Impacto de la interacción en grupo en la producción de la lengua del álgebra en clase de matemáticas

Judit Chico, Universitat Autònoma de Barcelona (España)

Recibido el 20 de junio de 2018; aceptado el 2 de octubre de 2018

Impacto de la interacción en grupo en la producción de la lengua del álgebra en clase de matemáticas

Resumen

En este artículo explico resultados de un estudio cuyo objetivo fue analizar el impacto de la interacción en grupo en la producción de discursos matemáticos en clase. Mediante métodos cualitativos de comparación constante, examiné discusiones en grupo en torno a la resolución de cinco problemas de generalización con alumnos de 15 y 16 años. Ahora muestro parte del análisis de tres segmentos transcritos de discusiones en una sesión de clase. Pretendo ilustrar cómo la combinación de ciertas formas de interacción influye en el uso y desarrollo de la lengua del álgebra en particular y en el discurso matemático de los alumnos en general. Los resultados señalan el efecto mediador de la interacción en los cambios de discurso sobre pensamiento algebraico en procesos de generalización.

Palabras clave. Lengua del álgebra; interacción; datos de aula; discurso matemático en grupo.

Impacto da interacção na produção de linguagem algébrica em aulas de matemática

Resumo

Neste artigo explico resultados de um estudo que teve por objetivo analisar o impacto da interacção em grupo na produção de discursos matemáticos em sala de aula. Mediante métodos qualitativos de comparação constante, examinei discussões em grupo associadas à resolução de cinco problemas de generalização com alunos de 15 e 16 anos. Agora mostro parte da análise de três segmentos transcritos associados a discussões em uma aula. Pretendo ilustrar como a combinação de certas formas de interacção influenciam no uso e desenvolvimento da linguagem algébrica em particular e no discurso matemático dos alunos em general. Os resultados assinalam o efeito mediador da interacção nas mudanças de discurso sobre pensamento algébrico em processos de generalização.

Palavras chave. Linguagem algébrica; Interação; dados de aula; discurso matemático em grupo.

Impact of group interaction on the production of algebraic language in the mathematics class

Abstract

The goal of this study is to analyse the impact of group interaction on the production of mathematical discourses in the classroom. Qualitative methods of constant comparison were applied to examine group discussions for the resolution of five generalization problems involving learners aged 15 and 16. Now I report part of the analysis for three transcribed segments of discussions in a lesson. The aim is to illustrate how the combination of certain forms of interaction has an influence on the use and progress of the algebraic language in particular, and of the learners' mathematical discourse in general. The results highlight the mediator effect of social interaction in discourse changes regarding algebraic thinking related to generalization processes.

Keywords. Language of algebra; interaction; classroom data; group mathematical discourse.

Para citar: Chico, J. (2018). Impacto de la interacción en grupo en la producción de la lengua del álgebra en clase de matemáticas. *Avances de Investigación en Educación Matemática, nº 14, 31-47.*

Impact de l'interaction de groupe sur la production du langage de l'algèbre en classe de mathématiques

Résumé

Dans cet article, j'explique les résultats d'une étude dont l'objectif était d'analyser l'impact de l'interaction de groupe dans la production de discours mathématiques en classe. Par des méthodes qualitatives de comparaison constante, j'ai examiné des discussions de groupe sur la résolution de cinq problèmes de généralisation avec des étudiants de 15 et 16 ans. Je montre une partie de l'analyse de trois segments de discussion transcrits dans une session de classe. L'objectif est d'illustrer comment la combinaison de certaines formes d'interaction influence l'utilisation et le développement du langage de l'algèbre en particulier, et le discours mathématique des étudiants en général. Les résultats indiquent l'effet médiateur de l'interaction dans les changements de discours sur la pensée algébrique dans les processus de généralisation.

Paroles clés. *Langue de l'algèbre; interaction; données de classe; discours mathématique de groupe*

1. Introducción

El estudio de la lengua en uso o discurso en el aula de matemáticas constituye una línea de investigación creciente en el área de educación matemática (Planas, 2010). Ya en los años noventa del siglo pasado, Pimm (1990) compara el aprendizaje de matemáticas con el de una segunda lengua y señala la importancia de la comunicación oral en el aula como medio para que los alumnos usen, con significado, palabras y símbolos especializados en la matemática escrita, considerada el fin primero en los procesos de enseñanza y aprendizaje en clase. Con el desarrollo y la consolidación de las teorías sociales en el área, se amplía la visión del discurso matemático a un fenómeno de la comunicación que se da en la cultura (Morgan, Craig, Schütte & Wagner, 2014; Planas, 2018). La complejidad de las situaciones sociales pasa a asimilarse con la complejidad del discurso del aula de matemáticas. Aunque el estudio de esta complejidad no es reducible a la interacción cara a cara ni al discurso hablado, estas son ventanas de acceso a la construcción de significado matemático.

Bajo este marco de comprensión del área, presento resultados que se derivan de una investigación más amplia sobre la relación entre interacción y producción de la lengua de las matemáticas en prácticas discursivas del aula de secundaria. Los datos, resultados y reflexiones en este artículo responden al objetivo más concreto de identificar el impacto de ciertas formas de interacción en la producción de la lengua del álgebra de alumnos que participan en una discusión en grupo sobre problemas de generalización. Lejos de delimitar dificultades cognitivas o de comunicación de los alumnos con la lengua del álgebra, indago sobre la naturaleza de la interacción entre alumnos y sobre cómo esta interacción interviene en la producción de la lengua de las matemáticas. Es sabido el papel mediador de la interacción en clase en el aprendizaje matemático (Planas, 2018), pero faltan datos y argumentos sobre cómo se produce, mediante qué formas de interacción y con qué efectos para tareas específicas.

El texto del artículo se estructura en cuatro partes. Comienzo con la visión teórica adoptada de la interacción social, del discurso en el aula y del aprendizaje matemático. Luego introduzco consideraciones sobre la lengua del álgebra y su aprendizaje, que fundamentan el diseño del experimento de enseñanza. Sigo con un resumen del experimento y los métodos de análisis. Continúo con la ejemplificación del análisis de tres segmentos de lengua en uso a fin de ilustrar cómo la combinación de ciertas formas de interacción influye en los discursos matemáticos de los alumnos con implicaciones para el desarrollo de la lengua del álgebra. Acabo con reflexiones en torno a la relación entre lengua del álgebra, discursos de alumnos e interacción, además de consideraciones sobre los siguientes pasos de investigación.

2. Fundamentación teórica y revisión de literatura

En esta sección de revisión de literatura y fundamentación teórica, presento brevemente qué entiendo por interacción social, discurso y aprendizaje matemático, así como la relación que supongo entre estos tres constructos. Tomo investigaciones en el área que respaldan la delimitación y relación entre estos constructos. Por otro lado, baso el análisis de las prácticas de aula en el contenido matemático particular que enmarca los objetos de enseñanza y aprendizaje, que en este trabajo es el álgebra.

2.1 Interacción social, discurso y aprendizaje matemático

Dentro de las teorías sociales del aprendizaje, este estudio parte de la tradición del interaccionismo simbólico (Goffmann, 1981) en la investigación en educación vinculada al socioconstructivismo (Krummheuer, 1995). Aquí la interacción social es vista como un proceso en el que las acciones individuales dependen de la interpretación de un sistema de acciones situado que da lugar a la construcción conjunta de significado. En este estudio, tomo la noción de interacción social en el sentido de relaciones concretas entre participantes que se encuentran en un mismo lugar, esto es, en clase de matemáticas. Son de interés las acciones encaminadas a comunicar y negociar significados matemáticos en el aula, entendidas como acciones que se articulan en y para la producción de un discurso matemático. Así, este estudio se ubica en la tradición “micro” (Planas & Valero, 2016), que se interesa por las características de contextos próximos de comunicación mediante la interpretación de datos empíricos en términos de acciones de los participantes (Gellert, 2008). En esta tradición se sitúan los trabajos de Krummheuer (2011) y de Brandt y Tatsis (2009), que definen papeles de participación (como orador y como oyente) en el aula a partir de una revisión de Goffmann. En mi investigación coincido con estos autores en que la complejidad de una conversación con más de dos participantes conlleva la coexistencia de comunicación directa -el orador direcciona el acto de habla a alguien y, por lo tanto, se espera respuesta- y no directa -el acto de habla no se dirige a nadie en particular-.

La perspectiva interaccionista en educación matemática sugiere el carácter discursivo del conocimiento (Godino & Llinares, 2000). Por otra parte, el papel mediador de la interacción en el aprendizaje, con potencial transformador de la lengua de las matemáticas del alumno, es un supuesto en las teorías sociales del aprendizaje matemático. En consonancia, el aprendizaje matemático es un resultado potencial de la interacción en contextos de uso de la lengua de las matemáticas y de significados asociados a la apropiación de la cultura escolar. Desde esta perspectiva, entiendo la noción de discurso como lengua en uso (Planas, 2018) con diferentes significados según el contexto en el que se produce. Como Setati y Adler (2000), considero que los discursos matemáticos escolares implican formas de hacer, hablar y escuchar matemáticas, así como formas de actuar, sentir y ser. Uniendo todo esto, se puede refinar la concepción del aprendizaje matemático, viéndolo como reconocimiento y uso de significados atribuibles a un discurso mediante la participación en él (Sfard, 2008). La participación en explicaciones, argumentaciones y confrontación de ideas facilita que los alumnos reconozcan y usen significados relativos a estas prácticas de la matemática escolar, produciéndose así condiciones para cambios en el discurso. A la vez que se produce construcción colectiva de la lengua de las matemáticas en el aula, se sientan las bases del aprendizaje matemático individual de quienes interactúan.

En los procesos de enseñanza y aprendizaje en el aula de matemáticas conviven y se combinan diferentes grados de formalidad en la lengua de las matemáticas (Pimm, 1990). El aprendizaje matemático entendido como el desarrollo de la lengua de las matemáticas en una cultura escolar requiere la modificación del discurso del alumno en aquellos aspectos alejados de la formalidad del discurso matemático escolar. En este sentido, la lengua del álgebra puede verse como una extensión de la lengua de los números utilizada por los alumnos, cuya modificación se produce a raíz de prácticas aritméticas combinadas con prácticas de generalización a través de regularidades numéricas o geométricas (Sfard, 2012). Así, es esperable la coexistencia de discursos distintos según su cercanía a la formalidad del discurso matemático escolar. Estos procesos de formalización de la lengua no son lineales y requieren que los participantes modifiquen el significado o uso de ciertas palabras, además de privilegiar el uso de símbolos algebraicos por delante de objetos numéricos en la comunicación. En mi investigación considero que la construcción de la lengua de las matemáticas, particularmente la lengua del álgebra, involucra multitud de discursos y significados.

2.2 La lengua del álgebra y su aprendizaje

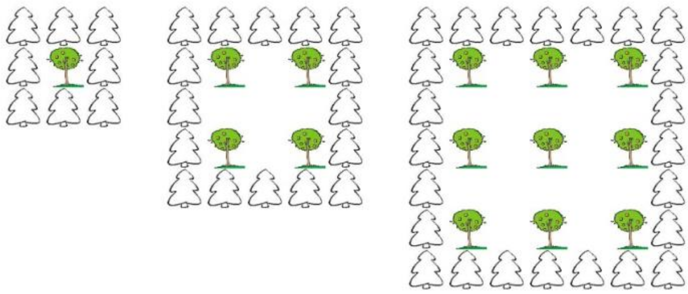
Según Kaput (2008), el pensamiento algebraico es la actividad de hacer, pensar y hablar sobre las matemáticas desde una perspectiva generalizada y relacional. En la transición de la aritmética al álgebra temprana, una de las dificultades iniciales de los alumnos está relacionada con el aprendizaje de las convenciones lingüísticas que subyacen a este contenido matemático. Tradicionalmente en el aprendizaje de la lengua del álgebra se distinguen dos niveles: el sintáctico, que hace referencia a las relaciones y reglas inherentes al álgebra como lengua simbólica, privilegiando aspectos procedimentales y reglas de transformación; y el semántico, que hace énfasis en la interpretación de contextos y el significado de símbolos y expresiones algebraicas. A menudo la semántica se ha asociado a la construcción con significado y la sintáctica a la construcción sin sentido, pero a la práctica las actividades de uso de símbolos implican una mezcla de los dos aspectos (Kaput, 1989). Sorales y Kieran (2013) recomiendan actividades de aula que permitan conectar y desarrollar ambos aspectos para lograr una mayor comprensión de la lengua del álgebra.

El enfoque de resolución de problemas de generalización a través de patrones adoptado en este estudio supera esta dicotomía ya que facilita significados para símbolos en el contexto del problema y el aprendizaje funcional del álgebra (Carraher, Martínez & Schliemann, 2008). Este enfoque amplía el significado de las expresiones algebraicas al tratar las variables como objetos cuyo valor varía (Warren, Cooper y Lamb, 2006) y supone una alternativa al método establecido en muchas aulas, consistente en introducir el álgebra como un juego basado en reglas de transformación de expresiones formales donde las variables son incógnitas en ecuaciones y no poseen la naturaleza de variable. Las dificultades de reconocimiento, comprensión y representación simbólica de variables y de su relación funcional perdura en el tiempo para alumnos de secundaria, bachillerato y universidad (Ursini & Trigueros, 2006). En consecuencia, aunque la lengua del álgebra permite interacciones fructíferas hacia la elaboración de nuevos significados matemáticos, el carácter interpretativo de asignar significado a los símbolos algebraicos y a la sintaxis requieren de experiencias significativas previas en torno a letras, palabras y estructuras sintácticas en la lengua ordinaria para representar y analizar el problema a resolver (Planas, 2013).

3. Diseño del estudio y métodos de análisis

Los datos del estudio se recogieron en un aula de matemáticas de un centro de Barcelona con alumnos de cuarto de educación secundaria obligatoria de entre 15 y 16 años. Los alumnos pertenecen a una clase de crédito optativo sobre resolución de problemas. Siguiendo la dinámica habitual, para cada lección, la profesora presentó el problema y luego los alumnos trabajaron en pareja hacia la producción de un informe escrito con propuestas de resolución. Se finalizó con una discusión en grupo donde se confrontaron resoluciones y dificultades surgidas durante el trabajo en pareja.

Un agricultor quiere plantar naranjos siguiendo una forma cuadrada y alrededor quiere plantar pinos. Se imagina el esquema para 1, 2 y 3 filas de naranjos:



1. ¿Cuántos naranjos y pinos se necesitarán para cinco filas de naranjos?
2. Para el caso general de *n* filas, ¿cuántos naranjos se necesitarán? ¿Y pinos?
3. El principal ingreso del agricultor proviene de la venta de naranjas y, por tanto, le interesa tener más naranjos que pinos. Manteniendo la forma del huerto, ¿es esto posible?

En cada caso, explica cómo lo has hecho.

Figura 1. Enunciado del segundo problema de la secuencia didáctica

Para la preparación del experimento de enseñanza, elaboré una secuencia de cinco problemas de generalización a través de patrones con el objetivo de facilitar el pensamiento algebraico a través de razonamientos inductivos generados en situaciones aritméticas. Los problemas incluyen contextos imaginables fuera de las matemáticas y enunciados con dibujos de apoyo que representan los primeros términos de una sucesión. Para graduar la complejidad matemática de los enunciados escritos, las cuestiones se estructuraron en torno a tres niveles de pensamiento algebraico: 1) concreto, cuando se manipulan pequeñas cantidades; 2) semi-concreto, cuando se manipulan grandes cantidades; y 3) abstracto, cuando se usan símbolos (Carraher & Schliemann, 2007). También se graduó la dificultad de los problemas dentro de la secuencia didáctica, suprimiendo la cuestión de pensamiento semi-concreto e introduciendo cuestiones que requerían entender la expresión algebraica como un objeto, esto es, una estructura real y estática que puede ser manipulada como un todo y no solo como un proceso (Sfard, 1991). Hubo un pilotaje con los primeros problemas de la secuencia que confirmó su idoneidad didáctica por la riqueza de las estrategias de los estudiantes (Morera, Chico, Badillo & Planas, 2012). La Figura 1 muestra el segundo problema de la secuencia didáctica que está basado en un enunciado PISA. Se modificaron las preguntas del enunciado original para adaptarlas a una estructura donde se requiere un doble pensamiento concreto en la primera cuestión, abstracto en la segunda y la comparación de generalizaciones algebraicas en la tercera.

3.1 Métodos de análisis

Los datos son grabaciones de audio y video de cada sesión que transcribí. Las transcripciones literales completas fueron el objeto del análisis y secundariamente se volvió a los videos cuando fue necesario, incorporando gestos, entonaciones y dibujos de los alumnos, entre otros aspectos. Primero exploré los datos del trabajo en pareja con el fin de considerar aspectos del contexto próximo en la interpretación de las discusiones en grupo que se analizaron después. Para cada problema, se construyó una narrativa donde se detallan aspectos relevantes de la interacción y de la actividad matemática de cada pareja (ver mayor detalle en Chico y Planas, 2011a, 2011b, 2018).

En la segunda fase se examinaron los datos de las discusiones en grupo para crear dos familias de códigos según las dos dimensiones principales de análisis: contenido matemático e interacción social. Empecé segmentando las transcripciones en episodios según el contenido matemático central sujeto a discusión. Después, en colaboración con investigadoras de mi equipo, inicié un proceso de análisis comparativo e inductivo (Glaser, 1969; Planas, 2004) entre episodios de la misma sesión y luego entre el total de sesiones. Para los códigos de contenido matemático se fijó la mirada en los objetos matemáticos en discusión y las interpretaciones en torno a ellos, observando posibles representaciones mediante la lengua del álgebra. La revisión de la literatura sobre la transición de la aritmética al álgebra a través de la generalización de patrones sirvió de apoyo para comprender, explicar y codificar datos (Strauss & Corbin, 2002). La Tabla 1 muestra los códigos de contenido matemático que se ilustran en la siguiente sección, mientras que el conjunto completo se puede consultar en Chico (2014). El propósito de los códigos era obtener y estructurar información sobre contenido matemático en las discusiones en grupo que, junto a la información de los procesos de resolución durante el trabajo en pareja, permitieran describir los discursos matemáticos de los alumnos.

Tabla 1. *Códigos de contenido matemático y descripción*

Contenido matemático	*Descripción*
Generalización algebraica	Representación del caso general en la lengua del álgebra
Generalización aritmética	Representación del caso general en la lengua de los números
Justificación geométrica	Justificación del caso general mediante una estrategia de conteo
Justificación numérica	Comprobación numérica del caso general con casos particulares
Comparación resolución	Comparación de técnicas, procedimientos o razonamientos
Generalización visual	Expresión de regularidades basadas en la percepción visual
Identificación variable	Determinación de una variable en el contexto del problema
Expresión algebraica	Representación de un conjunto numérico en la lengua del álgebra
Razonamiento visual	Expresión de un razonamiento basado en la percepción visual
Comparación numérica	Comparación de dos generalizaciones con casos particulares

Respecto a la interacción, se fijó la mirada en las acciones de los participantes que responden a qué se está haciendo en un punto de la discusión en relación con el contenido matemático del turno de habla precedente. Si dos intervenciones son prácticamente simultáneas en el tiempo, se considera que el turno precedente es al que dan respuesta independientemente del orden en el que aparezcan en la transcripción. Durante esta fase de codificación abierta (Glaser, 1969), emergieron códigos incipientes tales como "puntualizar palabras", "parafrasear explicación" o "refutar interpretación". Comenzó entonces un proceso de agrupación y reinterpretación de los códigos incipientes (codificación axial, Glaser, 1969) donde se siguieron dos criterios:

i) considerar el contexto próximo de interacción. Se tuvo en cuenta la interacción entre miembros de una pareja. Esta decisión surgió al examinar las conversaciones y observar que por frecuencia e intensidad se tenía que diferenciar la interacción directa entre estudiantes que habían formado pareja.

ii) hacer prevalecer la función de la lengua en relación con el contenido matemático en discusión por delante de la forma lingüística. Por ejemplo, una intervención puede tener forma de pregunta pero su función en la conversación puede ser solicitar clarificaciones o rechazar contenidos.

Tabla 2. *Códigos de interacción y descripción*

Interacción	*Descripción*
Iniciar	Introducción de una resolución de una cuestión de un problema
Compartir	Respaldo entre miembros de una pareja en una explicación matemática
Solicitar	Demanda de aclaración/ayuda sobre un razonamiento matemático
Rechazar	Negativa al uso de interpretaciones matemáticas acordadas

La Tabla 2 muestra los códigos finales de interacción que ejemplifico en los datos de la siguiente sección. Las dos familias de códigos surgen de identificar significados matemáticos y acciones en la interacción entre alumnos dentro de un grupo de trabajo, a lo largo de una continua ida y venida entre datos y códigos. A medida que se avanza en el análisis, las dos familias de códigos comienzan a estabilizarse dado que no emergen nuevos códigos ni ajustes. Esto supone una reducción progresiva de los códigos hasta solo considerar los más frecuentes. En este punto los datos se volvieron a examinar en busca de relaciones entre las dos familias de códigos. En esta búsqueda, se consideró el contexto próximo de las discusiones de los alumnos. Las narrativas del trabajo en pareja junto con los códigos de contenido matemático ayudaron a identificar y describir diferentes discursos en torno a un mismo objeto matemático. Todo esto permite examinar hasta qué punto cambios en los discursos matemáticos de los alumnos pueden estar relacionados con las formas de interacción codificadas.

4. Resultados

En esta sección introduzco tres resultados que son representativos de lo que ocurrió en diferentes momentos de las discusiones en grupo a lo largo de las sesiones. Tomo tres ejemplos que ocurren en la misma sesión de clase para facilitar la comprensión de los datos sin perder por ello representatividad respecto al análisis del conjunto de las sesiones. Son representativos con respecto al fenómeno central de cambios en el discurso matemático de los alumnos que surgen de la combinación de ciertas formas de interacción en la discusión en grupo. Por otra parte, los segmentos de conversación se presentan en castellano, aunque originalmente la profesora y los alumnos alternan de forma flexible catalán y castellano. Siendo consciente de la pérdida de información que conlleva, muestro datos traducidos.

4.1 Del discurso inductivo al algebraico mediante *Iniciar* y *Compartir*

En este primer fragmento los alumnos discuten soluciones para la segunda cuestión del problema de la Figura 1 sobre el número de pinos para ene filas de naranjos. Jose y Gabriel consensuaron, durante el tiempo en pareja, una resolución para el caso general que comprobaron numérica y geométricamente usando los dibujos de los primeros términos de la secuencia facilitados en el enunciado. Ambos alumnos representan el caso general en la lengua del álgebra escrita y hablada y lo usan para responder la primera cuestión del problema sobre generalización cercana. Irene y Oscar, que también trabajaron en pareja el problema, resolvieron primero la cuestión de generalización cercana por conteo dibujando el caso 5. Para el caso general, los dos alumnos consensuaron una regla de tres usando el primer caso y comprobando numéricamente su validez en los primeros cinco casos que dibujaron previamente. Aunque inicialmente tienen alguna dificultad con el uso de dos letras en una expresión simbólica, expresan el caso general en la lengua del álgebra.

Irene	Hemos hecho una regla de tres, que si para una fila hay ocho pinos para ene filas habrá equis naranjos, ¡ay, qué lío!, equis pinos.
Gabriel	Nosotros hemos encontrado directamente que si multiplicamos ocho por el número de filas nos da el número de abetos.
Jose	De pinos.
Gabriel	Eso, de pinos. Al principio lo hemos visto observando en el primero y en el segundo. Y luego hemos visto el porqué.
Jose	Sí, luego hemos visto el porqué. Hemos encontrado, o sea, multiplicando por dos el número de filas tenemos el número de pinos que forman un lado del cuadrado, este. Pero uno no, uno ya lo contamos como del otro.
Gabriel	El de la punta.
Jose	Menos el de la punta que ya lo contamos para el otro lado. Entonces si tiene tres filas, tres por dos son seis, o sea que aquí hay seis pinos, aquí seis más, aquí seis más y aquí otros seis. Por lo tanto, el número de filas por dos te da el número de un lado y entonces lo multiplicas por cuatro que son los lados de un cuadrado.
Sara:	Seis más, seis más y seis más.
Gabriel	Entonces si multiplicas dos ene por cuatro te da ocho ene, que es la equis.
Jose	Que es lo que habíamos visto antes y no sabíamos el porqué.
Óscar	Es más directo, es la fórmula evolucionada.
Irene	Es como una simplificación de la nuestra si la haces.
Óscar	Bueno… la suya es pensada, nosotros hemos ido probando.
Irene	Es verdad la suya tiene un porqué la nuestra simplemente funcionaba.

Vemos la introducción de Irene de la *generalización algebraica* $1/8 = n/x$. Gabriel reacciona exponiendo una *generalización aritmética* basada en un razonamiento multiplicativo. Ambos alumnos comunican la relación de dependencia entre las dos variables, pero mientras Irene usa símbolos y su significado en el contexto en su explicación, Gabriel expresa las variables haciendo referencia al significado en el contexto. Jose y Gabriel se suceden para explicar la *justificación geométrica* y *numérica* que respalda su resolución. La explicación finaliza conectando *generalización aritmética* con *generalización algebraica*. El fragmento acaba con una conversación donde Irene y Óscar *comparan* las dos *resoluciones*. Implícitamente afirman la equivalencia de las dos generalizaciones, pero valoran la simplificación sintáctica y la justificación geométrica de la resolución de Gabriel y Jose.

Los códigos de interacción en este fragmento son *Iniciar* y *Compartir*. *Iniciar* se observa en las dos primeras intervenciones de Irene y Gabriel cuando introducen dos resoluciones en la discusión en grupo. Estas dos acciones marcan el contenido matemático a discutir. *Compartir* es un código que sintetiza acciones como corregir palabras, puntualizar significados, ampliar o validar información matemática dada por el compañero durante el trabajo en pareja. Este código se puede observar en diversas intervenciones durante la discusión matemática. José, en su primera intervención, sugiere el uso de la palabra “pinos”, dada en el contexto del problema, en lugar de “abetos”. Luego Gabriel puntualiza el significado de “uno”, *el de la punta*, en la intervención de Jose. En diversos momentos Jose parafrasea parte de lo dicho por Gabriel validando y ampliando la información dada por su compañero. En síntesis, Jose y Gabriel comparten la responsabilidad de elaborar y comunicar un discurso en torno a una generalización algebraica construida previamente por consenso. La comunicación entre estos dos alumnos contribuye a conectar expresiones lingüísticas con diferentes grados de formalidad de una misma generalización matemática.

También se observa el efecto de *Compartir* en la comunicación entre Irene y Óscar en los últimos cuatro turnos del fragmento. Estos alumnos usan la estructura de pareja en el grupo para reflexionar sobre su discurso en contraposición al expuesto por Gabriel y Jose. Aunque en la explicación de las dos resoluciones se usa la lengua del álgebra, las heurísticas son diferentes (Radford, 2006). El discurso de Irene y Oscar se basa en un razonamiento inductivo; mediante prueba y error proponen una regla de tres comprobada en unos pocos casos particulares. En cambio, el discurso de Gabriel y Jose señala lo general en lo particular; se identifican características comunes en las figuras dadas y se generaliza a las figuras que siguen en la secuencia. Irene y Oscar señalan la diferencia de los dos discursos y más allá de apreciar la simplificación sintáctica de la expresión simbólica, valoran el discurso centrado en generalizar por delante del inductivo construido por ellos. Esto supone una modificación cualitativa del discurso de Irene y Óscar en torno al significado de generalizar.

4.2 De la percepción visual a la generalización algebraica mediante *Iniciar*, *Solicitar* y *Compartir*

Este segundo fragmento corresponde a otro momento de la discusión en grupo sobre la segunda cuestión del problema de la Figura 1. Cristina y Maria, compañeras durante el tiempo en pareja, tuvieron dificultades para generalizar en la lengua del álgebra derivadas de la no identificación de la variable independiente en el problema y la falta de razonamiento funcional. El fragmento se inicia cuando Cristina explica una *generalización visual* basada en una estrategia de conteo para el número de pinos que depende de la percepción visual y no contempla la relación funcional entre variables. Gabriel e Irene exponen la imposibilidad de saber el número de pinos sin ver el dibujo, a lo que Cristina señala que las resoluciones expuestas por estos alumnos no tenían esta problemática. Entonces Irene *identifica* la *variable* independiente en el contexto del problema y su simbolización, clave para representar en la lengua del álgebra la resolución de Cristina. Jose respalda a Irene y comunica la *expresión algebraica* $2n$, que representa el número de pinos menos uno de un lado del cuadrado en su resolución, expuesta con anterioridad. Aunque Jose no explica el significado de $2n$ en el contexto del problema, Maria *generaliza algebraicamente* la estrategia de conteo expuesta por Cristina. El fragmento acaba con una conversación donde Cristina y Maria señalan la no *identificación* de la *variable* como el origen de las dificultades para generalizar en la lengua del álgebra durante el trabajo en pareja.

Cristina	*Tú lo que haces es, de cada lado cuentas el número de pinos que hay con las dos puntas, entonces lo multiplicas por cuatro y luego tienes que restar cuatro porque las puntas las has contado dos veces. Pero no sé escribirlo.*
Oscar	*¿En plan fórmula?*
Cristina	*Sí*

Gabriel *Pero el número de lados, o sea el número de pinos no lo puedes saber, ¿no?*

Irene *Claro, ¿cómo puedes saber el número de pinos si no lo tienes dibujado?*

Cristina *Pero, vosotros lo habéis sabido, ¿no?*

Irene *Es verdad con las filas, la ene.*

Jose *Claro con las filas, es dos ene.*

Maria *Entonces sería dos ene… no, dos ene más uno, lo multiplicamos todo por cuatro y luego le restamos los cuatro vértices.*

Cristina *Y eso es el número de pinos, ¿no? Es que no sabíamos hacerlo, no encontrábamos la relación que cumpliera, hemos ido probando, pero no la hemos encontrado.*

Maria *Porque esto era el número de filas, no de naranjos… ¡No lo hemos hecho con el número de filas!*

Cristina *Claro, por eso no encontrábamos que los 11 eran los dos ene más uno.*

Los códigos de interacción son *Iniciar*, *Solicitar* y *Compartir*. *Iniciar* se observa cuando Cristina introduce su aproximación al principio del fragmento y centra la conversación posterior en la representación de su resolución en la lengua del álgebra. *Solicitar* es una acción clave y repetida que hace referencia a la demanda de aclaraciones o de ayuda respecto a un razonamiento matemático expuesto. Por un lado, Cristina solicita ayuda implícitamente dos veces, cuando afirma no saber escribir su resolución y tras las peticiones de clarificación de Gabriel e Irene. Por otro lado, Gabriel e Irene solicitan clarificaciones que llevan a conectar la dependencia visual de la estrategia de conteo con la falta de referencias a la variable independiente en el contexto. Así se observa el impacto de *Iniciar* y *Solicitar* en la identificación de la variable que permite acceder a la generalización en la lengua del álgebra y al pensamiento funcional. Al final del fragmento, se observa *Compartir* en la comunicación entre Cristina y María. Como en el ejemplo anterior, la estructura de pareja se usa para reflexionar sobre el discurso construido durante el trabajo en pareja. El discurso inicial de Cristina señala lo general en lo particular; así, se puede decir que es un discurso sobre generalizar en el aula de matemáticas, pero no sobre generalizar algebraicamente. El desarrollo del pensamiento algebraico a través de prácticas de generalización de patrones implica la representación del caso general mediante la lengua del álgebra (Kieran, 1989) para posteriormente poder tratar la expresión simbólica como un objeto estructural y no solo como un proceso (Sfard, 1991). Este paso no es trivial e implica identificar y representar simbólicamente las variables y pensar en la generalización algebraica como una relación funcional (Sorales & Kieran, 2013). La modificación del discurso de Cristina y María recae en el uso de la lengua del álgebra y en el reconocimiento de las dificultades en la generalización algebraica.

4.3 De la intuición visual a la comparación algebraica mediante *Iniciar*, *Rechazar* y *Compartir*

En el fragmento que sigue, los alumnos discuten sobre la tercera cuestión del problema. Durante el trabajo en pareja, Cristina y Maria no llegaron a un consenso y sus razonamientos se basaron en percepciones de los dibujos del enunciado. Irene y Óscar resolvieron la cuestión mediante prueba y error, substituyendo números en las dos generalizaciones algebraicas realizadas y comparando los resultados obtenidos. Gabriel y Jose plantearon una inecuación de segundo grado para comparar las dos generalizaciones algebraicas y la resolvieron.

Maria	La última no la he podido hacer bien, pero creo que no puede ser. Parece que hay más por fuera.
Cristina	Yo creo que sí porque si lo haces muy grande tendrás más en el medio que pinos.
Irene	Sí, sí que es posible… porque utilizando la fórmula de ocho ene y la de ene al cuadrad o, llega un momento en el que cuando tienes ocho filas igualas el número de pinos y el de naranjos y una vez lo pasas hay más naranjos que pinos.
Gabriel	No, porque nueve al cuadrado que sería el número de naranjos no es más grande que ocho por nueve.
Jose	Nueve por nueve sí que es más grande que ocho por nueve.
Irene	Sí, que es más grande.
Gabriel	Lo tenemos equivocado. No entiendo, si hemos hecho una inecuación.
Jose	¡Ah! Es verdad, no, pues sí. Nosotros hemos hecho esto, pero al revés o sea que hemos dicho que no, pero es que sí.
Gabriel	¿Qué ha pasado?
Jose	[Ininteligible] revés. Lo estoy cambiando en todas.
Gabriel	La hemos liado. Teníamos que haber probado uno ni que sea.

Al inicio de este fragmento Maria y Cristina dan *razonamientos visuales* como respuesta a la cuestión del problema basándose en la percepción de los dibujos del problema. Irene *compara numéricamente* dos generalizaciones algebraicas validadas anteriormente en el grupo para el número de pinos y de naranjos. Tras mostrar la igualdad numérica para el caso particular $n = 8$, afirma que el número de naranjos será mayor que el de pinos cuando haya más de ocho filas. A partir de la *comparación numérica* para $n = 9$, Gabriel y Jose advierten que han escrito al revés el signo de la desigualdad en la inecuación que habían resuelto durante el trabajo en pareja. El fragmento acaba con Jose introduciendo correcciones en la resolución escrita.

Los códigos de interacción del fragmento son *Iniciar* y *Rechazar* y *Compartir*. En esta ocasión es María quien *inicia* la discusión introduciendo una respuesta que se basa en una intuición visual. *Rechazar* es una acción repetida en este fragmento. Primeramente, Cristina e Irene *rechazan* lo expuesto por Maria, pero mientras Cristina basa su refutación en la percepción visual, Irene expone y compara, mediante un caso particular, las dos generalizaciones algebraicas acordadas con anterioridad. Sigue con Gabriel rebatiendo la igualdad numérica que sustenta la conclusión de Irene. Entonces, las acciones de José e Irene, que rechazan lo dicho por Gabriel, ponen de manifiesto errores en la resolución construida por Gabriel y Jose. En este punto se observa *Compartir* en la conversación casi inaudible para el resto que inician estos dos alumnos, donde revisan y corrigen su resolución.

En el fragmento coexisten dos discursos con diferentes grados de formalidad. Por un lado, el discurso de Maria y Cristina carece de argumentos propios de la matemática escolar y se basa en percepciones visuales. Por el otro, el discurso de Irene, Gabriel y Jose, más allá de utilizar la lengua del álgebra, considera las expresiones simbólicas como objetos algebraicos comparables donde las letras tienen un significado en el contexto del problema y representan variables, por lo que pueden ser substituidas por elementos concretos. Cabe mencionar que la expresión lingüística utilizada por Irene para expresar el patrón del número de pinos, *ocho ene*, fue introducida por otro alumno en la discusión en grupo (ver primer ejemplo de esta sección) y no es la que originalmente utilizó para resolver la cuestión del problema.

Los discursos de Irene y, Gabriel y Jose vuelven a diferir en lo heurístico, mientras el primero está basado en una estrategia de prueba y error como método de resolución de una inecuación, el segundo está basado en reglas de transformación sintáctica de desigualdades algebraicas. En este caso se produce una extensión del discurso de Gabriel y Jose que integra la substitución numérica como mecanismo de autorregulación para comprobar, mediante casos particulares conocidos, resultados que provienen de operar expresiones simbólicas.

5. Discusión y consideraciones finales

En este artículo he examinado cambios en el discurso matemático junto con formas de interacción de alumnos en procesos de generalización mediante la lengua del álgebra. Las discusiones en los segmentos documentados son productivas en cuanto al uso y la comprensión de la lengua del álgebra en la interacción en grupo. Así, el aprendizaje del álgebra mediante la resolución de problemas de generalización y la dinámica colaborativa de trabajo en clase configuraron oportunidades de hablar, producir y modificar la lengua del álgebra con implicaciones para los discursos matemáticos de los alumnos. En conjunto, los tres segmentos mostrados aluden a la tensión entre la formalidad de la lengua usada y los discursos matemáticos construidos. En el primer segmento, el uso de la lengua del álgebra para expresar el caso general de un patrón no implica la producción de un discurso sobre generalizar donde se vea lo general en lo particular. En el segundo y tercer ejemplos, no expresar el caso general en la lengua del álgebra obstaculiza el acceso a discursos conceptualmente avanzados sobre generalizar. La formalidad de la lengua no parece pues garantía de comprensión pero unos ciertos usos sí parecen facilitar el desarrollo de discursos matemáticos.

Desde mi posición teórica, era esperable que la coexistencia de discursos con distintos grados de formalidad tuviera un efecto en el aprendizaje del álgebra. Entrar en contacto con discursos formales es condición para acceder al aprendizaje de las matemáticas (Sfard, 2008, 2012). En la confrontación de discursos, los alumnos cambian la forma de hablar de objetos y procesos matemáticos al familiarizarse con discursos más formales producidos mayormente por el profesor. Tradicionalmente se ha considerado que el aprendizaje matemático sigue una dirección ascendente hacia la formalidad en los discursos orales y escritos (Pimm, 1990). Un ejemplo sería el segundo segmento mostrado, donde se llega a un discurso sobre generalizar en la lengua del álgebra a partir del desarrollo de un discurso aritmético. Sin embargo, más que substituir unos discursos por otros, el aprendizaje se produce en la articulación de discursos existentes en torno a un mismo objeto matemático. Un discurso de prueba y error como procedimiento de resolución de inecuaciones puede completar y ampliar un discurso basado en reglas formales de transformación sintáctica.

Los resultados ponen de relieve formas de interacción que se repiten en la discusión entre alumnos, cuyo contenido matemático subyacente incide en el desarrollo de la lengua del álgebra durante la resolución de problemas de generalización. Inicialmente se exploró el impacto de la combinación de dos formas de interacción en el desarrollo de la lengua de las matemáticas (ver detalles en Chico & Planas, 2018). Esto supuso analizar secuencias de información de forma aislada que, aunque informan sobre avances en la lengua de las matemáticas, conllevan una visión limitada de los procesos sociales involucrados en la construcción colectiva de discursos matemáticos en clase. La ampliación del análisis a discusiones completas en torno a una misma generalización pone de relieve que los cambios en los discursos de alumnos están influenciados por una combinación más compleja de formas de interacción. En los segmentos mostrados se observa que algunas formas de interacción aparecen reiteradamente en combinación con otras en un mismo episodio. Estas estructuras más complejas de interacción son recurrentes en los datos y representan situaciones similares desde el punto de vista de cómo se producen discursos colectivos en el aula, aunque pueden diferir en el impacto en la lengua del álgebra. Hay segmentos en los que la combinación Iniciar y Compartir influye en la determinación del rango de una variable en una generalización algebraica (Chico & Planas, 2018) que, como en el primer segmento, alude al discurso producido en el trabajo en pareja.

De acuerdo con mi análisis, en los tres segmentos mostrados aparece el código *Compartir* en combinación con otros; con esto se refleja la frecuencia y relevancia de esta interacción basada en los esfuerzos conjuntos durante el trabajo en pareja e influenciada por el diseño de la intervención didáctica. En los datos se aprecia cómo se presta una mayor atención a la idoneidad de las explicaciones del compañero durante el trabajo en pareja en comparación con las de otros alumnos. Así la estructura de pareja se mantiene en el grupo consolidando una interacción que tiene una doble influencia en el discurso. Por un lado, los miembros de una pareja "se comunican entre ellos para comunicar" (Planas, Arnal-Bailera & García-Honrado, 2018, p. 46) al resto del grupo, es decir, comparten la responsabilidad de construir un discurso adecuado y comprensible en torno a una resolución que conlleva modificaciones en la lengua del álgebra en particular y de las matemáticas en general (ver Jose y Gabriel en el primer ejemplo). Por otro lado, los alumnos se comunican entre ellos para reflexionar sobre el discurso producido conjuntamente durante el tiempo en pareja en contraste con otros discursos presentes en la discusión. Esto conlleva modificaciones hacia un discurso matemático escolar más formal desde el punto de vista del contenido matemático -de qué se habla- y de la cultura de aula -cómo se habla, se hace y se representa ese contenido en el aula-. Aunque estas conversaciones tienen un carácter privado y están claramente direccionadas a un interlocutor específico, se producen de forma pública constituyendo así una aportación a todo el grupo (Krummheuer, 2011).

Acabo mencionando la cultura del aula como factor en la interacción En algunas culturas de aula, la explicación de una resolución por parte de una alumna no implica su revisión o ampliación por parte de otros alumnos ya que estas acciones se esperan del profesor. La repetición de esta situación en los datos informa sobre las normas que regulan la actividad matemática y social en el aula y, particularmente, en la discusión en grupo. Las normas sociomatemáticas se establecen conjuntamente por profesor y alumnos y delimitan los modos de hacer y de hablar matemáticas que se consideran adecuados en un aula (Yackel & Cobb, 1996). Tales normas suelen no ser explícitas en la comunicación en clase y se constituyen de manera tácita a lo largo de la actividad. Siguiendo las recomendaciones de Cobb, Yackel y Wood (1995), para las discusiones en grupo se explicitaron normas del tipo: explicar y justificar soluciones producidas durante el trabajo en pareja, escuchar y dar sentido a explicaciones de los compañeros preguntando dudas, manifestar dificultades en la comprensión de un razonamiento expuesto, indicar acuerdo o desacuerdo con lo matemáticamente explicado, atender las demandas relativas a las aproximaciones presentadas y solucionar situaciones con conflicto entre interpretaciones, cuestionando y valorando alternativas. Estas normas pueden fomentar interacciones productivas con efectos sobre la lengua de las matemáticas, que en conjunto conllevan cambios en los discursos de los alumnos. Se han podido crear y comunicar otras normas durante el trabajo en grupo con efecto en la forma de interactuar. Aunque en la interpretación de datos se ha tenido en cuenta la cultura del aula, falta profundizar en la influencia de la comunicación no explícita de normas en las formas de participación de los estudiantes en la discusión en grupo y en la producción de discursos matemáticos. El estudio de la complejidad de la interacción en grupo y la construcción colectiva de discursos matemáticos debe considerar la influencia de la comunicación de las normas del aula y de la discusión en grupo.

Agradecimientos

Al equipo del grupo de investigación GIPEAM, SGR-2017-101, y al equipo del proyecto EDU2015-65378-P, MINECO/FEDER.

Referencias

Brandt, B., & Tatsis, K. (2009). Using Goffman's concepts to explore collaborative interaction processes in elementary school mathematics. *Research in Mathematics Education, 11*(1), 3-55.

Carraher, D. W., Martínez, M. V., & Schliemann, A. D. (2008). Early algebra and mathematical generalization. *ZDM, 40*, 3-22.

Carraher, D. W., & Schliemann, A. D. (2007). Early algebra and algebraic reasoning. En F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (vol. 2, pp. 669-705). Charlotte, EEUU: IAP.

Chico, J. (2014). *Impacto de la interacción en grupo en la construcción de argumentación colectiva en clase de matemáticas*. Trabajo de Tesis Doctoral. Universitat Autònoma de Barcelona.

Chico, J., & Planas, N. (2011a). Interpretación de indicadores discursivos en situaciones de aprendizaje matemático en pareja. En M. Marín, G. Fernández, L. J. Blanco & M. Palarea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 319-328). Ciudad Real: SEIEM.

Chico, J., & Planas, N. (2011b). Question-answer, validation, and follow-up in lessons of mathematics. En B. Ubuz (Ed.), *Proceedings 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 1, p. 279). Ankara, Turquía: PME.

Chico, J., & Planas, N. (2018). Producción de la lengua de las matemáticas en clase durante la interacción en grupo. En L. J. Rodríguez et al. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (pp. 201-210). Gijón: SEIEM.

Cobb, P., Yackel, E., & Wood, T. (1995). The teaching experiment classroom. En P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: interaction in classroom cultures* (pp. 17-24). Hillsdale, EEUU: Lawrence.

Gellert, U. (2008). Validity and relevance: comparing and combining two sociological perspectives on mathematics classroom practice. *ZDM, 40*, 215-224.

Glaser, B. G. (1969). The constant comparative method of qualitative analysis. En G. J. McCall, & J. L. Simmons (Eds.), *Issues in participant observation: a text and reader* (pp. 216-228). Reading, Reino Unido: Addison-Wesley.

Godino, J. D., & Llinares, S. (2000). El interaccionismo simbólico en educación matemática. *Educación Matemática, 2*(1), 70-92.

Goffman, E. (1981). *Forms of talk*. Philadelphia, EEUU: University of Philadelphia.

Kaput, J. J. (1989). Linking representations in the symbol systems of algebra. In S. Wagner & C. Kieran (Eds.), *Research issues in the learning and teaching of algebra* (vol. 4, pp. 167–194). Reston, EEUU: NCTM.

Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? En J. Kaput, D. W. Carraher & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 235-272). Nueva York: Lawrence Erlbaum.

Kieran, C. (1989). A perspective on algebraic thinking. En G. Vernand, J. Rogalski & M. Artigue (Eds). *Proceedings of the 13th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 2, pp. 163-171). París: PME.

Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. En P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: interaction in classroom cultures* (pp. 229-270). Hillsdale, EEUU: Lawrence Erlbaum.

Krummheuer, G. (2011). Representation of the notion “learning-as-participation” in everyday situations of mathematics classes. *ZDM*, *43*, 81-90.

Morera, L., Chico, J., Badillo, E., & Planas, N. (2012). Problemas ricos en argumentación para secundaria: reflexiones sobre el pensamiento del alumnado y la gestión del profesor. *SUMA*, *70*, 9-20.

Morgan, C., Craig, T., Schütte, M., & Wagner, D. (2014). Language and communication in mathematics education: an overview of research in the field. *ZDM*, *46*, 843-853.

Pimm, D. (1990). *El lenguaje matemático en el aula*. Madrid: Morata.

Planas, N. (2004). Metodología para analizar la interacción entre lo cultural, lo social y lo afectivo en educación matemática. *Enseñanza de las Ciencias*, *22*(1), 19-36.

Planas, N. (2010). Las teorías socioculturales en la investigación en educación matemática: reflexiones y datos bibliométricos. En M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T. A. Sierra (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 163-195). Lleida: SEIEM.

Planas, N. (2013). Iniciación al lenguaje algebraico en aulas multilingües: contribuciones de un proyecto en desarrollo. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, *3*, 25-44.

Planas, N. (2018). Language as resource: a key notion for understanding the complexity of mathematics learning. *Educational Studies in Mathematics*, *98*, 215-229.

Planas, N., Arnal, A., & García-Honrado, I. (2018). El discurso matemático del profesor: ¿cómo se produce en clase y cómo se puede investigar? *Enseñanza de las Ciencias*, *36*(1), 45-60.

Planas, N., & Valero, P. (2016). Tracing the socio-cultural-political axis in understanding mathematics education. En Á. Gutiérrez, G. H. Leder & P. Boero (Eds.), *The second handbook of research on the psychology of mathematics education. The journey continues* (pp. 447-479). Rotterdam, Holanda: Sense Publishers.

Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. En S. Alatorre, J. Cortina, M. Sáiz, & A. Médez (Eds.), *Proceedings of the 28th Annual Meeting of the North American Chapter of the International*

Group for the Psychology of Mathematics Education (vol. 1, pp. 2-21). Mérida, México: UPN.

Setati, M., & Adler, J. (2000). Between languages and discourses: language practices in primary multilingual mathematics classrooms in South Africa. *Educational Studies in Mathematics, 43,* 243-269.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, *22*, 1-36.

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Nueva York: Cambridge University Press.

Sfard, A. (2012). Introduction: developing mathematical discourse. Some insights from communicational research. *International Journal of Educational Research*, *51-52*, 1-9.

Solares, A., & Kieran, C. (2013). Articulating syntactic and numeric perspectives on equivalence: the case of rational expressions. *Educational Studies in Mathematics*, *84,* 115-148

Strauss, A., & Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada.* Medellín, Colombia: Universidad de Antioquia.

Ursini, S., & Trigueros, M. (2006). ¿Mejora la comprensión del concepto de variable cuando los estudiantes cursan matemáticas avanzadas? *Educación Matemática. 18*(3), 5-38.

Warren, E. A., Cooper, T. J., & Lamb, J. T. (2006). Investigating functional thinking in the elementary classroom: foundations of early algebraic reasoning. *The Journal of Mathematical Behavior*, *25*, 208-223.

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*(4), 458-477.

Referencia de la autora

Judit Chico, Universitat Autònoma de Barcelona (España). judit.chico@uab.cat

Impact of group interaction on the production of algebraic language in mathematics classroom

Judit Chico, Universitat Autónoma de Barcelona

My research with lesson data in a mathematics classroom of Barcelona (Chico, 2014) draws on a sociocultural understanding of learning through talk to examine language use in situations of development of mathematical discourses. I take the tradition of symbolic interactionism to see social interaction as a recursive process where individual actions relate to the interpretation of and response to broader systems of actions taking place in a particular social context and time. Following Sfard (2008), mathematical learning emerges through the practice of specific forms of discourse while learners participate in activity. Accordingly, the collective construction of

mathematical language and discourse in the classroom articulates individual actions of learners who deal with opportunities to recognise, use and construct meaning. From this theoretical perspective, it is fundamental the study of social interaction in the midst of processes of collaboration, negotiation and construction of shared meaning in the mathematical classroom. This is why in the reported research, I document and examine classroom conversations among learners and attempt to identify forms of interaction as well as their potential impact on the production of algebraic languages and, more generally, mathematical discourses. Qualitative methods of constant comparison were applied to group discussions for the resolution of five generalization problems involving students aged 15 and 16. In this paper, I report part of the analysis for three segments of discussions in one of the lessons. The aim is to illustrate how the combination of certain forms of interaction has an influence on the use and progress of the language of mathematics. The results highlight the mediator effect of interaction and changes in discourse regarding algebraic thinking and generalization processes. The prevalence of the pair structure in the group discussions is of outmost relevance for the production of an algebraic language and mathematical discourses leading to generalization. I end with reflections about the culture of the classroom and its importance for the understanding of the social processes involved in the collective construction of mathematical discourses and languages in the classroom.