

**Evaluación de la resistencia a compresión del hormigón empleando áridos calizos cubanos.**  
*Evaluation of the compressive strength of concrete using Cuban limestone aggregates.*



**Ing. José Ramón Martínez Díaz**

Profesor Auxiliar, Ingeniero Civil,  
Centro de Estudios de Matemática para la Ingeniería y las Ciencias,  
CEMAT  
Universidad Tecnológica de La Habana “José Antonio Echevarría”,  
CUJAE  
La Habana, Cuba.  
Email: [jrmartinez@cemat.cujae.edu.cu](mailto:jrmartinez@cemat.cujae.edu.cu); [jrmartinezdiaz1949@gmail.com](mailto:jrmartinezdiaz1949@gmail.com)  
Teléfono: 7-205-0490 ; 7-266-3562



**MSc. Ing. Nelson Emilio Díaz Brito**

Profesor Auxiliar, Ingeniero Civil  
Centro de Estudios de la Construcción y Arquitectura Tropical (CECAT),  
Facultad de Ingeniería Civil  
Universidad Tecnológica de La Habana “José Antonio Echevarría”,  
CUJAE  
La Habana, Cuba.  
Email: [nediaz@civil.cujae.edu.cu](mailto:nediaz@civil.cujae.edu.cu)  
Teléfono 7-266-3837



**Dr. Ing. Alfredo del Castillo Serpa**

Profesor Emérito, Ingeniero Eléctrico  
Centro de Estudios de Matemática para la Ingeniería y las Ciencias,  
CEMAT  
Universidad Tecnológica de La Habana “José Antonio Echevarría”,  
CUJAE  
La Habana, Cuba.  
Email: [acastillo@cemat.cujae.edu.cu](mailto:acastillo@cemat.cujae.edu.cu)  
Teléfono: 7-266-3562

**Recibido:** 2-10-18  
**Aceptado:** 15-11-18

**Resumen**

Numerosas investigaciones se han realizado para determinar los factores principales de influencia en la resistencia a compresión del hormigón y los resultados demuestran que la relación agua-cemento y la proporción de los áridos son significativas, pero para los áridos calizos cubanos se desconoce la magnitud de la influencia de dichos factores y con frecuencia se proponen proporciones de áridos erróneas para una relación agua-cemento dada. La presente investigación tiene por objetivo obtener los modelos estadístico-matemáticos que relacionan la resistencia a compresión del hormigón con los factores relación agua-cemento y proporción de los áridos a los 3, 7 y 28 días, empleando la metodología de superficies de respuesta. Se concluye que la relación agua-cemento y la proporción de los áridos al cuadrado son los factores que más influyen significativamente en la resistencia a compresión del hormigón y que los modelos estadístico-matemáticos que se obtienen son válidos para todas las combinaciones posibles de la región experimental de los factores donde se halla el óptimo.

**Palabras claves:** hormigón, resistencia compresión, superficies respuesta.

## Abstract:

Numerous investigations have been carried out to determine the main influencing factors in the compressive strength of concrete and the results show that the water-cement ratio and the proportion of the aggregates are significant, but for the limestone aggregates in Cuba the magnitude of the influence of these factors and often proportions of erroneous aggregates are proposed for a given water-cement ratio. The objective of this research is to obtain statistical-mathematical models that relate the compressive strength of concrete with water-cement ratio factors and the proportion of aggregates at 3, 7 and 28 days, using the response surface methodology. It is concluded that the water-cement ratio and the proportion of aggregates squared are the factors that most influence significantly in the compressive strength of concrete and that the statistical-mathematical models that are obtained are valid for all possible combinations of the region experimental of the factors where the optimum is found.

**Key words:** Concrete, resistance, compression, surfaces.

## 1. Introducción

La resistencia a compresión ha sido la característica universal más utilizada para el control de la calidad del hormigón por estar relacionada con otras propiedades importantes tales como la durabilidad y la seguridad en las estructuras. De forma creciente ha sido objeto de estudio la magnitud en que influyen las variables relación agua-cemento ( $A/C$ ) y la proporción de los áridos ( $A_f/A_g$ ) en la resistencia a compresión del hormigón, pero para los áridos calizos cubanos se desconoce la magnitud de la influencia de dichos factores y con frecuencia se proponen proporciones de áridos no adecuadas. Desde los métodos clásicos de dosificación de Abrams, 1918<sup>[1]</sup>; Martínez, 2008<sup>[2]</sup> hasta los más recientes desarrollados por O'Reilly, 1993<sup>[3]</sup> y Teychenné, 1997<sup>[4]</sup>, están presentes el análisis de dichas variables. Cuando se ha investigado en nuestro país las variables que modifican la resistencia a compresión del hormigón, se ha analizado la influencia independiente de cada variable sobre esta propiedad Sarria, et al. 2014<sup>[5]</sup>, dejando a un lado las consecuencias que pudieran tener las interacciones de las variables o su efecto cuadrático. No obstante, desde hace varios años al obtener hormigones con la introducción de nuevas tecnologías y productos, varios autores han logrado evaluar con mayor eficiencia y eficacia la relación de la resistencia a compresión del hormigón con las variables que lo pueden modificar, pudiendo citarse los trabajos de Simon, 1997<sup>[6]</sup>; ACI 214R-02, 2002<sup>[7]</sup>; ACI 201, 2001<sup>[8]</sup>; Metha et al., 2006<sup>[9]</sup>; Gayoso, 2006<sup>[10]</sup>; Solís, 2008<sup>[11]</sup>; Ortega, 2012<sup>[12]</sup>; Mbadike, 2013<sup>[13]</sup>; Onuamah, 2015<sup>[14]</sup>; Howland, 2016<sup>[15]</sup> y otros. En esos textos se pueden encontrar aplicaciones basadas en las adiciones y estudios de la microestructura del hormigón, así como el análisis de varianza (ANOVA), diseños factoriales y metodología de superficies de respuesta (*MSR*), que permiten optimizar las proporciones de los componentes de una mezcla de hormigón. La presente investigación tiene por objetivo obtener un modelo estadístico-matemático que relacione la resistencia a compresión del hormigón con los factores relación agua-cemento y proporción de los áridos empleando la metodología de superficies de respuesta.

Como resultado de numerosos ensayos en el Instituto de Lewis, universidad de Illinois, Abrams, 1918<sup>[1]</sup>, descubrió la relación existente entre la resistencia a compresión del hormigón y la relación  $A/C$ , dada por la expresión  $R_c = \frac{M}{K^{A/C}}$ , siendo  $M$  y  $K$  constantes empíricas. Hoy se reconoce que para hormigones totalmente compactados, elaborados con áridos limpios y sanos, la resistencia y otras propiedades del hormigón, son determinadas no solo por la relación  $A/C$ . En la presente investigación, para 9 mezclas de hormigón se muestra el comportamiento de la resistencia en función de la relación  $A/C$  y de la proporción ( $A_f/A_g$ ). Solís, 2008<sup>[10]</sup>; plantea que la influencia de los áridos no ha sido suficientemente considerada en la mayoría de los modelos desarrollados para estimar la resistencia del hormigón, incluyendo las consideraciones de la ACI 201, 2001<sup>[8]</sup>. Durante aproximadamente 14 años, O'Reilly, 1993<sup>[3]</sup> investigó en muchos ensayos, la fuerte influencia de la

proporción de los áridos en la resistencia a compresión del hormigón y concluyó que para determinar la composición óptima de un hormigón: realizar el ensayo del vacío mínimo experimental, determinar la cantidad de agua requerida, hallar la característica A de los áridos y la cantidad de cemento. En la década del 90, el método de O'Reilly, 1993<sup>[3]</sup>, ahorra el 14% de consumo de cemento por m<sup>3</sup> de hormigón respecto a los métodos europeo y ACI, lo cual tuvo una repercusión económica mundial extraordinaria. Después se demuestra que no siempre el vacío mínimo proporciona la mezcla óptima en el hormigón. En relación con los factores que afectan la resistencia del hormigón, Metha et al., 2006<sup>[9]</sup> planteó que los factores relación  $A/C$  y la porosidad, sin dudas, son los de mayor importancia, independientemente de otros factores y que la porosidad estaba gobernada por la calidad de la matriz (pasta de cemento) y la interface entre ésta y el árido grueso, que influyen tanto en la resistencia como en la rigidez del hormigón. En la actualidad, la resistencia a compresión del hormigón está sujeta a un complejo de interacciones de varios factores, que por simplificación y comprensión se separan en tres categorías: a) características y proporciones de los componentes, b) condiciones de curado y c) parámetros en los ensayos, que Metha deja explícito en su obra. Tales aspectos se han tomado en consideración en todo el proceso del diseño experimental.

## 2. Materiales y métodos

Los ensayos se realizaron en los laboratorios de la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Tecnológica de La Habana, CUJAE, el laboratorio del Centro de Investigación Tecnológica de la Construcción, CITEC y el laboratorio de la Fábrica de Cemento de Artemisa.

### 2.1. Materiales

En esta investigación se aplican un conjunto de técnicas estadísticas matemáticas útiles para modelar y analizar el comportamiento de la resistencia a compresión del hormigón a los 3, 7 y 28 días ( $R_3$ ,  $R_{7d}$ ,  $R_{28d}$ ) en N/mm<sup>2</sup> por influencia de dos factores, la relación agua-cemento ( $A/C$ ) y la proporción de los áridos ( $A_f/A_g$ ). Los áridos calizos utilizados para todas las mezclas fueron la arena Bahía Honda (ABH) y la gravilla Anafe ( $gvAn$ ) de la región occidental de La Habana, el cemento P-35 de la fábrica de cemento del Mariel (P-35), el aditivo superfluidificante SRC-20 de Mapeifluid SRC-20 y agua potable ( $A$ ). Los materiales, se caracterizan en los laboratorios y se ejecuta el vacío experimental en las 9 proporciones  $ABH/gvAn$ : 0/100, 30/70, 40/60, 45/55, 50/50, 55/45, 60/40, 70,30 y 100/0, con una réplica para cada proporción.

#### 2.1.1. Rango de valores para las variables independientes $A/C$ y $A_f/A_g$

La relación  $A/C$  se varió en tres niveles 0,40; 0,45 y 0,50 tomando en cuenta que la gran mayoría de los hormigones fabricados en la zona occidental de La Habana deben cumplir con los requerimientos de la norma NC 120:2014<sup>[16]</sup>. Para la proporción de los áridos  $A_f/A_g$  se varió en tres niveles 40/60, 45/55 y 50/50 considerando el vacío mínimo experimental de  $A_f/A_g = 50/50$  y observando que entre las proporciones 45/55 y 55/45 la variación del % de vacío no supera el 0,5%. En la tabla 1 se presenta la codificación de los factores.

Tabla 1.- Factores y dominio experimental.			
Factores	Dominio experimental		
	Nivel (-1)	Nivel (0)	Nivel (+1)
Relación $A/C$	0,40	0,45	0,50
Proporción $A_f/A_g$	40/60	45/55	50/50

## 2.1.2. Caracterización de los materiales.

Se determinan las propiedades fundamentales de los materiales empleados en el laboratorio de la Facultad de Ingeniería Civil y se evalúa el cumplimiento de las normas cubanas vigentes.

### 2.1.2.1. El cemento P-35 del Mariel. Análisis físicos, mecánicos y químicos.

Las tablas 2, 3, 4 y 5 aparecen la caracterización del cemento (NC 95:2017).

Tabla 2	Requisitos	UM	NC 95	Reales	
Ensayos Físicos	Superficie específica Blaine (mínimo)	cm <sup>2</sup> /g	2 800	3456	
	Tiempo fraguado inicial (mínimo)	minutos	45	75	
	Tiempo fraguado final (máximo)	horas	10	2	
Ensayos Mecánicos	Resistencia a la compresión (mínima.)	3 días	N/mm <sup>2</sup>	25,1	17
		7 días		30,8	25
		28 días		37,7	35
	Resistencia a la Flexo-tracción (mínima.)	3 días	N/mm <sup>2</sup>	5,2	-----
		7 días		5,9	-----
		28 días		7,1	-----
Ensayos Químicos	Óxido de Magnesio (máximo)	%	5,0	1,7	
	Trióxido de azufre (máximo)	%	3,5	3,3	
	Pérdidas por Ignición (máximo)	%	4,0	-----	
	Residuos insolubles (máximo)	%	4,0	-----	

Fuente: Fábrica de Cemento de Artemisa.

El cemento P-35 de la fábrica de cemento del Mariel cumple con todas las especificaciones físico-químicas y mecánicas, en particular, con la resistencia a compresión a los 3, 7 y 28 días.

Tabla 3.-Composición química.											
SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CaO	MgO	SO <sub>3</sub>	K <sub>2</sub> O	Na <sub>2</sub> O	C <sub>3</sub> S	C <sub>2</sub> S	C <sub>3</sub> A	C <sub>4</sub> AF
Si	Al	Fe	Ca	Mg	S	K	Na	-----	-----	-----	-----
19,2	5,06	2,25	63	1,7	3,3	0,6	0,38	<b>64,72</b>	<b>6,31</b>	<b>9,6</b>	<b>6,84</b>

Fuente: Fábrica de Cemento de Artemisa.

La composición de distintos cementos Portland contienen las ecuaciones de Bogue, 1927<sup>[17]</sup>.

Tabla 4.- Composición típica de los compuestos de los cementos Portland				
Tipo de cemento	SC <sub>3</sub>	SC <sub>2</sub>	AC <sub>3</sub>	FAC <sub>4</sub>
I. Uso general	50	24	11	8
II. Moderado calor de hidratación	42	33	5	13
<b>III. Endurecimiento rápido</b>	<b>60</b>	<b>13</b>	<b>9</b>	<b>8</b>
IV. Piquant color de hidratación	26	50	5	12
V. Resistencia a los sulfatos	40	40	4	9

Fuente.- [http://www.uobabylon.edu.iq/eprints/publication\\_1\\_302\\_1586.pdf](http://www.uobabylon.edu.iq/eprints/publication_1_302_1586.pdf)

El cemento P-35 analizado contiene bajo contenido de silicato bicálcico, es de tipo III.

Tabla 5.- Composición aproximada de los óxidos del cemento Portland.						
CaO	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	MgO	SO <sub>3</sub>	Na <sub>2</sub> O y K <sub>2</sub> O
60-67	17-25	3-8	0,5-6	0,1-5,5	1-3	0,5-5,5

El cemento tipo III clasificado, cae dentro de los rangos dados, excepto el SO<sub>3</sub> cercano al límite, por lo que se concluye que el cemento empleado tiene características adecuadas.

### 2.1.2.2. Áridos

Las variaciones en la granulometría pueden afectar seriamente la uniformidad y laborabilidad del hormigón de una mezcla a otra, de ahí que se requiera su control de calidad conforme a las especificaciones de los áridos en la norma NC 251:2018<sup>[16]</sup>.

### 2.1.2.3. Granulometría

En la tabla 6 las aberturas de tamices se dan en mm y los valores restantes son los % pasados.

Tamiz	19,1	12,5	9,52	4,76	2,38	1,19	0,595	0,298	0,15
ABH	100	100	100	92,8	68,5	52,4	32,3	13,5	4,1
<b>NC-251</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>90-100</b>	<b>70-100</b>	<b>45-80</b>	<b>25-60</b>	<b>10-30</b>	<b>2-10</b>
gvAn	99	76	37,5	22,5	0	0	0	0	0
<b>NC-251</b>	<b>90-100</b>	<b>20-55</b>	<b>0-10</b>	<b>0-5</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>

Fuente: Laboratorio de la Facultad de Ingeniería Civil, CECAT-CUJAE.

Se concluye que la ABH no cumple en el tamiz 2,38 mm, pero puede considerarse con buena granulometría. Sin embargo, la gravilla Anafe no cumple las especificaciones.

### 2.1.2.4. Pesos específicos, pesos unitarios y por ciento de absorción

La tabla 7 muestra los pesos específicos, unitarios y el % de absorción.

Se abrevian los términos siguientes:

PEC: peso específico corriente. PES: peso específico saturado.

PVS: peso volumétrico suelto PVC: peso volumétrico compactado.

Material	PEC	PES	PVS	PVC	Absorc. (%)
ABH	2,41 < 2,5**	2,45	1467	1643	1,90 < 3%
gvAN	2,53	2,58	1444	1586	2,33 < 3%

Fuente: Laboratorio de la Facultad de Ingeniería Civil, CECAT-CUJAE.

\*\* : No cumple con la especificación NC 251:2018<sup>[16]</sup>. La ABH cumple con el % de absorción.

### 2.1.2.5. Mapeifluid dinamón SRC-20

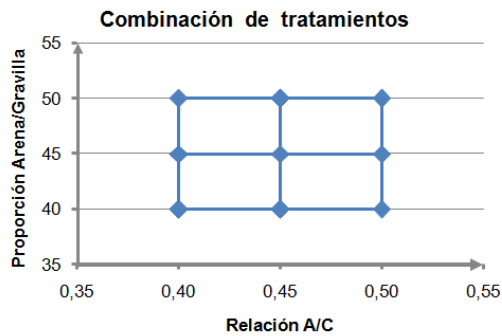
Superfluidificante retardador de base acrílica modificada al 22% sin formaldehidos y ausente de cloruros, idóneo para hormigones premezclados caracterizados por una baja relación agua-cemento, altas resistencias mecánicas y un mantenimiento de laborabilidad de 2,5 a 3 horas. Densidad de  $1,10 \pm 0,02$  Kg/L a 20°C. La dosis óptima para todas las mezclas fue del 1%.

## 2.2. Métodos

### 2.2.1. Diseño del experimento

En los ensayos, se consideraron como variables independientes los factores  $A/C$  y  $A_f/A_g$ , como variable dependiente la resistencia a compresión y como variables de control la temperatura y la humedad relativa. Las mezclas se realizaron en un orden aleatorio, condición que permite evaluar estadísticamente los resultados y hacer pronósticos a partir de las muestras. Cada factor consta de tres niveles o tratamientos. Los tres niveles de los factores se codifican como nivel inferior (-1), nivel intermedio (0) y el nivel superior (+1). Por ejemplo, las relaciones  $A/C = 0,45$  y  $A_f/A_g = 50$  corresponden a los niveles 0 y 1 respectivamente. Para cada tratamiento de cada mezcla con aditivo, se fija su consistencia mediante el cono de Abrams en el intervalo de 16 a 20 cm, ejecutando mezclas de pruebas previas para determinar la cantidad de agua necesaria para obtener el asentamiento dentro del intervalo indicado. De modo que con las relaciones  $A/C$ , la proporción  $A_f/A_g$  y la cantidad de agua se determinó la composición de cada mezcla para  $1 m^3$  de hormigón. Cada mezcla tuvo una

réplica y se adicionó una mezcla en el punto central (0,45 ; 45) para un total de 19 mezclas ejecutadas mediante el método de muestreo aleatorio simple. En la figura 1 se muestran las proporciones de los factores para cada una de las 19 mezclas.



**Figura 1.-** Combinación de factores en un diseño  $3^2$ .

Durante el desarrollo del experimento se controlaron la temperatura y humedad relativa, las cantidades de los componentes para cada mezcla de prueba, la muestra original y única de los materiales, el curado por inmersión en cámara húmeda, el uso de dos técnicos y el ingeniero supervisor para todos los ensayos, el control de los equipos calibrados, el uso del pie de rey y pesaje digital, la práctica del muestreo aleatorio simple y el estricto cumplimiento de las normas cubanas. Los métodos de diseño empleados están en correspondencia con lo planteado por Menéndez, 2008<sup>[18]</sup>.

### 2.2.2. Pruebas de normalidad e independencia de las observaciones del experimento

Para cada conjunto de observaciones procesadas de la resistencia a compresión del hormigón se verifican los supuestos de normalidad e independencia que hacen válidos la aplicación de los métodos estadísticos. Los criterios aplicados en esta investigación fueron el método de Jarque-Bera y la prueba de Durbin-Watson que se exponen en la literatura de Damodar, 2015<sup>[19]</sup> y el criterio empleado en los resultados del software Statgraphics, 2016. Se expone a continuación el método de Jarque-Bera.

### 2.2.3. Métodos de Jarque-Bera (JB)

Esta prueba de hipótesis se lleva a cabo en los pasos siguientes:

**Paso 1.-** Datos

n: tamaño de la muestra ;  $\alpha$ : nivel de significación

**Paso 2.-** Prueba de hipótesis

R: resistencia a compresión  $H_o$ : sigue una normal.  $H_1$ : R no sigue una normal.

**Paso 3.-** Estadígrafo de prueba de Jarque-Bera.

El estadígrafo de Jarque-Bera (JB) viene dado por la ecuación (1).

$$JB = n \left[ \frac{S^2}{6} + \frac{(K-3)^2}{24} \right] \quad (1) \quad \text{donde } S: \text{asimetría} \quad K: \text{curtosis}$$

**Paso 4.-** Región crítica y decisión estadística.

Si  $JB < \chi_{1-\alpha}^{2(2)}$  o su equivalente  $P(JB) > 0,05$  no se rechaza  $H_o$  y se asume que el conjunto de observaciones (resistencias) sigue una distribución normal.

**Paso 5.-** Decisión práctica. Es la toma de decisión por el especialista o grupo ingenieril.

### 2.2.4. Prueba de independencia

Se logra aplicando el criterio básico de aleatoriedad en todo el proceso experimental y cumpliendo rigurosamente las especificaciones de las normas para cada uno de los ensayos. Adicionalmente, se aplica la prueba de Durbin-Watson y el análisis de los residuos, Damodar, 2015<sup>[19]</sup>.

## 2.2.5. Metodología de superficies de respuesta

Montgomery, 1996<sup>[20]</sup> plantea que la metodología de superficies de respuesta es un conjunto de técnicas matemáticas y estadísticas útiles para modelar y analizar problemas en los cuales una respuesta de interés es influida por varias variables y el objetivo es optimizar esta respuesta. La respuesta es la resistencia a compresión del hormigón y las variables independientes o factores son la relación  $A/C$  y la proporción  $A_f/A_g$ . La resistencia a compresión  $R^*$  en función de los factores  $A/C$  y  $A_f/A_g$ :  $R^* = f(A/C; A_f/A_g) + \epsilon$  donde  $\epsilon$  es el error aleatorio experimental.

Si la resistencia a compresión toma el valor medio  $\bar{R}$ , entonces, la expresión funcional de estimación, toma la forma  $\bar{R} = f(A/C; A_f/A_g)$  en un espacio vectorial de tres dimensiones. En ocasiones, para visualizar mejor esta gráfica, se construye la gráfica de contornos, cuestiones que se verán más adelante.

Si la superficie se puede describir adecuadamente como una función lineal de las variables  $A/C$  y  $A_f/A_g$ , la función de aproximación es  $\bar{R} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 A/C + \hat{\beta}_2 A_f/A_g$ , pero si la superficie tiene curvatura, la expresión funcional es un modelo lineal de segundo orden.

$\bar{R} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 A/C + \hat{\beta}_2 A_f/A_g + \hat{\beta}_{11}(A/C)^2 + \hat{\beta}_{22}(A_f/A_g)^2 + \hat{\beta}_{12} A/C * A_f/A_g$  donde aparecen los factores principales, los cuadráticos y la interacción. Para probar la validez del Modelo, se realiza el análisis de varianza (ANOVA), mediante la prueba de hipótesis:

$H_0$ : los parámetros  $\hat{\beta} = 0$  ;  $H_1$ : al menos un parámetro  $\hat{\beta} \neq 0$ . El  $\hat{\beta}_0$  no lleva prueba de hipótesis.

Los pasos en la metodología de superficies de respuesta son los siguientes:

- Inicio con el diseño factorial  $2^2$  sin punto central, con el menor número de experimentos y menor costo. Si la interacción de los factores son significativas, evidencia la existencia de curvatura (superficie no plana).
- Montgomery, 1996<sup>[16]</sup> describe como comprobar la existencia de curvatura, para lo cual es necesario adicionar puntos centrales (mínimo de 3 réplicas recomendado). Estos puntos centrales se ejecutan en inciso a), adicionando los 3 puntos centrales.
- Si no hay curvatura, el modelo lineal es el adecuado y se procede al análisis estadístico.
- Si hay curvatura, se procede a realizar un diseño factorial de superficie de respuesta. En esta investigación fue seleccionado el diseño factorial  $3^2$  o de superficie de respuesta.
- En cada uno de los pasos dados, se realizan los análisis estadísticos fundamentales.

En el caso de existencia de curvatura, se ejecuta el diseño de experimento  $3^2$ . Para ello, se completa el experimento aleatorio, adicionando 4 mezclas centrales (puntos centrales) en los laterales y si se estima conveniente puede aumentar el número de puntos en el centro. Si los factores cuadráticos son significativos resulta más adecuado un modelo no lineal de segundo orden. El modelo es ajustado, según los aportes significativos de los factores.

## 3. Análisis y discusión de los resultados

Se denotan los términos siguientes

$R^2$ : coeficiente de regresión múltiple  $S_e$ : error estándar de la regresión *Prob.*: Probabilidad

*EMA*: error medio absoluto *P(D-W)*: probabilidad de Durbin-Watson *RF*: razón de Fischer

$\sum E_j$ : suma de los residuos.  $\sum (E_j)^2$ : suma de los (residuos)<sup>2</sup> *s*: desviación típica

*SC*: suma de cuadrados *GL*: grados de libertad *CM*: cuadrados medios *S*: asimetría

*ABH*: Arena Bahía Honda *gvAn*: gravilla Anafe  $A_f$ : árido fino (*ABH*)  $A_g$ : árido grueso (*gvAn*).

En lo adelante, consideremos  $A_f/A_g = ABH/gvAn$  indistintamente.

### 3.1. Vacío experimental en la mezcla de los áridos *ABH* y *gvAn*

El vacío experimental se desarrolla conforme a la norma NC 181:2002<sup>[16]</sup>, Se ejecutaron 9 proporciones de arena *ABH* y gravilla *gvAn* con una réplica de cada una. Cada proporción se ejecutó dos veces. Los valores promedios se presentan en la tabla 8.

Tabla 8.- Porcentaje de vacío contra proporción de áridos. ( $A_f/A_g \equiv ABH/gvAn$ )									
$A_f/A_g$	0/100	30/70	40/60	45/55	50/50	55/45	60/40	70/30	100/0
% Vacío	34,89	27,23	25,24	24,42	24,11	24,89	24,58	26,03	34,12

Modelo estadístico-matemático estimado se expresa en la forma

$$\% \text{ Vacío} = 35,125155 - 0,410068 \text{ ABH}/\text{gvAn} + 0,003990 (\text{ABH}/\text{gvAn})^2. \quad (2)$$

Los estadígrafos  $\sum E_j = 0$  y  $\sum (E_j)^2 = 1,3$   $R^2 = 0,99$ ;  $S_e = 1,29$  son excelentes.

El mínimo vacío por el modelo ajustado es 24,597%≈24,6% (proporción 50/50), pero la diferencia promedio con las proporciones 45/55 y 55/45 es de 0,545%, como puede observar en la tabla 8. Estadísticamente, no es adecuado tomar como vacío mínimo el 24,11%, ya que el valor medio esperado es 24,6%, al 95% de confiabilidad.

### 3.2. Diseño de mezclas de hormigones normales

En la tabla 9 se muestran el diseño de las 9 mezclas de hormigón. La mezcla CK significa: el ensayo de la mezcla C y su réplica K. La notación 0,40/40 significa que la relación A/C = 0,40 y la proporción de los áridos  $A_f/A_g = 40/60$ . Similar para el resto de las mezclas.

Tabla 9.- Diseño por peso de las 9 mezclas de hormigones normales.										
Materiales	U/M	CK	NH	FG	ML	EJ	DI	QR	PS	TVO
Cemento	Kg	500	430	380	510	440	390	495	385	430
ABH	Kg	628	656	678	771	806	833	707	754	737
gvAn	Kg	943	985	1017	771	806	833	864	922	900
Agua	L	200	195	190	205	200	195	200	194	195
SRC-20	L	5,0	4,3	3,8	5,1	4,4	3,9	5,0	3,9	4,3
Asentamiento	cm	19,5	20,5	15,1	22,5	21,0	18,0	17,8	22,1	20,2

Con este diseño se obtienen resistencias a compresión del hormigón entre 20 y 45 N/mm<sup>2</sup>.

### 3.3. Metodología de superficies de respuesta

En la tabla 10 se muestran los promedios de la resistencia a compresión de las 19 mezclas de prueba ejecutadas. En ella se observa la mezcla ML con resistencias a compresión a los 3, 7 y 28 días de 30,0 ; 35,8 y 43,9 N/mm<sup>2</sup> respectivamente. De forma similar para las mezclas QR, CK, EJ, TVO, NH, DI, PS Y FG. Se observa que al aumentar la relación A/C disminuye la resistencia a compresión del hormigón para una proporción fija de los áridos en cada una de las mezclas.



**Tabla 10.-** Promedios de resistencias a compresión en N/mm<sup>2</sup> a los 3, 7 y 28 días de 6 probetas por cada edad y 9 probetas para el centro TVO.

$A_f/A_g \backslash A/C$	(-1) 0,40		(±0) 0,45		(±1) 0,50	
(±1) 50/50	ML	30,0	EJ	29,7	DI	26,4
		35,8		33,4		31,7
		43,9		42,0		38,9
(±0) 45/55	QR	30,0	TVO	24,1	PS	22,3
		37,2		30,1		25,3
		40,9		34,5		31,4
(-1) 40/60	CK	33,3	NH	26,7	FG	26,2
		37,5		32,1		31,7
		47,7		40,8		40,3

A continuación se muestran los pasos de la metodología de superficies de respuesta. En lo adelante, los conjuntos de observaciones objeto de estudio se demuestra que siguen una distribución normal de acuerdo a los criterios de Jarque-Bera y los datos en los resultados del software Statgraphics, 2016.

### 3.3.1. Diseño factorial 2<sup>2</sup> sin punto central para las mezclas CK, FG, ML y DI

En la figura 2 y la tabla 11 se observa que los factores de influencia significativa en la resistencia a compresión del hormigón a los 3 días son la relación  $A/C \equiv AC$ , la interacción  $A/C * A_f/A_g \equiv AB$  y la proporción de los  $A_f/A_g \equiv B$ .

Gráfica de Pareto.

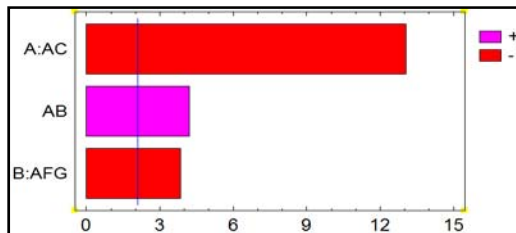


Tabla 11.- Análisis de varianza (ANOVA)

Fuente	SC	GL	CM	RF	Prob.
A: AC: A/C	172,64	1	172,64	170,6	0,000
B: AFG: A <sub>f</sub> /A <sub>g</sub>	14,921	1	14,921	14,76	0,001
AB	17,948	1	17,948	17,73	0,004
Error Total	28,231	20	1,0115		
Total (corr.)	225,74				

Figura 2.- Efectos estandarizados y el análisis de varianza por el Statgraphics, 2016.

El modelo de regresión estimado tiene por expresión

$$R_{3d} = 28,9963 - 2,68208 A/C - 0,78875 A_f/A_g + 0,864583 A/C * A_f/A_g. \quad (3)$$

Para las 24 observaciones,  $\sum E_j = 0$  y  $\sum (E_j)^2 = 13,3$ ,  $R^2 = 0,84$ ;  $S_e = 1,29$  aceptables.

Al aumentar la relación  $A/C$  y la proporción  $A_f/A_g$  disminuye la resistencia y cuando aumenta la interacción  $AB$  aumenta la resistencia.

La interacción es significativa y es no lineal, lo que implica tener en cuenta los efectos cuadráticos y trabajar con un modelo no lineal. No obstante, se muestra la existencia de curvatura conforme a la metodología que aparece en Montgomery, 1996<sup>[20]</sup>.

### 3.3.2. Diseño factorial 2<sup>2</sup> con 3 puntos centrales para las mezclas CK, FG, ML y DI y TVO

En la figura 3 y la tabla 12 se observa que  $P(AA+BB) = 0,00 < 0,05$  mostrando que los efectos cuadráticos son significativos.

Gráfica de Pareto.

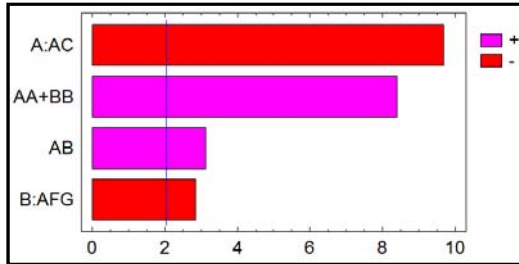


Tabla 12.- Análisis de varianza (ANOVA)

Fuente	SC	GL	CM	RF	Prob.
A: AC: A/C	172,64	1	172,64	93,69	0,000
B: AFG: A <sub>f</sub> /A <sub>g</sub>	14,931	1	14,931	8,10	0,008
AA + BB	129,78	1	129,78	70,43	0,000
AB	17,940	1	17,940	9,74	0,004
Error Total	51,594	28	1,8427		
Total (corr.)	386,89	32			

Figura 3.- Efectos estandarizados y el análisis de varianza por el Statgraphics, 2016.

Para determinar la medida de esos efectos se procede a completar con un diseño factorial 3<sup>2</sup> o de superficie de respuesta los puntos (tratamientos o combinaciones) faltantes.

### 3.3.3. Diseño factorial 3<sup>2</sup> de superficie de respuesta a los 3 días para las 9 mezclas

En la tabla 13 se dan los valores de los estadígrafos de las 19 mezclas con 57 observaciones.

Tabla 13.- Valores descriptivos de las mezclas a los 3 días de elaboradas.

$\bar{R}_{3d}$	$s^2$	$s$	Mín.	Max.	Rango	$A_s$	K	CV
27,52	11,93	3,45	21,54	33,84	12,3	0,264	-0,899	12,6%

En la figura 4 y la tabla 13 se observa que la resistencia a compresión del hormigón a los 3 días tiene fuerte influencia la relación A/C=A y la proporción de áridos al cuadrado  $(A_f/A_g)^2 \equiv BB$ .

Gráfica de Pareto.

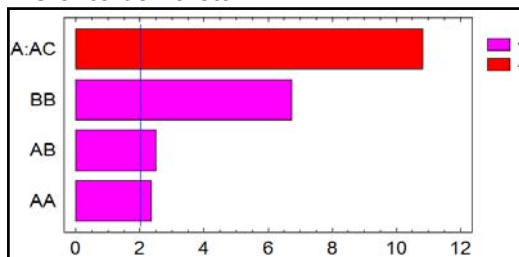


Tabla 13.- Análisis de varianza (ANOVA)

Fuente	SC	GL	CM	RF	Prob.
A: AC: A/C	340,8	1	340,8	117,3	0,000
AA $\equiv (A/C)^2$	16,16	1	16,16	5,56	0,022
AB	17,94	1	17,94	6,17	0,016
BB $\equiv (A_f/A_g)^2$	132,1	1	132,1	45,45	0,000
Error Total	151,1	52	2,905		
Total (corr.)	668,3	56			

Figura 4.- Efectos estandarizados y el análisis de varianza a los 3 días.

$$R_{3d} = 24,8223 + 0,7694 A/C + 1,10895 (A/C)^2 + 0,864583 A/C * A_f/A_g + 3,16978 (A_f/A_g)^2. \quad (4)$$

Para las 57 observaciones,  $\sum E_j = 0$  y  $\sum (E_j)^2 = 151,10$ ;  $R^2 = 0,77$ ;  $S_e = 1,72$  valores aceptables. La figura 4 muestra la consistencia de las variaciones de la relación A/C y la proporción  $A_f/A_g$  descritas en la gráfica de Pareto, figura 4. Los efectos AB y AA, aunque significativos, pueden ser despreciables.

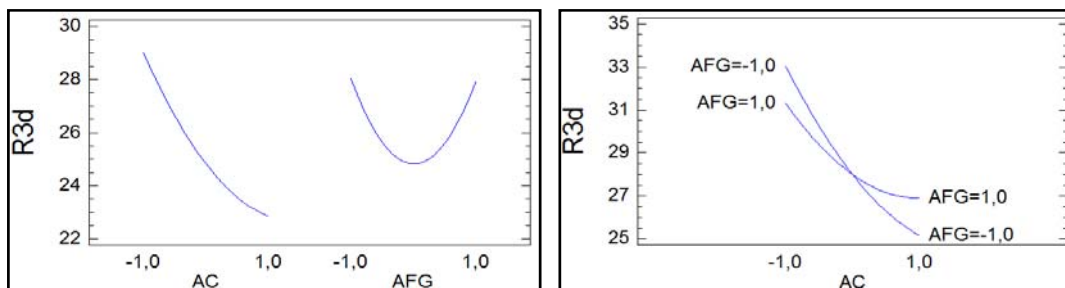


Figura 5.- Gráfica de los efectos principales y las interacciones a los 3 días.

En la figura 5 se observa que al aumentar la relación  $A/C \equiv AC$  la resistencia disminuye exponencialmente y al aumentar la proporción  $AFG \equiv A_f/A_g$  disminuye de -1 a 0 y aumenta de 0 a

+1. La gráfica donde se cruzan las curvas declara la interacción  $AB$  significativa. En la figura 6 se muestra la superficie de respuesta de la resistencia y las curvas de nivel.

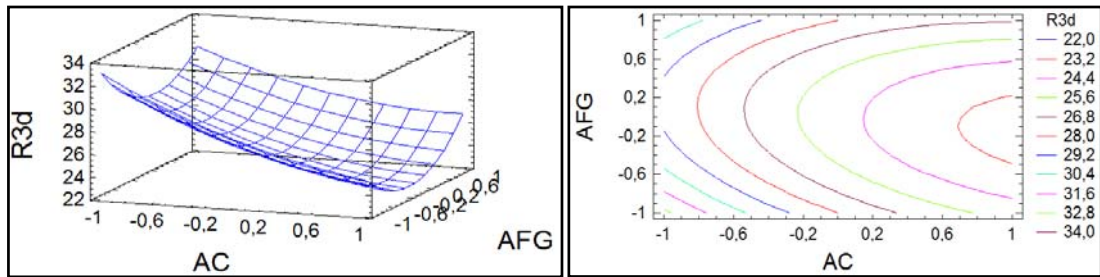


Figura 6.- Superficie de respuesta y curvas de nivel a los 3 días.

Ambas proporcionan el número de combinaciones posibles de los dos factores para alcanzar una resistencia determinada y de ellas hallar la mezcla óptima. Será seleccionada aquella proporción que contenga el menor % de vacío y la menor superficie específica posible.

### 3.4. Análisis del diseño $3^2$ de superficie de respuesta con punto central a los 7 días

La figura 7 y la tabla 14 declaran significativos los efectos de la relación  $A/C$  y el efecto cuadrático  $BB \equiv A_f/A_g$ . Tanto Pareto como el ANOVA proporcionan la información.

Gráfica de Pareto a los 7 días.

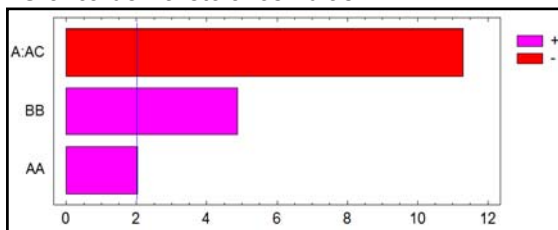


Tabla 14.- Análisis de varianza (ANOVA)

Fuente	SC	GL	CM	RF	Prob.
A: AC: A/C	472,4	1	472,4	127,7	0,000
AA $\equiv (A/C)^2$	15,20	1	15,20	4,11	0,048
BB $\equiv (A_f/A_g)^2$	88,24	1	88,24	23,85	0,000
Error Total	196,1	53	3,699		
Total (corr.)	779,9	56			

Figura 7.- Efectos estandarizados y el análisis de varianza a los 7 días.

$$R_{7d} = 30,3836 - 3,6225 A/C + 1,07533(A/C)^2 + 2,59116(A_f/A_g)^2 \quad (5)$$

Para las 57 observaciones,  $\sum E_j = 0$  y  $\sum (E_j)^2 = 109,7$  aceptables,  $R^2 = 0,75$ ;  $S_e = 1,92$ .

El modelo es válido no solo para las resistencias observadas de las 9 mezclas, sino para todo el dominio experimental de los factores.

En la figura 8, las gráficas muestran todos los posibles valores de resistencia para cualquier combinación de los factores dentro del dominio experimental.

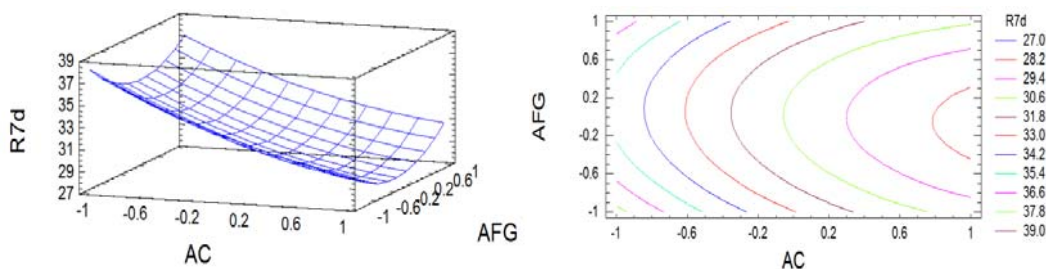


Figura 8.- Superficie de respuesta y curvas de nivel a los 7 días.

### 3.5. Análisis del diseño de mezcla factorial $3^2$ o de superficie de respuesta a los 28 días

Gráfica de Pareto. (28 días)

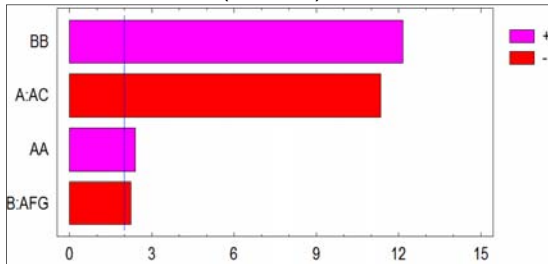


Tabla 15.- Análisis de varianza (ANOVA)

Fuente	SC	GL	CM	RF	Prob.
A: AC: A/C	486,5	1	486,5	128,8	0,000
B: AFG: $A_f/A_g$	18,85	1	18,85	4,99	0,030
AA $\equiv (A/C)^2$	21,84	1	21,84	5,78	0,020
BB $\equiv (A_f/A_g)^2$	558,7	1	558,7	147,9	0,000
Error Total	196,5	52	3,778		
Total (corr.)	1308,9	56			

Figura 9.- Efectos estandarizados y análisis de varianza a los 28 días.

Predomina el efecto cuadrático de la proporción  $A_f/A_g \equiv AFG$  y se concluye que hay una fuerte influencia de la proporción de los áridos al cuadrado y la relación agua-cemento a los 28 días. La superficie de respuesta y curvas de nivel a los 28 días se presentan en la figura 10.

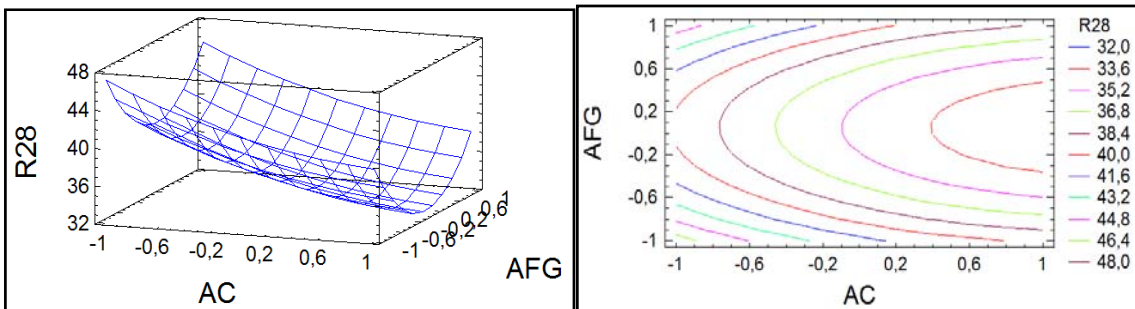


Figura 10.- Superficie de respuesta y curvas de nivel a los 28 días.

#### 3.5.1. Ecuación del modelo estadístico- matemático

El comportamiento de la resistencia a compresión del hormigón para todo el dominio experimental se describe mediante el modelo estadístico matemático

$$R_{28d} = 34,8477 - 3,67611 A/C - 0,723611 A_f/A_g + 1,28906(A/C)^2 + 6,51989 (A_f/A_g)^2 \quad (6)$$

Para las 57 observaciones,  $\sum E_j = 0$  y  $\sum (E_j)^2 = 55,8$  aceptables,  $R^2 = 0,85$ ;  $S_e = 1,94$ .

#### Conclusiones

- Los métodos estadísticos y en particular la metodología de superficies de respuesta proporcionan una herramienta ventajosa para el control de la calidad y el estudio eficaz de la resistencia a compresión del hormigón en todo el dominio experimental de los factores.
- Se demostró que no solo la relación  $A/C$  tiene alto efecto significativo, sino que hay que tomar en cuenta el efecto cuadrático de la proporción de los áridos a las 3 edades y que a los 28 días se resalta el hecho de que el efecto de la proporción de los áridos al cuadrado es superior a los efectos de la relación  $A/C$  sobre la resistencia a compresión del hormigón.
- Se obtuvieron los modelos estadístico-matemáticos de la resistencia a compresión del hormigón en función de la relación  $A/C$  y la proporción  $A_f/A_g$  a los 3, 7 y 28 días, válidos para todo el dominio experimental de los factores y proporciona un plano de las curvas de nivel para las resistencias a compresión de 20, 25, 30, 35 y 40  $N/mm^2$ .

## Referencias

1. Abrams, Duff. A., Design of Concrete Mixtures, Lewis Institute, Structural Materials Research Laboratory, Bulletin No. 1, PCA as LS001, Chicago, [http://www.portcement.org/pdf\\_files/LS001.pdf](http://www.portcement.org/pdf_files/LS001.pdf), 1918, 20 p.
2. Martínez D., Hormigones de altas prestaciones. Proyecto de Fin de Carrera. Universidad Politécnica de Cartagena. E. U. de Ingeniería Técnica Civil. Arquitectura Técnica. España. 2008,502 p. (Consulta: 14 de enero 2017).
3. O'Reilly Díaz V. A., "Métodos para la dosificación del concreto". Universidad Autónoma del Estado de Morelos (UAEM), Colombia. ISBN 968-878-004-9, 1993. Impreso en México.
4. Teychenné D. C. et al., Design of normal concrete mixes. Building R. Establishment. Ltd Garston, Watford WD2 7JR, Second edition amended by BK Marsh, 1997, 46 p.
5. Sarria Hernández, Gayoso R., Controles preventivos del cumplimiento de especificaciones. Revista de A.I., vol. 8, núm. 3, 2014, pp. 1-31. EMPAI de Matanzas, Cuba.
6. Simon M. J. et al., Concrete mixture optimization using statistical mixture design methods. Proceedings of the PCI/FHWA Int. symposium on high performance concrete. New Orleans, 1997, p. 230.
7. ACI Committee 214. Evaluation of Strength Test Results of Concrete. ACI 214R-02 supersedes ACI 214-77 (Reapproved 1997) and became effective June 27, 2002.
8. ACI 211: "Proporcionamiento de Mezclas: Concreto Normal, Pesado y Masivo". American Concrete Institute, Detroit, 2001.
9. Metha, P. K., Monteiro, P. J. M., Concrete. Microstructure, properties and Materials. *Department of Civil and Environmental Engineering University of California at Berkeley, 2006, p49-53*, Third Edition.
10. Gayoso, R. A. et al., Aumento de calidad y economía con empleo de aditivos químico y mineral en losas huecas de hormigón pretensado prefabricado. XVI Fórum de Ciencia y Técnica, 2006, Cuba.
11. Solís-Carcaño, R. et al., Estudio de la resistencia del concreto por el efecto combinado de la relación agua-cemento, la relación grava-arena y el origen de los agregados. Revista Técnica de la Facultad de Ing. de la Universidad del Zulia, volumen 31, No. 3, 2008, Maracaibo.
12. Ortega, P. J., Optimización del esqueleto granular mediante la utilización del método de superficie de respuestas (MSR). Diseño de mezclas. Tesis de grado, Universidad Politécnica de Cartagena, Arquitectura Técnica, 2012, 175 p.
13. Mbadike et al., Application of Scheffe's model in optimization of compressive strength of lateritic concrete, Civil Eng., Univeristy of Nigeria, vol. 9, Nsukka, 2013, p. 17-23.
14. Onuamah, P. V., Optimized Compressive Strength Modeling of Mixed Aggregate in Solid Sandcrete. International Journal of Computational Engineering Research Production, University of Science and Technology, Enugu, Nigeria, Vol 05, Issue 2, 2015, 14 p.
15. Howland Albear J. J., Acevedo J., Estudio de las proporciones óptimas de microsíllice y nanosíllice en hormigones de alto desempeño por durabilidad, mediante un diseño de experimento de tipo hexagonal. R.C. Ing. Vol. VII, No. 2, 2016, pp. 26-32, ISSN 2223-1781.
16. Oficina Nacional de Normalización. NC 95:2017, Cemento Portland, ICS: 91.100.10, NC 251:2018, Áridos ICS: 91.100.15 y NC 120:2014 Hormigón, ICS:91.100.20; 91.100.30. Especificaciones. [www.nc.cubaindustria.cu](http://www.nc.cubaindustria.cu)
17. Bogue, R. H. (1927), Portland Cement in Concrete Engineering Concrete, 30 (3), 33-36.
18. Menéndez G. et al., Los Diseños de Experimentos y la Tecnología del Hormigón. Revista de la Construcción, vol. 7, núm. 1, pp. 94-104 Pontificia Univ. Católica de Chile, Santiago, Chile, 2008, ISSN- 0717-7925, [revistadelaconstruccion@uc.cl](mailto:revistadelaconstruccion@uc.cl).
19. Damodar N. G., Dawn C. P., Econometría. 5ta. Edición. Basic econometrics, Copyright © 2009, 2003, 1995, 1988, published by McGraw-Hill/Irwin, Inc. ISBN: 978-607-15-0294-0 [https://scalleruizunp.files.wordpress.com/2015/04/econometria\\_-\\_damodar\\_ngujara ti.pdf](https://scalleruizunp.files.wordpress.com/2015/04/econometria_-_damodar_ngujara_ti.pdf).
20. Montgomery, D. C., Diseño y análisis de experimentos. Arizona State University, Grupo Editorial Iberoamérica, Nebraska 199. Col. Nápoles, 03810, 1996, México.