UNA APROXIMACIÓN CIENTÍFICA A LA TOMA DE DECISIONES

Discurso de ingreso como Académico de Número del Ilmo. Sr. D. Francisco Ruiz García, leído el día 13 de enero de 2011

Excmo. Señor Presidente de la Academia Malagueña de Ciencias, Autoridades y Académicos, Señoras y Señores; Amigos todos.

La Academia Malagueña de Ciencia es una Corporación de Derecho Público que, por sus objetivos y composición, tiene en sí misma la característica de constituir un foro para la exposición y el debate de planteamientos científicos que se aportan con completa independencia de criterio y sin sometimiento ni a mandato ni a mediación alguna. Tan solo el Art. 5º de sus Estatutos establece que "bajo ningún concepto, ni pretexto alguno se admitirán discusiones en el seno de la Academia sobre materia religiosa o política de actualidad".

Pertenecer a una Entidad que de esta forma enaltece los valores de libertad, independencia y rigor científico es para mí una gran satisfacción que debo aquí reconocer. Es más, diría que poder trabajar con libertad e independencia y rodeado de un alto nivel científico, aparte de una satisfacción es un privilegio.

Por lo tanto, me es muy gratamente necesario también mostrar mi reconocimiento a los Miembros y Órganos de la Academia que, unos con su propuesta y otros con su aceptación, me han traído hasta aquí.

También agradezco de corazón la presencia de quienes nos acompañan en este acto. Gracias a todos.

1. INTRODUCCIÓN

Voy a contar dos hechos: uno que dicen que ocurrió en el siglo XVI; y otro, que me ha ocurrido a mí en el s. XXI.

• En el año 1562, en el Viso del Puerto (Ciudad Real) D. Álvaro de Bazán, a quien Felipe II concedió el titulo de Marqués de Santa Cruz, mandó construir un palacio, que es una de las grandes joyas de la arquitectura renacentista española.

El Viso del Puerto pasó a llamarse Viso del Marqués, y el palacio es ahora Museo Naval.

¿Por qué tan insigne hombre de mar se hizo un palacio tan tierra adentro? No se sabe.

Pero, sean cuales sean los motivos que le indujeron a ello, ya sabéis lo que se dice:

El Marqués de Santa Cruz
se hizo un palacio en el Viso
porque pudo y porque quiso.

• Siglo XXI. Un político, conocido mío, a lo largo de una distendida conversación me dice: "Parece que a ti no te gusta que los políticos tomemos decisiones". "Estás equivocado", le contesté, "Claro que me gusta que toméis decisiones: para eso os pagamos. Lo que no me gusta es que toméis decisiones visceralmente".

Aquí está el germen y el motivo de la materia que he elegido para el discurso, animado por una referencia napoleónica: "nada más difícil, pero nada más precioso, que el saber decidirse".

En primer lugar debo aclarar que, por supuesto, un gestor (público o privado) tiene derecho a subjetivizar su propia toma de decisiones. Precisamente una de las grandezas humanas es esa: la capacidad de subjetivizar, de distinguirnos unos de otros.

Lo que no nos puede satisfacer es, por el contrario, la visceralidad; entendida: bien como obediencia a la consigna (hago lo que me han dicho que debo de hacer, pero no razono) o bien como arbitrariedad (hago lo que me da la gana; pero no razono).

Ahora bien, me pregunto: ¿tiene el gestor honesto (público o privado, repito) a su alcance las herramientas científicas que le permitan razonar su subjetiva toma de decisión?

No se trata de elaborar un complicado sistema informático tal que introduciendo los datos del problema y apretando una tecla podamos decir: "ésta es la decisión que hay que tomar". Ni mucho menos. Porque hasta los datos pueden ser diferentes según el decisor (subjetividad).

El decisor no debe ser nunca privado de la paternidad de su decisión, ni tampoco debe eludir la misma.

De lo que se trata es, pues, de poner al servicio del gestor un sistema razonado que le permita, ante un determinado problema y ante unos objetivos (que también deberán estar claramente determinados), sustentar su propia decisión sobre una base científica. Es decir, que le permita ejercitar dos de las principales facultades humanas: la razón y la individualidad irrepetible.

Esta aproximación científica a la toma de decisiones pretende precisamente exponer, de una forma sintética y sucinta, cómo existen herramientas lo suficientemente válidas como para que, apoyado en ellas, el decisor pueda hacer fluir con más seguridad su propia libertad.

A este respecto, quiero hacer constar mi agradecimiento al Grupo de Investigación "Decisión y tecnología" de la Universidad de Málaga, por la aportación de las armas con las que ha contribuido a la elaboración del presente discurso, al que he procurado dar la mayor carga didáctica posible.

2. PLANTEAMIENTOS PREVIOS

2.1. ¿Qué es tomar una decisión?

Empecemos por el principio: antes de pensar cuál es la mejor forma de decidir, habría que definir, por aquello de la rigurosidad científica, qué es exactamente decidir. La Real Academia Española de la Lengua define el término *decidir* como: *cortar la dificultad, formar juicio definitivo sobre algo dudoso o contestable*. De hecho, el significado de la palabra latina *decidere* es, precisamente, cortar, resolver. Si alguien me encargase ir a un supermercado y comprar la botella de vino tinto más barata, el problema a resolver es estrictamente un problema técnico de búsqueda: entre las botellas que están en el expositor, debo localizar la que tiene un precio más bajo. Esto es lo que el profesor Carlos Romero (ROMERO 1993) llama un problema tecnológico. Puede ser más o menos complicado (según mi mujer, yo soy incapaz de resolverlo por mí mismo), pero su solución óptima será aceptada por todos sin duda. Matemáticamente, un problema de este tipo no es más que un problema de optimización tradicional: encontrar, de entre todas las soluciones posibles (botellas de vino tinto del supermercado), la que minimiza el precio. Para familiarizarnos con la notación matemática, muestro la expresión de un problema general de optimización:

$$\begin{cases} \text{Opt} & f(\mathbf{x}) \\ \text{s.a} & \mathbf{x} \in X, \end{cases}$$

donde $\mathbf{x}$ representa una posible decisión, X es el conjunto de decisiones posibles (factibles), y f es la medida del atributo de $\mathbf{x}$ que queremos optimizar (función objetivo).

Pero, como dice la RAE, decidir es otra cosa. Decidir implica que aquello sobre lo que se decide sea dudoso o contestable. Si debo volver al supermercado para comprar una botella de vino tinto, que sea bueno, pero no muy caro, eso sí es ya una decisión. Y lo es principalmente por dos motivos:

Porque para elegir la botella, estoy teniendo en cuenta dos atributos (criterios) que son generalmente conflictivos entre sí, es decir, el mejor vino será probablemente el más caro, y el más barato no será de muy buena calidad. Por ello, salvo en casos muy extraños, no será posible encontrar una botella que sea a la vez la de mejor vino y la más barata. Así pues, decidir en este caso consiste en sopesar ambos criterios, y encontrar la botella que presente un mejor comportamiento conjunto para ambos (lo que denominamos relación calidad-precio).

Porque muy probablemente, personas distintas elegirían botellas distintas. No hay una decisión que todos considerásemos como la mejor sin discusión. Todo depende de la importancia relativa que le asignemos a cada uno de los criterios, es decir, de hasta qué punto me importa la calidad del vino y hasta qué punto su precio. Por eso, dicho sea de paso, la persona que decide no puede esperar que todo el mundo esté de acuerdo con su decisión (algunas personas con responsabilidad en la toma de decisiones parecen olvidar esto con frecuencia). Es más, la misma persona, en situaciones distintas, tomaría probablemente decisiones distintas (por ejemplo, no elegiríamos la misma botella si quisiéramos hacer un tinto de verano, que si queremos servirla en una cena importante).

Así pues, un problema de decisión implica la consideración simultánea de diversos criterios conflictivos, y además, para resolverlo, es imprescindible incorporar al problema las preferencias de la persona que toma la decisión (decisor). La pregunta ahora es cómo tomamos decisiones, o si realmente lo que hacemos es tomar decisiones.

La conocida paradoja de Buridan nos cuenta la historia de un asno que, hambriento y sediento por igual, no supo decidirse entre un montón de avena y un cubo de agua que le fueron ofrecidos, y murió de inanición. Y es que, en palabras del escritor suizo Henry Amiel, *el que pretende verlo todo con claridad antes de decidir nunca decide*. Quizás sin llegar a esos extremos, es cierto que en muchas ocasiones la posibilidad de decidir nos bloquea y nos estresa. Piénsese, por ejemplo, en lo afortunados que nos consideramos cuando llegamos, sin haber hecho reserva, a nuestro restaurante favorito y queda una única mesa libre, y lo que nos cuesta elegir mesa cuando el restaurante está vacío.

2.2. Decisiones que no tomaría nadie

A pesar de lo previamente dicho, y sobre la base (siempre cierta… ¿o no?) de que la persona que toma la decisión actúa de una manera racional, en un problema pueden existir alternativas que ningún decisor elegiría.

Supongamos, por ejemplo, que hemos de decidir el trazado de una autovía, entre cinco posibilidades, teniendo en cuenta como criterios el coste de cada alternativa (en millones de euros) y su impacto ambiental, valorado en una escala del 1 al 5, siendo 1 el impacto más bajo (por tanto, el mejor), y 5 el más alto.

La siguiente matriz (tabla 1) nos muestra los valores de los criterios para cada alternativa.

Tabla 1. Costes e impactos ambientales de las cinco alternativas

Trazado	Coste	Impacto
Opción 1	56	1
Opción 2	45	4
Opción 3	39	5
Opción 4	47	2
Opción 5	50	3

Como suele suceder, la alternativa más barata (3) es la que tiene un peor impacto ambiental, mientras que la más cara (1) es la mejor ambientalmente. Sin embargo, ningún decisor racional elegiría la opción 5, puesto que hay otra (4), que es a la vez más barata (47 frente a 50), y con mejor impacto ambiental (2 frente a 3). La opción 5 es lo que llamamos una alternativa dominada, mientras que el resto son alternativas no dominadas o eficientes (no es posible mejorar un criterio sin empeorar otro). Por lo tanto, en un problema de decisión es vital identificar las alternativas eficientes para escoger entre ellas (ojo, siempre que se trate de elegir una, porque una alternativa dominada no tiene por qué ser mala; simplemente, hay otra mejor).

Aunque el ejemplo anterior puede sugerirlo, la identificación de las alternativas eficientes no es siempre trivial.

Supongamos ahora el siguiente caso. Un familiar nuestro, con una alta aversión al riesgo, quiere invertir 20.000 €. En su banco le han mostrado cuatro opciones de inversión. Se trata de cuatro fondos. La siguiente tabla muestra el comportamiento previsto (en términos de rentabilidad) de cada uno de los 4 fondos, en tres escenarios económicos distintos: crecimiento, estable y recesión. Como podemos ver, hay dos fondos más prudentes: el *mixto* y el del *mercado monetario*, que nunca producirán grandes pérdidas, aunque tampoco beneficios espectaculares. Los otros dos implican mucho más riesgo, aunque los beneficios pueden ser también mucho mayores. La inmensa mayoría de las personas a las que se les plantea este caso dicen que aconsejarían al familiar invertir en el *mixto* o en el *mercado monetario*, ya que no desea asumir mucho riesgo. Sin embargo, se puede demostrar fácilmente que estas dos alternativas son dominadas, y por lo tanto nunca deberían ser elegidas por un decisor que actúe racionalmente.

Tabla 2. Rentabilidades previstas de los cuatro fondos de inversión

Fondo	Rentabilidad según escenario		
	Recesión	*Estable*	*Crecimiento*
Mixto	-2%	5%	3%
Mercado monetario	4%	3%	0%
Agresivo	-7%	9%	10%
Contrario	15%	4%	-8%

En efecto, si en vez de invertir cualquier cantidad en el fondo *mixto*, invertimos 2/3 de la misma en el fondo *agresivo* y 1/3 en el *contrario*, las rentabilidades que se obtienen son:

Recesión	(2/3) (-7%) + (1/3) 15% = 0,33%
Estable	(2/3) 9% + (1/3) 4% = 7,33%
Crecimiento	(2/3) 10% + (1/3) (-8%) = 4%

Es decir, las rentabilidades previstas son mayores en los tres casos, por lo que no es eficiente invertir en el fondo mixto. De la misma forma, si en vez de invertir cualquier cantidad en el fondo del *mercado monetario*, invertimos 1/2 de la misma en el fondo *agresivo* y 1/2 en el *contrario*, las rentabilidades son ahora:

Recesión	(1/2) (-7%) + (1/2) 15% = 4%
Estable	(1/2) 9% + (1/2) 4% = 6,5%
Crecimiento	(1/2) 10% + (1/2) (-8%) = 1%

Así pues, ninguna decisión eficiente en este caso nos haría invertir en los fondos *mixto* o *mercado monetario*. Este ejemplo pone de manifiesto dos hechos:

Para afrontar correctamente un problema de decisión es preciso formularlo correctamente. Es lo que en matemáticas llamamos modelizar el problema: construir el modelo matemático que lo caracteriza. En nuestro caso, la decisión no consiste en elegir un fondo (que sería un problema con 4 alternativas), sino distribuir los 20.000 € que queremos invertir entre los 4 fondos (que es un problema con infinitas alternativas). Cuando el problema tiene un número finito de alternativas (como en el ejemplo de los trazados de la autovía), decimos que es un problema discreto, mientras que en el caso de los fondos de inversión, el problema decimos que es continuo.

En muchos casos, sobre todo en problemas continuos, no es nada fácil determinar a simple vista qué alternativas son dominadas y cuáles no, por lo que es muy importante contar con un algoritmo de resolución adecuado que elimine las alternativas que no deseamos.

2.3. La modelización de un problema de decisión

A la hora de modelizar un problema de decisión, hay que identificar una serie de elementos clave. Estos elementos son:

- **Las alternativas**. Como hemos dicho previamente, las alternativas son las distintas posibilidades entre las que estamos escogiendo. Aunque parezca trivial, debemos asegurarnos de que buscamos de forma exhaustiva todas las alternativas posibles, y que de la misma forma, no incluimos en el modelo alternativas que no sean verdaderamente factibles. En el caso de un problema discreto, se trata simplemente de identificar y enumerar las posibilidades de elección (en el ejemplo de los trazados, los cinco trazados posibles). En un problema continuo, se suele identificar el conjunto de alternativas factibles a través de lo que llamamos variables de decisión, y de una serie de restricciones. Así, en el ejemplo de los fondos de inversión, las variables de decisión son x_1, x_2, x_3, x_4, cantidades invertidas, respectivamente, en cada uno de los cuatro fondos, y las restricciones que definen el conjunto factible son:

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0,$$
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 20.000$$

- **Los criterios**. Siempre que tomamos una decisión, nos fijamos en una serie de atributos de las alternativas, y decidimos qué es lo deseable con respecto a ese atributo. Eso son los criterios de elección. En el primer ejemplo, los criterios son minimizar el coste y minimizar el impacto ambiental. En el segundo, los criterios son maximizar las rentabilidades previstas en cada uno de los tres escenarios contemplados.

Una vez más, es vital que el decisor identifique todos sus criterios de decisión. En multitud de casos reales, no aparecen directamente todos los criterios: puede haber criterios ocultos (que el decisor tiene, pero no identifica en primera instancia) o, por supuesto en muchos casos, criterios inconfesables. En un problema de decisión puede haber criterios cuantitativos, es decir, naturalmente expresables o medibles mediante una escala numérica (por ejemplo, el precio), o cualitativos, es decir, aquellos que se expresan mediante valoraciones lingüísticas (por ejemplo, la calidad). Aunque estos últimos serán finalmente expresados numéricamente, es importante que la metodología empleada admita la utilización de criterios que se midan en escalas totalmente distintas.

• **Evaluación de los criterios para las distintas alternativas.** Finalmente, necesitamos evaluar cada una de las alternativas del problema con respecto a cada uno de los criterios. En un problema discreto, esta evaluación toma la forma de una matriz de decisión, es decir una matriz de doble entrada que contiene dichos valores (por ejemplo, la tabla 1 para el problema de los trazados). Es importante tener en cuenta que esta evaluación ya puede contener elementos subjetivos que deben responder a las opiniones del decisor (por ejemplo, la calidad o la estética de una alternativa responden a valoraciones subjetivas; incluso el precio puede estar sometido a una valoración subjetiva: no todos tenemos la misma percepción de lo que es caro o barato).

En el caso de los problemas continuos, la evaluación de las alternativas se lleva a cabo a través de funciones matemáticas (denominadas funciones objetivo), que son funciones de las variables de decisión del problema. Así, en el problema de inversión, las tres funciones objetivo serían:

$$B_r(x_1, x_2, x_3, x_4) = -2x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 15x_4$$
$$B_e(x_1, x_2, x_3, x_4) = 5x_1 + 3x_2 + 9x_3 + 4x_4$$
$$B_c(x_1, x_2, x_3, x_4) = 3x_1 + 10x_3 - 8x_4$$

Estas tres funciones nos proporcionan los beneficios esperados en cada uno de los tres escenarios, respectivamente, para cada posible combinación de inversión.

Según lo previamente comentado, cualquier método que se utilice para resolver el problema de inversión, sea quien sea el decisor, debe producir una solución final $x_1^* = x_2^* = 0$, que verifique $(x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*)$, ya que, de lo contrario, la solución no sería eficiente.

2.4. Y ahora, ¿cómo decidimos?

Llegados al punto en el que el problema ya está convenientemente modelizado, es necesario dar el último paso, que consiste en tomar la decisión. Como ya se ha dicho, obviamente la decisión final depende de cada decisor, y de la importancia relativa que éste asigne a cada uno de los criterios del modelo. Por lo tanto, encontrar la solución óptima del problema no es más que encontrar la solución que mejor se adapta a las preferencias del decisor, es decir, su solución más lógica de acuerdo con sus preferencias.

Las técnicas matemáticas que se aplican en este tipo de problemas son técnicas de apoyo a la toma de decisiones, en el sentido de que ayudan al decisor, que debe ser el que guíe de una manera u otra el proceso, a encontrar esa solución más preferida. En términos económico-matemáticos, si el decisor tiene una función de utilidad u, que proporcione su nivel de satisfacción ante los valores que tomen cada uno de los criterios del problema en una alternativa dada, el problema a resolver sería el de maximizar la función de utilidad en el conjunto de alternativas factibles del problema. Pero, desgraciadamente, la construcción de esa función de utilidad es, en la mayor parte de los casos, imposible. Por ello, las técnicas matemáticas de apoyo a la toma de decisiones suelen actuar incorporando al modelo (habitualmente de forma progresiva) información sobre las preferencias del decisor que se pueda proporcionar de forma lo más cómoda e intuitiva posible.

En las líneas siguientes, describiremos algunas de estas técnicas, pero antes haremos mención a los métodos utilizados tradicionalmente, comentando los puntos débiles de los mismos.

2.5. Sencillo, pero ... ¿correcto?

En muchos de los procesos reales de toma de decisiones, sobre todo en aquellos en los que se pretende dar una apariencia de objetividad (gran falacia: toda decisión es, por definición, subjetiva), se emplea uno de los métodos multicriterio clásicos: la suma ponderada. Ésta no es más que una adaptación de la media aritmética. Su funcionamiento es muy sencillo: se asigna un peso a cada criterio, y para cada alternativa se calcula la suma de los valores de los criterios, ponderando cada uno con su correspondiente peso. Se suele decir que las ideas sencillas son las mejores, pero ¿es esto cierto en este caso? Dejando a un lado la dificultad práctica que tiene la asignación de pesos preferenciales, la suma ponderada adolece de varios inconvenientes que la convierten en un mal método multicriterio:

• **Favorece opciones desequilibradas.** Supongamos dos candidatos para un puesto de trabajo. Para valorarlos, le hemos realizado dos pruebas a cada uno. El candidato A ha obtenido un 10 en una prueba y un 5 en la otra. El candidato B ha obtenido un 7 en cada una de las pruebas. ¿A quién elegiríamos? La nota media (suma ponderada) del candidato *A* es un 7,5, y la del *B* un 7. Pero no parece nada claro que el candidato *A* ofreciese a un potencial empleador más confianza que el *B*. Sus calificaciones están demasiado descompensadas.

• **Presupone la linealidad de la utilidad.** Supongamos ahora que estamos estudiando el precio de un bien. Normalmente, nuestra reacción ante una subida del precio de 1 unidad monetaria depende de cuál sea el precio actual del bien. No es lo mismo el paso de 1€ a 2€ que de 100€ a 101€. Pero la suma ponderada trata las dos subidas por igual. Además, sea cual sea el bien, hay un tramo inicial de precios que nos parecerá muy bueno, luego irá decreciendo nuestra utilidad a medida que aumenta el precio, y dicho decrecimiento se moderará otra vez cuando el precio ya sea demasiado alto. Por eso las curvas de utilidad, tan utilizadas en economía, se representan con curvas y no con rectas. La figura 1 muestra cómo podría ser la curva de utilidad de un consumidor con respecto al precio del bien.

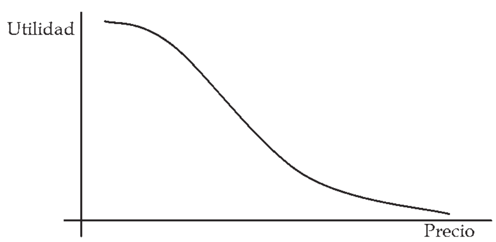


Figura 1. Evolución de la utilidad con el precio de un bien

Además, si un coche es 20 € más barato que otro, ¿se puede considerar que es mejor para el criterio precio? ¿O son iguales? Ninguna de estas consideraciones es recogida por la media ponderada.

• **Presupone el carácter global de las preferencias.** Supongamos que queremos decidir qué vivienda compramos, y los criterios utilizados son el precio en miles de euros, p, y la superficie en metros cuadrados, s. Si establecemos la media ponderada $2s - p$, ello supone que estamos dispuestos a pagar 2.000 € más por un metro cuadrado adicional (tasa de intercambio, o tradeoff). Es decir, dos viviendas *A* y *B*, tales que *A* tenga un metro cuadrado más que *B*, y cueste 2.000 € más que *B*, son indiferentes para nosotros. Pero, ¿es esto cierto de forma global? La respuesta es no. Por lo general, si comparamos viviendas pequeñas, estaremos dispuestos a pagar más por cada metro cuadrado adicional, que si comparamos viviendas grandes. Es decir, la importancia relativa de los criterios depende de la zona en la que nos encontremos. Las preferencias tienen casi siempre un carácter local.

Estos razonamientos demuestran que la media ponderada es, en general, un planteamiento demasiado simplista y alejado de los axiomas que rigen la racionalidad de las preferencias de una persona. En consecuencia, se han desarrollado otros métodos multicriterio más complejos, que recogen más matices y se ajustan mejor a dichos axiomas. Para ello, distinguiremos entre métodos de resolución de problemas discretos, y métodos de resolución de problemas continuos.

3. MÉTODOS MULTICRITERIO DISCRETOS

Antes de comentar los distintos métodos multicriterio existentes, conviene puntualizar que resolver un problema multicriterio no consiste necesariamente en elegir la mejor opción. Hay diversos conceptos de solución, entre los que cabe citar:

- Selección. Consiste en determinar la mejor solución (o las *n* mejores soluciones) entre todas las alternativas factibles.
- Ordenación. Consiste en ordenar, de mejor a peor, todas las alternativas factibles del problema.
- Clasificación. Consiste en agrupar las alternativas factibles en una serie de categorías (o rangos) de calidad con respecto a los criterios.

Es necesario tener claro qué tipo de solución se busca, porque la forma de proceder no es la misma en todos los casos. Por ejemplo, si deseamos encontrar la mejor alternativa, podemos eliminar las alternativas dominadas, pero no así si queremos hacer una ordenación, o incluso si queremos elegir las dos mejores (la dominada nunca será la primera, pero puede ser la segunda). Los métodos que comentamos a continuación permiten resolver los problemas de selección y ordenación. Para los de clasificación son necesarias, en general, técnicas específicas a las que no nos referiremos aquí.

Además de la suma ponderada, ya comentada anteriormente, los métodos multicriterio discretos se pueden clasificar en tres grandes grupos:

• Métodos de utilidad multiatributo. En cada una de las alternativas, para cada atributo se determina la correspondiente función de utilidad (parcial) (ver, por ejemplo, la figura 1), y luego se agregan en una función de utilidad multiatributo (que ya no es bidimensional). Al determinarse la utilidad de cada una de las alternativas se obtiene una ordenación completa del conjunto finito de alternativas.

• El proceso analítico jerárquico. El AHP fue desarrollado por el matemático Thomas Saaty, y consiste en formalizar la comprensión intuitiva de problemas complejos mediante la construcción de un modelo jerárquico. El propósito del método es permitir que el agente decisor pueda estructurar un problema multicriterio en forma visual, mediante la construcción de un modelo jerárquico que básicamente contiene tres niveles: la decisión, los criterios y las alternativas. Una vez construido el modelo jerárquico, se realizan comparaciones por pares entre dichos elementos (criterios y alternativas; o sea, para cada alternativa, cuánto más importante es un criterio respecto a otro; y, para cada criterio, cuanto más importante es una alternativa respecto a otra) y se atribuyen valores numéricos a las preferencias señaladas por el agente decisor, de forma que se calcula una síntesis de las mismas mediante la agregación de esos juicios parciales. El fundamento del proceso de Saaty descansa en el hecho de que permite dar valores numéricos a los juicios dados por las personas, logrando medir cómo contribuye cada elemento de la jerarquía al nivel inmediatamente superior del cual se desprende. Para estas comparaciones se utilizan escalas de razón en términos de preferencia o importancia, sobre la base de una escala numérica propuesta por el mismo Saaty, que va desde 1 hasta 9.

• Métodos de superación. Como ya sabemos, un problema multicriterio consiste en elegir entre alternativas no dominadas, es decir, no hay ninguna que mejora a las demás en todos los criterios. Entonces, ¿cómo saber si una alternativa es mejor que otra? A mediados de los años 60, un grupo de investigadores franceses, liderados por el profesor Bernard Roy, acuñaron el concepto de superación (surclassement en francés, outranking en inglés). Concretamente, *cuando una alternativa **a** es al menos tan buena como otra **b** en una mayoría de los criterios, y no hay ningún criterio en el que **a** sea notoriamente inferior a **b**, podemos afirmar sin riesgo que **a** supera a **b*** (BARBA-ROMERO y POMEROL 1997). El cómo dar forma numérica a estos preceptos determina los distintos tipos de métodos de superación. Así, ROY (1968) propuso un método, denominado ELECTRE (Elimination et choix traduisant la realité), donde, para cada par de alternativas, se utilizan dos índices: el **índice de concordancia**, que mide si **a** es al menos tan buena como **b** en una mayoría de los criterios (teniendo en cuenta la importancia relativa de cada uno de ellos), y el **índice de discordancia**, que mide si **a** no es notoriamente inferior a **b**. En función de los valores de los índices de concordancia

Tabla 3. Matriz de decisión para escoger el trazado de la autovía

Opción	**Criterios**				
	Coste	***Dif. Técnica***	***Imp. Amb.***	***Plazo ejec.***	***Adec. Polít.***
	0,4	0,1	0,2	0,1	0,2
A	75	7	3	29	3
B	122	4	3	27	2
C	117	6	2	25	3
D	150	5	1	26	2
E	135	9	3	24	1
F	144	7	1	28	3
Max	150	9	3	29	3
Min	75	4	1	24	1

y discordancia, se decide si **a** supera a **b** o no. Posteriormente, este método ha experimentado sucesivas actualizaciones (ELECTRE II, III, IV, IS y TRI), en las que se han ido introduciendo mejoras sobre el método original. Ya a partir de la versión ELECTRE III (ROY 1978), se empieza a utilizar el concepto de **pseudocriterio**, para recoger diversas matizaciones en las relaciones de preferencia que no se habían tenido en cuenta hasta la fecha. Este concepto es posteriormente recogido y utilizado en una nueva familia de métodos (BRANS et al. 1984): los PROMETHEE (Preference ranking organization method for enrichment evaluations).

Sería prolijo, excesivamente especializado y claramente superador del objetivo de esta exposición la descripción exhaustiva de los diferentes métodos y de sus aplicaciones. Pero debe quedar claro que, según el método elegido, podemos obtener soluciones distintas, por lo que la elección del mismo no es un asunto baladí, y debe hacerse de forma que el decisor se sienta cómodo con él.

Por ejemplo: supongamos que queremos decidir el mejor trazado para un tramo de una autovía, entre 6 opciones posibles. Los criterios a considerar son el coste de la opción (en millones de euros, a minimizar), la dificultad técnica (valorada en una escala de 0 a 10, a minimizar), el impacto ambiental (valorado en una escala de 1 a 3, a minimizar), el plazo de ejecución (en meses, a minimizar, aunque habría mucho que decir sobre si el mejor plazo es el menor) y la adecuación política (en una escala de 1 a 3, a maximizar). Los pesos asignados por el centro decisor a estos criterios son, respectivamente, 0,4, 0,1, 0,2, 0,1 y 0,2. La tabla 3 recoge los valores de los cinco criterios considerados para cada una de las alternativas del problema.

Pues bien, mientras que usando el método de la suma ponderada, la alternativa preferida es la A, seguida, por este orden, C, F, D, B y E, el método Promethee que nos permite introducir más matices, nos da como resultado la ordenación C, A, B, F, D, E. En particular, podemos observar que la alternativa preferida es ahora la C, por encima de la A. Hagamos una comparación gráfica (figura 2) de ambas alternativas (A y C) situando los valores de cada criterio con respecto al valor medio de dicho criterio en el conjunto de todas las alternativas. Nuevamente, la alternativa A, favorecida por el método de la suma ponderada, es más desequilibrada, con valores muy buenos para el coste y la adecuación política, pero bastante malos para el resto, mientras que la C toma valores buenos para más criterios.

Pero no quiero dejar pasar la ocasión sin exponer un tema muy importante y sobre el cual, en muchas aplicaciones simplistas, se pasa sin tenerlo en consideración: es el de los **pesos**.

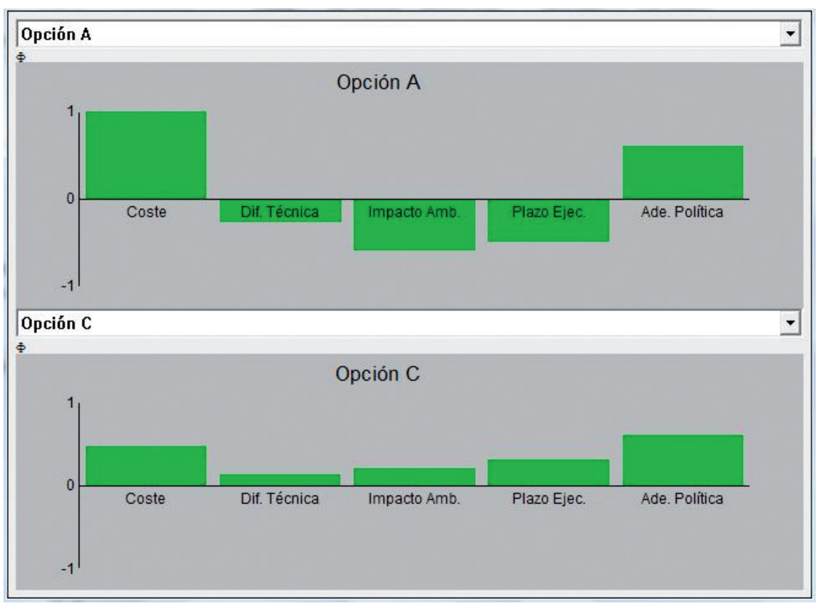
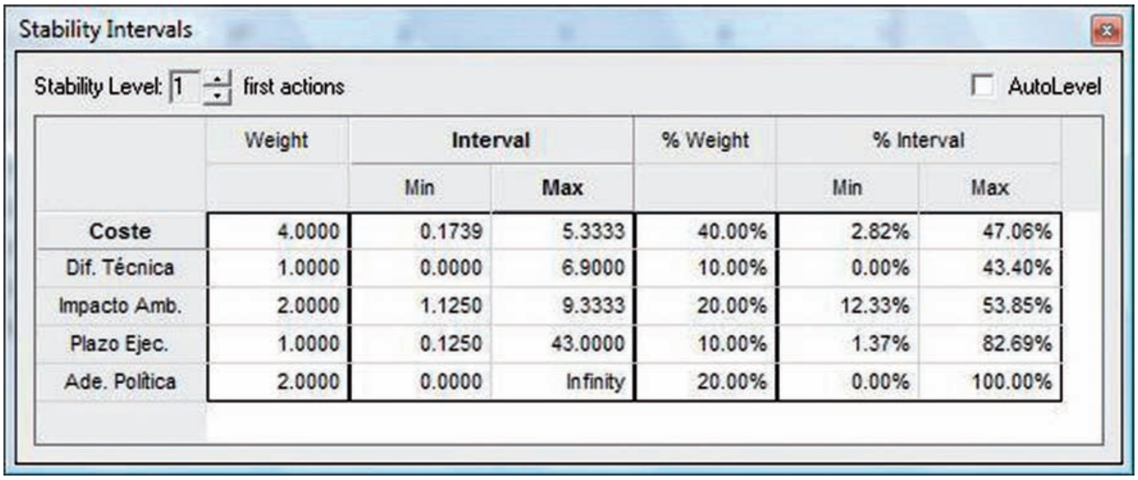


Figura 2. Comparación de las opciones A y C



Stability Intervals

Stability Level: 1 first actions AutoLevel

	Weight	Interval		% Weight	% Interval	
		Min	Max		Min	Max
Coste	4.0000	0.1739	5.3333	40.00%	2.82%	47.06%
Dif. Técnica	1.0000	0.0000	6.9000	10.00%	0.00%	43.40%
Impacto Amb.	2.0000	1.1250	9.3333	20.00%	12.33%	53.85%
Plazo Ejec.	1.0000	0.1250	43.0000	10.00%	1.37%	82.69%
Ade. Política	2.0000	0.0000	Infinity	20.00%	0.00%	100.00%

Figura 3. Análisis de sensibilidad de los pesos

Como hemos visto, en la inmensa mayoría de los métodos multicriterio discretos se necesita que el decisor proporcione pesos preferenciales para los distintos criterios, y obviamente, el papel de dichos pesos es clave en la obtención de la solución final. La tarea de asignación de pesos no es, ni mucho menos, trivial para el decisor, y es un aspecto que hay que tratar con mucha rigurosidad. Con respecto a estos pesos, es importante resaltar tres aspectos cruciales:

A. Cuando pedimos a alguien que asigne de manera directa pesos, según una escala predefinida (por ejemplo, de 1 a 5), el decisor interpretará, como parece lógico, que los saltos en dicha escala tienen el mismo efecto. Es decir, el paso de 1 a 2 es de la misma magnitud que el de 2 a 3, y así sucesivamente. Pero en una mayoría de los métodos existentes, los pesos tienen un papel multiplicativo, habitualmente en expresiones lineales. En la expresión $\mu_1 a_1 + \mu_2 a_2$, donde μ_1 y μ_2 son los pesos y a_1 y a_2 son los valores de los criterios 1 y 2, si $\mu_1 = 1$ y $\mu_2 = 2$, esto significa que para compensar una unidad del criterio 2, se necesitan 2 del criterio 1, pero si $\mu_1 = 2$ y $\mu_2 = 3$, la relación ya no es del doble. Por tanto, lo significativo en los pesos, en la mayor parte de los casos, no es la diferencia entre ellos, sino la relación (ratio) entre los mismos. Es muy importante tener en cuenta este hecho a la hora de asignar pesos.

B. Existen diversos métodos descritos en la literatura científica para asignar pesos a los criterios (véase, por ejemplo, BARBA y POMEROL 1997). El método se debe elegir en función del papel que desempeñarán los pesos en el método multicriterio que se vaya a utilizar, y también de forma que al decisor le resulte lo más cómodo posible proporcionar la información que se le solicita.

C. Independientemente de los métodos utilizados para la explicitación de los pesos y para la resolución del problema, es vital realizar un análisis de sensibilidad sobre estos pesos como colofón a la resolución del problema. Este análisis de sensibilidad nos proporcionará el margen de variación de los pesos originales que produce la misma solución final. La figura 3 muestra estos intervalos de variación para el ejemplo de los trazados (obtenidos con el programa Decision Lab 2000 ©).

Como se puede observar, el peso del criterio coste, que originalmente vale 4 (ó 0,4), puede bajar hasta 0,17, o subir hasta 5,33 y se seguirá manteniendo C como la mejor opción. De igual forma, se interpretan los resultados del resto de los pesos. En este caso, los intervalos son lo suficientemente amplios como para confiar en la solución obtenida.

Por último, y con respecto a los Métodos Multicreterio Discretos también es muy importante insistir en la necesidad de buscar y considerar todas las alternativas posibles; ya que es fácil comprobar cómo después de un análisis concreto (que ha determinado una opción como la mejor) la consideración de una nueva alternativa (que no tiene por qué ser la óptima) puede hacer cambiar el resultado.

4. MÉTODOS CONTINUOS: PROGRAMACIÓN MULTIOBJETIVO

Los métodos multicriterio continuos (habitualmente llamados métodos de programación multiobjetivo), tienen por lo general una base teórica más sólida, basada en generalizaciones de la metodología de optimización tradicional. Por ello, no vamos a entrar aquí en detalle sobre el funcionamiento interno de las mismas. En este momento, nos limitaremos a indicar los distintos tipos de técnicas existentes (aptdo. 4.5), y a interpretar gráficamente su comportamiento. Para ello, nos valdremos de un ejemplo, propuesto por el profesor Carlos Romero (ROMERO 1993), con solo dos variables para poder hacer representaciones en un plano. (Para casos de más variables se recurrirá a los algoritmos que sean aplicables)

4.1. Planteamiento del problema

Una empresa papelera elabora pulpa de celulosa obtenida por medios mecánicos, y pulpa de celulosa obtenida por medios químicos. Las capacidades máximas de producción son de 300 tm/día de pulpa obtenida por medios mecánicos, y de 200 tm/día de pulpa obtenida por medios químicos. Cada tonelada producida por cualquiera de los dos medios demanda un jornal, y la empresa emplea a 400 trabajadores. El margen bruto por tonelada producida por medios mecánicos es de 1.000 unidades monetarias, y de 3.000 u.m. por tonelada producida por medios químicos. La empresa exige cubrir al menos los costes fijos, que ascienden a 300.000 u.m. Los objetivos de la empresa son maximizar el margen bruto (objetivo económico) y minimizar el daño generado en el río en el que la papelera vierte sus residuos productivos (objetivo ambiental), sabiendo que la demanda biológica de oxígeno en las aguas del río es de 1 unidad por tonelada producida por medios mecánicos, y de 2 unidades por tonelada producida por medios químicos.

El primer paso para resolver el problema es su correcta modelización matemática, identificando tres elementos: las variables de decisión (las incógnitas del problema), las restricciones técnicas (que determinan el conjunto de decisiones factibles) y los objetivos que se quieren optimizar:

Variables de decisión: En nuestro modelo, tenemos que decidir dos elementos:

x toneladas/día producidas por medios mecánicos,

y toneladas/día producidas por medios químicos.

Restricciones técnicas: El modelo tiene las siguientes restricciones:

- Capacidades de producción: $x \leq 300$, $y \leq 200$
- Mano de obra: $x + y \leq 400$
- Cubrir costes fijos: $1.000x + 3.000y \geqq 300.000$

Objetivos: Finalmente, el modelo tiene dos objetivos:

- Objetivo económico: max $1.000x + 3.000y$
- Objetivo medioambiental: min $x + 2y$

Por tanto, la formulación matemática del problema es:

$$(P)\left\{\begin{array}{ll} \text{max} & 1.000x + 3.000y \\ \text{min} & x + 2y \\ \text{s.a} & x \leq 300 \\ & y \leq 200 \\ & x + y \leq 400 \\ & 1.000x + 3.000y \geq 300.000 \\ & x, y \geq 0 \end{array}\right.$$

Antes de describir las técnicas de resolución, conviene definir algunos conceptos.

4.2. Valores ideales y matriz de pagos

En un problema multiobjetivo podemos, utilizando métodos de optimización tradicional, calcular los valores óptimos de cada objetivo de forma independiente. Este valor es el que se denomina valor ideal del objetivo (el mejor valor que puede tomar en el conjunto factible). Obviamente, en un problema multiobjetivo real no será posible alcanzar estos ideales de forma simultánea, es decir, no existe una combinación factible de variables de decisión que optimice simultáneamente todos los objetivos. A partir de estos valores ideales, podemos construir la denominada matriz de pagos del problema. Consiste simplemente en tomar las variables de decisión que optimizan cada función, y evaluar todas las demás funciones en ellas. En nuestro ejemplo, la matriz de pagos es (calculada con cualquiera de los métodos tradicionales de optimización):

Tabla 4. Matriz de pagos del problema

	Margen	DBO_2
Óptimo Margen Bruto (O_1)	**800.000**	600
Óptimo DBO_2 (O_2)	300.000	**200**

Esto quiere decir que, en la combinación de variables de decisión donde se alcanza el máximo margen bruto (800.000), la contaminación asciende a 600, mientras que si conseguimos la menor contaminación posible (200), el margen bruto desciende a 300.000. El decisor sabe, por lo tanto, que éstos son los márgenes en los que pueden variar sus objetivos, y que cuanto más se acerque uno a su valor ideal, más se acercará el otro hasta ese peor valor (anti-ideal).

4.3. Espacios de decisión y de objetivos

Dado el problema multiobjetivo (P), como el espacio de decisión es bidimensional (tenemos 2 variables de decisión), podemos representar en el plano el conjunto factible definido por las restricciones técnicas del problema (figura 4). En el eje de abscisas se representa la variable x y en el de ordenadas la y. Las líneas representan las restricciones del problema, y el conjunto factible es la zona señalada en azul.

Para cada uno de los puntos del conjunto factible podemos calcular el correspondiente valor de las funciones objetivo.

Estos dos valores forman, a su vez, un punto del plano (en este caso, porque tenemos dos funciones objetivo). Pues bien, podemos también representar en el plano este conjunto de puntos (valores factibles de las funciones objetivo), que es lo que denominamos espacio de objetivos. En la figura 5 se muestra el espacio de objetivos de nuestro ejemplo. En el eje de abscisas se muestra la función del margen bruto, y en el de ordenadas la demanda biológica de oxígeno. A esta última se le ha cambiado el signo en la representación, para que ambas respondan ahora a un criterio de maximización. Por su parte, la escala de la primera está en miles de u.m. Por lo tanto, cuanto más a la derecha esté un punto, mejor valor tomará la primera función, y cuanto más arriba, mejor será la segunda. En la gráfica, podemos localizar los puntos que

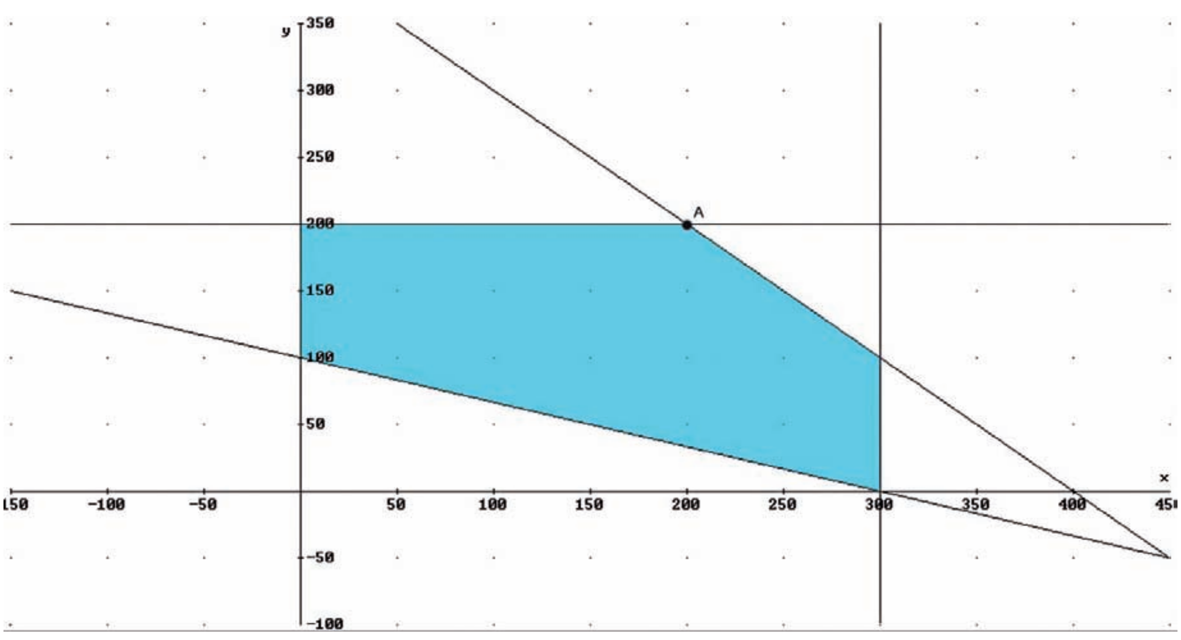


Figura 4. Espacio de decisión del problema

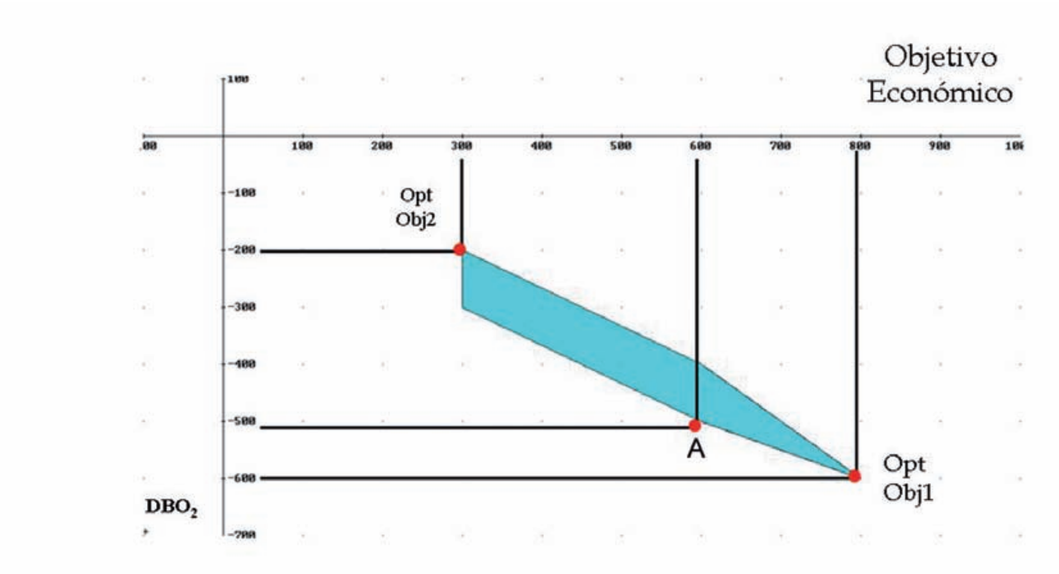


Figura 5. Espacio de objetivos del problema

conformaban nuestra matriz de pagos. El punto factible situado más a la derecha es el que tiene un mejor valor de la primera función (800.000), y en él, la segunda vale 600 (-600 en el dibujo). El punto situado más arriba es el óptimo de la segunda función (200), donde la primera vale 300.000.

4.4. Soluciones eficientes

La definición de solución eficiente (no dominada) sigue siendo la misma en el caso continuo, es decir, una solución es eficiente si no existe otra que mejore un objetivo sin empeorar otro. En el espacio de objetivos es fácil identificar estas soluciones eficientes. Dado un punto del espacio de objetivos, los que lo dominan están más a la derecha (mejoran el primer objetivo) y más arriba (mejoran el segundo). Por lo tanto, los no dominados son aquellos puntos factibles que no tienen otros a la derecha y arriba. Es decir, el conjunto eficiente, en el espacio de objetivos, es el señalado por la línea roja en la figura 6.

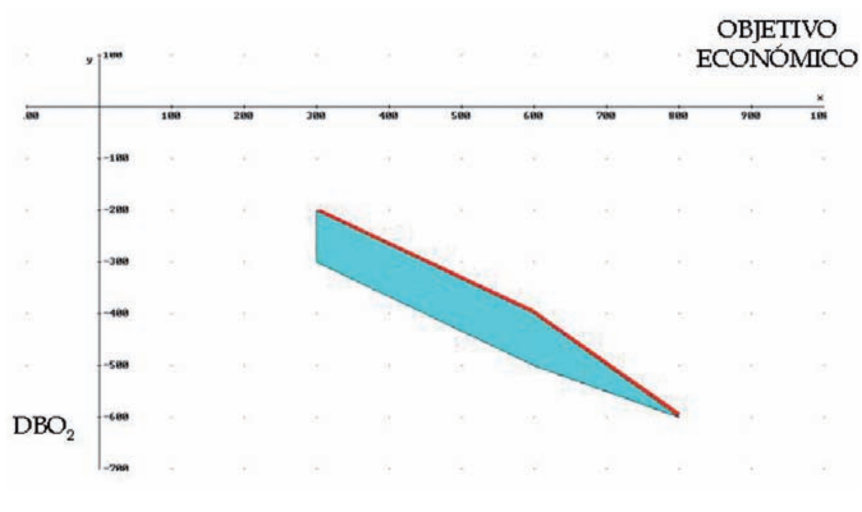


Figura 6. Conjunto eficiente en el espacio de decisión

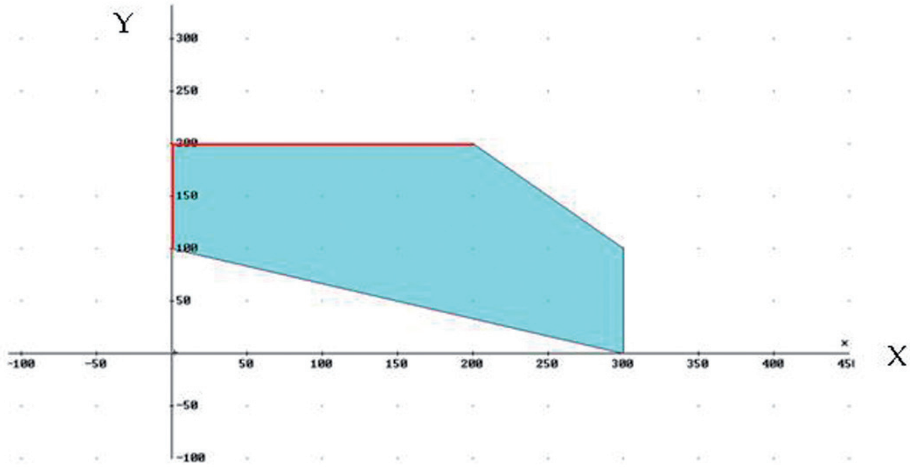


Figura 7. Conjunto eficiente en el espacio de decisión

Este conjunto eficiente corresponde al conjunto marcado en rojo en la figura 7, ahora en el espacio de decisión.

Los puntos eficientes son los puntos entre los que, de verdad, deberá escoger el decisor. Todos los demás están dominados, por lo que no son elecciones posibles. Las distintas técnicas multiobjetivo existentes ayudan al decisor a elegir la solución eficiente que más se ajusta a sus preferencias. En el siguiente apartado, hacemos un breve repaso de las mismas.

4.5. Técnicas de Programación Multiobjetivo

Como hemos visto previamente, el análisis objetivo de un problema permite, en el mejor de los casos, identificar el conjunto eficiente, pero, una vez más, es necesario que el decisor explicite, de alguna forma, sus preferencias, para elegir la mejor solución eficiente. En función de en qué momento del proceso proporcione el decisor dicha información, los métodos multiobjetivo se suelen clasificar en tres grandes grupos (véanse, por ejemplo, STEUER 1986, MIETTINEN 1999):

- *Técnicas sin información a priori.* Consisten en generar una aproximación del conjunto eficiente (o, en el mejor de los casos, identificar el conjunto eficiente completo), que se muestra al decisor, quién elegirá entre éstas la que más se ajuste a sus preferencias. El inconveniente de este tipo de métodos es que el volumen de información generado (téngase en cuenta que en un problema real, el número de objetivos es generalmente mayor que 2) suele ser inmanejable para el decisor.

- *Técnicas con información a priori.* En este caso, el decisor da una información sobre sus preferencias previamente a la resolución del problema. Entonces, se resuelve un problema de optimización tradicional para encontrar la combinación factible más cercana a esas preferencias. La técnica más popular perteneciente a este grupo es la Programación por Metas, en la que el decisor explicita un nivel que considera aceptable para cada objetivo. Dada esta información, se resuelve un problema que permite determinar si existen combinaciones factibles que satisfagan las metas dadas por el decisor. Además, si las hay, se encuentra una y si no, se encuentra la combinación factible que, de alguna forma, se encuentre más cerca de satisfacer las metas. Por ejemplo, en nuestro modelo, supongamos que el decisor desea que el margen bruto sea, al menos, de 400.000 u.m. y que la contaminación no sea superior a 300. En este caso, sí existen soluciones que satisfagan estas metas. La figura 8 muestra (en azul) las combinaciones factibles en el espacio de objetivos que las satisfacen. De entre ellas, las que se encuentran en el segmento superior son también eficientes. El método utilizado nos proporcionará una de ellas.

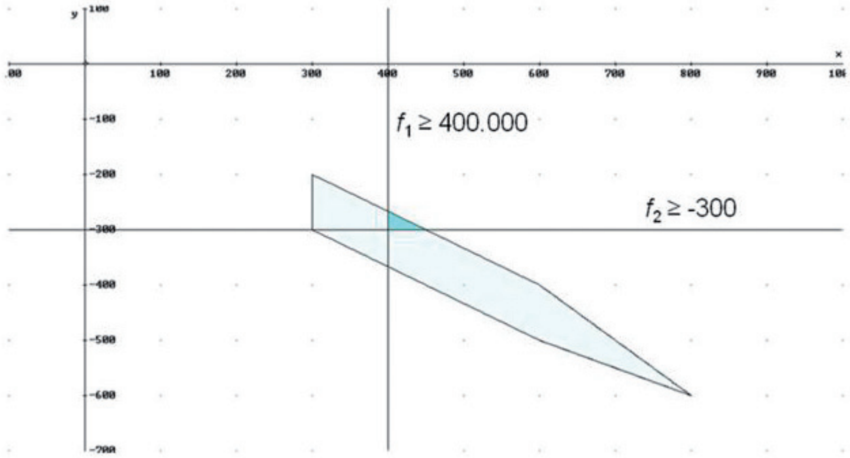


Figura 8. Combinaciones factibles que satisfacen las metas

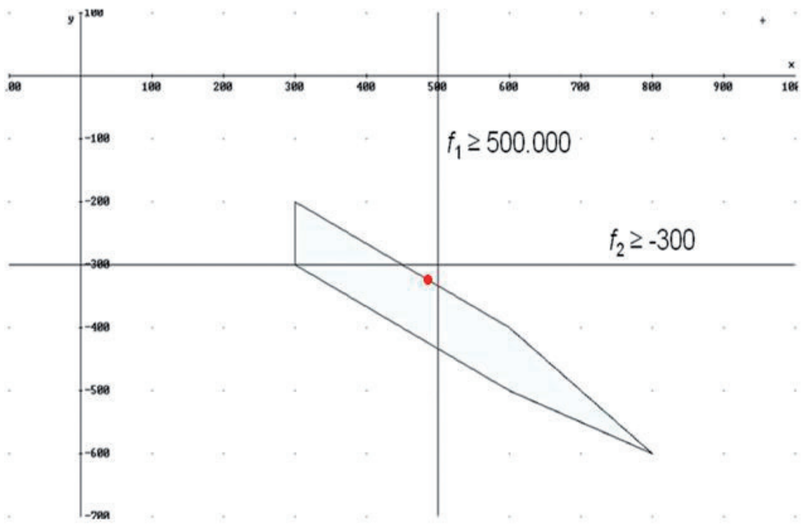


Figura 9. No hay soluciones satisfactorias

Si, en cambio, el decisor desea que el margen bruto sea, al menos, de 500.000 u.m. y que la contaminación no sea superior a 300, en este caso no hay soluciones satisfactorias, de forma que el método nos proporcionará una solución factible que esté lo más cerca posible de las metas (en lo que entendemos por "lo más cerca posible" se diferencian las distintas variantes existentes de programación por metas). La figura 9 muestra este problema de metas en el espacio de objetivos, y una posible solución del problema (en rojo).

El principal inconveniente de este tipo de técnicas es que es muy posible que el decisor no tenga a priori suficiente conocimiento del problema como para proporcionar con precisión la información que se le solicita.

• *Técnicas interactivas.* Para evitar los inconvenientes de los dos bloques de técnicas previamente descritos, surgen las técnicas interactivas. En ellas, el decisor va incorporando gradualmente sus preferencias en el problema, a medida que va viendo posibles soluciones. De esta forma, el método le ayuda a explorar el conjunto eficiente del problema, hasta que encuentre la solución que mejor se ajusta a sus preferencias. Diversos estudios demuestran que estas técnicas interactivas son las que más y mejor favorecen los procesos de aprendizaje del decisor a lo largo del proceso (véase, por ejemplo, BELTON et al. 2008). El esquema básico de todo método interactivo es muy sencillo: se genera una (o varias) solución eficiente del problema multiobjetivo, que se muestra al decisor; si el decisor está satisfecho con ella, el proceso termina; si no, el decisor proporciona nueva información sobre sus preferencias; se genera otra solución eficiente, y así sucesivamente. Desde el punto de vista del decisor, los distintos métodos existentes difieren en el tipo de información que se le pide en cada paso del algoritmo (simplemente elegir una solución entre varias mostradas, establecer tradeoffs a partir de la solución mostrada, dar niveles deseables para los objetivos…). El principal inconveniente de los métodos interactivos es que el decisor puede cansarse de realizar iteraciones, contestando repetidamente al mismo tipo de preguntas, y, o bien dar por terminado el proceso prematuramente, o bien terminar contestando de forma inconsistente. Para evitar este inconveniente, han surgido recientemente enfoques que incluyen diversas técnicas interactivas, y permiten al decisor proporcionar la información preferencial de la forma en que desee en cada iteración, en lugar de tener que atarse al tipo de información requerido por un método concreto.

5. CONCLUSIONES

• Es evidente que esta exposición puede (y debe) ser más desarrollada por quienes tienen una mayor cualificación científica que quien os lo ha planteado aquí. Soy completamente consciente de ello.

• Y no quisiera terminar sin hacer referencia a algo (en lo que quizás están pensando muchos de ustedes) que es el hecho, frecuente, de la necesidad de tomar decisiones bajo la presión de la premura y del plazo.

¿Quiere esto decir que el decisor ha de renunciar a la racionalidad en estos casos?

No, en absoluto. La decisión puede haber sido la óptima (lo cual no es difícil de contrastar a posteriori) en dos casos: a) que el decisor tenga experiencia, o b) que el decisor sea un genio.

Si la decisión no ha sido la óptima..., mejor pasamos al punto siguiente.

• Por otro lado, quiero indicar también que, teniendo en cuenta directrices emanadas por quien tiene competencia para emanar directrices, he procurado correlacionar el tema expuesto con el conocimiento de la perspectiva eco-feminista y potenciar el lenguaje desde una perspectiva de género medioambiental, y con transversalidad sostenible.

No lo he conseguido. Pido disculpas.

• En todo caso, y para terminar, a pesar de ser una exposición sucinta, esquemática e, incluso, atropellada, a veces, me gustaría que sirviera, al menos, para poner de manifiesto que:

- La técnica y la ciencia, en estos momentos, son capaces de poner a disposición del gestor–decisor una base suficientemente sólida como para permitirle tomar su propia decisión con la garantía de que es la óptima.
- Pero la opción será la óptima sólo dentro del abanico que permite la consideración de los criterios, objetivos y metas que el propio decisor haya puesto encima de la mesa. La operación se viene totalmente abajo si hay objetivos desconocidos ó, lo que sería peor, aviesamente ocultados.
- El apoyo científico no va contra la libertad (y la responsabilidad consecuente) del decisor; sino contra la arbitrariedad, contra la consigna y contra la visceralidad.

• Por eso hay que defender la necesidad de que en nuestra sociedad haya siempre quienes desempeñen el rol de la oferta desinteresada de un conocimiento científico, que, a ser posible, se encuentre alejado de la dependencia del poder.

• Por eso, también, cuando oímos, por ejemplo, que un "retraso" es una "distorsión en el calendario", o que, en el partido de ayer, Fulanita dio "un revés invertido con un golpe plano al poste bajo", echamos en falta oír llamar al pan, pan y al vino, vino.

En este sentido, y sobre todo en estos tiempos de tribulación, no está de más que los que tenemos libertad e independencia de criterio, podamos decir como Quevedo:

No he de callar, por más que con el dedo,
ya tocando la boca, o ya la frente,
silencio avises o amenaces miedo.

Claro que el ejemplo no es muy afortunado, porque Quevedo terminó por ir a la cárcel.

• Pero, en todo caso, (aunque vayamos a la cárcel o al ostracismo) siempre nos quedará el TRABAJO.

El trabajo hecho con esfuerzo.

El trabajo hecho perseverantemente, día a día; sin pensar ni en el ayer ni en el mañana: sólo en hoy.

El trabajo en el que hemos puesto la luz de nuestro cariño y de nuestra dedicación y de nuestra ilusión.

Este trabajo siempre florecerá y siempre habrá alguien que obtenga de él un fruto.

Como decía Juan Ramón Jiménez:

Tira la piedra de hoy,
olvida y duerme. Si es luz,
mañana la encontrarás,
ante la aurora, hecha sol.

Muchas gracias.

REFERENCIAS

BARBA ROMERO S, & POMEROL J. 1997. *Decisiones Multicriterio. Fundamentos Teóricos y Utilización Práctica*. Colección de Economía. Servicio de Publicaciones. Universidad de Alcalá de Henares. Madrid.

BELTON V, GRECO S, ESKELINEN P, MOLINA J, RUIZ F, SLOWINSKI R. 2008. *Interactive multiobjective optimization from a learning perspective*. En: Branke J, Deb K, Miettinen K, Slowinski R. (Eds.). Multiobjective Optimization: Inter-active and Evolutionary Approaches. Springer-Verlag, Heidelberg, pp. 405–434.

BRANS JP et al. 1984. *PROMETHEE a new family of outranking methods in multicriteria analysis*. En Brans JP (Ed.). Operational Research'84. North Holland, pp. 408–421.

CABELLO JM, CEJUDO JM, LUQUE M, RUIZ F, DEB K, TEWARI R. 2010. *Optimization of the Size of a Solar Thermal Electricity Plant by Means of Genetic Algorithms*. Renewable Energy (en prensa).

LUQUE M, RUIZ F, MIETTINEN K. 2010. *Global Formulation for Interactive Multiobjective Optimization*, OR-Spectrum (en prensa).

MIETTINEN K. 1999. *Nonlinear Multiobjective Optimization*. Kluwer Academic Publishers, Boston.

ROMERO C. 1993. *Teoría de la Decisión Multicriterio: Conceptos, Técnicas y Aplicaciones*. Alianza Universidad, Madrid.

ROY B. 1968. *Classement et choix en présence des points de vue multiples, la méthod ELECTRE*. R.I.R.O. vol. II (8): 57–75.

ROY B. 1978. ELECTRE III: Un algorithme de rangement fondé sur une représentation floue des préférences en présence de critères multiples. *Cahiers du Centre d´Etudes de recherche operationnelle* 20: 3–24.

STEUER RE. 1986. *Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation and Application*. John Wiley, New York.