

## **Método Híbrido de Inventario con Tiempo de Entrega Aleatorio**

Investigación

Dr. Juan Manuel Izar Landeta<sup>1</sup>, Dra. Carmen Berenice Ynzunza Cortés<sup>2</sup>,

<sup>1</sup>Universidad Autónoma de San Luis Potosí, México

<sup>2</sup>Universidad Tecnológica de Querétaro, México.

email: jmizar@uaslp.mx, ynzunzaber@hotmail.com

### **Resumen**

Este trabajo presenta el método Híbrido con tiempo de entrega aleatorio, lo que permite un mejor manejo del inventario, ya que se aproxima más a la realidad. La técnica es útil para tomar dos decisiones básicas de la administración del inventario: definir la cantidad de pedido y el punto de reorden. Ambas cantidades se establecen para optimizar el costo del inventario. Una ventaja de esta metodología es la de poderse aplicar para cualquier distribución de probabilidad que tengan la demanda de un artículo, así como el tiempo de entrega, con la desventaja que si hay muchos datos de ambas variables, el método es impráctico, ya que el número de opciones que hay que evaluar crece exponencialmente. También se ha analizado la sensibilidad ante cambios en el efecto boca a boca para determinar el costo de los faltantes, el cual afecta al resultado.

**Palabras clave:** Cantidad de pedido, Punto de reorden, Descuentos por volumen, Efecto boca a boca, Costo de faltantes.

### **Abstract**

This work presents Hybrid method with random lead time, allowing better management of inventory, since it is closer to reality. The technique is useful to make two basic decisions of inventory management: to define the order quantity and the reorder point. Both quantities are set to optimize inventory cost. An advantage of this methodology is to be applicable to any probability distribution for demand and lead time, with the disadvantage that if there are many data on both variables, the method is impractical because the number of options to be evaluated grows exponentially. We also analyzed the sensitivity to changes in the word of mouth effect to determine the stockout cost, which affects the result.

**Key Words:** Order quantity, Reorder point, Volume discounts, Word of mouth effect, Stockout cost.

### **Introducción**

En un estudio previo, los autores habían presentado el método Híbrido con tiempo de entrega determinístico, lo que no se apega a la realidad, ya que esta variable suele ser aleatoria [1]. Con esta extensión de la técnica, es posible manejar el tiempo de entrega del proveedor de manera probabilística, que es lo que suele acontecer en la realidad y es el propósito de este trabajo. Para aplicar esta metodología es necesario contar con registros históricos de la demanda del artículo en inventario y los tiempos de entrega del proveedor cada que se hace un nuevo pedido.

El método ayuda a definir la cantidad de pedido y el punto de reorden, que son dos decisiones básicas de los modelos de inventarios [2].

Para tomar el tiempo de entrega de manera probabilística, en primer lugar debe definirse la cantidad de pedido con un análisis de costos, incluyendo los descuentos por volumen, que es una práctica usual en el ámbito comercial. Una vez definida la cantidad de pedido, se manejan las opciones del punto de reorden que resulten de todos los valores posibles de la demanda y el tiempo de entrega mayores al promedio, definiéndose el punto de reorden en el valor que minimice el costo del inventario, tal y como se describe en la sección de materiales y métodos.

### **Fundamentos teóricos**

Uno de los objetivos de mantener artículos en inventario es el de protegerse contra la incertidumbre en su demanda y el tiempo de entrega de parte del proveedor. Hay muchos modelos para definir estos parámetros, siendo de los más conocidos el de la cantidad económica de pedido, el del punto de reorden, los algoritmos de Wagner-Within y Silver-Meal, sólo por citar algunos [3].

Aún cuando las nuevas metodologías como justo a tiempo y MRP (Material Requirement Planning) afirman que debe manejarse un inventario mínimo, en el nuevo contexto global de esta época, esto está lejos de ser una práctica común, ya que las organizaciones se

orientan cada vez más hacia el consumidor tratando de integrar el producto con el servicio y el inventario tiene un rol importante en la satisfacción del cliente [4].

En este contexto los modelos determinísticos son poco aplicables, ya que se basan en supuestos alejados de la realidad, tales como suponer una demanda y tiempo de entrega constantes, o una distribución de probabilidad conocida [5]. Ante tales circunstancias aparecen los modelos dinámicos, los cuales aplican cuando: a) la demanda no es estacionaria; b) el tiempo de entrega no es estacionario; y c) el nivel de servicio varía con el tiempo [6].

Otros autores comentan que es mejor operar con datos de demanda y tiempos de entrega basados en datos históricos, sin importar que no sigan alguna distribución de probabilidad, lo que lleva a mejorar los niveles de servicio y a disminuir los costos del inventario [7, 8, 9, 10], situación que experimentan muchas de las Pymes mexicanas, que sólo cuentan con registros de sus demandas y tiempos de entrega.

Buzacott y Shanthikumar señalan que el tiempo de entrega y el stock de seguridad son los dos parámetros que determinan el punto de reorden y ambos dependen de la precisión con que se hayan pronosticado. De estos dos parámetros, el tiempo de entrega es más importante [11].

Eppen y Martin han propuesto un procedimiento para calcular el stock de seguridad en el caso de tiempos de entrega y demandas estocásticas, mostrando que bajo el supuesto de normalidad hay serios errores en su cálculo, para lo cual proponen un algoritmo que es aplicable si ambos parámetros son conocidos o desconocidos [12].

### Materiales y métodos

El objetivo de este estudio es presentar el método Híbrido con tiempo de entrega aleatorio para contestar las dos preguntas básicas del inventario: cuánto y cuándo pedir, de modo que el costo implicado por los diferentes rubros sea mínimo.

El método Híbrido es una combinación de los modelos de la cantidad económica de pedido (*EOQ*) y el punto de reorden, incluyendo precios discontinuos del artículo, por los descuentos que ofrece el proveedor en caso de adquirir grandes volúmenes.

El método Híbrido aplica para el caso de un solo artículo, con demanda independiente, aleatoria, discreta y no estacional y con tiempo de entrega aleatorio y conocido.

La técnica considerando un tiempo de entrega aleatorio, consta de los siguientes pasos:

1. Determinar mediante la fórmula de Wilson para el modelo *EOQ* (ecuación 1), una cantidad a pedir que

sea válida (i.e., que se haya calculado considerando el rango de precio por volumen ofrecido por el proveedor).

$$Q = \sqrt{\frac{2C_p D}{CaM}} \quad (1)$$

Donde:

$Q$  = Cantidad de pedido, artículos/pedido.

$C_p$  = Costo de colocar cada pedido, \$/pedido.

$D$  = Demanda anual del producto, artículos/año.

$Ca$  = Costo de compra de cada artículo, \$/artículo.

$M$  = Fracción anual de conservación del inventario, fracción/año.

2. Si la  $Q$  anterior queda ubicada en el precio mínimo del artículo, es considerada como la cantidad de pedido; en caso contrario, habrá que hacer un comparativo de costos con las  $Q$  posibles, que serán la calculada en el paso anterior y las que impliquen ahorros por volumen de acuerdo a los precios ofrecidos por el proveedor. Con esto se establece  $Q$  en el valor que minimice los costos.

3. Calcular el punto de reorden ( $PR$ ) con la ecuación (2):

$$PR = \frac{DL}{365} + B \quad (2)$$

Donde:

$PR$  = Punto de reorden, unidades.

$L$  = Tiempo de entrega del proveedor, días.

$B$  = Existencias de seguridad, unidades.

De los valores posibles de  $PR$ , se elige el que resulte con el menor costo al sumar el mantenimiento de las existencias de seguridad y los faltantes.

4. Para el valor elegido de  $PR$  en el paso anterior, se estima su costo de inventario con las siguientes partidas:

(a) Costo anual de colocar pedidos,  $C_{ped}$ , que se obtiene con la siguiente ecuación:

$$C_{ped} = C_p \frac{D}{Q} \quad (3)$$

(b) El costo anual de mantener los artículos en inventario  $C_{mant}$ , que se calcula con la ecuación (4):

$$C_{mant} = CaM \left[ B + \frac{Q}{2} \right] \quad (4)$$

(c) El costo anual de agotamientos,  $C_{agt}$ , que se estima con la ecuación (5), tomando el costo de cada faltante como el monto que se deja de ganar por contar con demanda y no tener el artículo en existencia, al que se agrega una fracción adicional  $\alpha$ , que mide el efecto negativo de la publicidad boca a boca, para la cual algunos autores sugieren utilizar un valor entre 0.5 y 1 [13].

$$C_{agt} = Cf \left( \frac{D}{Q} \right) Nf \quad (5)$$

Donde:

$Cf$  = Costo de cada faltante, \$/unidad.

$Nf$  = Número promedio de faltantes, unidades/pedido, el cual se obtiene con la ecuación (7).

Por su parte, el costo de cada faltante se calcula con la ecuación (6):

$$Cf = (1 + \alpha) (Pr - Ca) \quad (6)$$

Siendo  $Pr$  el precio al que se vende el artículo al público.

$$Nf = \sum_{i=1}^n f_i p_i \quad (7)$$

Donde:

$f_i$  = Número de faltantes de la opción  $i$ , unidades.

$p_i$  = Probabilidad de la opción  $i$ , fracción.

$n$  = Número de opciones de demanda que pueden tener faltantes.

(d) El costo de adquisición de los artículos,  $Cadq$ , que aunque no es propiamente un costo del inventario, al haber diferentes precios por parte del proveedor -según el volumen que se compre-, se considera en la ecuación del costo total. Dicho costo es el producto del precio de compra del artículo por el volumen anual de compra (ecuación 8):

$$Cadq = DCa \quad (8)$$

La suma de las 4 partidas (pedidos, mantenimiento, agotamientos y adquisición) conforma el costo del inventario.

Los datos requeridos y supuestos del método son:

- El costo de colocar nuevos pedidos, que es constante.
- La demanda de artículos, la cual es probabilística y conocida.
- La fracción de costo anual por mantener artículos en el inventario, que es una fracción del costo del artículo.
- La estructura de precios que ofrece el proveedor para diferentes volúmenes de compra.
- El tiempo de entrega de cada pedido por parte del proveedor, el cual es probabilístico y conocido.
- El precio de venta del artículo, con el cual se estima el costo de cada faltante.
- El valor del efecto boca a boca.

La aplicación de la metodología se ilustra con el siguiente caso procedente de una empresa que vende equipos de cómputo.

### Aplicación a un caso ilustrativo

Una empresa vende equipos de cómputo, que adquiere de un proveedor del que es distribuidor exclusivo en la ciudad.

El proveedor le ofrece los siguientes precios, según el volumen de compra:

Volumen de pedido, unidades	Precio unitario, \$/computadora
1 – 20	4000
21 – 40	3850
41 – 70	3750
□ 70	3700

**Tabla 1.** Lista de precios del proveedor de computadoras.

Fuente: Elaboración propia.

La demanda es no estacional y probabilística

Demanda diaria de computadoras	Probabilidad
0	0.14
1	0.18
2	0.22
3	0.17
4	0.11
5	0.10
6	0.08
Total	1.00

**Tabla 2.** Demanda de computadoras.

Fuente: Elaboración propia.

El tiempo de entrega también es probabilístico, conforme a los datos siguientes:

Tiempo de entrega, días	Probabilidad
5	0.20
6	0.33
7	0.29
8	0.18
Total	1.00

**Tabla 3.** Tiempos de entrega del proveedor.

Fuente: Elaboración propia.

Además se tiene la siguiente información:

Precio de Venta de las computadoras: 6000 \$/unidad

Costo de pedido: 2,500 \$/pedido

Fracción de mantenimiento del inventario: 33% anual

Valor del efecto boca a boca = 0.50

Días laborales = 300 días/año

### Resultados y discusión

Lo primero es determinar la demanda diaria promedio de computadoras, la cual es:

$$D = 0(0.14) + 1(0.18) + 2(0.22) + 3(0.17) + 4(0.11) + 5(0.1) + 6(0.08) = 2.55 \text{ unidades/día}$$

Con esto la demanda anual es:

$$D = 2.55 \text{ unidades/día} \times 300 \text{ días/año} = 765 \text{ unidades/año}$$

Luego hay que determinar la  $Q$  válida, que será aquella que quede dentro del rango de volumen para el cual aplica el precio con el que se calculó, la cual resulta en 56 computadoras.

$$Q = \sqrt{\frac{2CpD}{CaM}} = \sqrt{\frac{2(2500)(765)}{(3750)(0.33)}} = 5.56$$

Esta  $Q$  debe compararse con la de 71 computadoras en cuanto al costo de colocar pedidos, mantener el inventario y el ahorro en la compra.

Para una  $Q$  de 56 computadoras, la suma de los costos de mantenimiento y colocación de pedidos es:

$$\begin{aligned} \text{Costo}_{Q=56} &= (2500)\left(\frac{765}{56}\right) + (3750)(0.33)\left(\frac{56}{2}\right) \\ &= 68,802 \text{ \$ /año} \end{aligned}$$

Con  $Q$  en 71 unidades, este costo sería:

$$\begin{aligned} \text{Costo}_{Q=71} &= (2500)\left(\frac{765}{71}\right) + (3700)(0.33)\left(\frac{71}{2}\right) \\ &= 70,282 \text{ \$ /año} \end{aligned}$$

Que es mayor que el anterior por un monto de 1480 pesos anuales. Sin embargo el ahorro por adquirir las computadoras a menor precio, hace un monto de:

$$\text{Ahorro} = (765)(50) = 38,250 \text{ \$ /año}$$

Con esto  $Q$  se establece en 71 computadoras.

Para el valor del stock de seguridad y el punto de reorden, lo primero es obtener el valor promedio de la demanda del tiempo de entrega, que es el producto  $DL$ , el cual resulta:

$$DL = 2.55 \text{ unidades/día} \times 6.45 \text{ días} = 16.45 \text{ unidades}$$

El cual se redondea a 16 y se toman todas las opciones de valores mayores a éste, que son en total 14, para las cuales se cuantifica el número de faltantes y los costos de mantener en inventario las  $B$  unidades y el de los agotamientos. Estos resultados se muestran en la tabla 4, en la cual puede verse que el costo mínimo sucede para un valor del punto de reorden de 42 computadoras, lo que implica mantener un stock de seguridad de 26 unidades.

Se ilustra cómo se obtuvieron estos valores, para un punto de reorden de 42 unidades, que sucede si se da la combinación de una demanda de 6 computadoras diarias y un tiempo de entrega de 7 días, su probabilidad que esto suceda es de  $(0.08)(0.29) = 0.0232$  y el costo de mantener en inventario 26 unidades es:

$$C_{mant} = (3700)(0.33)(26) = 31,746 \text{ \$ / año}$$

Y el número de faltantes se obtiene con la ecuación (7):

$$N_f = (6)(0.0144) = 0.0864$$

Con un costo de cada faltante de:

$$C_f = (1.5)(6000 - 3700) = 3450 \text{ \$ / falt.}$$

Para un costo de agotamientos de:

$$C_{agt} = (3450)\left(\frac{765}{71}\right)(0.0864) = 3,212 \text{ \$ /año}$$

PR	$p_i$	$N_f$	B	$C_B$	$C_{agt}$	$C_{total}$
16	0.0396	5.12	0	0	190416	190416
18	0.0561	4.27	2	2442	158745	161187
20	0.022	3.53	4	4884	131245	136129
21	0.0493	3.18	5	6105	118313	124418
24	0.0669	2.29	8	9768	85014	94782
25	0.02	2.06	9	10989	76401	87390
28	0.0319	1.42	12	14652	52792	67444
30	0.049	1.06	14	17094	39425	56519
32	0.0198	0.80	16	19536	29701	49237
35	0.029	0.47	19	23199	17322	40521
36	.0264	0.38	20	24420	14274	38694
40	0.018	0.16	24	29304	6007	35311
42	0.0232	0.09	26	31746	3212	34958
48	0.0144	0	32	39072	0	39072

**Tabla 4.** Demanda del tiempo de entrega.

Fuente: Elaboración propia.

Por tanto el problema ha sido resuelto, debiendo hacerse pedidos por 71 unidades, cada que la existencia baje a 42.

Con esta opción los costos son:

(a) Costo de colocar pedidos:

$$C_{ped} = (2500)\left(\frac{765}{71}\right) = 26,937 \text{ \$ /año}$$

(b) Costo de mantener el inventario:

$$C_{mant} = (3700)(0.33)\left(26 + \frac{71}{2}\right) = 75,092 \text{ \$ / año}$$

(c) El costo de agotamientos es el que se calculó antes de 3212 pesos anuales.

(d) Costo de adquisición:

$$C_{adq} = (765)(3700) = 2,830,500 \text{ \$ / año}$$

Lo que hace un costo total de 2,935,741 pesos anuales.

Si se varía el valor del efecto boca a boca  $\alpha$ , se obtienen los resultados de la tabla 5, en la que puede observarse que con una alfa de cero, el punto de reorden es 40, lo cual resulta lógico, ya que al hacerse más bajo el costo de cada faltante, el punto de reorden disminuye, tomando mayores posibilidades de agotamientos; si alfa sube a valores comprendidos entre 0.5 y 2, el punto de reorden se ubica en 42, como fue el caso original y con mayores valores de  $\alpha$ , el costo aumenta; y si alfa toma el valor de 3 o más, el punto de reorden se va al valor máximo, que es 48, que es muy poco probable (1.44%), ya que se daría sólo en el caso que la demanda y el tiempo de entrega del proveedor sean máximos, manteniéndose el costo constante en 39072 pesos anuales.

$\alpha$	PR, unidades	Costo, \$/año
0	40	33,309
0.5	42	34,958
1	42	36,029
2	42	38,170
3	48	39,072
5	48	39,072

**Tabla 5.** Cambios en el punto de reorden al modificar el valor de  $\alpha$ .

Fuente: Elaboración propia.

Si el tiempo de entrega del proveedor se hubiese tomado en forma determinística con su valor promedio (6.45 días), PR habría resultado en 39 unidades y se supondría que con un solo valor del tiempo de entrega no habría faltantes, lo cual no es correcto y hace ver la ventaja de la metodología descrita en este trabajo respecto a la de asumir un solo valor del tiempo de entrega.

### Conclusiones

Esta versión del método Híbrido maneja el tiempo de entrega del proveedor como una variable aleatoria, lo que lo hace más apegado a la realidad y permite tomar una mejor decisión, en particular en lo que concierne al cálculo del punto de reorden, tal y como se ha visto antes.

Tiene también la ventaja de poder aplicarse para cualquier distribución de probabilidad que tengan la demanda y el tiempo de entrega.

No obstante, si se tienen muchos datos de demandas y tiempos de entrega, la cantidad de opciones a considerar del punto de reorden crece de manera exponencial, ya que implica analizar todas las posibilidades mayores al promedio de la demanda del tiempo de entrega, lo que lo hace impráctico, ya que requeriría un número elevado de cálculos para llegar a definir el punto de reorden.

Estos valores de la cantidad y el momento de hacer pedidos dependen de las variables implicadas, tal como se ha ilustrado al variar el efecto boca a boca. Si este efecto es mayor, el costo de agotamientos sube y con ello también el punto de reorden. Asimismo afecta a los resultados el monto de los costos de hacer un pedido, de mantener artículos en inventario y los ahorros en la compra en caso de incrementar la cantidad de pedido, que ha sido en este ejemplo la variable más importante, ya que el ahorro por comprar los equipos de cómputo a un precio menor supera al incremento en el costo del inventario por tener un stock más grande.

### Referencias

[1] Izar, J.M., Ynzunza, C.B., y Sarmiento, R., (2012). "Determinación del Costo del Inventario con el Método Híbrido", en *CONCIENCIA*

*TECNOLÓGICA*, Instituto Tecnológico de Aguascalientes, No. 44, 30-35.

[2] Silver, E. A., (2008). "Inventory management: An overview, Canadian publications, practical applications and suggestions for future research", en *Information Systems and Operations Research*, Vol. 46, No. 1, 15-28.

[3] Taha, H., (2004). *Investigación de Operaciones*, 7a edición, México: Pearson Prentice Hall.

[4] Chikan, A., (2007). "The new role of inventories in business: Real world changes and research consequences", en *International Journal of Production Economics*, No. 108, p. 54-62.

[5] Ren, L., (2010). "The robustness of the basic EOQ", en *International Business & Economics Research Journal*, Vol. 9, No. 12, p. 17-22.

[6] Kanet, J.J., Gorman, M.F., y StoBlëin, M., (2010). "Dynamic planned safety stocks in supply networks", en *International Journal of Production Research*, Vol. 48, No. 22, p. 6859-6880.

[7] Ruiz-Torres, A.J., y Mahmoodi, F., (2010). "Safety stock determination based on parametric lead time and demand information", en *International Journal of Production Research*, Vol. 48, No. 10, p. 2841-2857.

[8] Babai, M. Z., Syntetos, A. A., Dallery, Y., y Nikolopoulos, K., (2009). "Dynamic re-order point inventory control with lead-time uncertainty: Analysis and empirical investigation", en *International Journal of Production Research*, Vol. 47, No. 9, p. 2461-2483.

[9] Wu, K., (2000). "(Q,r) Inventory model with variable lead time when the amount received is uncertain", en *Information and Management Science*, Vol. 11, No. 3, p. 81-94.

[10] Nasri, F., Affisco, J. F., y Paknejad, M. J., (1990). "Setup cost reduction in an inventory model with finite-range stochastic lead times", en *International Journal of Production Research*, Vol. 28, No. 1, p. 199-212.

[11] Buzacott, J. A., y Shanthikumar, J. G., (1994). "Safety stock versus safety time in MRP controlled production systems", en *Management Science*, Vol. 40, No. 12, p. 1678-1689.

[12] Eppen, G. D., y Martin, R. K., (1988). "Determining safety stock in the presence of stochastic lead time and demand", en *Management Science*, Vol. 34, No. 11, p. 1380-1390.

[13] Kumar, V., Petersen, A., y Leone, R.P., (2007). "How Valuable Is Worth of Mouth?", en *Harvard Business Review*, Vol. 85, No. 10, p. 139-146.

**Recibido:** 11 de marzo de 2014

**Aceptado:** 11 de agosto de 2014