

9.



*La Calidad Académica,
un Compromiso Institucional*



Una mirada al presupuesto anual de ventas de Rautenstrauch & Villers

Fabián Alberto Castiblanco Ruíz

Castiblanco Ruíz, Fabián
Alberto (2014). Una mira-
da al presupuesto anual
de ventas de Rautens-
trauch & Villers
Criterio Libre, 12 (20)
199-222.
ISSN 1900-0642.

UNA MIRADA AL PRESUPUESTO ANUAL DE VENTAS DE RAUTENSTRAUCH & VILLERS A PARTIR DE LOS NÚMEROS BORROSOS: EL MANEJO DE LA INCERTIDUMBRE Y LA SUBJETIVIDAD¹

A LOOK AT THE ANNUAL BUDGET SALES & VILLERS-RAUTENSTRAUCH FROM THE FUZZY NUMBERS: HANDLING AND SUBJECTIVE UNCERTAINTY

UM OLHAR SOBRE O ORÇAMENTO DE VENDAS ANUAL DE RAUTENSTRAUCH & VILLERS A PARTIR DOS NÚMEROS VAGOS: DA INCERTEZA E DA SUBJETIVIDADE

UN REGARD SUR LE BUDGET ANNUEL DES VENTES DE RAUTENSTRAUCH & VILLERS DES NOMBRES FLOUS: GESTION DE L'INCERTITUDE ET DE LA SUBJECTIVITÉ

FABIÁN ALBERTO CASTIBLANCO RUIZ²

Fecha de Recepción: 3 de Marzo de 2014
Fecha de Aceptación: 24 de Mayo de 2014

RESUMEN

El propósito del presente artículo es plantear la incorporación de la teoría de los números borrosos a la fórmula del presupuesto anual de ventas planteado por Rautenstrauch y Villers y modificada por Mercéles, como herramienta para el manejo de la incertidumbre y la subjetividad. Se inicia con la exposición del problema que se va a tratar y su justificación. Se hace una presentación de la fórmula del presupuesto y sus elementos constitutivos. Posteriormente se desarrolla un acercamiento a la teoría de la lógica difusa, los números borrosos, sus propiedades y operaciones básicas. Finalmente, mediante un ejemplo práctico se plantea la técnica de convergencia entre las dos teorías.

¹ Artículo de reflexión producto de un primer avance de la investigación desarrollada dentro del proyecto de investigación denominado "El proceso presupuestario de la empresa a partir de la teoría de los subconjuntos borrosos", que se lleva a cabo en la Facultad de Contaduría de la Universidad La Gran Colombia. Grupo de investigación: Globalización, gestión y organizaciones.

² Licenciado en matemáticas, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia. Master en matemáticas, Universidad de Sevilla; Sevilla, España; candidato a doctor en matemáticas, Universidad de Sevilla; docente investigador, Universidad La Gran Colombia, Facultad de Contaduría; director del semillero de Investigación ICOLDI: Investigación contable y lógica difusa. fabianalberto.castiblanco@ugc.edu.co

PALABRAS CLAVE:

presupuesto, números borrosos, incertidumbre, estimaciones, subjetividad.

CÓDIGOS JEL:

C53, D81, G17, G31.

ABSTRACT

The aim of this paper is to incorporate the fuzzy numbers theory to the formulation of the sales annual budget, given by Rautenstrauch and Villers, and modified by Mercéles, as a tool for managing uncertainty and subjectivity. It begins with statement of the problem being treated and its justification. A presentation of the budget formulation and its constituents is carried out. Subsequently, an approach to fuzzy logic theory, fuzzy numbers theory, their basic properties and operations are given. Finally, through a practical example it is explained the convergence technique which combine the two theories.

Keywords: budget, fuzzy numbers, uncertainty, estimates, subjectivity.

Códigos JEL: C53, D81, G17, G31.

RESUMO

O objetivo deste artigo é propor a integração da teoria dos números vagos para a fórmula do orçamento de vendas anual criado por Rautenstrauch e Villers e modificada por Mercéles como uma ferramenta para a gestão da incerteza e da subjetividade. Isto começa com a declaração do problema a ser tratado e a sua justificação. Uma apresentação da fórmula do orçamento e seus componentes é feita. Posteriormente desenvolve-se uma abordagem para a teoria da lógica difusa, os números vagos, as suas propriedades e operações básicas. Finalmente, por meio de um exemplo prático surge a técnica de convergência entre as duas teorias.

Palavras-chave: orçamento, números vagos, incerteza, estimativas, subjetividade.

JEL: C53, D81, G17, G31.

RÉSUMÉ

Le but de cet article est de proposer l'intégration de la théorie des nombres flous pour la formule du budget annuel des ventes soulevée par Rautenstrauch et Villers et après modifié par Mercéles, comme un outil pour la gestion d'incertitude et de subjectivité. Il commence par la déclaration du problème à traiter et sa justification. Une présentation de la formule de budget et de ses composants est faite. Par la suite est exécutée une approche à la théorie de la logique floue, les nombres flous, leurs propriétés et les opérations de

base. Enfin, à travers un exemple pratique la technique de convergence se pose entre les deux théories.

Mots-clés: budget, nombres flous, incertitudes, estimations, subjectivité.

JEL: C53, D81, G17, G31.

INTRODUCCIÓN

La constante evolución del entorno social y el acelerado desarrollo tecnológico hacen que las organizaciones desarrollen su labor en un ambiente de continuos cambios y variaciones; el entorno económico, social y financiero de las organizaciones cambian incesantemente. Dicha mutabilidad constante de la realidad tiene como rasgo distintivo en el desarrollo de los acontecimientos la incertidumbre, entendida, en términos generales, como la ausencia de conocimiento seguro, claro y evidente.

La incertidumbre se convierte en un rasgo distintivo de los fenómenos sociales, y por ende, del entorno de las organizaciones, debido a que dichos fenómenos se encuentran mediados por los actos del hombre y su subjetividad; por la libertad del hombre de elegir y el uso de su imaginación. En la misma línea, los fenómenos se encuentran supeditados por las relaciones entre los hombres, pues no son establecidos bajo algoritmos y reglas mecánicas, lo cual lleva a una realidad que evoluciona y se modifica a través del hombre y sus decisiones, estableciendo en gran medida la inexistencia de certeza en los acontecimientos futuros y en el devenir de las organizaciones en particular.

Este panorama, en el cual se encuentran inmersas las empresas e instituciones, implica un arduo trabajo frente al establecimiento de técnicas y métodos que permitan una captación más fiel de la realidad, posibilitando su formalización y manejo; una mirada que admita considerar tanto la falta de certeza en los sucesos, como su imprecisión, de tal forma que se logre la consecución de objetivos de manera eficaz y una mirada hacia el futuro con mayor control.

Esta captación de la realidad ha tenido lugar tradicionalmente a través de razonamientos basados en el concepto de precisión y que frecuentemente son plasmados para su cuantificación a través de los esquemas clásicos de las matemáticas. Esto da lugar a que se formalice una realidad modificada, adaptada a los modelos matemáticos, en lugar de una adaptación de los modelos a los hechos reales; ejemplo de ello es el empleo de la regresión lineal para el presupuesto de ventas bajo demandas que no son razonablemente estables, e incluso, si así lo fueran, el método puede llegar a desvirtuar la realidad si se desligan otros factores tanto internos como externos en las organizaciones: inflación, salarios, renovación de equipos, entre otros.

Por lo anterior, las matemáticas han debido adaptarse también al cambio y evolución constante de las circunstancias, ampliando sus herramientas y conceptos a tal fin; en esta línea Medina (2006, p. 198) plantea:

Los modelos matemáticos desarrollados poseen simplificaciones importantes, lo cual significa reducir las cosas a un lenguaje determinado y codificado de reglas rígidas con lo cual tratamos de entender la realidad. Estos modelos pueden trabajar bien bajo determinadas parcelas del conocimiento; sin embargo, la aplicación del método científico, el avance de la técnica y la existencia de paradigmas nos recuerdan que tarde o temprano un modelo se volverá obsoleto y debe sustituirse por otro, tal como ha ocurrido con el desarrollo del conocimiento científico.

Por tanto, han debido surgir nuevos paradigmas matemáticos que recojan la incertidumbre y subjetividad latente en los procesos y permitan su adecuada cuantificación; ejemplo de ello ha sido el nacimiento de la lógica difusa (*Fuzzy Logic*), una lógica multivalente que aborda características particulares de ciertos fenómenos como la no linealidad en los procesos, las inestabilidades y el caos, dando sustento al tratamiento formal tanto de lo incierto como de lo subjetivo.

El presente artículo es un resultado parcial del proyecto denominado *El proceso presupuestario de la empresa a partir de la teoría de los subconjuntos borrosos*, que se encuentra en desarrollo y con el cual se busca proponer una síntesis de herramientas metodológicas que permitan llevar a cabo el proceso presupuestario de la empresa a partir de la teoría de los subconjuntos borrosos e identificar sus aportes.

Para alcanzar dicho objetivo, en la investigación se aborda desde una perspectiva matemática, específicamente desde la lógica difusa, la presencia y manejo de incertidumbre y subjetividad en las decisiones a las cuales se ven enfrentadas las organizaciones, propiamente en lo concerniente al establecimiento del presupuesto de ventas según uno de sus métodos particulares; la fórmula de Rautenstrauch y Villers.


El proceso investigativo se ha desarrollado en el marco de un enfoque metodológico cualitativo, en el cual se ha descubierto y refinado la pregunta de investigación, a saber: ¿Cómo modelar y controlar la incertidumbre y la subjetividad presente en el establecimiento del presupuesto de ventas? Dicho perfeccionamiento de la pregunta tiene que ver con un ejercicio de observaciones y descripciones del fenómeno por trabajar: el establecimiento de los presupuestos en las organizaciones, limitaciones y dificultades.

Para abordar dicho fenómeno se realizó una revisión teórica de algunos modelos para la elaboración de presupuesto, el análisis de los resultados obtenidos según cada método y la identificación de las variables que intervienen en los métodos; así como la definición y el planteamiento de la problemática específica por tratar, la cual se encuentra enmarcada por el manejo de la incertidumbre y la subjetividad.


Tal revisión tuvo como objeto responder a preguntas como: ¿qué es el presupuesto?, ¿qué es el presupuesto de ventas?, ¿qué variables intervienen en el presupuesto?, y a partir de esto, establecer la problemática del tratamiento de la incertidumbre y la subjetividad en la elaboración del presupuesto de ventas, lo cual se presenta en la primera parte del documento.

Se escoge en particular el método planteado por Rautenstrauch y Villers y modificado por Mercés para el presupuesto de ventas, por ser el que mejor recoge la problemática por tratar. En la segunda parte del documento se describe dicho método expresado a través de una fórmula y se analizan sus partes constitutivas con la variación dada por Mercés, identificando las variables que presentan incertidumbre y subjetividad en su planteamiento.

Posteriormente, en la tercera sección, se presenta una introducción tanto de la lógica difusa como de los elementos que ella aporta frente al problema de la incertidumbre y la subjetividad, específicamente se aborda la aritmética de los números borrosos, por ser los que mejor permiten modelar y tratar dicho problema.



En el marco del desarrollo empresarial y específicamente en el ámbito de la gestión y el control, las organizaciones en general establecen el planteamiento de los presupuestos como una herramienta que permite de manera sistemática, formalizada y cuantitativa establecer las condiciones de las acciones por realizar y los estimativos de los resultados esperados para el desarrollo, sostenibilidad, evolución y crecimiento de la organización.



Finalmente, en la cuarta parte del documento se establece la convergencia entre la fórmula para el presupuesto de ventas y los números borrosos; se determinan los aportes al problema del tratamiento de la incertidumbre y la subjetividad en la elaboración del presupuesto de ventas y se ilustra dicha correlación. Por tanto, se plantea una propuesta como resultado de la reconstrucción de la realidad a través de una perspectiva propia del investigador, desde el uso de los números borrosos en el proceso presupuestario de la empresa.

1. ANÁLISIS DE LOS PRESUPUESTOS DE VENTAS: PROBLEMÁTICA

En el marco del desarrollo empresarial y específicamente en el ámbito de la gestión y el control, las organizaciones en general establecen el planteamiento de los presupuestos como una herramienta que permite de manera sistemática, formalizada y cuantitativa establecer las condiciones de las acciones por realizar y los estimativos de los resultados esperados para el desarrollo, sostenibilidad, evolución y crecimiento de la organización. En palabras de Burbano (2005, p. 11), los presupuestos son la “expresión cuantitativa formal de los objetivos que se propone alcanzar la administración de la empresa en un periodo, con la adopción de las estrategias necesarias para lograrlos”. Definición adoptada para el desarrollo de la problemática por tratar, específicamente, porque pone su énfasis en los *objetivos por alcanzar por la administración*, aspecto que será abordado más adelante.

Dentro del establecimiento de los presupuestos se plantean amplios tratados para su consecución, dependiendo de los entornos económicos, de la actividad particular de la empresa y del sector industrial o comercial al cual pertenece. Sin embargo, en términos generales, se establece para todas las organizaciones el denominado *presupuesto maestro*, como aquel que reúne y consolida todos los presupuestos establecidos por la empresa; de operación, financiero, de inversión, de costos, entre otros, y que representa

las “[...] estimaciones de todas las transacciones de inversiones, ingresos y gastos para un periodo contable subsiguiente, incluyendo estados pro forma o proyectados”. (Cárdenas, 2005, p. 2).

La base para el establecimiento del presupuesto maestro y en general, para cualquier tipo de presupuesto, marcadas contadas excepciones, según los propósitos empresariales, es el presupuesto de ventas, el cual se determina en general para el período contable siguiente. En toda organización se hace necesario el presupuesto de ventas, debido a que “es el dato que mejor caracteriza la actividad que tendrá dicha organización en el periodo de la previsión y servirá de soporte a los demás presupuestos” (Díaz-Oyuelos y Soret, 2010, p. 11). En la misma línea, el presupuesto de ventas es definido por Díaz-Oyuelos *et al.* (2011) como la “estimación razonada del nivel de facturación que se puede alcanzar durante un periodo de tiempo determinado en una zona geográfica concreta y se suele dar tanto en unidades físicas como en unidades monetarias”. Por tanto, el presupuesto de ventas encuentra su fuerza en las *estimaciones*, elementos cargados de incertidumbre como se describirá más adelante.

Debido a la importancia del presupuesto de ventas y a las variaciones en las actividades de las organizaciones, se han diseñado diversos métodos para el establecimiento del mismo, los cuales pueden clasificarse como de tipo cuantitativo o de tipo cualitativo; entre ellos se encuentran: los métodos con información histórica o series temporales, métodos causales o de regresión múltiple, métodos de agregación de previsiones individuales, métodos de investigación cualitativa, modelo de difusión de Bass, presupuesto de ventas de Rautenstrauch & Villers, entre otros.³

La mayoría de estos métodos ponen su fuerza en la estabilidad del mercado, en el progreso lineal y creciente de las tendencias o, por lo menos, en el supuesto de que los registros del pasado no incluyen saltos que afecten el proceso matemático

de suavizado de curvas; evidente esto a través del análisis realizado de los métodos, en el cual se observa el empleo exclusivo de los datos históricos sin considerar fuerzas o factores, tanto internos como externos, que afecten la proyección de las ventas.

De igual forma, algunos de ellos basan sus desarrollos en la opinión de expertos y en las expectativas individuales de los agentes que intervienen en el proceso de toma de decisiones de la organización. En ambos casos surgen dos elementos que difícilmente son tenidos en cuenta y que afectan sustancialmente el presupuesto de ventas; la incertidumbre y la subjetividad. Estos dos factores se hallan inmersos de manera inherente en casi todos los procesos y partes constitutivas del establecimiento de los presupuestos; no se puede hablar de los acontecimientos futuros con absoluta certeza, más aun en el campo de los fenómenos sociales. La presencia de dichos factores en el presupuesto de ventas se analiza a continuación.

En torno a la existencia de la incertidumbre en los presupuestos, Durán-Vargas (2011, p. 311) plantea que “un presupuesto se prepara con valores futuros estimados y por tanto, debe tener en cuenta la incertidumbre, que es consecuencia de la limitada información disponible para la toma de decisiones”, es decir, los presupuestos se mueven en un entorno cuya información es en gran medida incompleta y sin un comportamiento lineal.

En la misma línea, se trae a colación lo expuesto por Díaz-Oyuelos *et al.* (2010, p. 12) quienes plantean que “lo habitual es que las ventas realmente conseguidas en el periodo a que se refiere la previsión no coincidan con las establecidas en el documento de la previsión ya que la estimación del futuro tiene grandes inseguridades”. Por tanto, habrá de existir de manera frecuente una desviación entre los datos presupuestados y los valores reales, hecho que pone de manifiesto la importancia de considerar la incertidumbre latente en el proceso presupuestario; si bien no para llevar a cabo pronósticos infalibles, sí para reconocerla y controlarla.

³ Para conocer una ampliación de los métodos se puede consultar: Díaz-Oyuelos, E. Soret, I. (2010), *El presupuesto de ventas*. Cuadernos de documentación. Madrid: Esic editorial.

Es así como en los presupuestos aunque se establecen con el fin de representar de la manera más fiel posible magnitudes localizadas en el futuro, no se exige una exactitud pormenorizada, sino un reflejo de la realidad con una muy buena aproximación; dicha aproximación al futuro solo será posible si se considera el entorno empresarial como un fenómeno complejo, alejado muchas veces de la linealidad y de la repetición, de la monotonía en los sucesos y sumergido en un entorno de variables dinámicas y cambiantes.

Por otra parte, el presupuesto al considerar los objetivos y metas pactadas por las directivas y al ser un proceso participativo que involucra diferentes dependencias de la organización, lleva consigo una alta carga de subjetividad; bien se plantea en el libro *El proceso presupuestario de la empresa*:

El presupuesto constituye la herramienta eficaz de participación del personal en la determinación de objetivos, y en la formalización de compromisos con el fin de fijar responsabilidades para su ejecución [...] Aunque el presupuesto participativo presenta unas mejoras sustanciales sobre las prácticas tradicionales y autoritarias, puede que no sea la mejor solución para todas las empresas, dado que intervienen elementos de comportamiento y motivación que pueden limitar, de algún modo, la efectividad del sistema presupuestario. (1992, p. 21).

Es decir, se hace necesario considerar elementos de tipo personal que pueden, de manera intencional o no, afectar las mediciones o cuantificaciones en el proceso presupuestal. Más específicamente, como lo plantea Burbano (2005, p. 20), "sus datos al ser estimados estarán sujetos al juicio o la experiencia de quienes lo determinaron". Por tanto, la subjetividad se convierte en un elemento no despreciable y que puede afectar la percepción de los movimientos del entorno económico tanto interno como externo. Dicha subjetividad debe ser tratada con el fin de no viciar el panorama general al que se enfrenta la organización.

Se convierten así la incertidumbre y la subjetividad en dos factores determinantes a la hora de diseñar

y establecer el presupuesto en las organizaciones, particularmente el presupuesto de ventas; por tanto, surge el interrogante frente a cómo modelar y controlar la incertidumbre y la subjetividad presente en el establecimiento del presupuesto de ventas. Dicho interrogante consolida la problemática por tratar en el presente artículo.

Con el fin de responder el anterior cuestionamiento, se inicia a través del siguiente apartado el tratamiento y descripción de los elementos constitutivos de la fórmula planteada por Rautenstrauch y Villers para el presupuesto anual de ventas, la cual ha sido seleccionada gracias a que dentro de su desarrollo se plantean estimaciones dadas por diferentes agentes participantes del proceso presupuestario, lo cual hace palpable la problemática abordada.

2. EL PRESUPUESTO ANUAL DE VENTAS DE RAUTENSTRAUCH Y VILLERS

Hacia el año 1950 Walter Rautenstrauch y Raymond Villers plantean un método de tipo económico - administrativo que permite establecer el presupuesto de ventas de un año con base en las cifras del período contable anterior. Dicho método viene expresado por la fórmula:

$$PV = (V \pm F) \cdot E \cdot A$$

Donde:

- PV = presupuesto de ventas
- V = ventas del año anterior
- F = factores específicos
- E = fuerzas económicas generales
- A = factores de influencias administrativas.

Los factores específicos son aquellos que se establecen para el ajuste de las ventas del período base, y a su vez se clasifican en:

- a = factores de ajuste
- b = factores de cambio
- c = factores corrientes de crecimiento

Con lo cual la fórmula se reescribe como:

$$PV = (V \pm a + b + c) \cdot E \cdot A$$

Describiendo la fórmula se tiene:

Los factores de ajuste (*a*) son aquellos determinados por causas fortuitas o accidentales que afectaron el aumento o el decremento de las ventas del período contable anterior. Entre ellas se pueden destacar: incendios, huelgas, paros, productos que no tuvieron competencia, contratos especiales de ventas, situaciones o relaciones políticas, etc.

Los factores de cambio (*b*) se refieren a posibles modificaciones que van a efectuarse y que afectarán las ventas, entre ellos se destacan: remplazo de materiales, nuevos diseños o presentación, mejoramiento en las instalaciones de la empresa, nueva maquinaria, variación de los métodos de ventas, cambios en la forma de remunerar al personal de ventas, etc.

Los factores de corrientes de crecimiento (*c*) se refieren al potencial inductivo (favorable o desfavorable) del sector comercial o industrial al cual pertenece la empresa, o a la dinámica proveniente del buen nombre o crédito mercantil que impulsa hacia adelante la organización y, por tanto, a sus ventas.

Las fuerzas económicas generales (*E*) representan una serie de factores externos derivados de la economía nacional que influyen sobre las ventas; entre ellos se destacan la inflación, la devaluación, el PIB, tasas de interés, ingreso *per cápita*, establecimiento de nuevas empresas, compra y venta de valores en bolsa, etc. En general, es un estimado de realización establecido por economistas.

Los factores de influencias administrativas (*A*) corresponden a un factor interno en la empresa y tiene que ver con la estimación sobre las ventas por parte de la gerencia o administración, una vez analizados los factores de ajuste, cambio y crecimiento y las fuerzas económicas; comprende nuevas políticas de mercado, publicidad, precios, descuentos, bonificaciones y rebajas.

Actualmente dicho método es presentado por diversos autores; entre los tratados de presupuestos manejados en el ámbito universitario se destacan: Cárdenas (2002, p. 40); Del Río González (2009, p. 11-9); Paniagua (2007, p. 60) y otros, quienes plantean la fórmula general que concreta el método y describen los factores que la componen. Sin embargo, Marcéles (2009, p. 253) desarrolla una revisión de dicho método e incluye una variación al planteamiento original hecho por Rautenstrauch y Villers.

La variación a la fórmula hecha por Marcéles (2009, p. 256) consiste en considerar que las fuerzas económicas generales y la influencia administrativa solo deben tener incidencia en los resultados de ventas históricos normalizados, es decir, las ventas reales corregidas únicamente por los factores de ajuste.

Al respecto plantea Marcéles (2009):

Si no se hubiesen presentado hechos extraordinarios o coyunturales, representados en los factores de ajuste, las ventas habrían alcanzado un volumen considerado como normal, o lo que es lo mismo, un volumen real muy cercano a su valor esperado en condiciones operativas rutinarias sin sobresaltos ni situaciones puntuales, y que sirve de punto de partida para el cálculo del presupuesto de ventas del siguiente periodo. (p. 256).

Así, la fórmula general que originalmente estaba expresada como


$$PV = (V \pm a + b + c) \cdot E \cdot A$$

fue remplazada por


$$PV = (V \pm a) \cdot E \cdot A + b + c$$

En donde se excluyen los factores de cambio y de corriente de crecimiento de las ventas del período anterior, por ubicarse en el horizonte futuro y expresar las estimaciones esperadas.

Dentro de la fórmula los factores de cambio (*b*) y crecimiento (*c*), al igual que las fuerzas económicas (*E*) y administrativas (*A*) se encuentran



Si bien es cierto que vislumbrar el futuro de manera exacta es un hecho imposible, más aún en el campo de las ciencias sociales, el propósito de plantear un presupuesto de ventas debe ser el de establecer un reflejo lo más fiel y cercano a la realidad proyectada; máxime cuando a partir de él se establecerán otros presupuestos como el de costos, producción, inventarios, entre otros.



enmarcados por la incertidumbre y la subjetividad en su ocurrencia al estar establecidas a partir de estimativos con participación multidisciplinar: del personal ejecutivo de ventas para determinar los factores de cambio y crecimiento; del economista, quien establece las condiciones económicas generales y su prospectiva; y finalmente, del consejo de administración (administrador) y director general en cuanto a su percepción del análisis realizado por los demás agentes.

Sin embargo, la incertidumbre y la subjetividad presente en los estimativos no se abordan ni se consideran en el planteamiento de la fórmula, debido en gran parte a la aritmética tradicional empleada, en la cual, mediante un único valor numérico se representa dicho estimativo; esto implica una única posibilidad concreta y cierta frente al acontecimiento de los hechos futuros.

No es posible establecer dentro del desarrollo de la fórmula expresiones como "las fuerzas económicas no serán superiores a 4%" o "los nuevos mercados y clientes incrementarán las ventas en más de 2%"; frente a dichas estimaciones se hace necesario establecer un único valor numérico que para el primer caso esté por debajo de 4% y para el segundo, por encima de 2%, restringiendo las diferentes posibilidades que estos valores pudieran presentar y sus diferentes combinaciones.

Si bien es cierto que vislumbrar el futuro de manera exacta es un hecho imposible, más aún en el campo de las ciencias sociales, el propósito de plantear un presupuesto de ventas debe ser el de establecer un reflejo lo más fiel y cercano a la realidad proyectada; máxime cuando a partir de él se establecerán otros presupuestos como el de costos, producción, inventarios, entre otros. Por tanto, este objetivo no se alcanzará plenamente si se hacen estimaciones con datos precisos y que no permitan contemplar las posibles variaciones de dichos datos.

Con el fin de poder considerar y controlar la incertidumbre y la subjetividad propia de los fenómenos sociales, más aún si son planteados y estudiados a futuro, ha surgido desde hace más de medio siglo la denominada lógica difusa. En

el siguiente apartado se hace una introducción y descripción de los alcances y herramientas dadas por dicha lógica. De allí se extraerán los elementos que permiten considerar el proceso del presupuesto de ventas en un marco de múltiples alternativas, inciertas, cambiantes y subjetivas; de diversas posibilidades frente a los hechos futuros, características propias del acontecer empresarial inestable y vertiginoso.

3. LA LÓGICA DIFUSA

Durante siglos el pensamiento humano, las estructuras formales de razonamiento y en general, las ciencias, mantuvieron intacto el principio del "tercio excluso" propuesto por la lógica aristotélica, el cual plantea analizar el mundo a partir de premisas falsas o verdaderas, de la pertenecía o no pertenencia de los elementos a un conjunto, restringiendo así en muchos aspectos la amplia gama de matices presentes en la vida cotidiana.

Iniciando el siglo XX esta postura comienza a ser criticada con los trabajos de los matemáticos Bertrand Russel y Jan Lukasiewicz, el físico Werner Heisenberg y el filósofo Max Planck, quienes emprenden la labor de plantear la posibilidad de las lógicas multivalentes, de los "conjuntos vagos", de la incertidumbre y la ambigüedad como aspectos relevantes en el estudio de los fenómenos. A partir de las teorías planteadas por dichos científicos comienza a consolidarse un proceso de reconceptualización de la ciencia y de su forma de comprender y abstraer el mundo. Es así como a partir de la postmodernidad,⁴ se ha establecido un nuevo paradigma científico, el cual establece que:

[...] el determinismo debe ser abandonado y nuestro concepto de causalidad revisado; que, bajo ciertas condiciones, la predicción es imposible incluso en sistemas naturales muy simples; que la certeza ha desaparecido hasta de las matemáticas; que los sistemas formales tienen

límites intrínsecos [...] que no existe una realidad objetiva e independiente del observador la cual pueda ser conocida cada vez con mayor rigor y acierto, alcanzándose sobre ella conocimientos aproximadamente verdaderos. [Diéguez, 2004, p. 178].

Bajo este marco de referencia se ha establecido el desarrollo actual de las denominadas ciencias de la complejidad,⁵ lo que ha generado un rasgo distintivo de los fenómenos, sistemas y comportamientos tratados, los cuales se caracterizan como lo plantea Maldonado (2007, p. 6) por "no-linealidad, autoorganización, emergencia, caos, aleatoriedad, adaptación, evolución, flexibilidad/robustez, fluctuaciones, turbulencias, incertidumbre, inestabilidades, ruptura de simetrías, grados de libertad, disipación, desequilibrios o equilibrios dinámicos, en fin, irreversibilidad".

Como respuesta al estudio de estas características han surgido diversos trabajos desde las ciencias naturales y la lógica;⁶ se destaca para los efectos de este escrito, el nacimiento de la lógica difusa, como un mecanismo de respuesta a un mundo caracterizado por la incertidumbre y la subjetividad. Dicha lógica es formalizada por Lotfi. A. Zadeh hacia 1965 (aunque los primeros intentos de concebir esta lógica estuvieron dados por Heisenberg y Russel) y bajo esta nueva teoría se logra dar luces al tratamiento, en particular, de las ciencias sociales, en las cuales el pensamiento humano, tan cargado de matices, juega un papel fundamental, permitiendo el tratamiento de fenómenos marcados por la incertidumbre, la ambigüedad y la subjetividad, características que hasta ese punto de la historia habían sido difícilmente abordadas.

⁴ La postmodernidad como el alcance de los límites del proceso de modernización. (cf. Turner, 1991, p. 4 [citado por Diéguez, 2004]).

⁵ Definir qué son las ciencias de la complejidad es una tarea difícil por cuanto el referente usual, que es la ciencia clásica, no sirve enteramente. Para decirlo de manera puntual: las ciencias de la complejidad se ocupan, como caso general y no específico, de los fenómenos, sistemas y comportamientos no-lineales. (Maldonado, 2007. p. 5).

⁶ Un amplio listado de dichos trabajos se presenta en Maldonado, C. (2007), *El problema de una teoría general de la complejidad. Complejidad: ciencia, pensamiento y aplicaciones*. Bogotá, Colombia: Universidad Externado de Colombia.

La lógica difusa se define, en palabras de su creador, Zadeh (2008), como:

[...] una lógica precisa de la imprecisión y el razonamiento aproximado. Más específicamente, la lógica difusa puede ser vista como un intento de formalización/mecanización de dos notables capacidades humanas. Primero, la capacidad de conversar, razonar y tomar decisiones racionales en un ambiente de imprecisión, incertidumbre, información incompleta, información contradictoria, parcialidad de la verdad y parcialidad de la posibilidad. [...] y segundo, la capacidad para llevar a cabo una amplia variedad de tareas físicas y mentales sin medición ni cálculos. (Zadeh, 2008, p. 2751).

A partir de esta lógica se amplían las posibilidades para el tratamiento de la incertidumbre, se abre un nuevo espectro científico para el trabajo sobre teorías que si bien no reducen la incertidumbre latente, permiten el trabajo con los elementos que son posibles capturar de ella, fundamentalmente sin deformar el contexto particular en su estudio (Gil Aluja, 2009).

En el establecimiento de los presupuestos cobra gran importancia una mirada desde esta nueva teoría, la lógica difusa, inmersa en el marco de las ciencias complejas, pues en general, posibilita la descripción y comprensión de fenómenos propios de las ciencias económicas, administrativas y contables, donde sus objetos de estudio son relativos a las acciones humanas y sus interrelaciones, ambigüedades o vaguedades propias; donde se hacen preponderante las proyecciones de los hechos para vislumbrar y controlar el futuro a partir de estimaciones, lo cual se halla enmarcado indudablemente por la incertidumbre y la subjetividad.

Arnold Kaufmann y Jaime Gil Aluja son los primeros en considerar la naciente obra de Zadeh hacia finales de la década de 1960, como sustento para una nueva propuesta en torno a una teoría de las posibilidades, una teoría de la incertidumbre en el ámbito económico. Se busca, por tanto, establecer una alternativa frente a los fenómenos económicos que implican vaguedad en la verdad del enunciado, aproximación del enunciado,

posibilidad de la verdad del enunciado, inexactitud de la representación pretendida (Pérez, 1999). Ejemplo de este tipo de enunciado son las estimaciones, las cuales se mueven en el entorno de la aproximación y no de la certeza absoluta.

Se hace necesario comprender la complejidad cambiante del entorno económico de la empresa, considerar una amplia gama de factores externos y sobre todo las implicaciones propias de una ciencia social que se encuentra permeada por las interacciones humanas, lo cual la hace cada vez menos previsible; en palabras de Gil Aluja (1989):

Las decisiones que hay que tomar en el seno de las empresas son cada vez más complejas como consecuencia de la incertidumbre: las disposiciones legales cambian constantemente nuestras reglas de juego, las influencias económicas externas modifican día a día las expectativas del empresario, la tecnología exige variar cada vez con mayor rapidez los sistemas de producción. (Gil Aluja, 1989, p. 120).

Una herramienta que permite enmarcar, trabajar, pero ante todo, considerar la incertidumbre, la subjetividad y otros aspectos propios de la complejidad en el entorno empresarial, son los números borrosos. Dicho concepto permite representar de manera fiel gran cantidad de situaciones del mundo empresarial en la que se estiman magnitudes localizadas en el futuro. Por ejemplo, cuando se estima que las ventas de cierto producto para el próximo período no estarán por debajo de 100 unidades ni por encima de 220, siendo su valor más posible 165 unidades, se ha definido en el campo de la incertidumbre, es decir, de la lógica difusa, un número borroso.

A continuación se hace una presentación detallada de los números borrosos, sus operaciones básicas y representaciones; posteriormente se describen en particular los números borrosos triangulares. Con dicho concepto se busca plantear un modelo general para el desarrollo de un presupuesto de ventas según la fórmula de Rautenstrauch y Villers, que involucre el tratamiento de la incertidumbre y la subjetividad.

3.1 LOS NÚMEROS BORROSOS

La lógica difusa nace con el desarrollo de la teoría de los subconjuntos borrosos, una extensión de la teoría de conjuntos clásica, la cual plantea una ampliación sobre el concepto de función de pertenencia. En la lógica convencional el concepto intuitivo de conjunto determina una colección o agrupación de objetos, reunidos usualmente bajo una característica particular de dichos objetos. Determinar que un conjunto está bien definido implica poder establecer de manera absoluta si un elemento pertenece o no pertenece al conjunto sin ninguna ambigüedad. Ejemplo claro de ello es el conjunto de los números naturales (\mathbb{N}), en el cual podemos determinar con toda certeza si un número pertenece o no a él; $2 \in \mathbb{N}$, $\sqrt{2} \notin \mathbb{N}$.

De esta manera, en la teoría de conjuntos clásicos, para un conjunto A y un elemento x , se define una función de pertenencia;

$$\mu_A = \begin{cases} 0 & \text{si } x \in A \\ 1 & \text{si } x \notin A \end{cases}$$

Por tanto, si $A = \mathbb{N}$, se tiene, por ejemplo, que $\mu_A(2) = 1$ y $\mu_A(\sqrt{2}) = 0$.

Sin embargo, este proceso de clasificación por pertenencia no es posible siempre en otro tipo de conceptos; por ejemplo, el grupo de persona altas, siendo el término "altas" una expresión lingüística dotada de un carácter subjetivo o el grupo de personas jóvenes, cuando la connotación de juventud es una abstracción relativa.

Para este tipo de ambigüedades, la lógica difusa realiza una extensión de la función de pertenencia dada anteriormente. Para definir un conjunto difuso es necesario establecer una función que permita asignar a cada elemento un valor real que indica qué tanto pertenece al conjunto, por lo general se considera dicho real en el intervalo $[0, 1]$. Los valores más altos denotan mayor pertenencia, mientras los valores más pequeños denotan poca pertenencia al conjunto. En el mismo orden de ideas, el 0 representa no pertenencia, mientras

el 1 denota una pertenencia total. Por tanto, la función de pertenencia de un conjunto A , con universal X , dentro de la teoría de los subconjuntos borrosos vendría expresada así:

$$\Omega_A : X \rightarrow [0,1]$$

$$\underline{A} : X \rightarrow [0,1]$$

Donde \underline{A} denota tanto al conjunto como a la función de pertenencia asociada. Por tanto, la segunda notación no generará ambigüedad y será la comúnmente usada.

De este modo, un conjunto difuso A , con universal X y función de pertenencia $\Omega_A(x)$ queda determinado por el par ordenado:

$$\underline{A} = \{(x, \Omega_A(x)) | x \in X\}$$

Un primer ejemplo que permite acercarse al concepto de subconjunto difuso es el siguiente:

Sea X el conjunto de empresas de un determinado sector con gastos iguales a un valor de n unidades monetarias, y sea \underline{A} el conjunto de "empresas con gastos totales considerados elevados"; el término "elevados" es un término que presenta ambigüedad e imprecisión debido a la importancia relativa del concepto trabajado con respecto a sus ingresos; así, por ejemplo, para $X = \{a, b, c, d, e\}$ se establece:

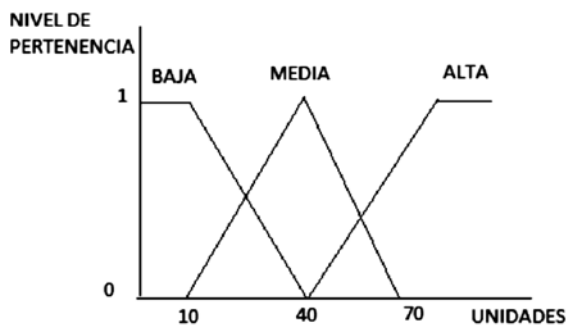
	a	b	c	d	e
$A =$	0,3	0,9	0,5	0,1	0,6

Lo que indica que aunque las empresas "b" y "d" pertenecen al conjunto A , es decir, "empresas con gastos totales considerados elevados", para cada una su pertenencia al conjunto lo es en diferente medida; el valor de n unidades monetarias para "b" establece "altos gastos elevados" con respecto a sus ingresos, mientras que para "d" representa "bajos gastos elevados" con respecto a sus ingresos.

El anterior caso se ha establecido sobre un conjunto discreto de elementos y la función de pertenencia viene dada por la asignación explícita de los niveles para cada uno de los elementos. Otra manera de establecer las funciones de pertenencia, ahora sobre conjuntos continuos, es a través de formulaciones matemáticas, las cuales determinan de manera algebraica la pertenencia de los elementos del conjunto; dichas formulaciones se han desarrollado con la evolución de la lógica difusa.

Se considera el siguiente ejemplo; sea X el conjunto de unidades presupuestadas por una empresa por vender en el próximo período y sea \underline{A} el conjunto de unidades "ventas bajas", \underline{B} el conjunto "ventas medias" y \underline{C} el conjunto "ventas altas"; para ello se pueden establecer las denominadas funciones de tipo triangular y trapezoidal dadas a continuación:

Figura 1. Función de pertenencia trapezoidal y triangular para los conjuntos difusos ventas baja, medias y altas.



Dichas funciones se parametrizan a partir de una familia de funciones generales, que para el caso particular vienen dadas algebraicamente así:

$$\Omega_{\underline{A}}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq 10 \\ \frac{40-x}{30} & \text{si } 10 < x < 40 \\ 0 & \text{si } 40 \leq x \end{cases}$$

$$\Omega_{\underline{B}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 10 \\ \frac{x-10}{30} & \text{si } 10 < x < 40 \\ \frac{40-x}{30} & \text{si } 40 < x < 70 \\ 0 & \text{si } 70 \leq x \end{cases}$$

$$\Omega_{\underline{C}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 40 \\ \frac{x-40}{30} & \text{si } 40 < x < 70 \\ 1 & \text{si } 70 \leq x \end{cases}$$

Las anteriores funciones determinan los conjuntos difusos "ventas bajas", "ventas medias" y "ventas altas", en los cuales, por ejemplo, una venta de 15 unidades viene determinada por un nivel de pertenencia $\Omega_{\underline{A}}(15) = 0,83$, $\Omega_{\underline{B}}(15) = 0,16$ y $\Omega_{\underline{C}}(15) = 0$, es decir, una venta de 15 unidades puede considerarse como ventas bajas y medias simultáneamente, distinguiéndose por su grado de pertenencia.

Para la representación de conjuntos difusos se han establecido diversas funciones sobre conjuntos continuos, algunas de ellas recogidas por Lai y otros (1992, p. 31) son:

Funciones de Dimitri y Luban:

$$\Omega(x) = \frac{1}{(1 + \frac{x}{a})}$$

donde a es un parámetro

Función lineal de Zimmermann:

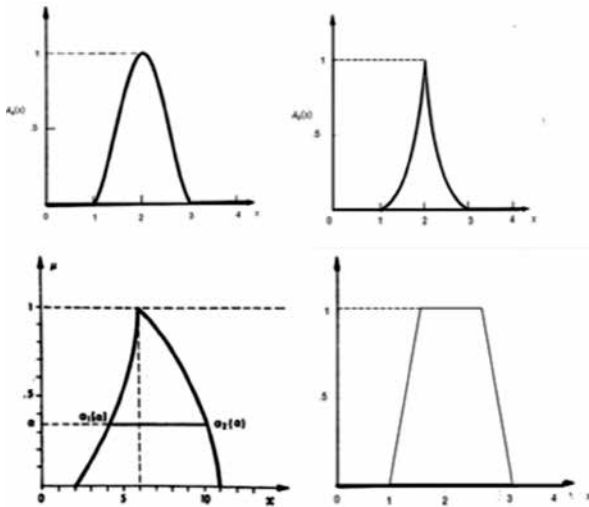
$$\Omega(x) = 1 - \frac{x}{a}, \quad x \in [0, a]$$

L-R números difusos de Dubois y Prade:

$$\Omega(x) = \begin{cases} L\left(\frac{a-x}{\alpha}\right) & \text{si } x < a \\ R\left(\frac{x-b}{\beta}\right) & \text{si } x > b \\ 1 & \text{si } a \leq x \leq b \end{cases}$$

Gráficamente algunas funciones de pertenencia se representan en la gráfica 2.

Figura 2. Algunas funciones de pertenencia dadas por la lógica difusa.



A partir de la teoría de subconjuntos difusos, es decir, de conjuntos definidos como $\underline{A} = \{(x, \mu_A(x)) | x \in X\}$ se establecen algunas propiedades:

Soporte: El soporte de un subconjunto difuso \underline{A} viene dado por el conjunto $\text{sop}(\underline{A}) = \{x \in U : \mu(A) > 0\}$, es decir, el conjunto de todos los elementos que tienen nivel de pertenencia mayor que 0.

Altura: La altura de A se define por $\text{Alt}(A) = \text{Sup}_x \mu(A)$, es decir, el mayor valor que alcanza la función. Un subconjunto difuso A con $\text{Alt}(A) = 1$ se denomina normalizado.

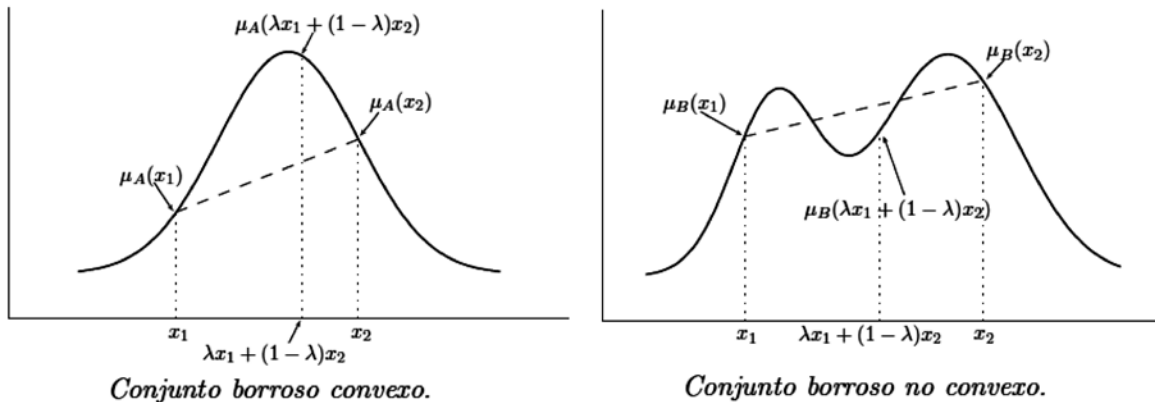
Convexidad: Un subconjunto difuso o borroso \underline{A} se llama convexo si:

$$\mu(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min\{\mu(x_1), \mu(x_2)\}$$

$$\forall x_1, x_2 \in U \text{ y } \forall \lambda \in [0,1]$$

Para mayor claridad, la figura 3 presenta un ejemplo del concepto de convexidad.

Figura 3. Ejemplo de conjunto borroso convexo y no convexo.



α -Corte: Se llama α -corte del subconjunto borroso \underline{A} al conjunto:

$$\underline{A}_\alpha = \{x \in U : \mu(A) \geq \alpha\} \quad \alpha \in [0,1]$$

Se trata, por tanto, del conjunto que contiene todos los valores de x con un valor de pertenencia o compatibilidad (presunción, certeza) de al menos α .

De igual forma, se emplea el concepto de intervalo de confianza, dado por la estadística para apoyar el desarrollo del concepto de número borroso.

Intervalos de confianza: en \mathfrak{R} se llama segmento a un intervalo cerrado a la izquierda y cerrado a la derecha. Así, el subconjunto de \mathfrak{R} :

$$A = [a_1, a_2] \quad a_1 \leq a_2, \quad a_1, a_2 \in \mathfrak{R}$$

Es un segmento de \mathfrak{R} .

Si se supone ahora que la única información que se tiene con relación a una magnitud es que es mayor o igual a a_1 , y menor o igual a a_2 , se podrá decir que el segmento A es el "intervalo de confianza" relativo a la magnitud considerada.

Con base en estos dos conceptos, subconjunto borroso e intervalo de confianza, la lógica difusa define de dos maneras alternativas y equivalentes los números borrosos o difusos:

a) Un número borroso o difuso \underline{A} es un subconjunto borroso normal y convexo en \mathfrak{R} , es decir, aquel que viene determinado por una función de pertenencia $\mu(A)$.

b) Un número borroso o difuso \underline{A} se halla formado por una secuencia finita o infinita de intervalos de confianza con las siguientes propiedades:

1. Se afecta a cada intervalo de confianza un valor $\alpha \in [0, 1]$, de tal manera que dos intervalos de confianza diferentes no pueden tener el mismo valor α . Dicho valor α se denomina "nivel de presunción".

2. Si se designa por $\underline{A}_\alpha = [a_1^\alpha, a_2^\alpha]$ el intervalo de confianza de nivel α . Se debe cumplir: $(\alpha', \alpha) \Rightarrow (\underline{A}_\alpha \supset \underline{A}_{\alpha'})$. Dicho de otra manera, los intervalos de confianza deben encajarse, estrictamente o no, los unos con los otros.

3. Existe un intervalo y solo uno que puede reducirse a un real único.

Por tanto, un número borroso \underline{A} es una generalización del concepto de intervalo de confianza; es decir, se considera una familia de intervalos que cumplen las condiciones 1), 2) y 3); el intervalo de confianza de nivel α se designa por A_α y se denomina " α -corte de A ".

De esta manera, un número borroso puede representarse de dos maneras:

a) A cada nivel α se le asigna un intervalo de confianza:

$$\text{Para todo } \alpha \in [0, 1], \quad A_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}]$$

b) Designando la función de pertenencia $\Omega(x)$ que representa los niveles del número borroso para cada valor x en los números reales o en los números enteros.

Por ejemplo: para todo $x \in \mathfrak{R}$

Sea:

$$\Omega(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{x+1}{4} & \text{si } -1 \leq x \leq 3 \\ \frac{-x+6}{3} & \text{si } 3 \leq x \leq 6 \\ 0 & \text{si } 6 \leq x \end{cases}$$

La representación a través de su función de pertenencia.

Para hallar su representación por familias de intervalos de confianza, basta con considerar:

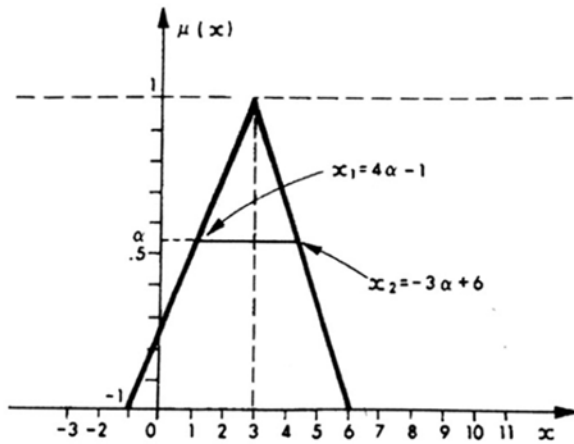
$$\alpha = \frac{x+1}{4} \quad \text{y} \quad \alpha = \frac{-x+6}{3}$$

De donde se obtienen despejando x , los valores de a_1^α y a_2^α , y por tanto:

$$A_\alpha = [a_1^\alpha, a_2^\alpha] = [4\alpha - 1, -3\alpha + 6]$$

Que gráficamente sería:

Figura 4. Número borroso con función de pertenencia triangular.



Definidos los números borrosos se establecen sus operaciones elementales:

Igualdad de dos números borrosos:

$\underline{A} = \underline{B}$ si para todo $\alpha \in [0, 1]$ se tiene que $A_\alpha = B_\alpha$, es decir,

$$[a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}] = [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}]$$

Suma de números borrosos:

Para todo $\alpha \in [0, 1]$

$$\begin{aligned} \underline{A} + \underline{B} &= [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}] + [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}] \\ &= [a_1^{(\alpha)} + b_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} + b_2^{(\alpha)}] \end{aligned}$$

Resta de números borrosos:

Para todo $\alpha \in [0, 1]$

$$\begin{aligned} \underline{A} - \underline{B} &= [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}] - [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}] \\ &= [a_1^{(\alpha)} - b_2^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} + b_1^{(\alpha)}] \end{aligned}$$

Multiplicación de números borrosos:

Para todo $\alpha \in [0, 1]$

$$\begin{aligned} \underline{A} \cdot \underline{B} &= [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}] [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}] = \\ &= [\text{Min}(a_1^{(\alpha)} \cdot b_1^{(\alpha)}, a_1^{(\alpha)} \cdot b_2^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} \cdot b_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} \cdot b_2^{(\alpha)}), \\ &\quad \text{Max}(a_1^{(\alpha)} \cdot b_1^{(\alpha)}, a_1^{(\alpha)} \cdot b_2^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} \cdot b_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} \cdot b_2^{(\alpha)})] \end{aligned}$$

Es decir, en su primera componente el menor valor de los productos posibles y en su segunda componente el mayor valor de los productos posibles; lo cual para el caso de \mathbb{R}^+ (números reales positivos) se reduce a:

$$\underline{A} \cdot \underline{B} = [a_1^{(\alpha)} \cdot b_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} \cdot b_2^{(\alpha)}]$$

A continuación se plantea un ejemplo sobre las tres operaciones básicas definidas en los reales positivos:

Para todo $\alpha \in [0, 1]$

Sean $A_\alpha = [\alpha + 2, -2\alpha + 5]$ y $B_\alpha = [2\alpha + 3, -\alpha + 6]$, entonces:

$$\begin{aligned} A_\alpha + B_\alpha &= [(\alpha + 2) + (2\alpha + 3), (-2\alpha + 5) + (-\alpha + 6)] \\ &= [3\alpha + 5, -3\alpha + 11] \end{aligned}$$

En donde:

para $\alpha = 0$,
 $A_{\alpha=0} = [2, 5]$ y $B_{\alpha=0} = [3, 6]$ se tiene:
 $A_{\alpha=0} + B_{\alpha=0} = [5, 11]$ y,

para $\alpha = 1$,
 $A_{\alpha=1} = [3, 3]$ y $B_{\alpha=1} = [5, 5]$ se tiene:
 $A_{\alpha=1} + B_{\alpha=1} = [8, 8] = 8$ por ser sus valores extremos los mismos.

De manera análoga se obtiene para la resta:

$$\begin{aligned} A_\alpha - B_\alpha &= [(\alpha + 2) - (-\alpha + 6), (-2\alpha + 5) - (2\alpha + 3)] = \\ &= [2\alpha - 4, -4\alpha + 2] \end{aligned}$$

En donde, para $\alpha = 0$,
 $A_{\alpha=0} = [2, 5]$ y $B_{\alpha=0} = [3, 6]$ se tiene
 $A_{\alpha=0} - B_{\alpha=0} = [-4, 2]$ y,

para $\alpha = 1$,

$A_{\alpha=1} = [3,3]$ y $B_{\alpha=1} = [5,5]$ se tiene:

$$A_{\alpha=1} - B_{\alpha=1} = [-2, -2] = -2$$

Y finalmente para la multiplicación:

$$A_{\alpha} \cdot B_{\alpha} = [(\alpha + 2) \cdot (2\alpha + 3), (-2\alpha + 5) \cdot (-\alpha + 6)] = [2\alpha^2 + 7\alpha + 6, 2\alpha^2 - 17\alpha + 30]$$

En donde, para $\alpha = 0$,

$A_{\alpha=0} = [2,5]$ y $B_{\alpha=0} = [3,6]$ se tiene

$$A_{\alpha=0} \cdot B_{\alpha=0} = [6,30] \text{ y,}$$

para $\alpha = 1$,

$A_{\alpha=1} = [3,3]$ y $B_{\alpha=1} = [5,5]$ se tiene:

$$A_{\alpha=1} - B_{\alpha=1} = [15,15] = 15$$

Un concepto ampliamente utilizado en el campo económico, administrativo y contable es el de número triangular borroso, definido a través de funciones $\Omega(x)$ de tipo lineales así:

Para todo $x \in \mathfrak{R}$,

$$\Omega(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a_1 \\ \frac{x + a_1}{a_2 - a_1} & \text{si } a_1 \leq x \leq a_2 \\ \frac{-x + a_3}{a_3 - a_2} & \text{si } a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0 & \text{si } a_3 \leq x \end{cases}$$

○ mediante familias de intervalos de confianza, así:

$$A_{\alpha} = [(a_2 - a_1)\alpha + a_1, -(a_3 - a_2)\alpha + a_3]$$

Es decir, un número triangular borroso queda perfectamente identificado por los tres valores a_1, a_2, a_3 , y por tanto, puede representarse como: $\underline{A} = [a_1, a_2, a_3]$ donde $a_1 \leq a_2 \leq a_3$.

Por tanto, para el número triangular borroso definido por familia de intervalos de confianza $A_{\alpha} = [3\alpha + 2, -3\alpha + 8]$ o con función de pertenencia,

$$\Omega(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{x+2}{3} & \text{si } 2 \leq x \leq 5 \\ \frac{-x+8}{3} & \text{si } 5 \leq x \leq 8 \\ 0 & \text{si } 8 \leq x \end{cases}$$

Se tiene la representación como tripleta dada por $\underline{A} = [2, 5, 8]$. En dicha representación $a_1 = 2$ y $a_3 = 8$ designan los valores extremos, es decir, con nivel de pertenencia $\alpha = 0$, mientras que $a_2 = 5$ designa el valor con mayor nivel de pertenencia, es decir, $\alpha = 1$.

A partir de esta nueva designación para los números borrosos triangulares, se establece la operación de multiplicación por escalar:

Para todo real k se define,

$$k \cdot \underline{A} = [a_1, a_2, a_3] = [\text{Min}(k \cdot a_1, k \cdot a_3), k \cdot a_2, \text{Max}(k \cdot a_1, k \cdot a_3)]$$

Bajo esta óptica, se hace clara la utilidad de los números borrosos en el entorno empresarial, pues permite concebir una magnitud o estimativo con una amplia gama de posibilidades, en donde existe un término para el cual se tiene el mayor valor de posibilidad (valor central) y dos valores extremos que demarcan las fronteras de dichas posibilidades.

Ejemplificando se tiene; dados dos números triangulares borrosos $\underline{A} = [2, 3, 8]$ y $\underline{B} = [5, 7, 9]$ se extienden sus operaciones básicas así:

$$\underline{A} + \underline{B} = [2, 3, 8] + [5, 7, 9] = [2 + 5, 3 + 7, 8 + 9]$$

$$\underline{A} - \underline{B} = [2, 3, 8] - [5, 7, 9] = [2 - 9, 3 - 7, 8 - 9] = [-7, -4, 3]$$

Para $k = 3$,

$$3 \cdot \underline{A} = [\text{Min}(6, 24), 3 \cdot 3, \text{Max}(6, 24)] = [6, 9, 24]$$

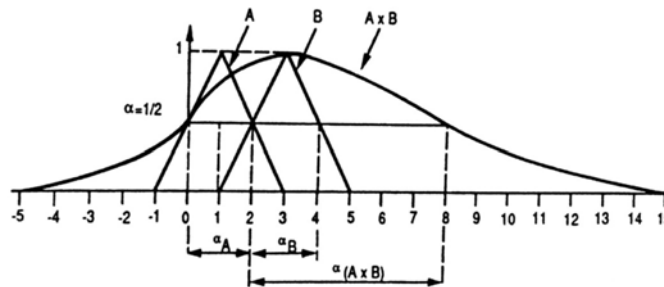
Sin embargo, la multiplicación entre dos números triangulares borrosos no siempre da como resultado un número triangular borroso, es decir, con funciones lineales; por tanto, dicha operación entre los mismos deberá ser desarrollada a partir de sus representaciones como α -corte, para obtener el número borroso no triangular. El número borroso obtenido contendrá igualmente dos valores extremos, límites de las posibilidades y un valor central, que designa el dato con mayor nivel de posibilidad; sin embargo, sus funciones no vendrán establecidas mediante expresiones lineales sino mediante funciones de segundo grado, pero siguen

manteniendo las propiedades de convexidad y normalidad, características de un número borroso.

La grafica 5, presentada por Klir y otros (1995, p. 107) muestra el resultado de multiplicar dos números borrosos triangulares.

Dados los elementos básicos de la teoría de los números borrosos, se procede a incorporar dicha teoría en el desarrollo del presupuesto de ventas según el modelo planteado por Rautenstrauch y Villers.

Figura 5. Multiplicación de los números borrosos triangulares A y B , presentada por Klir y otros (1995, p. 107).



4. EL PRESUPUESTO DE VENTAS A TRAVÉS DE LOS NÚMEROS BORROSOS

La fórmula del presupuesto de Rautenstrauch y Villers, y modificada por Marcéles (2009), la cual se establece como:

$$PV = (V \pm a) \cdot E \cdot A + b + c$$

Donde:

V = ventas del año anterior
 a = factores de ajuste
 b = factores de cambio
 c = factores corrientes de crecimiento
 E = fuerzas económicas generales
 A = factores de influencias administrativas

establece en particular dos elementos dentro del ámbito de la certeza, por ser ellos datos históricos: las ventas del año anterior y los factores de ajuste. Los demás componentes hacen parte de estimaciones producto de estudios estadísticos, propósitos, metas o aproximaciones de posibilidades. En este sentido Marcéles (2009, p. 257) propone un ejercicio aplicando el método descrito para un caso numérico concreto, el cual se presenta a continuación.

Dentro de una empresa, para un determinado producto se obtiene la siguiente información:

V = 5.000.000
 a = -800.000
 b = +500.000
 c = +600.000
 E = -5%
 A = +10%

Por lo cual se obtiene:

$PV = (5.000.000 - 800.000) \cdot (0.95)(1.1) + (500.000) + (600.000) =$, este resultado se sintetiza en la tabla 1.

Tabla 1. Presupuesto global de ventas mediante la fórmula de Rautenstrauch y Villers

PRESUPUESTO GLOBAL DE VENTAS	
VENTAS DEL EJERCICIO ANTERIOR	5.000.000
FACTORES ESPECÍFICOS DE VENTA	
A) De ajuste: se dejaron de producir por problemas de mantenimiento en la maquinaria.	-800.000
PRESUPUESTO HASTA FACTORES ESPECÍFICOS	4.200.000
FACTORES ECONÓMICOS	
Disminución esperada en las ventas	-5%
	0,95
	-210.000
PRESUPUESTO HASTA FACTORES ESPECÍFICOS	3.990.000
FACTORES ADMINISTRATIVOS	
La dirección de la empresa estima un aumento de la administración en el siguiente porcentaje:	10%
	1,10
	4.389.000
B) De cambio: se espera un aumento por cambio de troqueles.	500.000
C) De crecimiento: estadísticamente se observa un aumento.	600.000
PRESUPUESTO DEL EJERCICIO EN VALORES	<u>5.489.000</u>

Fuente: Marcéles, B. (2009, p. 257).

Tanto los porcentajes como las demás cifras estimadas están sujetas a que el comportamiento de los diversos factores que permitieron su medición se mantenga; por tanto, una sola variación en alguno de los factores alterará totalmente el presupuesto, en algunas ocasiones de manera significativa y otras no tanto.

Por consiguiente, el propósito es lograr determinar cómo afectan al presupuesto de ventas las posibles variaciones en algunos de los factores que lo componen; este hecho permitirá tener un panorama más amplio del entorno bajo el cual se está llevando el proceso presupuestal y a su vez, tener un mayor manejo de la incertidumbre y la subjetividad latente en los datos proyectados. Para

ello, se considerarán las estimaciones realizadas, es decir, las correspondientes a factores de cambio, crecimiento, económicos y administrativos como números triangulares borrosos.

Dichos números triangulares establecen dos valores extremos como límites de las posibilidades contempladas para el factor, es decir, por debajo de los cuales no se contemplan alternativas, y un valor central correspondiente al dato que presenta mayor posibilidad de acaecimiento, para el caso específico será el mismo valor dado por el presupuesto convencional.

Por tanto, para el mismo ejercicio planteado por Marcéles (2009) se tendrán los siguientes datos:

$$\begin{aligned}
 V &= 5.000.000 \\
 a &= -800.000 \\
 b &= (450000, 500.000, 570.000) \\
 c &= (500.000, 600.000, 700.000) \\
 E &= (-7\%, -5\%, -1\%) \\
 A &= (5\%, 10\%, 15\%)^7
 \end{aligned}$$

Lo que significa, por ejemplo, que las fuerzas económicas generales pueden tomar valores entre -7% y -1%, siendo el valor con mayor posibilidad -5%. Este hecho, evidentemente permite contemplar un gran abanico de posibilidades y controlar en cierto grado la variación que este factor específico pueda presentar en el futuro, máxime cuando en particular, este factor no depende de la empresa.

Expresados en términos de sus α -cortes, los números triangulares borrosos se representan así:

$$\begin{aligned}
 b &= (450000, 500.000, 570.000) = \\
 b_\alpha &= [50.000\alpha + 450.000, -70.000\alpha + 570.000]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c &= (500.000, 600.000, 700.000) = \\
 c_\alpha &= [100.000\alpha + 600.000, -100.000\alpha + 700.000]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E &= (-7\%, -5\%, -1\%) \rightarrow \underline{E} = [0.93, 0.95, 0.99] \\
 E_\alpha &= [0.02\alpha + 0.93, -0.04\alpha + 0.99]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A &= (5\%, 10\%, 15\%) \rightarrow \underline{A} = [1.05, 1.1, 1.14] \\
 A_\alpha &= [0.05\alpha + 1.05, -0.04\alpha + 1.14]
 \end{aligned}$$

Con lo cual tenemos que para la fórmula término a término se obtienen los valores siguientes:

$$\begin{aligned}
 (V \pm a) &= 4.200.000 \\
 (V \pm a) \cdot E &= 4.200.000[0.93, 0.95, 0.99] = \\
 &= [3.906.000, 3.990.000, 4.158.000] = \\
 &= [84000\alpha + 3906000, -168.000\alpha + 4.158.000]
 \end{aligned}$$

Para el siguiente paso, $(V \pm a) \cdot E \cdot A$, y recordemos que la multiplicación de dos números triangulares

⁷ Los extremos de los números triangulares son determinados por quienes desarrollen las estimaciones y establecen que luego de un estudio del factor particular, este no presentara valores por debajo ni por encima de dichos extremos.

borrosos genera otro número borroso pero no de tipo triangular; por tanto, el producto se debe desarrollar bajo α -cortes, es decir:

$$\begin{aligned}
 (V \pm a) \cdot E \cdot A &= \\
 &= [84000\alpha + 3906000, -168.000\alpha + \\
 &= 4.158.000][0.05\alpha + 1.05, -0.04\alpha + 1.14] = \\
 &= [4200\alpha^2 + 283500\alpha + 4101300, 6720\alpha^2 - \\
 &= 357.840\alpha - 4.740.120]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Finalmente,} \\
 \underline{b} + \underline{c} &= [150.000\alpha + 950.000, -170.000\alpha \\
 &+ 1.270.000]
 \end{aligned}$$

con lo cual se obtiene:

$$\begin{aligned}
 \underline{PV} &= (V \pm a) \cdot \underline{E} \cdot \underline{A} + \underline{b} + \underline{c} = \\
 &= [4.200\alpha^2 + 433.500\alpha + 5.051.300, 6.720\alpha^2 \\
 &- 527.840\alpha + 6.010.120]
 \end{aligned}$$

De lo cual se concluye que, para $\alpha = 0$ se tiene $PV_{\alpha=0} = [5.051300, 6.010120]$, es decir, los valores extremos del presupuesto de ventas; y para $\alpha = 1$, se tiene $PV_{\alpha=1} = [5.489.000, 5.489.000] = 5.489.000$ es decir, el valor con mayor posibilidad del presupuesto de ventas, como era de esperarse.

Lo anterior se sintetiza en la tabla 2.

Del ejercicio se observa que el presupuesto anual establecido para el próximo período bajo múltiples variaciones de todos sus factores, no presentará un resultado por debajo de 5.051.300 unidades monetarias ni por encima de 6.010.120 unidades monetarias, siendo el valor más posible 5.489.000.

Al efectuar las multiplicaciones correspondientes se observa que, debido a la forma como se encuentra definida dicha operación en el conjunto de los números borrosos, se plantean todas las posibles alternativas de combinación de los datos trabajados, lo cual enmarca el estudio sintético de diversos ambientes latentes, desde la postura más pesimista hasta la más optimista.

Tabla 2. Presupuesto de ventas a partir de la fórmula de Rautenstrauch y Villers y la incorporación de números borrosos.

PRESUPUESTO GLOBAL DE VENTAS			
VENTAS DEL EJERCICIO ANTERIOR	[5.000.000,	5.000.000,	5.000.000]
FACTORES ESPECÍFICOS DE VENTA			
A) De ajuste: se dejaron de producir por problemas de mantenimiento en la máquina	[-800.000,	-800.000,	-800.000]
PRESUPUESTO HASTA FACTORES ESPECÍFICOS	[4.200.000,	4.200.000,	4.200.000]
FACTORES ECONÓMICOS			
Disminución esperada en las ventas	[-7%,	-5%,	-1%]
	[0,93	0,95,	0,99]
	[-294.000,	-210.000,	-42.000]
PRESUPUESTO HASTA FACTORES ESPECÍFICOS	[3.906.000,	3.990.000,	4.158.000]
FACTORES ADMINISTRATIVOS			
La dirección de la empresa estima un aumento de los siguientes porcentajes:	[5%,	10%,	14%]
	[1,05	10%,	14%]
	[4.101.300,	4.389.000,	4.740.120]
B) De cambio: se espera un aumento por cambio de troqueles.	[450.000,	500.000,	570.000]
C) De crecimiento: estadísticamente se observa un aumento	[500.000,	600.000,	700.000]
PRESUPUESTO DEL EJERCICIO EN VALORES DIFUSOS	[5.051.300,	5.489.000,	6.010.120] ⁸

Fuente: Elaboración propia.

CONCLUSIONES

1. Los números borrosos se adaptan adecuadamente al proceso del establecimiento de presupuestos en la organización, pues describen de manera amplia y concreta las estimaciones planteadas para tal proceso, sin dejar de lado la incertidumbre latente en la ocurrencia de los hechos futuros.
2. La subjetividad latente en el proceso de planteamiento de estimaciones a futuro, particularmente en el establecimiento de los presupuestos de ventas adquiere, con los números borrosos, un margen de error permitido, el cual posibilita conocer de antemano las diversas variaciones posibles en el caso en que las estimaciones oscilen entre un valor y otro.
3. Las fuerzas económicas generales, como factor externo a la empresa, no controlable, que afecta considerablemente el presupuesto de ventas y que es, quizás, el de mayor incertidumbre, al ser considerado como un

⁸ Aunque se obtienen dos valores extremos y un valor con el mayor valor de posibilidad, el número borroso obtenido no posee una función de pertenencia triangular, es decir, de los extremos al centro los valores no crecen de manera lineal.

número borroso, permite tener un amplio panorama de la realidad y entorno económico bajo el cual se desenvuelve la organización; así que una variación en el mismo ya ha sido prevista gracias a la lógica difusa.

4. La fórmula del presupuesto de ventas de Rautenstrauch y Villers implementada con números borrosos adquiere gran flexibilidad gracias a que considera anticipadamente las variaciones que puedan ocurrir en el futuro

y permite un alto grado de elasticidad, por posibles cambios o fluctuaciones propias o necesarias en el entorno y en sus factores.

5. La implementación de los números borrosos en la fórmula del presupuesto trabajada permite establecer de manera simultánea diversos ambientes posibles, desde el más pesimista hasta el más optimista, sin trabajarlos por separado y desarrollando todas las posibles combinaciones entre ellos.

BIBLIOGRAFÍA

- Asociación Española de Contabilidad y Administración de Empresas (AECA) (1992). *El proceso presupuestario en la empresa*. Madrid. España.
- Burbano, J. (2005). *Presupuestos. Enfoques de gestión, planeación y control de recursos*. Bogotá: McGraw-Hill Interamericana S.A.
- Cárdenas, R. (2002). *Presupuestos. Teoría y práctica*. México, D.F.: McGraw-Hill Interamericana S.A.
- Del Río González, C. (2009). *El presupuesto: generalidades, tradicional, áreas niveles de responsabilidad, programas y actividades, base cero, así como teoría y práctica*. 10 ed. México: Cengage Learning.
- Díaz-Oyuelos, E.; Soret, I. (2010). *Previsión de ventas*. Madrid: Esic editorial.
- Diéguez, A. (2006). La ciencia desde una perspectiva postmoderna: entre la legitimidad política y la validez epistemológica. *Actas de la II jornada de filosofía y política*. Coín, Málaga. Procure. 177-205.
- Dubois, D. y Prade, H. (1980). *Fuzzy sets and Systems. Theory and Applications*. New York: Academic Press.
- Gil Aluja, J. (1989). *La instrumentación financiera en la incertidumbre*. Anales de la Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras. Tomo XX. 119-140.
- Gil Aluja, J.; Kaufmann, A. (1993). *Introducción de la teoría de los subconjuntos borrosos a la gestión de la empresa*. Santiago de Compostela, España: Editorial Milladoiro.
- Gil Aluja, J. (2009). *Génesis de una teoría de la incertidumbre*. España: Fundación General de la Universidad Autónoma de Madrid.
- Klir, G.; Yuan, B. (1995). *Fuzzy sets and Fuzzy logic*. NJ, USA: Prentice Hall.
- Marcéles, V. (2008). Revisión de la fórmula del presupuesto anual de ventas de Rautenstrauch & Villers. *Revista Económicas CUC*, 29 (29). 253-258.
- Maldonado, C. (2007). *El problema de una teoría general de la complejidad. Complejidad: ciencia, pensamiento y aplicaciones*. Bogotá: Universidad Externado de Colombia.
- Maldonado, C. y Gómez, N. (2011). *El mundo de las ciencias de la complejidad*. Bogotá: Universidad del Rosario.
- Medina, S. (2006). Estado de la cuestión acerca del uso de la lógica difusa en problemas financieros. *Cuadernos de administración*. 19(32). Jul-Dic. 195-223.

Paniagua, V.; Paniagua, M. (2007). *Sistema de control presupuestario*. 6ª ed. México: Instituto Nacional de Contadores Públicos.

Pérez, R. (1999). Epistemología de la incertidumbre. Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras. Discurso de posesión.

Lai, Y.; Hwang, C. (1992). *Fuzzy Mathematical programming*. Berlin: Springer-Verlag.

Zadeh, L.A. (2008). Is there a need for fuzzy logic? *Information sciences*. 178. 2751-2779.