *Física General I*.

3.8 (3) *Física II*.

3.9 (4) *Física III*

Nota. Sería conveniente que el curso de física general I fuese un curso de *nivelación*. En física II y III con el conocimiento del cálculo de los estudiantes podría hacerse un curso acelerado.

3.10 (1) *Idioma extranjero*.

3.11 (2) *Idioma extranjero*.

3.12 (3) *Idioma extranjero*.

3.13 (4) *Idioma extranjero*.

Nota. El idioma puede ser inglés, alemán, ruso, francés. Es *indispensable* que los estudiantes adquieran un conocimiento más o menos profundo de otro idioma (traducir correctamente, hablar un poco y escribirlo adecuadamente).

3.14 (1) *Introducción a las ciencias sociales*. Estudio de dos "teorías" sociológicas de los procesos sociales (funcionalismo y materialismo histórico).

3.15 (2) *Psicología*. Estudio de los procesos psíquicos y sus bases fisiológicas con énfasis en el proceso de formación del pensamiento y el desarrollo psíquico de los escolares.

3.16 (3) *Pedagogía general*. Estudio de los procesos educativos dentro de distintas formaciones socioeconómicas. Objetivos de la educación en Colombia, el sistema educativo. Problemas de la enseñanza según las edades.

3.17 (4) *Didáctica general*. Se estudia el proceso de la enseñanza, los aspectos científicos de la enseñanza, el trabajo del alumno y el trabajo del maestro, etc.

4. **Plan de estudios para el ciclo B.** (En matemáticas). Algo por el estilo debería hacerse para física.

4.1 (5) *Fundamentos de Análisis I*. Los números reales, extremo superior e inferior, sucesiones de Cauchy. Espacios métricos y funciones continuas en espacios métricos.

4.2 (5) *Fundamentos de Álgebra Moderna I*. Las estructuras fundamentales (grupo, anillo, campo). Los números enteros, polinomios. Congruencias de números y polinomios.

4.3 (5) *Principios de probabilidad*. (Ver, por ejemplo, Gnedenko y Khinchin, a an elementary introduction to the theory of probability). No se debe hacer un enfoque conjuntista.

4.4 (6) *Fundamentos de Análisis II*. Los conceptos de derivada e integral de funciones de una variable, sucesiones y series de funciones.

4.5 (6) *Fundamentos de álgebra moderna II*. Es básicamente un curso de teoría de ecuaciones. Extensiones cuadráticas y cúbicas de campos, números algebraicos. Solución de ecuaciones por radicales.

4.6 (6) *Fundamentos de la matemática*. Es un curso en que se estudian los problemas de la axiomatización (independencia y completitud, categoricidad). Aplicaciones a la axiomática en geometría. Geometrías finitas, geometrías sin el axioma de las paralelas, etc. Axiomática de la geometría euclídeana.

5. Plan de estudios para el ciclo C. (En matemáticas).

5.1 Quienes vayan a ser profesores de secundaria con especialidad en matemáticas deberían estudiar en el último año (cuarto) :

a. Matemáticas elementales y los problemas especiales que se presentan para enseñarlas (aritmética, geometría, cálculo, etc.). Esto encajaría dentro de la denominación común *didáctica especial de la matemática* (o metodología de la enseñanza de la matemática como dirían otros. Con el término *didáctica especial* se quiere indicar algo más concreto).

b. Práctica docente. No se cómo se podría organizar esta experiencia educativa. Pero creo que se debe obligar a que cada estudiante presente un informe muy completo de sus experiencias en algún colegio de secundaria.

Pregunta : ¿ Es posible y conveniente que se incluya problemas sobre la enseñanza de la física en bachillerato o *didáctica especial de la física* ? Recíprocamente, para quienes van a ser docentes en secundaria con especialidad en física?

5.2 Quienes vayan a ser profesores universitarios y/o investigadores con especialidad en matemáticas (matemáticos) deben :

a. (7.8). Tomar una secuencia de dos cursos obligatorios en áreas "representadas" por un grupo colectivo de especialistas dentro del Departamento de Matemáticas (colectivo de análisis, colectivo de computación, colectivo de estadística y probabilidad).

b. (7.8) Tomar dos cursos colectivos según la conveniencia de los estudiantes y disponibilidad del Departamento.

c. (8.9). Seminarios I y II dentro de un tema especializado.

d. (9.10) *Tesis de grado*. La tesis de grado debe ser un tratado de investigación de carácter exploratorio presentado en forma de monografía.

Nota 1. Se proponen los siguientes títulos :

a. Profesor de secundaria con especialidad en matemáticas (o física) para quien complete el plan de cuatro años en matemáticas (o física).

b. Matemático (o físico) para quien complete el plan de cinco años (con tesis).

Nota 2. No se debe tomar al pié de la letra la duración de los programas. Es posible que sea más o que sea menos. Un análisis más detallado podría dar indicaciones precisas sobre el tiempo que debe durar el proceso educativo en cada caso. Lo fundamental es pensar si se ha indicado o no el mínimo que un estudiante debe aprender para los fines que se persiguen.