

Original

## FORMULACIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS A PARTIR DE LA RESPUESTA ESPERADA

Formulation of mathematical problems from the expected answer on

M. Sc. Andrés Jesús Cutiño- Reinaldo, Universidad de Granma. [acutinoreynaldo@udg.co.cu](mailto:acutinoreynaldo@udg.co.cu)

Lic. Lourdes Concha-Yero. Universidad de Granma. [lconchay@udg.co.cu](mailto:lconchay@udg.co.cu)

Dr. C. Juan Luis Noguera-Matos. Universidad de Granma. [jnogueram@udg.co.cu](mailto:jnogueram@udg.co.cu)

Recibido: 6/11/2017 Aceptado: 13/12/2017

### RESUMEN

Se aborda un procedimiento particular de formulación de problemas matemáticos: la formulación a partir de la respuesta esperada. Esta actividad se considera importante por su contribución a la educación de la personalidad de los estudiantes. La formulación y la resolución de problemas y el adiestramiento lógico lingüístico, por sus potencialidades para abarcar cualquier tipo de contenido, son dos líneas directrices de la enseñanza de la Matemática que se integran en esta actividad y se vinculan con el resto de las líneas. Si bien esta técnica puede aplicarse a la formulación de cualquier tipo de problema, se limita a aquellos que se relacionan con la práctica por tratarse del tipo de ejercicio que más comúnmente aparece en la enseñanza de la Matemática. Al poner en claro sus acciones y operaciones mediante ejemplos sencillos, el mismo se pone al alcance de los profesores noveles y estudiantes de la carrera Matemática-Física, lo que facilita su introducción en la práctica educativa. La formulación de problemas matemáticos por los estudiantes constituye en la actualidad un objetivo de la enseñanza de la Matemática en Cuba, el desarrollo de sus habilidades constituyentes debe planificarse en el tránsito de los alumnos por las educaciones primaria, secundaria básica y preuniversitaria, trascendiendo a la formación de profesores.

**PALABRAS CLAVES:** Adiestramiento lógico lingüístico; problemas; formulación

### ABSTRAC

This paper approaches a particular procedure when formulating mathematical problems: the formulation from the expected answer on; activity considered as very important because of its contribution to the students' personality. Due to their potentialities to cover any type of mathematical content, both the formulation and problem – solving, alongside of a logical – linguistic training, these two guiding lines get integrated and linked with the rest of them. Although this technique can be applied to any type of mathematical problems, it is limited to those whose texts are related to the practice, since that is the kind of exercise which more

commonly appears when teaching Mathematics. If novel professors and students of Mathematics – Physics career put into practice the actions and operations of this procedure by means of simple exercises, they will find an understandable way of introducing it in their educational practice easily. Nowadays, within the group of primary objectives concerned with the teaching – learning process of Mathematics in Cuba, it is the proper formulation of problems. That's why the development of its constituent abilities must be planned not only in the students' transit from elemental to university education, but to the very professors' formation as well.

**KEY WORDS:** Logical linguistic training; problems; posing problems

## **INTRODUCCIÓN**

Una de las tendencias didácticas actuales acerca de la enseñanza de la Matemática es la denominada enseñanza por problemas; la misma consiste "...en el planteamiento de problemas complejos en el curso de cuya solución se requieren conceptos y procedimientos matemáticos que deben ser elaborados; este procedimiento se asemeja a la enseñanza por proyectos y resulta complejo de realizar, en la mayor parte de las veces los problemas se limitan a una función motivacional y a aportar un contexto en el que adquieren sentido los conceptos y procedimientos matemáticos que se pretende estudiar" (Fuentes, 2001: p. 17).

En la enseñanza por problemas, la adquisición de saberes y poderes específicos puede lograrse por medio de la sistemática resolución de problemas. Al asumir este enfoque metodológico para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura, el profesor de Matemática se encuentra una barrera que debe franquear a todo costo para alcanzar los resultados que espera: el problema adecuado para cada momento de su clase. No siempre se dispone del tiempo necesario para la búsqueda en los textos disponibles, o simplemente los que se encuentran no le satisfacen, entonces el profesor se encuentra ante la necesidad de crear el problema apropiado para alcanzar el objetivo que se propone. Por consiguiente, aprender a formular problemas matemáticos es una necesidad en la formación inicial de profesores de Matemática.

En este artículo, son de interés los denominados problemas con textos relacionados con la práctica. Este concepto, ha sido abordado por diferentes autores, Labarrere (1983); Ballester, S. y otros (1992), González, (2001). Sus planteamientos giran en torno a una exposición en el lenguaje cotidiano, común, que refleja determinadas situaciones, hechos, procesos u objetos a través de elementos y relaciones del dominio de las ciencias o la práctica. En él se dan directamente ciertas características (magnitudes, valores, etc.) y se pide hallar, otras que no son directamente ofrecidas en el enunciado. Por lo común este tipo

de problemas precisa de procedimientos matemáticos para su solución y la vía para encontrar la solución es desconocida para quien lo resuelve.

La formulación de un problema matemático con texto relacionado con la práctica, desde el punto de vista operativo, "...es la actividad de estudio que consiste en identificar, crear, narrar y redactar un problema matemático, en forma colectiva o individual, a partir de una situación inicial identificada o creada por la(s) persona(s) que la realiza(n). Desde el punto de vista funcional, es una competencia específica que se desarrolla en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática y que se configura en la personalidad del individuo, al sistematizar con determinada calidad, haciendo uso de la metacognición y con una adecuada motivación, acciones intelectuales y contenidos que son necesarios para la formulación de estos problemas" (González, 2001: p. 22).

En general, a los problemas con texto, se atribuye una estructura externa en la que se distinguen elementos como *la situación inicial*, *las condiciones* y *la exigencia*. La situación inicial, son "...los datos o las premisas que se dan en el mismo" (Llivina, 1999: p.45). La misma, delimita el contenido matemático y no matemático del problema, mediante los objetos y relaciones entre los objetos en el texto o cualquier otro tipo de formulación del problema.

Las *condiciones*, son las "relaciones matemáticas no explícitas entre lo dado y lo buscado, vinculadas con la estrategia de solución, como: las derivadas de los significados prácticos de las operaciones de cálculo, propiedades, teoremas, recursos matemáticos a utilizar, no declarados en el problema." (Suárez, 2003: p. 31). Las condiciones, constituyen la información acerca del suceso que se desarrolla; los objetos, las relaciones entre magnitudes y los valores que conforman el contenido objetivo del problema; junto con este tipo de condiciones hay otras, las derivadas o intermedias, que no se dan explícitamente en el problema y deben ser determinadas por el que resuelve el problema; éstas juegan un importante papel en la búsqueda de la solución.

También forma parte de la estructura del problema la *exigencia*, "Las exigencias en el problema matemático son aquellos elementos de la estructura externa (que pueden estar expresadas en forma de pregunta o no) y que orientan al alumno a precisar qué es lo que tiene que averiguar para resolver la contradicción planteada." (Suárez, 2003: p. 31). Es decir, la parte que especifica el fin u objetivo final a alcanzar por quien lo resuelve, esta es un componente central del problema al estar en estricta correspondencia con el resultado que debe obtenerse. Algunos autores le denominan situación final. También se ha propuesto otra estructura del problema según la cual "...todo problema matemático tiene cuatro elementos fundamentales: Información, Requerimiento, Contexto y Entorno matemático"

(Malaspina, 2013: p. 131); consideramos que esta concepción de la estructura de un problema no se opone a la asumida en este artículo.

Sin embargo, el profesor de Matemática no solo necesita saber formular problemas matemáticos, también debe saber enseñar a formular problemas matemáticos, por cuanto los estudiantes de secundaria básica y del preuniversitario, según las exigencias actuales de estos niveles de enseñanza, deben formular y resolver problemas matemáticos donde se refleje la actividad económica y social del país, el progreso de la ciencia y la tecnología, así como, los problemas medio ambientales.

Autores nacionales y extranjeros se han referido a la importancia de que los alumnos formulen problemas matemáticos, destacando la significación de esta actividad en la formación y desarrollo de la personalidad de los estudiantes y su contribución al adiestramiento lógico lingüístico de los alumnos; precisamente, la formulación y la resolución de problemas, así como el adiestramiento lógico lingüístico son dos líneas directrices de la enseñanza de la Matemática en Cuba que se integran en las actividades de formulación de problemas.

La enseñanza de la formulación de problemas requiere el dominio de métodos generales y técnicas específicas de formulación por parte de los docentes, así como el desarrollo de estrategias y metodologías específicas para la enseñanza de la formulación de problemas que contribuyan a perfeccionar la formación inicial del profesor de Matemática. En este sentido se asumen dos métodos generales: el método de elaboración y el método de variación.

La *elaboración* es un método o procedimiento de elaboración de problemas descrito por Malaspina (2013), aunque ya utilizado por la mayoría de los autores, se trata de obtener *la formulación del problema* partiendo de una *información previa, un conjunto de datos o un modelo* y el desarrollo de todo un proceso para arribar al resultado deseado. Es decir, "...el proceso mediante el cual se construye un problema cuyo contexto es tal situación u otra inspirada por ella; cuya información es obtenida por selección o modificación de la información que se percibe en la situación dada; y cuyo requerimiento es factible mediante relaciones lógicas y matemáticas establecidas o encontradas entre los elementos de la información especificada, que están implícitas en el enunciado, dentro de un cierto entorno matemático" (Malaspina, 2013: pp. 131 – 132).

El denominado procedimiento de variación, descrito por Malaspina, también se ha utilizado con anterioridad aunque no bajo esta denominación. Se trata de "...un proceso según el cual se construye un nuevo problema modificando la información, el requerimiento, el contexto o

el entorno matemático del problema dado. Es decir, modificando uno o más de los cuatro elementos del problema”. (Malaspina, 2013: p 131).

Cruz, M. (2002) opina que las técnicas para formular problemas matemáticos pueden aislarse y someterse a estudio por parte de los especialistas, asimismo propone una serie de técnicas y procedimientos de formulación concebidos en analogía con las técnicas de resolución de problemas. “Las técnicas algorítmicas se estructuran por sucesiones de operaciones fijadas de manera unívoca. Su uso es conveniente cuando es necesario elaborar clases de problemas, donde la representación formal de la solución está claramente predeterminada.” (Cruz, 2002: p. 41).

En este trabajo se presenta un procedimiento de formulación de problemas, apropiado para elaborar problemas matemáticos con texto relacionados con la práctica denominado formulación de problemas matemáticos a partir de la respuesta esperada. Este procedimiento, se enmarca dentro de la clasificación de técnicas algorítmicas según la clasificación de las técnicas de formulación de problemas desarrollada por Cruz.

## **POBLACIÓN Y MUESTRA**

El procedimiento de formulación de problemas objeto de estudio, fue aplicado en escuelas de Secundaria Básica en el municipio Bayamo durante el curso 2013 – 2014, participaron cuatro estudiantes quinto año y un estudiante de cuarto año, todos de la carrera Matemática-Física; cada uno de ellos, seleccionó una muestra aleatoria de seis alumnos del grupo en que desarrolló su práctica laboral. Por consiguiente, el estudio se llevó a cabo en una población de 150 estudiantes de noveno grado y contó con una muestra de 30 alumnos del mismo grado.

El procedimiento de formulación a partir de la respuesta esperada puede utilizarse tanto en la formulación de problemas con texto como en la formulación de ejercicios formales. En este artículo se concreta a problemas matemáticos con texto relacionados con la práctica, que son objeto de estudio en Secundaria Básica y Preuniversitario. Para formular un problema con texto relacionado con la práctica, utilizando el procedimiento de formulación a partir de la respuesta esperada es preciso:

- Que la persona que elabora el problema tenga una idea clara de lo que significa formular un problema;
- Que posea conocimientos sobre los conceptos problema y estructura del problema.
- Que tenga conocimientos específicos acerca del contenido matemático que se abordará en el mismo.

- Que tenga conocimientos sobre elementos de otras ciencias o actividad social que forman parte del contexto del problema.
- Que tenga dominio del denominado método de elaboración.

El proceso comienza cuando la persona que debe elaborar el problema dispone de la información previa y la necesidad o la exigencia de formular un problema con el resultado indicado. Los profesores habituados a formular problemas generalmente disponen de una base de datos que han conformado con la ayuda de sus alumnos, extraídas de las publicaciones periódicas y de otras fuentes.

La fase de identificación del problema se inicia con la transformación de la información. El formulador deberá determinar qué relaciones o dependencias establece con los datos de la información previa y la respuesta esperada. El tipo de relaciones y dependencias que se establecen dependen de la necesidad o exigencia y del contenido objeto de estudio en el entorno matemático al que se destina. La identificación termina con el hallazgo de las condiciones que se harán explícitas en la situación inicial del problema o quedarán implícitas en las condiciones y la exigencia. Al efectuar transformaciones en la información previa se realizan operaciones con los datos y la respuesta esperada que por lo general permanecen indicadas en esta fase con el fin de establecer relaciones y dependencias válidas, que luego serán utilizadas para conformar la situación inicial.

La transformación de la situación previa depende del contenido matemático que se pretende abordar, es decir, del objetivo que se trazó el formulador. Es necesario cerciorarse de que las operaciones efectuadas y las relaciones implicadas son correctas, es decir, están libres de errores, porque las relaciones y dependencias entre los datos y la respuesta esperada que se establezcan tienen que ser válidas. El planteamiento de dichas relaciones y dependencias entre los datos y la respuesta esperada demanda un gran esfuerzo por parte del formulador, muchas veces incluye altas dosis de imaginación, de aplicación creativa de conceptos, propiedades de los mismos y procedimientos matemáticos; esta es una de las razones por las que la formulación de problemas contribuye al adiestramiento lógico lingüístico de los alumnos.

La fase de construcción del problema es otra acción importante en busca de la formulación del problema. En esta fase concreta una primera versión del problema a formular sobre la base de la situación inicial determinada previamente, la elección de condiciones y la exigencia. En esta fase se sustituyen algunos datos de las relaciones y dependencias elegidas por variables conformando formas proposicionales que serán utilizadas para la posterior redacción del texto del problema asignando un significado a dichas variables o la conformación del enunciado si el mismo no precisa de un texto. Esta fase culmina con el

planteo del problema, un vez que estas formas proposicionales han sido expresadas en el lenguaje común, es decir, traducidas al lenguaje común, en forma clara, precisa, para que resulte comprensible para los lectores.

El proceso de elaboración del problema continúa con una etapa de resolución de la situación planteada con el objetivo de comprobar si realmente la situación inicial y las condiciones incluidas conducen a la respuesta prevista de antemano. En esta etapa, se comprueba también la relación entre las condiciones y la exigencia. En esta etapa suelen encontrarse situaciones no previstas y otras vías de solución. En la mayoría de los casos es necesario emprender una etapa de reformulación y comprobación del planteamiento inicial hasta lograr plena coherencia entre la exigencia, las condiciones y la situación inicial. El resultado de este proceso es la adecuación del problema a las nuevas condiciones inadvertidas en el planteo inicial.

Una vez que el formulador está satisfecho con los resultados del proceso desarrollado, la formulación del problema como resultado final concluye con la reacción clara y precisa de la estructura externa del problema; por lo general, la exigencia se plantea en forma de pregunta o una incitación a la búsqueda de la incógnita prevista por el formulador, la exigencia debe redactarse en forma clara y amena para que movilice la actuación de los posibles resolutores del problema. Las acciones y operaciones implicadas en esta técnica de formulación de problemas con texto relacionados con la práctica no presuponen en modo alguno una ejecución lineal de las mismas; por lo general, al elegir la incógnita del problema, el formulador tiene una idea de la exigencia que planteará, pero su decisión puede variar al elaborar las relaciones y dependencias de la situación inicial.

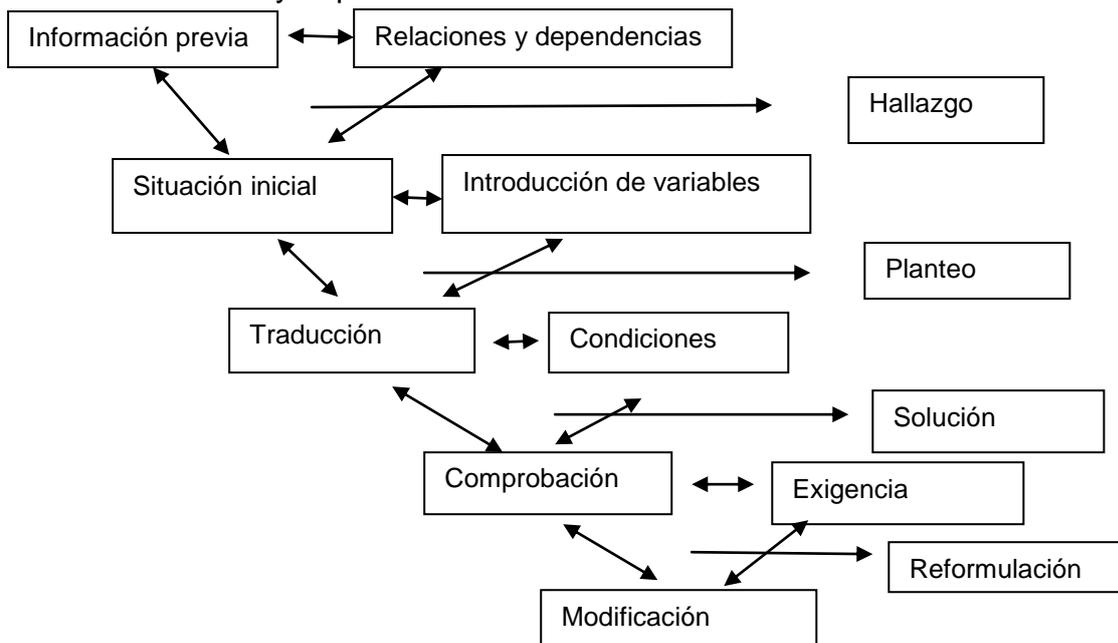


Fig. 1 Estructura del proceso descrito.

## Análisis de los resultados

Aplicando el procedimiento descrito, los estudiantes formulan con facilidad problemas que conducen al planteamiento de ecuaciones y sistemas de ecuaciones, pero estos no son los únicos problemas que pueden formularse a partir de la respuesta esperada.

Por ejemplo: el profesor informa que de los 30 alumnos del aula, 28 están vinculados a algún círculo de interés y 2 no lo están. A continuación propone que se formule un problema a partir de esta información previa.

Alumnos de sexto o séptimo grado, a partir de la relación principal entre las partes y el todo: (1)  $28 + 2 = 30$ , contenida en la información previa, pueden calcular qué tanto por ciento es 28 de 30 y obtener el resultado: 93,3%. Ahora pueden formular un problema típico de fracciones donde interviene el tanto por ciento, añadiendo este dato y omitiendo el de la matrícula del aula, que se consideró la incógnita a determinar, se formula el problema.

La tarea de los estudiantes consiste en interpretar la información inicial, transformarla realizando cálculos, elegir una incógnita, elaborar un contexto y plantear una interrogante, con la exigencia de calcular un resultado ya conocido para el formulador. Por ello este procedimiento de la formulación se denomina *formulación a partir de la respuesta esperada*.

Una de las formulaciones posibles es: Si 28 alumnos de un aula, que representa el 93,3% de la matrícula, asisten a círculos de interés, ¿cuántos alumnos hay en esta aula?

A partir de la relación (1) entre las partes y el todo los estudiantes pueden crear nuevas relaciones y dependencias que permiten formular problemas más complejos.

Alumnos de noveno y décimo grado pueden formular problemas que conducen al planteo de ecuaciones y sistemas de ecuaciones. Partiendo de la relación principal (1) entre las partes y el todo es posible establecer múltiples relaciones válidas que pueden incluir otros números que surgen al efectuar operaciones con los datos implicados.

Algunos ejemplos de relaciones válidas:

$$(2) 14 \cdot 2 + 2 = 28 + 2$$

$$(3) 28 + 2 = 30$$

$$(4) 28 - 2 = 26$$

$$(5) 28 + 5 \cdot 2 = 38$$

Estas relaciones son consecuencias de la imaginación y la creatividad del formulador, por lo que el número de posibilidades es ilimitado.

Si el formulador decide declarar como incógnita al número de alumnos que no participan en círculos de interés, dato conocido por él, puede plantear las ecuaciones siguientes:

$$(2)' 14 \cdot x + x = 28 + x$$

$$(3)' 28 + x = 30$$

$$(4)' 28 - x = 26$$

$$(5)' 28 + 5 \cdot x = 38$$

Al expresar estas ecuaciones en el lenguaje común, haciendo referencia al significado asignado a la variable  $x$ , en un contexto creado por el formulador y planteando como exigencia averiguar el dato desconocido u otro que depende de este se habrá formulado un problema con texto relacionado con la práctica que, en este caso, conduce al planteo de una ecuación lineal.

Por ejemplo de la relación (5)' surge el problema siguiente: Si a los 28 alumnos del aula que participan en círculos de interés se añade el quíntuplo de los que no lo hacen, la matrícula sería de 38. ¿Cuántos alumnos no participan en círculos de interés?

El formulador puede considerar una segunda incógnita en las relaciones (2) a (5) previamente elaboradas por él, por ejemplo la cantidad de alumnos participantes en círculos de interés. En dado caso obtiene nuevas relaciones:

$$(2)'' 14 \cdot x + x = y + x$$

$$(3)'' y + x = 30$$

$$(4)'' y - x = 26$$

$$(5)'' y + 5 \cdot x = 38$$

Ahora el formulador, sabiendo que las ecuaciones lineales con dos variables son indeterminadas, formula su problema con la ayuda de dos de estas nuevas relaciones. De esta manera, el formulador asigna un significado a las variables en el contexto determinado, traduce del lenguaje algebraico al lenguaje común e impone alguna exigencia, que le permite obtener un nuevo problema con texto relacionado con la práctica que puede ser resuelto mediante un sistema de ecuaciones u otra vía.

Por ejemplo: Empleando las relaciones (2)'' y (5)'' se formula el siguiente problema. La totalidad de alumnos de un aula equivale a 15 veces la cantidad de los que no participan en círculos de interés, si a los que participan se adiciona el quíntuplo de los que no participan el resultado es 38. ¿Cuántos alumnos tienen el aula?

El procedimiento descrito sirve también para formular problemas geométricos, es decir, aquellos cuya situación inicial o su resultado pertenece al área de la Geometría. En muchos de estos problemas se aplican procedimientos de cálculo aritmético o algebraico y se prestan para ser creados mediante las acciones y operaciones de la formulación a partir de la respuesta esperada.

Como información previa puede adoptarse una figura o cierto conjunto de premisas geométricas; el análisis de la información previa permite la obtención de relaciones y

dependencias entre los objetos geométricos implicados y la determinación numérica de ciertas cantidades que se convierten en nuevas proposiciones, susceptibles de ser confirmadas o refutadas, con este conocimiento el formulador elige las incógnitas y crea la situación inicial que le permite plantear una exigencia.

Por ejemplo, un profesor o un estudiante desea formular un problema geométrico y adopta como información previa: un triángulo ABC y un segmento  $\overline{CD}$  cuyo extremo D es un punto del lado  $\overline{AB}$ .

A partir del análisis de la información previa plantea, o asume, relaciones válidas. A saber:

La propia información previa asegura la validez de las proposiciones:

(1)  $\angle BAC = \angle DAC$ , es común para los triángulos  $\triangle ABC$  y  $\triangle DAC$ .

(2)  $\angle ABC = \angle DBC$ , es común para los triángulos  $\triangle ABC$  y  $\triangle DBC$ .

Otras proposiciones, como las que siguen, pueden ser asumidas como válidas:

(3)  $\angle ACB = \angle ADC$ ,

(4)  $\angle ACB = \angle BDC$ ,

Dependen de la posición del punto D.

(5)  $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ . Depende de que se cumpla (3).

(6)  $\triangle ABC \sim \triangle DBC$ . Depende de que se cumpla (4).

(7) Se miden los lados del  $\triangle ABC$  y el segmento  $\overline{CD}$ .

(8) Se calculan las medidas de los segmentos  $\overline{AD}$  y  $\overline{DB}$

(9) Se calculan los perímetros de los triángulos.

(10) Se calculan las áreas de los triángulos.

En los problemas geométricos la designación explícita de variables y la traducción al lenguaje común no siempre es necesaria. Con el material reunido, los resultados (1) a (10), ya se pueden formular varios problemas. Por ejemplo:

a) Dado el triángulo ABC y un segmento  $\overline{CD}$  cuyo extremo D es un punto del lado  $\overline{AB}$ , se sabe que  $\angle ACB = \angle ADC$ . Demuestre que  $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ .

b) En el triángulo ABC se tiene un punto D del lado  $\overline{AB}$  tal que  $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ ; el perímetro del  $\triangle DAC$  es 8,3cm,  $\overline{CD} = 2,5\text{cm}$  y  $\overline{BC} = 4,7\text{cm}$ . ¿Cuál es el perímetro del  $\triangle ABC$ ?

## CONCLUSIONES

La formulación de problemas matemáticos relacionados con la práctica contribuye al adiestramiento lógico lingüístico de los alumnos, en esta actividad los alumnos transforman una información previa en la cual utilizan conceptos y sus definiciones, aplican propiedades

de estos conceptos, traducen del lenguaje algebraico al lenguaje común, evalúan alternativas y toman decisiones.

Por otro lado analizan informaciones relacionadas con la actividad económico – social de la humanidad, con la ciencia y la tecnología, con los problemas del medio ambiente; todo esto influye favorablemente en la educación de su personalidad.

Aprender a formular problemas matemáticos relacionados con la práctica es una necesidad para el profesor de esta asignatura no solo porque en su vida profesional tendrá que hacerlo muchas veces, sino porque también debe enseñar a sus alumnos a que lo hagan.

En la formulación de los problemas citados se emplea un sistema de acciones y operaciones que pueden ser aisladas y tratadas didácticamente en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la asignatura Matemática.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ballester, S. y otros (1992). Metodología de la enseñanza de la matemática I. La Habana: Pueblo y Educación.

Cruz, M. (2002). *Estrategia metacognitiva en la formulación de problemas para la enseñanza de la Matemática*. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Instituto Superior Pedagógico “José de la Luz y Caballero”. Holguín.

Fuentes, I., y Montenegro, E. I. (2010). Procedimiento para el diagnóstico del nivel de desarrollo alcanzado por los estudiantes en la formulación de problemas que se resuelven con modelos matemáticos. *Cuadernos de Educación y Desarrollo*. Vol. 2, N° 22.

González, D. (2001): *La superación de maestros primarios en la formulación de problemas matemáticos*. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas, Instituto Superior Pedagógico “Enrique José Varona”, Ciudad Habana.

Labarrere, A. (1980). Sobre la formulación de problemas matemáticos por los escolares. *Educación*. Año X. No 36. La Habana.

Labarrere, A. (1988). ¿Cómo enseñar a los alumnos de primaria a resolver problemas?. La Habana: Pueblo y Educación.

Llivina, M., et al. (2000). Un sistema básico de competencias matemáticas. Ponencia presentada en el evento internacional *Contextualización de Problemas Matemáticos y Desarrollo de Competencias*, Fundación Colegio UIS, Santander, Colombia.

Malaspina, U. (2013). La creación de problemas matemáticos en la formación de profesores. VII CIBEM. Montevideo.

Suárez, C. (2003). *La identificación de problemas matemáticos en la Educación Primaria*. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas, Instituto Superior Pedagógico “Enrique José Varona”, La Habana.