



Conciencia Tecnológica

ISSN: 1405-5597

contec@mail.ita.mx

Instituto Tecnológico de Aguascalientes  
México

Sánchez, Carlos; Saucedo, Carlos Humberto; Valdez, Carlos  
Marco Teórico de un Simulador de la Cinemática de Manipuladores Cartesianos y/o Articulados  
Conciencia Tecnológica, núm. 21, enero, 2003, pp. 51-56  
Instituto Tecnológico de Aguascalientes  
Aguascalientes, México

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=94402110>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica  
Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal  
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto



## “Marco Teórico de un Simulador de la Cinemática de Manipuladores Cartesianos y/o Articulados”

Sánchez López Carlos\*, Saucedo Zárate Carlos Humberto\*\* Carlos Valdez Dávila\*

\*División de Estudios de Posgrado e Investigación, Instituto Tecnológico de San Luis Potosí, Av. Tecnológico s/n, CP 78437, San Luis Potosí, S.L.P. Tel.(01444) 8182136 Ext. 201; e-mail:

[carlossanchez@hotmail.com](mailto:carlossanchez@hotmail.com) ; [csanchez@ardilla.itslp.edu.mx](mailto:csanchez@ardilla.itslp.edu.mx)

\*\*Departamento de Metal Mecánica; Instituto Tecnológico de Aguascalientes; Av. López Mateos Esq. Av. Tecnológico; CP20190, Aguascalientes, Ags.; Tel. (01449) 9105002

e-mail: [carloshum777@hotmail.com](mailto:carloshum777@hotmail.com)

### Resumen

Con base en los conceptos de la simulación, el presente trabajo se propone como una alternativa para llevar a cabo la síntesis y el análisis de la cinemática de manipuladores cartesianos, así como de manipuladores articulados. El sustento teórico utilizado se desarrolla haciendo uso de la notación propuesta por Denavit y Hartenberg [1], identificando los parámetros que describen un eslabón y los que describen la conexión entre eslabones, a través de los cuales se obtienen las matrices de transformación, que posteriormente se emplean para la obtención del modelo matemático que representa la cinemática del manipulador cartesiano o articulado. Su aplicación se lleva a cabo programando los modelos matemáticos en un entorno visual, a través del cual el usuario podrá establecer las dimensiones de los eslabones y el rango de trabajo en los grados de libertad correspondientes. Se presenta una breve descripción del entorno visual y las conclusiones sobre la base de los resultados obtenidos.

### Introducción

El disponer de un simulador para la síntesis y el análisis de la cinemática de manipuladores surge como una alternativa de contar con una herramienta que permita llevar a cabo éste tipo de actividades para reforzar la formación de personal en lugares donde no se tengan laboratorios de robótica, así como para complementar las actividades prácticas en laboratorios.

Para poder ubicar un cuerpo en el espacio, se ha establecido que un manipulador básicamente tendrá seis grados de libertad, de los cuales los tres primeros se emplean para lograr la posición requerida y los tres siguientes para proporcionarle la orientación específica, aunque en realidad no es necesario que esto se cumpla. Por consiguiente, con base en los tres primeros grados de libertad de un manipulador y en la geometría idealizada de su

espacio de trabajo, los manipuladores pueden ser cartesianos, cilíndricos, esféricos, articulados y robots articulados de selección fácil para ensamble (SCARA, por sus iniciales en inglés) [2, 3, 4, 5, 6, 7]. En el proyecto del cual se deriva éste trabajo se cubrirán los cinco tipos de manipuladores, sin embargo, en esta primera parte, únicamente nos enfocaremos a los cartesianos y los articulados, cuya principal diferencia se centra en el tipo de movimiento permisible entre los eslabones del manipulador (traslación y rotación, respectivamente) Así mismo, aún y cuando en el proyecto inicial se pretende cubrir tanto la posición como la orientación, únicamente nos ocuparemos de la posición.

### Fundamentos Teóricos

Para llevar a cabo la obtención del modelo matemático, que represente la cinemática de un manipulador de tres grados de libertad, se hace uso de los siguientes recursos:

#### Cinemática a considerar:

En un manipulador puede ser de interés determinar la posición y orientación de su extremo libre, estableciendo los rangos de movimiento de cada uno de sus eslabones, o determinar los movimientos de cada eslabón a partir de fijar la posición y orientación del extremo libre del manipulador. Con base en lo anterior se tiene la existencia de la cinemática directa y de la cinemática inversa, respectivamente. Por consiguiente, se requiere establecer cual de los dos tipos de cinemática se pretende considerar, y se optó por extender el proyecto hacia ambos casos.

#### Marcos de referencia:

Haciendo uso de la notación presentada por Craig [2], se establecen los marcos de referencia entre la base {0}, el primero {1}, el segundo {2} y el



tercer {3} eslabón, según se observa en las figuras 1 y 2.

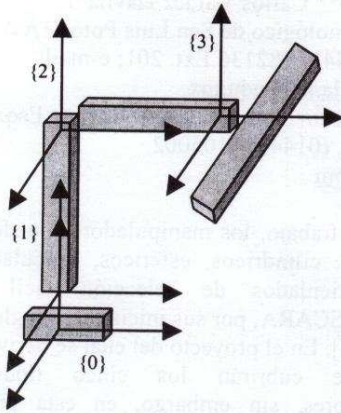


Fig. 1 Representación esquemática de un manipulador cartesiano de tres grados de libertad.

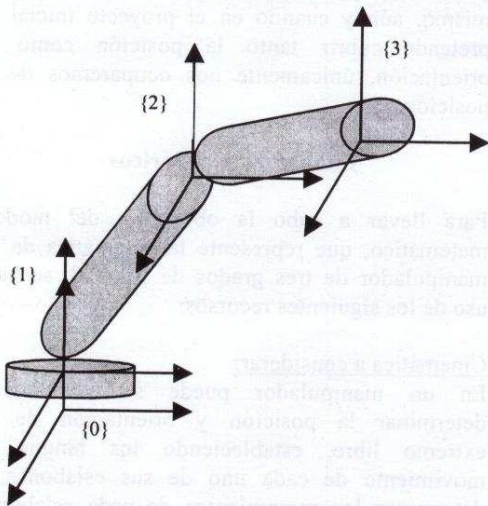


Fig. 2 Representación esquemática de un manipulador articulado de tres grados de libertad.

**Parámetros Denavit-Hartenberg**

Los parámetros Denavit-Hartenberg (D-H) se identifican como longitud del eslabón ( $a_i$ ), ángulo de torsión del eslabón ( $\alpha_i$ ), offset del eslabón ( $d_i$ ) y el ángulo de la unión ( $\theta_i$ ), según se observa en la figura 3, para el caso generalizado entre dos eslabones.

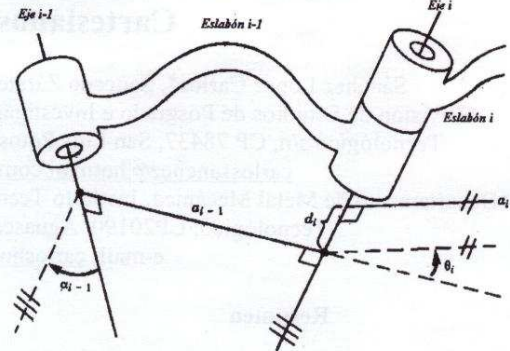


Fig. 3 Descripción de un eslabón y su conexión con otro eslabón [2].

Los parámetros D-H generalizados se presentan en la tabla 1. Para el caso de los manipuladores cartesianos, éstos se obtienen a partir de las figuras 3 y 4, mientras que para los articulados se hace uso de las figuras 3 y 5. Las áreas achuradas en las figuras 4 y 5 son una representación típica del espacio factible de trabajo.

Tabla 1. Parámetros D-H para manipuladores cartesianos, de tres grados de libertad [2].

$i$	$\alpha_{i-1}$	$a_{i-1}$	$d_i$	$\theta_i$
1	$\alpha_0$	$a_0$	$d_1$	$\theta_1$
2	$\alpha_1$	$a_1$	$d_2$	$\theta_2$
3	$\alpha_2$	$a_2$	$d_3$	$\theta_3$

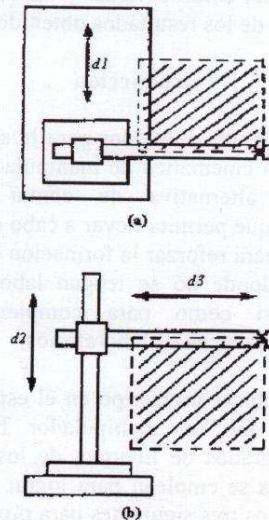


Fig. 4 Representación esquemática de manipuladores cartesianos, de tres grados de libertad [2]. (a) Vista superior, (b) Vista frontal.



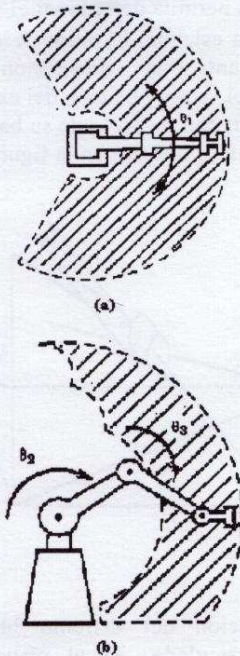


Fig. 5 Representación esquemática de manipuladores articulados de tres grados de libertad [2]. (a) Vista superior, (b) Vista frontal.

**Modelo matemático**

Al sustituir los parámetros D-H en la matriz de transformación homogénea [2, 3, 4, 5, 6, 7], se obtiene la ecuación (1), característica de la cinemática directa de los manipuladores, misma que se emplea para obtener el modelo de la cinemática inversa.

$${}^i T_{i-1} = \begin{vmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ s\theta_i c\alpha_{i-1} & c\theta_i s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1}d_i \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (1)$$

**Aplicaciones**

En la figura 6 se presenta un esquema utilizado en los manipuladores cartesianos. Para la cinemática directa se hace uso de los datos de la tabla 2, a partir de los cuales se obtienen los parámetros D-H que se encuentran en la tabla 3, mismos que al sustituirse en la matriz de transformación homogénea, ecuación (1), da como resultado la ecuación (2).

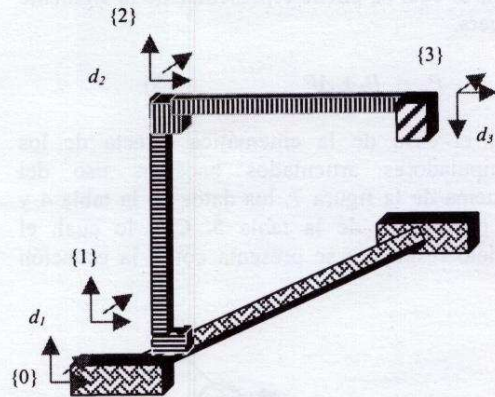


Fig. 6 Esquema utilizado para manipuladores cartesianos.

Tabla 2. Restricciones específicas del manipulador de la figura 6.

Parámetro	Valor
Posición inicial del origen {1}	En el origen {0}
Localización del origen de los marcos de referencia	Inicialmente en el mismo plano
Desplazamiento del eslabón 1	El valor asignado a \$d_1\$
Desplazamiento del eslabón 2	El valor asignado a \$d_2\$
Desplazamiento del eslabón 3	El valor asignado a \$d_3\$

Tabla 3. Parámetros D-H para el manipulador de la figura 6.

\$i\$	\$\alpha_{i-1}\$	\$a_{i-1}\$	\$d_i\$	\$\theta_i\$
1	0	0	\$d_1\$	0
2	-90	0	\$d_2\$	-90
3	-90	0	\$d_3\$	0

$${}^0 T_3 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & -1 & 0 & d_2 \\ 1 & 0 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (2)$$

En los manipuladores cartesianos, el caso de la cinemática inversa se puede considerar como trivial, ya que al establecer la posición de su extremo libre implícitamente se establecen las magnitudes del desplazamiento de cada eslabón, con respecto a su base {0}. Sin embargo, para determinar el rango de movimiento de cada eslabón debe tomarse en cuenta que se parte de una posición inicial para llegar a una posición



final, lo cual se puede representar de la siguiente manera.

$$P_f = P_i \pm \Delta P \quad (3)$$

Para el caso de la cinemática directa de los manipuladores articulados hacemos uso del esquema de la figura 7, los datos de la tabla 4 y los parámetros de la tabla 5. Con lo cual, el modelo resultante se presenta como la ecuación (4).

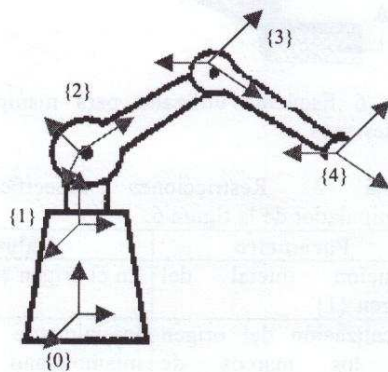


Fig. 7 Esquema utilizado para manipuladores articulados (modificado de [2]).

Tabla 4. Restricciones específicas del manipulador de la figura 7.

Parámetro	Valor
Posición inicial del Origen {1}	A una distancia $d_1$ del Origen {0}
Localización del origen de los marcos de referencia .	Inicialmente en el mismo plano
Rotación del eslabón 1	El valor asignado a $\theta_1$
Rotación del eslabón 2	El valor asignado a $\theta_2$
Rotación del eslabón 3	El valor asignado a $\theta_3$

Tabla 5. Parámetros D-H para el manipulador de la figura 7 [2].

I	$\alpha_{i-1}$	$a_{i-1}$	$d_i$	$\theta_i$
1	0	0	$d_1$	$\theta_1$
2	90	0	$d_2$	$\theta_2$
3	0	$a_2$	0	$\theta_3$
4	0	$a_3$	0	0

$${}^0 T_4 = \begin{bmatrix} c_1 c_{23} & -c_1 s_{23} & s_1 & c_1 c_2 a_2 + s_1 d_2 + c_1 c_{23} a_3 \\ s_1 c_{23} & -s_1 s_{23} & -c_1 & s_1 c_2 a_2 - c_1 d_2 + s_1 c_{23} a_3 \\ s_{23} & c_{23} & -1 & s_2 a_2 + d_1 + s_{23} a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Para la cinemática inversa, necesitamos un modelo que nos permita determinar el valor de los ángulos de cada eslabón. El valor de  $\theta_1$  se puede obtener mediante la proyección de las componentes del vector posición del extremo libre del manipulador, con respecto de su base, sobre el plano  $x_0 y_0$ , según se observa en la figura 8.

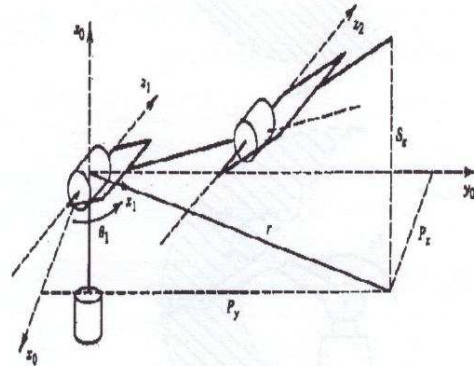


Fig. 8 Proyección del extremo libre de un manipulador articulado, en el plano  $x_0 y_0$  del marco de referencia [3].

$$\theta_1 = \text{Atan}(p_x, p_y) \quad (5)$$

También se tiene una segunda solución de acuerdo a:

$$\theta_1 = \pi + \text{Atan}(p_x, p_y) \quad (6)$$

Sin embargo, las ecuaciones (5) y (6) solamente son válidas cuando  $p_x$  y  $p_y$  sean diferentes de cero.

Para obtener los valores de  $\theta_2$  y de  $\theta_3$ , habiendo obtenido  $\theta_1$ , se hace uso del plano formado por el segundo y el tercer eslabón, según se muestra en la figura 9, obteniéndose las ecuaciones (7) y (8) respectivamente.

$$\cos \theta_3 = \frac{r^2 + s^2 - a_2^2 - a_3^2}{2a_2 a_3}$$

$$\theta_3 = \text{Atan} \frac{p_x^2 + p_y^2 + (p_z^2 - d_1^2 - d_2^2) - a_2^2 - a_3^2}{2a_2 a_3} \quad (7)$$

$$\theta_2 = \text{Atan}(r, s) - \text{Atan}(a_2 + a_3 c_3, a_3 s_3)$$



$$\theta_2 = \text{Atan} [(p_x^2 + p_y^2)^{1/2}, p_z - d_1 - d_2] - \text{Atan} (a_2 + a_3 c_3, a_3 s_3) \quad (8)$$

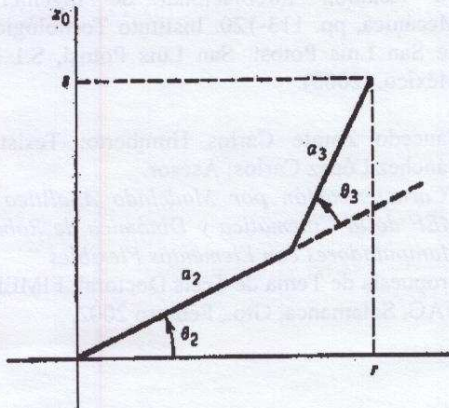


Fig. 9 Uso del plano de los eslabones 2 y 3 para la obtención de los ángulos  $\theta_2$  y  $\theta_3$  [3].

### Estructura Del Simulador

Para la creación del simulador se recurrió al uso del lenguaje de programación Visual Basic, aprovechando sus utilerías en la obtención del entorno visual necesario para proyectar los resultados de las simulaciones que se realicen. Para los casos que se presentan, la estructura particular del simulador, consiste en los siguientes componentes.

- Una *pantalla principal* con una barra de menús tipo cascada, e iconos como alternativa para la ejecución rápida de los comandos e instrucciones.
- *Menú síntesis*, a través del cual el usuario establece el número de grados de libertad del manipulador a sintetizar, proporcionando la longitud de cada eslabón.
- *Menú cinemática*, cuenta con dos submenús para seleccionar entre la cinemática directa o la cinemática inversa. Para el primer caso se establece el rango de movimiento de cada eslabón, y el sistema determina la localización del extremo libre del manipulador. En el segundo caso se proporciona la coordenada del extremo libre del manipulador, y el sistema calcula la magnitud del movimiento de cada eslabón.

- *Opción de simulación*, a través del cual se pueden visualizar los desplazamientos que llevaría a cabo el manipulador sintetizado. Esta alternativa se presenta tanto en la cinemática directa como en la inversa.

### Resultados

Los modelos matemáticos de la cinemática de manipuladores cartesianos y/o articulados se han obtenido en función de la posición y de la orientación de los marcos de referencia, siguiendo la metodología propuesta por Craig [2], dando como resultado modelos matemáticos factibles de traducirse en algoritmos que pueden programarse como utilerías de cómputo, mediante algún lenguaje de programación que pueda utilizarse en un ambiente gráfico donde el usuario pueda visualizar el efecto del cambio de magnitud de las variables independientes. Los ejemplos presentados en este trabajo no son soluciones únicas, ni para la cinemática directa, como tampoco para la cinemática inversa, razón por la cual consideramos justificable el poder contar con una herramienta de este tipo, que sirva para evaluar la mayoría de las soluciones factibles de encontrar. A la fecha se cuenta con un cuasi prototipo donde se han programado las ecuaciones presentadas, pudiéndose llevar a cabo síntesis y análisis de manipuladores cartesianos y/o articulados. El programa permite cambios en las dimensiones de los eslabones así como en los valores de los movimientos que se establezcan como permisibles de cada eslabón, para posteriormente visualizar, en la opción de simulación, los efectos producidos por dichos cambios.

### Conclusiones

Aún y cuando no se ha cubierto toda la gama de situaciones factibles de presentarse en éste tipo de estudios, los resultados obtenidos se consideran aceptables. Así mismo, se está trabajando en complementar las alternativas de síntesis y de análisis para poder disponer de un simulador con mayor flexibilidad en aplicaciones tanto hipotéticas como reales, extendiendo los resultados obtenidos hacia manipuladores cilíndricos, esféricos y SCARA. También se pretende extender la aplicación hacia la cinética de dichos manipuladores, aunado a un estudio experimental y a un análisis por elemento finito bajo ANSYS™ en el Laboratorio de CIM, Metal-Mecánica ITA, cuyos resultados se aplicarán en el desarrollo de la investigación propuesta:



**“Caracterización por Modelado Analítico / MEF de la Cinemática y Dinámica de Robot Manipuladores con Elementos Flexibles “**

Los resultados se pretenden aplicar al caso concreto del Robot Manipulador Scorbot ER- V Plus [8]. Ampliamente extendido en los laboratorios de los Institutos Tecnológicos de DGIT .

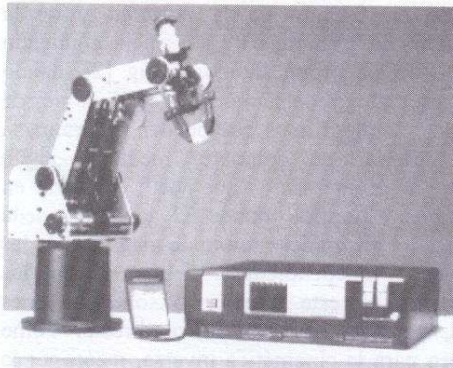


Fig. 10 Scorbot ER-V Plus

**Referencias**

1. J. Denavit and R.S. Hartenberg, “A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices”, *Journal of Applied Mechanics*, pp. 215-221, June 1955.
2. John J. Craig, “Introduction to Robotics Mechanics and Control”, second edition, Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
3. Mark W. Spong, M. Vidyasagar, “Robot Dynamics & Control”, John Wiley & Sons, Inc. 1989.
4. Robert E. Perkin, “Applied Robotic Analysis”, Prentice Hall, 1991.
5. José Ma Angulo Usategui, “Robótica Práctica Tecnología y Aplicaciones”, Editorial Paraninfo, Tercera Edición, 1992.
6. J.M. Selig, “Introductory Robotic”, Prentice Hall, 1992.
7. Mikell P. Groover, Mitchell Weiss, Roger N. Nagel, and Nicholas G. Odrey, “Industrial Robotics; Technology, Programming, and Applications”, McGraw Hill, 1986.
8. Carlos Sánchez López, Carlos Humberto Saucedo Zárate, Carlos Valdez Dávila. “Marco Teórico de un Simulador de la Cinemática de Manipuladores Cartesianos y/o Articulados.” VI Reunión Internacional de Ingeniería Mecánica, pp. 113-120. Instituto Tecnológico de San Luis Potosí. San Luis Potosí, S.L.P. México, (2000).
9. Saucedo Zarate Carlos Humberto; Tesista, Sánchez López Carlos; Asesor. “Caracterización por Modelado Analítico / MEF de la Cinemática y Dinámica de Robot Manipuladores con Elementos Flexibles “ Propuesta de Tema de Tesis Doctoral, FIMEE, UAG, Salamanca, Gto., Febrero 2002.