Boletín de Matemáticas

Volumen VII, No. 2 pp. 113 - 130

NEWTON Y EL DESARROLLO DEL CALCULO (*)

THOMAS R. BINGHAM

Este trabajo intenta esbozar brevemente el papel de Sir Isaac Newton en el desarrollo del cálculo. A fin de apreciar mejor esto haremos una corta descripción de los puntos culminantes anteriores a este desarrollo. Reduciremos los detalles a un mínimo debido a la amplitud y complejidad del tema. Daremos también una mirada superficial a la célebre controversia con Leibniz acerca de la prioridad de este descubrimiento.

D. E. Smith incluye cuatro pasos en el desarrollo del cálculo : el método griego de exhaución; el método de los infinitésimos de Kepler y Cavalieri ; las fluxiones (el método de Newton), y el método de los límites, tal como se hace hoy en día.[1]

El método de exhaución se desarrolló en el siglo V, A.C. Las cuatro paradojas de Zenón de Elea (495 - 435 A.C.) llevaron a considerar las cantidades infinitamente pequeñas.[2] Los gérmenes de este método se encuentran ya en el sofista Antifonio (c. 430 A. C.) y se atribuye a Eudoxo (403-355) A.C. el llevarlo a su forma más útil .

(*) Versión española de V. S- Albis y autorizada por el autor y los editores del "Pi Mu Epsilon Journal", 5(1971).

1. D. E. Smith, History of mathematics, II, Dover Pub. Inc., New York, 1958, pág. 676.

2. Ibidem, pág. 677.

De acuerdo con W. W. Rouse Ball, el método de Eudoxo " depende de la proposición de que *si de la mayor de dos magnitudes desiguales se toma más de su mitad, y de lo que queda, más de su mitad, y así sucesivamente, quedará a la larga una cantidad menor que la más pequeña de las magnitudes propuestas* ".[3] Este método permitió a los griegos evitar el uso de los infinitésimos, cuyo uso ponía en duda Zenón. El método era riguroso pero torpe. Polígonos cuyas áreas y perímetros eran sucesivamente menores que los de la curva se inscribían y circunscribían a ella para encontrar el área que ésta comprendía.[4]

Según Smith, " Es al mismo Arquimedes (c. 225 A. C.) a quien debemos la mejor aproximación de la actual integración que podamos encontrar en los griegos".[5] A groso modo, su método consistía en trazar triángulos debajo de la curva en tal forma que la suma de las áreas de dos triángulos igualase $\frac{1}{4}$ del área de un triángulo inscrito. Repetía entonces el proceso con triángulos más pequeños cuya suma fuese $(\frac{1}{4})^2$ del triángulo original, y después $(\frac{1}{4})^3$, etc.. " Arguía que, repitiendo este proceso indefinidamente (en la imaginación) el segmento parabólico podría aproximarse, tanto como se desease; *por exhaución*".[6] Este proceso utilizaba el concepto de suma de una serie infinita, desconocido de los griegos.

Aunque hubo cierta actividad en esta área de las matemáticas en los años posteriores a Arquimedes,[7] el siguiente gran logro es de Bonaventura Cavalieri (1598 -

3. W. W. Rouse Ball, A short account of the history of mathematics, MacMillan and Co. , Londres, 1927, pág. 45.

4. Sobre el uso de la palabra "exhaución", ver B. L. Van der Waerden, Science awakening, Oxford University Press, Nueva York, 1961, pág. 184.

5. Smith, pág. 679

6. Alfred Hooper, Makers of mathematics, Random House, Nueva York, 1948, págs. 241-244.

7. El origen de la búsqueda de los máximos y mínimos de una curva se atribuye a menudo a Papo (c. 300 A.C.). El proceso de integración fue anticipada en un cierto grado por Tabit ibn Qorra (c. 870), según Smith (op.cit., pág. 685). Las palabras fluxus y fluens fueron intro-

1647), quien [influído por Johannes Kepler (1571-1630) y su problema de la determinación del volumen de un barril, en que usaba una "cruda clase de integración"[8]] desarrolló su "método de los indivisibles". En este método, un sólido se considera formado por superficies, una superficie por rectas, una recta por puntos, y en cada caso "estas partes componentes son los elementos extremos de la descomposición de la magnitud".[9] Para encontrar volúmenes, áreas o longitudes, estos "indivisibles" debían sumarse (una suma infinita de infinitésimos).

Había entonces un remolino de actividad en esta área, y los pasos más importantes fueron dados por Pierre Fermat (1601-1665), John Wallis (1616-1703) y el maestro de Newton, Isaac Barrow (1630-1677).[10]

---

ducidas por Richard Suiseth en el segundo cuarto del siglo catorce. Véase Carl B. Boyer : The history of the calculus and its conceptual development, Dover Pub. Inc., Nueva York, 1959, pág. 79. Nicolás Oresme (1323-82) consideraba el problema de los movimientos que no eran regulares. Discutía también la razón de cambio de la velocidad. Véase Boyer, pág. 82, y H. D. Anthony, Sir Isaac Newton, Abelard-Schuman, Londres, 1960, pág. 63. Blas de Parma escribió también sobre los infinitésimos, haciéndolo también Nicolás de Cusa (1401-1464). Tanto Simón Stevin (1548-1620) como Luca Valerio (1552-1618) intentaron introducir una cierta noción de límite en su método de exhaución.

8. Smith, pág. 686.

9. Ibidem, págs. 686-687.

10. Incluimos entre otros a Gilles Personier (de) Roverbal (1602-1675), quien estableció ciertas fórmulas de integración; Antonio de Monforte (1644-1717) quien trabajó con máximos y mínimos, como lo hizo René Francois Walther de Sluze (Slusius) (1622-1685), Johann Hudde (1633-1687), Marin Mersenne (1588-1648) y Nicolás Mercator (1640-1657); Christiaan Huygens (1629-1695), cuyo Horlogium oscillatorium " es un hito en el camino que condujo a la invención del cálculo", según D. J. Struik, A source book in mathematics : 1200-1800, Harvard University Press, Cambridge, 1969, pág. 263; Evangelista Torricelli (1608-1647), quien desarrolló el método de los indivisibles de Cavalieri ; Blas Pascal (1623-1662), quien llegó al "equivalente de nuestra integración parcial" (Struik, pág. 241); Gregory St. Vincent (1584-1667) y sus estudiantes Paul Guldin y Andreas Tacquit, todos ellos trabajaron en nociones de integración y límite ; Tomás Hobbes (1588-1679), quien inventó el conatus (véase J. W. N. Watkins, Hobbes system of ideas, Hutchinson University Library, Londres, 1965, pág. 123; Galileo Galilei (1564-1642) quien trabajó con los infinitésimos e influyó sobre su discípulo Cavalieri; y John Napier (1550-1617), Edward Wright, y James Gregory (1638-1675), quienes también trabajaron con infinitésimos.

El eminente matemático Joseph Lagrange ha atribuído a Fermat la invención del cálculo, porque "en su método *De maximis et minimis* iguala la cantidad de la cual se busca el máximo o el mínimo a la expresión de la misma cantidad en la cual la incógnita se ha aumentado con la cantidad indeterminada".[11] En esta forma hace desaparecer radicales y fracciones y hace esta cantidad igual a cero. Si bien es cierto que esto es parte del cálculo e influyó en Newton, no es el cálculo, como tampoco la suma de indivisibles de Cavalieri es la integración.

Wallis desarrolló el concepto de límite y realizó integraciones útiles. Creó el concepto de límite "considerando los valores sucesivos de una fracción formada en el estudio de ciertas razones; estos valores fraccionarios se aproximaban uniformemente a un valor límite, de modo que la diferencia se hacía menor que cualquier valor asignable y se desvanecía cuando el proceso se continuaba al infinito".[12]

Barrow fue el primero en comprender que derivación e integración eran operaciones inversas[13]. Su gran logro, al menos en lo referente a su influencia sobre Newton, es el actualmente llamado "triángulo diferencial de Barrow". (Véase el Apéndice, figura 1). Este triángulo es importante para describir el eje de las x como si estuviera "en movimiento" o "en flujo". Por esto, J.M. Childs dice: "Isaac Barrow fue el primer inventor del cálculo infinitesimal; Newton tomó de él sus primeras ideas por comunicación personal; y Leibniz en cierta forma le adeuda al trabajo de Barrow".[14].

11. F. Cajori, "Whowas the first inventor of the Calculus?" Amer. Math. Monthly, 26(1919), 16-17. Véase también (John Playfair) la reseña del "Essai philosophique sur les probabilités". de M. Le Comte Laplace, Edimburgh Review or Critical Journal, 23(1814),324-325.
12. F. Cajori, A history of mathematics, 2a. ed., revisada. MacMillan, Nueva York, 1919, pág. 192.
13. Howard Eves, An introduction to the history of mathematics, Holt, Rinehart and Winston, Nueva York, 1961, pág. 329.
14. Citado por Cajori, American Math. Monthly, 26,(1919), pág. 16.

Ciertamente Barrow influyó en Newton. Sin embargo, ni a Fermat ni a Barrow se les puede atribuír el descubrimiento del cálculo, no obstante lo cercano que estuvieron. Barrow usaba nociones geométricas y no poseía notaciones para la primera y las otras derivadas de orden superior [15]. Ninguno de ellos tenía un sistema completo que bastase para la derivación e integración de todas las curvas y no sólo de un número (aunque fuese grande) de casos especiales. Fue el amplio espectro de aplicaciones, junto con la notación y el método general, lo que constituyó el descubrimiento del cálculo. Esto no es un mero accidente, aunque otros con anterioridad estuvieron cada vez más cerca de su descubrimiento. Se requería una gran cantidad de paciencia, pensamiento y perspicacia para levantar un método tan general y útil como el cálculo del conjunto de hechos y métodos referentes sólo a casos específicos. El único hecho "accidental" que nos concierne es que Newton y Leibniz descubrieron el método independientemente con una diferencia de diez años. Los resultados de ninguno de ellos pueden disminuirse por el hecho de que ciertas partes específicas hayan sido usadas con anterioridad.

Cuando Newton estaba en Cambridge en 1664, tenía muy pocos conocimientos matemáticos.[16] Más tarde contaría la historia de haber comprado un libro de astrología. Como no pudiese entender los diagramas, consultó los *Elementos* de Euclides para ayudarse. Consideró la geometría griega como auto-evidente y tornóse hacia la *Geometrie* de Descartes, que no era un libro fácil. Sin embargo, "no existe duda alguna de que la lectura que del libro de Descartes hizo Newton,. . . fue la llave que le abrió las puertas de las matemáticas avanzadas". [17] Estudió también a Barrow y a

15. Citado por Cajori, American Math. Monthly, 26(1919), pág. 17.
16. Derek T. Whiteside (editor), The mathematical works of Isaac Newton, Johnson Reprint corporation, Nueva York, 1964, I. ix.
17. Ibidem.

Wallis, "deleitándose particularmente con la *Arithmetic of Infinities* de Wallis, tratado lleno de sugestiones ricas y variadas",[18] Newton resolvió el problema de desarrollar $(1-x^2)^{\frac{1}{2}}$,[19] que Wallis no pudo y en el transcurso demostró su *teorema del binomio* .

Estudió también el método de Fermat de trazar tangentes a las curvas y admitió su deuda para con él[20]. Como estudiante de Barrow, aprendió a usar su triángulo diferencial, el cual se convirtió en el punto de partida de su desarrollo del cálculo.[21]

Otra influencia en Newton fue la ley de Kepler, para la cual necesitaba una poderosa herramienta matemática que la explicase.[22]

Durante la plaga de los años 1665 y 1666, la universidad de Cambridge hubo de cerrar sus puertas y Newton regresó a su hogar en Woolsthorpe, donde pasó mucho tiempo investigando sobre la gravedad y óptica. Fue en este período cuando Newton trabajó por primera vez en su cálculo de fluxiones. Existe un manuscrito, fechado el 28 de mayo del año de 1665, en el cual enuncia algunos de sus prístinos resultados en el trazado de tangentes[23]. El "Método directo de fluxiones", lo que llamamos hoy el cálculo diferencial, fue consignado en un manuscrito fechado el 13 de noviembre del año de 1665.[24] Por el año de 1666, estaba trabajando en el problema inverso al de las fluxiones.

Newton enunció doce problemas que se proponía resolver usando las fluxiones :

1. Trazar tangentes a líneas curvas.
2. Hallar la cantidad de la curvatura de las líneas.

---

18. Cajori, History of mathematics, pág. 192
19. Hooper, pág. 365 .
20. Louis Trenchard More, Isaac Newton : a biography, Dover Pub. Inc., Nueva York, 1962, pág. 185.
21. Hooper, pág. 310 . 22. Ibidem pág. 305.
23. Ball, pág. 321 . 24. Anthony, pág. 64 .

3. Hallar los puntos que están en las porciones cóncavas y convexas de las líneas curvas.
4. Hallar los puntos en los cuales las líneas están más o menos curvadas.
5. Hallar la naturaleza de la línea curva cuya área está expresada por cualquier ecuación dada.
6. Dada la naturaleza de cualquier línea curva, hallar otras líneas cuyas áreas puedan compararse con la de la curva dada.
7. Dada la naturaleza de cualquier línea curva, hallar su área cuando pueda hacerse; o dadas dos líneas curvas, hallar la relación de sus áreas cuando esto sea posible.
8. Hallar aquellas líneas curvas cuyas áreas puedan encontrarse, y también hallar sus longitudes.
9. Dada una curva cualquiera, hallar otras líneas cuyas longitudes puedan compararse con la de aquella, o con su área, y compararlas.
10. Hallar líneas curvas cuyas áreas sean iguales, o tengan alguna relación con la longitud de cualquier curva dada trazada en una línea recta dada.
11. Hallar la longitud de cualquier línea curva cuando esto sea posible.
12. Hallar la naturaleza de una línea curva cuya longitud esté expresada por cualquier ecuación dada cuando esto sea posible.[25]

El primer trabajo de Newton que revela su método de fluxiones es *De analysi des aequationes numero terminorum infinitas*, un folleto que entregó a Barrow en 1669.

" En este tratado el principio de las fluxiones, aunque claramente señalado, sólo se explica y desarrolla parcialmente... La expresión que se encuentra para la

25. Sir David Brewster, Memoirs of the life, writings and discoveries of Sir Isaac Newton II, A. Johnson Reprint Corporation, Nueva York, 1965, 13-14.

fluxión (de una curva) la desarrolló en una serie finita o infinita de términos monómicos, a las cuales se podía aplicar la regla de Wallis." [26]

Las cantidades infinitamente pequeñas eran "tratadas en la forma dinámica . . . del *conatus* de Hobbes y no en la forma estática de los indivisibles de Cavalieri". [27] Esto para concordar con la notación de una fluxión como un punto en movimiento .

En su *Método de las Fluxiones*, Newton dio la exposición más completa de su nuevo cálculo. Explica el desarrollo de cantidades fraccionarias é irracionales en series. Y vuelve a la solución de los dos problemas que constituyen los pilares, por así decirlo, del cálculo abstracto :

I. *La longitud del espacio recorrido dada de manera continua* (es decir, en todos los instantes), *hallar la velocidad del movimiento en cualquier tiempo propuesto.*

II. *La velocidad del movimiento dada de manera continua, hallar la longitud del espacio recorrido en cualquier tiempo propuesto.* [28]

Generaliza entonces diciendo que no es necesario considerar únicamente como variable al tiempo : "pero supondré algunas de las cantidades propuestas, que sean de la misma naturaleza, aumentar en alguna fluxión igualable, a la cual podemos referir el resto, como si fuese el tiempo, y por consiguiente, por analogía, podría, no

26. Cajori, History of mathematics, pág. 192.

27. Boyer, pág. 195.

28. Cajori, History of mathematics, pág. 193.

inapropiadamente, recibir el nombre de tiempo ".[29] Da entonces sus definiciones más importantes :

"Aquellas cantidades que considero aumentan gradual e indefinidamente, las llamaré de aquí en adelante *fluentes*, o *cantidades que fluyen*, y las representaré por las últimas letras del alfabeto, v, x, y, é $z, \ldots$ y la velocidad con la cual cada fuente aumenta en su movimiento generador (las cuales podría llamar *fluxiones* o sencillamente velocidades o celeridades), las representaré por las mismas letras pero punteadas, $\dot{v}, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$, ."[30]

Las fluxiones mismas no son infinitamente pequeñas, pero los *momentos* de las fluxiones, denotadas por $\dot{x}o$, $\dot{v}o$, etc., son infinitésimamente pequeñas. Estos momentos son análogos a las diferenciales de Leibniz, dx, dv, etc.. Estos momentos importan puesto que, los fluentes x é y, cuando son aumentados, después de un intervalo de tiempo indefinidamente pequeño, se vuelven $x+\dot{x}o$ é $y+\dot{y}o$. Esto es, $\dot{x}o$ é $\dot{y}o$ son las longitudes indefinidamente pequeñas que los fluentes aumentan en un tiempo indefinidamente pequeño.

Por ejemplo, dada $y=3x-x^2$, sustituímos $x+\dot{x}o$ por x, $y+\dot{y}o$ por y en $3x-x^2-y=0$ y obtenemos

$$3x+3\dot{x}o-x^2-2x(\dot{x}o)-(\dot{x}o)^2-y-\dot{y}o=0$$

" Ignorando, como despreciable, a $(\dot{x}o)^2$, y sustrayendo la ecuación original $3x-x^2-y^2=0$, obtenemos

$$3\dot{x}o-2x(\dot{x}o)-\dot{y}o=0\ ;\quad \frac{\dot{y}o}{\dot{x}o}=3-2x$$ "[31]

Este es, por supuesto, el mismo resultado que obtenemos con métodos modernos.

29. Cajori, History of mathematics, págs. 193.

30. Ibidem

31. Hooper, págs. 305 - 306.

Puesto que $\dot{x}o$ es infinitésimamente pequeño, podemos ignorar a $(\dot{x}o)^2$. Newton se cansa pronto de este procedimiento.

"En una parte de *De quadratura (curvarum)* que apareció en el álgebra de Wallis de 1693, Newton dijo que los términos multiplicados por 0 pueden omitirse por su pequeñez infinita, obteniéndose así el resultado. En la publicación de este trabajo en 1704, decía, por otra parte, que los "errores no se pueden ignorar en matemáticas, no importa cuán pequeños sean".[32]

En cambio, no debía hallar las "razones extremas" cuando estos términos devenían "evanescentes", es decir, desaparecían. Cualquier traza de términos infinitésimamente pequeños debía eliminarse, aunque no lo fuese en la práctica.[33] Por ejemplo,

"*Si la cantidad x fluye uniformemente, hallar la fluxión de x^n.*

Al mismo tiempo que x, fluyendo deviene $x + o$, la cantidad x^n devendrá $(x+o)^n$, esto es, de acuerdo con el método de las series infinitas.

$$x^n + nox^{n-1} + \frac{n^2-n}{2}\, oox^{n-2} + etc.,$$

y los aumentos y

$$noox^{n-1} + \frac{n^2-n}{2}\, oox^{n-2} + etc.,$$

son el uno al otro como 1 es a

$$nx^{n-1} + \frac{n^2-n}{2}\, ox^{n-2} + etc.,.$$

Hagamos desvanecer estos aumentos, y sus razones extremas serán de 1 a nx^{n-1}".[34]

Este, es de nuevo, el mismo resultado que obtenemos hoy.

32. Boyer, pág. 201.
33. Ibidem.
34. Struik, pág. 306.

Quizás la mayor dificultad de Newton era su sistema de notación. Un trozo de su *De quadratura curvarum* demostrará esto :

" En lo que sigue considero cantidades indeterminadas que crecen ó decrecen de una manera continua, esto es, fluyendo hacia adelante o hacia atrás, y las designo con las letras $z, y, x, v,$ y sus fluxiones ó celeridades de aumento las denoto por las mismas letras pero punteadas, $\dot{z}, \dot{y}, \dot{x}, \dot{v}$. Existen de igual modo fluxiones o mutaciones más o menos rápidas de estas fluxiones, las cuales llamaremos las segundas fluxiones de las mismas cantidades z, y, x, v, y pueden designarse con $\ddot{z}$, $\ddot{y}$, $\ddot{x}$, $\ddot{v}$, y las primeras fluxiones de estas últimas, o terceras fluxiones de $z, y, x, v,$ se denotan entonces por $\dddot{z}$, $\dddot{y}$, $\dddot{x}$, $\dddot{v}$, y así las cuartas por $\ddddot{z}$, $\ddddot{y}$, $\ddddot{x}$, $\ddddot{v}$, $\ddot{y}$ por lo mismo significan que $\dddot{z}$, $\dddot{y}$, $\dddot{x}$, $\dddot{v}$, son las fluxiones de las cantidades $\ddot{z}$, $\ddot{y}$, $\ddot{x}$, $\ddot{v}$, y éstas las fluxiones de las cantidades $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{x}$, $\dot{v}$; y éstas últimas las fluxiones de las cantidades z, y, x, v; de modo que las cantidades z, y, x, v, pueden considerarse como las fluxiones de otras que denotaré así $\overset{\prime}{x}$, $\overset{\prime}{y}$, $\overset{\prime}{x}$, $\overset{\prime}{v}$; y éstas como las fluxiones de otras $\overset{\prime\prime}{z}$, $\overset{\prime\prime}{y}$, $\overset{\prime\prime}{x}$, $\overset{\prime\prime}{v}$; y todavía éstas últimas como las fluxiones de otras $\overset{\prime\prime\prime}{z}$, $\overset{\prime\prime\prime}{y}$, $\overset{\prime\prime\prime}{x}$, $\overset{\prime\prime\prime}{v}$. Por consiguiente, $\overset{\prime\prime}{z}$, $\overset{\prime}{z}$, z, $\dot{z}$, $\ddot{z}$, $\dddot{z}$, $\ddddot{z}$, $\ddddot{z}$, etc., designa una serie de cantidades cada una de las cuales es la fluxión de la que le precede, y cada una que le antecede es una cantidad fluente que tiene a la que le sigue como su fluxión".[35]

Debiera quedar claro que ésta es una notación tediosa. Es difícil mantener la corrección cuando se escribe. Es difícil leer, especialmente en las derivadas de orden superior con un apreciable número de puntos encima de la variable. Existe la posibilidad de confundir $\overset{\prime}{x}$ y x' (x prima). Algunas veces Newton usó $\boxed{x}$ en vez de $\overset{\prime}{x}$. Pero " el rectángulo era inconveniente para preparar un manuscrito y lindando

35. Struik, pág. 306.

en lo imposible tipográficamente, si aparecía muchas veces".[36]

No es de extrañar que la notación d de Leibniz tuviese aceptación inmediata en Europa. No sólo se publicó su trabajo antes del de Newton sino que su notación era muy superior. A pesar del continuado uso británico de la notación de Newton, debido principalmente al honor y el orgullo nacionalistas en la controversia sobre prioridad, Cajori muestra que la notación diferencial de Leibniz se usaba ya en Inglaterra en la temprana época de 1865. En efecto, aún John Keill, su más aguerrido defensor en la disputa con Leibniz, usaba la notación diferencial.[37] Sin embargo, como lo observa Struik, la derivada temporal de x se denota, aún hoy, por $\dot{x}$.[38]

Originalmente, Leibniz usó *omn*. (de *omnia* = todo) para sus integrales, y en un manuscrito de tres días después, escribió : " será útil escribir $\int$ por *omn.*, así $\int l$ por *omn. l*, es decir, la suma de esas eles".[39] El signo $\int$ es la forma alargada de una s, que es la primera letra de *summa*, lo que no es otra cosa que la integral. Leibniz denotaba la diferencia entre "dos x próximas" por dx, ó $\frac{x}{d}$. La diferencial de y se notó sucesivamente por w, l, $\frac{y}{d}$, y finalmente por su forma canónica actual, dy. La conexión entre diferenciación e integración como operaciones inversas, como lo había observado Barrow, la indica escribiendo una integal en la forma $\int p\,dy$. Vemos, pues, que la notación diferencial actual originóse con Leibniz.[40]

La célebre controversia sobre prioridad de quién desarrolló primero el cálculo, pronto degeneró en una serie de cargos y contracargos, de si Leibniz había plagiado o no su descubrimiento leyendo los escritos de Newton. Este nunca publicó ninguno

36. F. Cajori, A history of mathematical notations, vol.II : Notations mainly in Higher Mathematics, Open Court Pub. Co., Chicago, 1929, pág. 246.
37. Ibidem, págs. 244-245.
38. Struik, pág. 270.
39. Cajori, Notations, pág. 203.
40. Ibidem.

de sus escritos sino algunos años después de escritos. Luego, cuando Leibniz, y podemos asegurarlo, desarrolló su cálculo diferencial é integral independientemente de Newton, publicó sus hallazgos y Fabio de Duillier, un matemático y aventurero suizo, quien sentía una cierta inquina personal contra Leibniz, le acusó de plagio (15 años después de la publicación de Leibniz), aquél fue acusado después de la más baja forma de plagio, diciéndose que había robado las ideas de Newton " de cartas personales que él le había solicitado, y de conversaciones privadas con los amigos de Newton." [41]

Tanto Brewster como More han escrito completísimos informes sobre la controversia [42], la cual está fuera del alcance de este artículo. La controversia giraba principalmente en torno de una carta que Newton envió al secretario de la Real Sociedad, Henry Oldenburg, el 24 de octubre del año de 1676, la cual debía transmitirse luego a Leibniz. Conocida como la *Epístola Posterior*, la carta contiene el método de Newton para trazar tangentes y ciertos problemas de máximos y mínimos. Después de éstos, escribíale Newton a Leibniz, quien requería información sobre los métodos del primero.

"Los fundamentos de estas operaciones son suficientemente evidentes, de hecho; pero como no puedo ahora proceder a su explicación, he decidido encubrirlos así :

6accdae13eff7i319n4o4qrr4s8t12vx.

Con estas bases he tratado también las teorías concernientes a la cuadratura de curvas, y he llegado a ciertos teoremas generales". [43] Turnbull explica :

41. More, pág. 188

42. Véase Brewster, págs. 23-83, y More, págs. 565-607. La duda de More sobre la confianza que se puede tener en Brewster se encuentra en More, pág. vi.

43. H.W.Turnbull, The correspondence of Isaac Newton, vol.III: 1676- 1687. University Press, Cambridge, England, 1960, pág. 134.

"La clave es sencillamente una trasposición de las letras de la frase *Data aequatione quotcunque fluentes quantitates involvente, fluxiones invenire; et vice-versa*, (dada una ecuación con cualquier número de cantidades fluentes hallar las fluxiones; y viceversa). Tales encubrimientos no eran infrecuentes en el siglo XVII".[44]

Más tarde en la misma carta, Newton arroja otra pista, la cual, después de descifrada y traducida al español reza así:

"Un método consiste en extraer una cantidad fluyente de una ecuación que contiene simultáneamente su fluxión; y otro, asumiendo una serie para cualquiera sea la cantidad desconocida, de la cual el resto podría convenientemente derivarse, y recogiendo términos homólogos de la ecuación resultante a fín de eliminar los términos de la serie asumida".[45]

Oldenburg sólo envió a Leibniz esta carta el 2 de mayo del año de 1677. Leibniz le respondió el 11 de junio del mismo año y describió en ella algo de su método.[46] Mirando este revoltijo de letras, More escribe:

"Es evidente que ninguna traducción habría sido posible, y era la intención del autor que nadie pudiere entenderlo hasta que él decidiere publicar las frases claves. Más aún, ningún matemático hubiese sonsacado algo de frases tan cortas y oscuras aún escritas en español llanísimo".[47]

Raphson, uno de los partidarios más rabiosos de Newton, pretendía que Leibniz había decifrado la carta y encontrado el cálculo a partir de estas frases. Debiera quedar claro que esto no puede ser cierto. Si lo anterior no es convincente, More añade:

44. Ibidem, pág. 153.
45. Ibidem, pág. 159
46. Ibidem, págs. 208 - 219
47. More, pág. 192

"El lapso entre la *Epístola posterior* de Newton, del 24 de octubre del año de 1676, y el anuncio hecho por Leibniz a Oldenburg de su descubrimiento del cálculo diferencial el 21 de junio del año de 1677, habría sido absurdamente corto para que éste hubiere inventado el cálculo aún habiendo decifrado las frases de Newton. Pero el hecho es, que la expedición de la carta de Newton fue demorada en meses y meses. Esto está verificado por evidencia incontestable".[48]

Luego, Leibniz tuvo muy poco tiempo para decifrar el revoltijo de letras que le daría sólo una idea muy vaga del método de Newton y desarrollar, a partir de esto, un análisis matemático completo. "Porque en su respuesta francamente describía su cálculo diferencial, daba su algoritmo, o nomenclatura simbólica, tan perfectamente que es usado hoy en día".[49]

Desafortunadamente, ambas partes, incluyendo a los mismos eminentes matemáticos en cuestión, jugaron muy sucio. En efecto, Newton osó atacar a Leibniz aún después de muerto éste. Esta controversia es un manchón en la historia de estos matemáticos. Hoy no podemos imaginar en ninguna forma, que Leibniz fuese un plagiario.

A pesar de los efectos nocivos de la controversia a la reputación de Newton (para no mencionar a la de Leibniz), no puede dudarse que los logros de Newton en el desarrollo del cálculo son verdaderamente grandes.

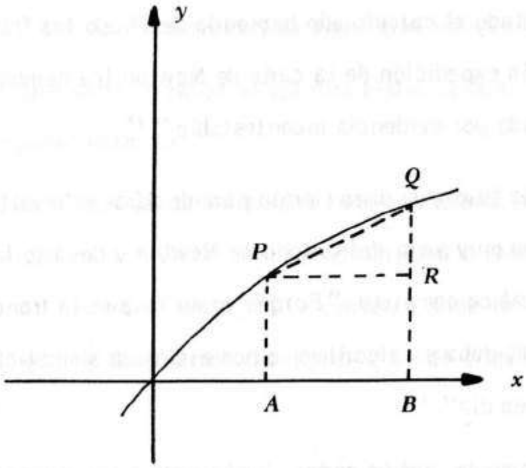
Apéndice

El triángulo diferencial de Barrow[50]

En la figura, se traza parte de una parábola. Cuando x crece de A a B, y

48. More, págs., 192-193.
49. Ibidem. pág. 193
50. Hooper, pág. 289.

crece de P a Q. El triángulo PQR se llama el triángulo diferencial de Barrow.



Figura

Referencias

Anthony, H. D., *Sir Isaac Newton*, Abelard-Schuman, Londres, 1960.

Ball, W.W. Rouse, *A short account of the history of mathematics*, MacMillan and Co., Ltd., Londres, 1927.

Boyer, Carl B., *The history of the calculus and its conceptual development*, Dover Pub., Inc., Nueva York, 1959.

Brewster, Sir David, *Memoirs of the life , writings and discoveries of Sir Isaac Newton*, II, Johnson Reprint Corporation, Nueva York, 1965.

Cajori, Florian, *A history of mathematical notations II : Notations mainly in higher mathematics*, Open Court Pub. Co., Chicago, 1929.

————, *A history of mathematics*, 2d. ed. revised, MacMillan, Nueva York, 1919.

———— "Discussion of fluxions : From Berkeley to Woodhouse" Amer. Math. Monthly, 24 (1917), 145 - 154.

Cajori, Florian, "Who was the first inventor of the Calculus?", Amer. Math. Monthly, 26 (1919), 15 - 20.

Evans, G. W., "Cavalieri's theorem in his own words", Amer. Math. Monthly, 24 (1917), 447 - 451.

Eves, Howard, *An introduction to the history of mathematics*, Holt, Rinehart and Winston, Nueva York, 1961.

Hooper, Alfred, *Makers of mathematics*, Randon House, Nueva York, 1948.

Kramer, Edna E., *The mainstream of mathematics*, Oxford Univ. Press, Nueva York, 1951.

__________, *Newton as autocrat of science*, Daedalus, 97 (1968), 969 - 1001.

More, Louis Treuchard, *Isaac Newton : a biography*, Dover Pub. Inc., Nueva York, 1962.

Newton, Isaac, *The mathematical principles of natural phylosophy*, The Citadel Press, Nueva York, 1964.

(Playfair, John) review of M. Le Comte Laplace, *Essai philosophique sur les probabilités*, Edinburgh Review or Critical Journal, 23 (1814), 320 - 340.

Scott, J. F., *A history of mathematics from antiquity to the beginning of the nineteeth century*, Taylor and Francis, Londres, 1960.

Sedgwick, W. T. and Tyler, H. W., *A short history of science*, MacMillan Co., Nueva York, 1929.

Smith, David Eugene, *A source book in mathematics, II*, Dover Pub., Inc., Nueva York, 1958.

__________, *History of Mathematics, II*, Dover Pub., Inc., Nueva York, 1958.

Struik. Dirk J,, *A source book in mathematics*, 1200 - 1800, Harvard Univ. Press, Cambridge, Mass., 1969.

Tumbull, H. W. (ed.), *The correspondence of Isaac Newton, I : 1661 - 1675. II : 1676-1687*. Cambridge University Press, Cambridge, England, 1959, 1960.

van der Waerden, B. L., *Science awakening*, Oxford University Press, Nueva York, 1961.

Watkins, J. W. N., *Hobbes system of ideas*, Hutchinson Univ. Library, Londres, 1965.

Whiteside, Derek T. (ed.), *The mathematical works of Isaac Newton*, I, Johnson Reprint Corp., Nueva York, 1964.

State University of New York
College at Fredonia

Author's address :
126 Lincoln Avenue
Dunkirk, NY 14048, EUA-

* * *

Invención y enseñanza

"De esto nace la diferencia entre el método de enseñanza y el de invención : quien enseña, sabe adónde va, y conoce el camino que ha de seguir ; porque ya le ha recorrido otras veces ; mas el que descubre, tal vez no se propone nada determinado, sino examinar lo que hay en el objeto que le ocupa ; quizás se prefija un blanco, pero ignorando si es posible alcanzarle, o dudando si existe, si es más que un capricho de su imaginación ; y, en caso de estar seguro de su existencia, no conoce el sendero que a él le ha de conducir."

Jaime L. Balmes
El Criterio, Sopena Argentina, Bs.As., 1944.