

## La formación del continuo: Manuscrito inédito de Juan de Lugo

por

CARLOS BACIERO, S.I.

Son muchas las grandes figuras de la Escolástica Española de los siglos XVI y XVII que se conocen casi exclusivamente por sus tratados teológicos publicados. Es bien sabido que a las cátedras de Teología no se solía acceder por aquel entonces sino después de haber explicado una o varias veces el trienio completo de «Artes» o Filosofía. El futuro profesor de Teología tenía que poner previamente las bases filosóficas, sobre las que habría de sustentar sus reflexiones teológicas; en toda Teología subyace una determinada concepción filosófica. Las materias filosóficas se distribuían a lo largo del trienio de la siguiente manera: el primer año se dedicaba a la *Lógica*, es decir, a las llamadas *Summulae*, y a la *Dialéctica*. La *Física* o los ocho libros *Physicorum* y los dos libros *De generatione et corruptione*, juntamente con el pequeño tratadito *De coelo*, se explicaban en el segundo año. Finalmente, los tres libros *De anima* y la *Metaphysica* se reservaban para el tercer año<sup>1</sup>.

Juan de Lugo explicó durante cuatro años filosofía; el primer año en forma de suplencia a otros profesores por bajas imprevistas. Efectivamente, en noviembre de 1611 es llamado de Villagarcía

---

1. Cfr. CARLOS BACIERO S.J., *Juan de Lugo y su autógrafo inédito de Filosofía* en "Miscelanea Comillas" 46(1966)171-212. Por el programa "Assertiones ex Dialectiva, Philosophia et Metaphysica..." que allí publicamos (pp. 188-91), se ve que Juan de Lugo incorporó a los libros de la *Física* el tratado *De coelo* (aserción n.º 13), así como diversas cuestiones relativas a Dios, como creación, conservación y concurso de Dios respecto de las creaturas, inmensidad, omnipresencia y eternidad de Dios.

de Campos a Medina del Campo para suplir inesperadamente al P. Gerónimo de Lazárraga, que acababa de empezar su tercer año de lectura de Artes. Terminada la explicación del tratado *De anima* hacia marzo de 1612, acude a Monforte de Lemos para suplir durante tres o cuatro meses al P. Alonso Vázquez en el segundo curso de Artes. Regresa finalmente a Medina para completar el curso con la explicación de algunas cuestiones escogidas de Metafísica, acomodándose a los estrechos límites de tiempo de que disponía; explicación que concluye el 30 de julio de 1612. El curso 1612-1613 comienza en León el trienio completo de Artes, que concluye el 13 de julio de 1615.

Hasta el momento no conocemos más que tres manuscritos de Lugo sobre materias filosóficas, todos ellos inéditos. El principal de ellos se conserva en el Archivo de la Pontificia Universidad Gregoriana de Roma señalado con el número 1.417 y es autógrafo. Consta de dos tratados: *De anima* y *Metaphysica*. Hay un segundo manuscrito que se conserva en la Biblioteca Nacional de Madrid con el número 6.821 y es una copia fiel del anterior autógrafo hecha por un discípulo, al parecer por Valentín de Céspedes. Finalmente en la Biblioteca Casanatense de Roma se encuentra el manuscrito 907, que recoge en los folios 116-42 el texto de Lugo sobre la formación del continuo, que ahora presentamos y publicamos por primera vez. El folio 116r se abre con la frase que sirve de título al texto. Al margen se lee: *P. Jo. de Lugo*. La autenticidad del documento queda confirmada por la aserción número 28 del programa de *Assertiones*, citado en la nota 1.<sup>a</sup>, que responde en síntesis al desarrollo del problema contenido en el documento. Dice así: «Certum est in continuo permanenti et successivo dari indivisibilia; incertum an constet ex solis indivisibilibus finitis, nec Aristoteles efficaciter impugnavit. Sane, si hoc admittas, necesse est quaelibet duo puncta immediata uniri duplici unione, quarum quaevis est intrinsece in uno puncto.»

En 1936 ya F. Alcañiz nos había dado a conocer el primero de los manuscritos reseñados y nos había ofrecido una síntesis del contenido ideológico del tratado *De anima*<sup>2</sup>. En 1967 tuve la oportunidad de presentar el contenido de la segunda parte del autó-

---

2. FLORENTINO ALCAÑIZ S.J. *De autographo tractatus inediti Cardinalis Joannis de Lugo "De anima"*. Madrid 1936.

grafo, es decir, de la *Metaphysica*<sup>3</sup>. Asimismo J. del Arco, en 1932, atrajo la atención sobre el manuscrito de la Biblioteca Casanatense de Roma y publicó un amplio resumen de su contenido<sup>4</sup>.

Aunque de momento estos son los tres únicos manuscritos filosóficos de Lugo que se conocen, es claro que escribió el curso filosófico completo; no sólo porque lo explicó durante cuatro años, como hemos dicho, sino porque conservamos además numerosas citas del propio Lugo, referentes a materias explicadas en Filosofía, derramadas por sus obras tanto impresas como inéditas. A veces incluso reconoce desde sus escritos teológicos que algunas de sus doctrinas filosóficas han sido recogidas con agrado y seguidas por filósofos más recientes<sup>5</sup>. Lo que supone, evidentemente que sus escritos filosóficos corrían de mano en mano y eran bien conocidos. El programa de *Assertiones*, al que antes hemos aludido, constituye una confirmación de lo que venimos diciendo. Tales tesis o aserciones están entresacadas de los diversos tratados explicados, o mejor dicho, dictados en clase, que obviamente deben suponerse redactados primero por Lugo.

El hecho de que los tres únicos escritos filosóficos suyos que se conocen hayan permanecido siempre inéditos, puede ser una de las causas que explican la escasa noticia que se tiene de Juan de Lugo como filósofo<sup>6</sup>. La publicación de una buena parte (no toda) de su producción teológica-jurista ha hecho de él una figura eminente en el campo de la Teología y del Derecho con olvido de su dimensión filosófica. Es preciso subsanar esta deficiencia, aunque sólo sea por razones de justicia e incluso de servicio a la historia de la Filosofía Escolástica Española. Y la mejor manera de conseguirlo es publicar íntegramente sus tres escritos filosóficos hasta ahora conocidos, que el benemérito historiador de la Filosofía Escolástica Española de los siglos xvi y xvii, Marcial

3. CARLOS BACIERO S.J., *Juan de Lugo filósofo: su "Metaphysica"*, autógrafo inédito en *Miscelanea Comillas* 47-48(1967)407-433.

4. JUAN DEL ARCO S.J., *La formación del continuo según el Cardenal Juan de Lugo* en *Estudios Eclesiásticos* 11(1932)382-400.

5. Cfr. v. gr. *De Sacramento Eucharistiae* disp. 8, sect. 2, n. 33 al final. *De Incarnatione Domini* disp. 16, sect. 7, n. 119. *De poenitentia* disp. 3, sect. 2, n. 24.

6. La que en el autógrafo hacía el número 4 de las Disputas Metafísicas pasó (enriquecida y refundida en las clases de Teología) a ser la "Disputa XII" del tratado impreso *De Incarnatione Domini*.

Solana, lamenta sigan todavía inéditos<sup>7</sup>. Por otra parte, es el mejor homenaje que podríamos ofrendar a la egregia figura del cardenal Juan de Lugo en el cuarto centenario de su nacimiento. Tal es nuestro propósito al publicar hoy en las páginas de nuestra revista este manuscrito de Lugo (el primero de los filosóficos que ve la luz pública) sobre el problema del continuo.

---

7. MARCIAL SOLANA, *Los grandes escolásticos españoles de los siglos XVI y XVII: sus doctrinas filosóficas y su significación en la Historia de la Filosofía*. Madrid 1928, p. 184.

## T E X T O

IOANNES DE LUGO, S.I.

**Quomodo possit explicari compositio continui ex solis indivisibilibus finitis iuxta sententiam recentiorum philosophorum**

Postquam vidimus difficultates ingentes quas aliae sententiae patiuntur in explicanda compositione continui, contra quarum singulas videntur fieri demonstrationes quae ostendunt rem esse omnino inextricabilem (sive enim dicas partes illas esse realiter infinitas et distinctas actu, sive dicas non esse actu distinctas, sive dicas dari indivisibilia simul cum partibus, sive neges indivisibilia, difficultas nullo modo cessat sed ex his omnibus capitibus crescit, ut vidimus), unicum restat caput et una ratio componendi continuum ex indivisibilibus finitis. Quod olim stoici cum Zenone, Pythagora, Democrito, Leucippo, Platone et aliis multis Aristoteli contemporaneis docuerunt. Et quidem licet pene esset communis philosophis sententia, ab ipso tamen Aristotele acriter impugnata et ab aristotelicis reiecta fuit propter insuperabiles difficultates quas illa etiam prae se ferre videbatur<sup>1</sup>.

Hanc tamen iterum, amoto pulvere, revocare tentarunt nostra tempestate multi philosophi et theologi salmanticenses et alibi passim in Castellana Provincia, ut viam faciliorem pararent ad praesentem difficultatem theologicam de merito non augendo in infinitum ex maiori operationis duratione. Alii etiam, quos tacite refert Toletus (lib. 6 *Physicorum* quaest. 1)<sup>2</sup>. Et denique eandem novissime defendit Sebastianus Basso in sua *Philosophia naturali* (lib. *De motu* intentione 6)<sup>3</sup>. Et licet statim experti sint mathema-

1. De quo, cfr. P. HOENEN, *De indole methaphysica mechanicismi*, en *Gregorianum* 10 (1929) 210-37.

2. FRANCISCO DE TOLEDO, *Commentaria una cum quaestionibus in octo libros Aristotelis de Physica auscultatione*, lib. VI, quaest. 1 (Lugduni 1587, pág. 548).

3. SEBASTIÁN BASSO, *Philosophiae Naturalis adversus Aristotelem libri XII*. De motu liber. Intentio VI: *An recessus linearum a centro ad circumferentiam sit continuus* (Amsterdami 1649, págs. 346-58).

ticas demonstrationes maxime contra ipsos urgeri, non tamen regressi sunt. Metuebant quippe iterum in sententiae communis angustias incidere, sed conati sunt eas demonstrationes in sententia contraria instare, ut ostenderent saltem hanc viam, si non expeditam, minus tamen difficilem quam oppositam, cum pauciores habeat difficultates et eas non proprias sed communes etiam contrariae sententiae.

In huius ergo sententiae gratiam, quam apud meos communem esse scio, insinuabo breviter quomodo ab eius auctoribus argumenta contraria verisimilius et facilius possint dissolvi, non solum retorquendo illa in adversarios, sed positive et absolute respondendo. Sermo autem potissimum erit de continuo permanenti, in quo est maior difficultas; de continuo enim successivo fere nulla est. Immo ex temporis compositione, quae multo facilius ex solis instantibus intelligitur, potest sumi non leve argumentum ad componendam quantitatem ex solis punctis finitis.

Supponendum ergo in primis est rei difficultatem, quam intellectus noster hucusque capere vel explicare non valuit, quemlibet cordatum et prudentem facere cogere ut fateatur in hoc negotio aliquod principium a nobis ignorari, ex cuius defectu oriuntur tot et tantae difficultates; quia, nimirum, aliqua propositio ut omnino vera et certa supponitur, quae certa non sit; vel e contra aliqua ut omnino falsa negatur, quae tamen, si attente examinetur, non facile damnanda esset. Quodsi inter principia quae ad hanc quaestionem assumuntur aliquod hodie inveniretur, cuius veritas nec ex connexionem terminorum nec evidenti demonstratione constaret et quidem ex illius principii usurpatione tota haec difficultatum machina oriretur, merito posset dubitari de illius principii veritate, ex quo tot adeoque difficiles conclusiones deducuntur.

Hoc itaque supposito, posset aliquis dubitare de quodam principio, quod communiter pro primo principio supponitur et quidem in aliquo sensu verum est, sed in alio fortasse est dubium, scilicet quod puncta realia et physica quantitatis sint in spatio imaginario indivisibili. Dixi hoc principium in aliquo sensu esse omnino verum, quatenus scilicet singula puncta physica fiunt in spatio unius puncti seu in spatio debito uni puncto reali; quod quidem spatium indivisibile est, hoc est, non est divisibile in duo spatia duorum punctorum, saltem naturaliter, ut postea dicemus. In alio tamen sensu dici posset illud spatium divisibile, quatenus illud

punctum physicum posset perdere partem illius spatii st retinere partem illius acquirendo partem spatii sibi proximi. Hoc autem principium solum si semel adstruatur vel admittatur, reliqua omnia optime cohaerent, cessant omnes difficultates, velocitas et tarditas motus clarissime explicantur, raritas et densitas eiusdem quantitatis facillime defenditur, et (quod caput est) theologicas conclusiones, quae saepe ab hac quaestione dependent, nullam prorsus patiuntur difficultatem.

Ut autem de illo principio iudicari possit an sit vel non sit evidens lumine naturae, statuendum est cum communi et veriori sententia non repugnare quod aliquod subiectum indivisibile sit in spatio imaginario divisibil per unicum ubi reale intrinsecum indivisibile. Sic enim angelus potest esse in spatio huius cubiculi per ubicationem indivisibilem (sic etiam posset anima rationalis), ita ut totus angelus sit in qualibet parte illius spatii, et ita ut possit retinere dimidium illius spatii simul cum dimidio alterius novi spatii quod acquirat, variata tamen ubicatione reali intrinseca omnino, quia erat indivisibilis, et non potest quoad partem retineri et quoad partem deperdi.

Denique in Deo ipso manifestum est Deum esse in spatio imaginario infinito totum in toto et totum in singulis partibus spatii per ubicationem intrinsecam indivisibilem, quae est sua immensitas intrinseca. Immo etiam subiectum materiale et corporeum posset divinitus occupare spatium divisibile per ubi intrinsecum indivisibile; nam sicut de facto corpus Christi in Eucharistia est ad modum rei spiritualis totum in singulis partibus spatii, posset etiam esse fortasse in toto illo spatio per unicum ubi indivisibile, sicut angelus potest esse in spatio divisibili per ubi indivisibile. Non ergo repugnat ex terminis quod aliquod subiectum sit in spatio divisibili per ubi indivisibile. Restat nunc videre an repugnet ex terminis quod punctum physicum quantitatis occupet spatium imaginarium divisibile.

Repugnantia autem videtur oriri non quidem ex indivisibilitate subiecti ut sic, nam etiam angelus est indivisibilis et potest esse in spatio divisibili, sed ex tali subiecto in particulari, quod est subiectum materiale. Nam hoc videtur esse proprium subiecti materialis: quod mensuretur spatio quod occupat, et non sit, sicut angelus, totum in toto et totum in qualibet parte spatii; alioqui illud punctum erit potius spirituale quam materiale.

Praeterea neque haec repugnantia videtur constare ex terminis, posset enim aliquis dicere differentias entis materialis et spiritualis in ordine ad spatium debere potissimum attendi inter ens spirituale et materiale completum. Nam angelus est totus in qualibet parte spatii, homo vero vel equus non potest esse totus in qualibet parte spatii, sed pars in parte et totus in toto. Et hoc nascitur ex quidditativo conceptu rei materialis; nam materiale est illud quod habet molem quantitativam, id est, impenetrabilem cum alia quantitate. Ex hoc autem fit quod singulae eius partes debeant correspondere diversis partibus spatii, quia singulae partes participant impenetrabilitatem quantitativam, et per consequens ubi est una pars hominis non potest esse alia. Et in hoc sensu ens materiale debet commensurari cum spatio. Et hoc est non esse definitive, sed circumscriptive in loco.

Loquendo vero de ultimis punctis, ex quibus ultimo constat quantitas, non oportet quod quodlibet punctum physicum quantitatis habeat tot partes quot possumus imaginari in spatio imaginario quod occupat illud punctum, nec ex hoc sequitur illud punctum esse spirituale; nam licet in se sit omnino simplex et indivisibile, etiam de potentia absoluta Dei, non minus quam angelus, habet tamen impenetrabilitatem cum alio puncto, quod non habet angelus, et ordinatur intrinsece ad componendam molem corpoream rei materialis et in se ipso est aliquid materiale incompletum; quae omnia desunt angelo. Non ergo constat lumine naturae quod punctum quantitatis debeat ita commensurari spatio imaginario, ut non sit magis divisibile ipsum spatium quam punctum quod in eo est, nec id potest a priori vel a posteriori ullo modo demonstrari.

Aliunde vero si admittatur punctum physicum quantitatis esse in spatio divisibili, redditur facilis compositio continui. Explicatur enim primo facillime quomodo mobile tardum et mobile velox percurrant eodem tempore idem spatium; quod quidem, nec adhuc supradicta sententia contraria supposita et tota illa partium divisibilitate infinita et inintelligibili, potest explicari. Nam in singulis instantibus illius horae utrumque mobile acquisivit unum et solum indivisibile punctum spatii. Ergo in fine horae tot indivisibilia spatii acquisivit mobile tardum quot mobile velox; ergo idem spatium. Nam si velox acquisivit maius spatium, ergo plura indivisibilia spatii. Evidens enim est quod in duobus palmis spatii



sunt plura indivisibilia quam in uno, cum sint eadem quae in uno et alia plura.


Haec difficultas, supposito illo principio, omnino cessat dicendo mobile velox, si velocissimum sit, acquirere in uno instanti totum spatium adaequatum proximum cuilibet indivisibili quantitatis, ita ut singula puncta relinquunt totum spatium quod habebant instanti praecedenti et acquirant aliud spatium proximum adaequate distinctum a praecedenti mobili. Aut minus velox eodem instanti acquirit aliquid spatii sequentis, ita tamen ut singula puncta non amittant totum spatium quod habebant, sed partim retineant et partim amittant et acquirant etiam partes spatii sequentis; et quo tardior est motus, eo plus retinent singula puncta spatii praecedentis et eo minus acquirunt spatii sequentis. Nulum tamen est instans in quo mobile tardum aliquid spatii non acquirat, licet non tantum quantum mobile velox.

Hinc fit, naturaliter loquendo non posse motum esse magis et magis velocem in infinitum, quia motus velocissimus est quando singula puncta mobilis quolibet instanti perdunt totum spatium praecedens et acquirunt aliud spatium adaequate diversum; posse tamen esse motum magis et magis tardum in infinitum, quia potest minus et minus acquiri de spatio sequenti et minus deperdi de spatio praecedenti propter infinitatem quandam virtualem quae est in ipso spatio, ut postea videbimus.

Divinitus autem potest motus esse magis et magis velox quatenus potest facere Deus quod singula puncta acquirant singulis instantibus maius et maius spatium supra mensuram illam quam sibi exigunt; nam hoc modo posset in quatuor instantibus percurrere duas vel tres leucas. Et hoc etiam modo angelus potest etiam naturaliter per motum successivum velocius pervenire quam quodlibet corpus, quia propter suam perfectionem potest singulis instantibus acquirere spatium proximum novum unius vel duplicis leucae, cum tamen singula puncta corporea non possint naturaliter acquirere nisi spatium imperceptibile et valde exiguum sibi proportionatum.

Dices repugnare quod in uno instanti acquiratur de novo spatium aliquod divisibile, nam illud debuit acquiri successive, et per consequens in tempore. Ergo in eodem instanti non potest acquiri plus vel minus spatii. Respondetur facile tunc debere spatium divisibile acquiri successive, quando excedit mensuram spatii quod potest simul occupare illud subiectum. Tunc enim oportet acquiri

partem post partem; alioquin enim erit simul in duobus spatiis. Quando vero totum illud spatium divisibile quod acquiritur est adaequatum seu debitum subiecto, non sequitur illud inconueniens, licet acquiratur simul. Exemplum sit in angelo occupante nunc spatium huius gymnasii; potest quidem instanti sequenti acquirere gymnasium proximum vel quoad partem illius vel quoad totum simul, quia totum illud spatium novum non excedit spatium adaequatum angeli, neque ideo angelus erit simul in duobus spatiis adaequatis. Potest ergo angelus dupliciter moveri, scilicet vel retinendo partem spatii praecedentis et acquirendo partem spatii sequentis vel relinquendo totum spatium praecedens et acquirendo totum subsquens.

Verbi gratia, sit angelus in quadrangulo  Potest instanti

sequenti relinquere totum A, et occupare quadrangulum proximum B, vel poterit etiam retinere dimidium ex A, et acquirere dimidium ex B, et occupare aliud quadrangulum medium C. Quocumque autem modo potest totum illud spatium novum sine successione acquirere, quia nunquam erit simul in duobus locis adaequatis. Sic etiam punctum quantitatis potest in instanti deperdere totum spatium quod occupabat et acquirere simul sine successione totum spatium proximum sibi proportionatum; quia licet id sit divisibile, non tamen excedit spatium quod ab hoc puncto potest simul occupari.

Dices iterum: Ergo etiam corpus hominis, v.g., poterit hoc instanti relinquere totum spatium quod immediate ante occupabat et acquirere aliud adaequate diversum, sed immediate proximum; nam tunc etiam non erit simul in duobus locis.

Respondetur negando sequelam. Tunc enim singula puncta erunt simul in duobus locis vel saltem non acquirunt spatium proximum sed remotum, non transeundo per medium; nam punctum quod est in occipitio v.g. non potest acquirere nisi spatium quod immediate ante occupabat punctum sibi proximum, et sic de aliis punctis. Ergo non potest totum caput occupare in eo instanti spatium adaequate diversum; tunc enim punctum occipitii debuisset poni in spatio quod prius erat post superficiem ultimam frontis. Quod tamen repugnat, quia illud spatium est valde distans a spatio quod occupabat punctum occipitii.

Infertur secundo explicatio facilis illius difficultatis, cui hucusque nunquam satisfactum est, de motu rotae, quomodo non rumpantur nec separentur partes superiores ab inferioribus. Si quidem dum circulus superior velocissime movetur, circulus inferior vel quiescit faciendo aliquas morulas, ut plures volunt, vel tardius movetur, quae tarditas explicari non potest si in singulis instantibus acquirit idem quod circulus superior. In hoc autem dicendi modo facillime declaratur concedendo omnes rotae partes simul moveri, ita tamen ut singulis instantibus minus spatii novi acquirant partes inferiores quam superiores, V.g. dum punctum aliquod circuli superioris acquirit dimidium spatii sequentis, punctum circuli inferioris acquirit tertiam partem spatii sequentis et retinet duas tertias partes spatii praecedentis; et ita omnes partes rotae simul moventur cum debita proportione.

Infertur tertio explicatio illius etiam difficultatis de raritate et densitate quae non parum urget philosophorum ingenia; et difficile explicatur etiam in sententia contraria quomodo sine adventu novae quantitatis possit quantitas praecedens extendi ad occupandum maius spatium, nam indivisibilia quantitatis non sunt plura quam antea, et quidem nullum ex illis videtur posse occupare duo indivisibilia spatii. Ergo non potest occupare maius spatium eadem quantitas, quia in spatio duplo maiori evidens est dari duplo plura indivisibilia spatii, cum dentur eadem quae in spatio priori et alia plura.

In hoc autem dicendi modo facillime explicatur dicendo per rarefactionem fieri quod singula puncta physica quantitatis vel substantiae olei, v.g. (suppono enim substantiam etiam habere puncta ex quibus componatur) extendi [extendantur] ad occupandum maius spatium quod occupabant quando oleum erat congelatum; per condensationem vero restringi et reduci singula puncta ad minus spatium. Tunc autem aliquod corpus est summe rarum, quando singula puncta occupant maximum spatium quod uni puncto potest naturaliter respondere; et tunc etiam est summe densum, quando singulis punctis respondet minimum spatium quod illis naturaliter potest respondere. Singula enim puncta physica taxant sibi maximum et minimum spatium quod naturaliter possint habere. Maximum autem ne intelligas esse aliquod spatium perceptibile, non enim adaequat centessimam vel millesimam partem cuspidis unius subtilissimae acus; divinitus tamen posset corpus magis et magis rarefieri, quia possent

singula puncta extendi ad maius et maius spatium occupandum; posset etiam magis et magis condensari, quia possent semper ad minus et ad minus spatium reduci.

Explicari hoc potest aliquo modo exemplo angeli, qui iuxta gradus suae perfectionis taxat etiam sibi tantum vel tantum spatium quod sit maximum quod sit sphaerae suae praesentiae et ultra quod non possit extendi, spatium minimum circa quod fortasse non possit naturaliter existere. Inter illos autem duos terminos potest angelus pro suo arbitrio extendi vel abbreviari. Ita puncta physica olei v.g. taxant sibi tantum spatii ultra quod singula non possint naturaliter extendi, et aliud citra quod non possint naturaliter comprimi; intra illos vero duos terminos possunt, non quidem pro suo arbitrio sed secundum exigentiam causarum a quibus rarefiunt vel condensantur, magis comprimi vel dilatari. Differunt tamen ab angelo tum quia angelus ratione suae perfectionis potest ad magnum quidem spatium extendi (cum singula puncta possint ad brevissimum spatium et omnino imperceptibile dilatari), tum etiam quia angelus totus per modum entis completi est in singulis partibus illius spatii, puncta vero non constituunt in eo spatio totum ens completum quod componunt, sed solum suam entitatem quae est aliquid olei, non oleum nec ens completum.

Restat solum explicandum quomodo illud spatium imaginarium quod occupatur a puncto physico sit divisibile. Pro quo supponendum est ex IV *Physicorum*, ubi id accurate explicui, spatium imaginarium in rigore loquendo non esse aliud nisi plures ubicationes reales possibles magis vel minus distantes. Nam sicut inter album et nigrum datur maxima distantia, quia inter utrumque sunt possibles alii colores modii valde diversi inter se et minus distantes ab utroque extremo (quam latitudinem colorum potissimum nos possumus imaginari ad modum cuiusdam spatii, ut loquamur de dissimilitudine quam habet album a nigro), et sicut si nunquam vidisses colorem viridem non possemus tibi illud declarare nisi per distantiam a nigro et albo, quos vidisti, ita ubicationes reales, quae in se sunt formae absolutae, ut suppono, non minus quam albedo et nigredo, se ipsis sunt sibi invicem similes vel diversae; quae diversitas appellatur distantia. Et quia nos non possumus quidditative discernere eas differentias, declaramus et concipimus eas per comparationes ad alias a quibus distant vel non distant.

Dicimus enim: *Petrum est in foro, in cubiculo*, etc. Sed revera illa ubicatio intrinseca Petri est absoluta et dat effectum absolutum, scilicet esse hic vel illic, etc. Caeterum sicut inter nigrum et album sunt possibles alii innumeri colores medii recedentes ab albo et accedentes ad nigrum, ita inter ubicationem unius puncti et alterius sunt possibles aliae multae quasi mediae quae participant de utraque, id est, magis recedant ab illa et accedant ad istam. Itaque illae duae ubicationes, quarum una adaequate est extra alteram, sunt quasi duo extrema, inter quae sunt possibles aliae mediae quae sint minus distinctae ab utraque extrema; et in ordine ad has omnes ubicationes possibles consideramus spatium imaginarium utriusque ubicationis divisibile, id est, capacitatem plurium ubicationum diversarum inter se. Illa ergo divisibilitas spatii non est aliquid reale existens a parte rei, sed merum ens rationis fictum, cuius fundamentum est possibilitas illarum ubicationum diversarum, quas explicamus per ordinem ad illud spatium ac si essent relativae et haberent ordinem realem ad illud spatium.

Ex hac doctrina quam uberius explicatam suppono ex IV *Physicorum* sequitur primo spatium illud imaginarium quod occupatur a quolibet puncto physico habere divisibilitatem in infinitum, quam divisibilitatem negamus in ipso continuo vel eius partibus realibus; quia ex ea sequeretur infinitum actu, ut supra probatum est. Eam autem divisibilitatem concedimus sine inconvenienti in ipso spatio imaginario, quia haec non arguit infinitatem realem actu sed solum infinitatem ubicationum realium possibilium, quas Deus posset producere medias magis et magis recedentes ab ubicatione huius puncti et accedentes ad ubicationem alterius. In qua infinitate nullum est inconveniens, sicut neque in eo quod possint produci infiniti colores medii inter album et nigrum.

Dices: Tota distantia quae est inter primum et ultimum punctum lineae est finita. Ergo non possunt produci infinitae ubicationes magis et magis distantes a primo puncto. Si enim singulae magis distant exhaurietur tandem illa distantia.

Respondeo negari non posse quin inter duos terminos qui habent finitam distantiam inter se, in aliquo genere, possint mediare infinita magis et magis distantia in eodem genere, ut in exemplo posito de albo et nigro; qui licet distent finite, possunt tamen habere infinitos alios colores medios qui magis et magis

distent ab albo et accedant ad nigrum, ut docet Aureolus (in Primo dist. 44, art. 4, propos. 3) <sup>4</sup>; in quibus non invenies terminum qui post album minimum distet ab albo, nec et ultimum qui sit proximus a nigro et summe distans ab albo propter nigrum.

Quodsi hoc etiam exemplum negas, certe id negare non poteris, si comparemus cognitionem, qua angelus cognoscit leonem, cum visione qua videt Deum, inter quas non est distantia infinita. Neutra enim est infinita, et tamen inter illas possunt mediare infinitae aliae cognitiones perfectiores et perfectiores quam cognitio leonis, quae scilicet terminentur ad infinitas creaturas perfectiores et perfectiores leone; quae tamen omnes sunt infra visionem claram Dei. Sic etiam licet angelus non superet perfectionem leonis infinito excessu, inter angelum tamen et leonem possunt produci a Deo infinitae creature corporae perfectiores et perfectiores, quae magis recedant a leone et magis accedant ad angelum absque eo quod in illis assignetur prima vel ultima. Cur ergo id non poterit dici inter duas ubicationes extremas alicuius lineae? Certe id non repugnat iam ex illa ratione communi distantiae finitae. Et aliunde id videtur magis consentaneum naturis rerum, nam ita expeditur facile compositio continui permanentis, quae alioquin non potest explicari. Et in aliis rebus quae ab invicem distant id videmus contingere.

Quod autem illud spatium sit eo modo divisibile in infinitum, probatur quia cum circulus qui est prope centrum movetur in rota, singula eius puncta acquirunt aliquam partem spatii sequentis, et puncta circuli superioris acquirunt plus, v.g. vigessimam partem, et alii circuli superiores plus. Si autem illud spatium non posset dividi in infinitum, venire possemus ad aliquem circulum superiorem, cuius puncta propter summam velocitatem acquirerent totum spatium sequens. Ergo si adiungeretur alius circulus supra illos, non moveretur velocius, quia non posset acquirere plus quam totum spatium subsequens. Quod tamen esset absurdum. Ergo fatendum est illud spatium posse dividi magis et magis in infinitum. Item nisi hanc divisibilitatem haberet, componeretur ex indivisibilibus spatiis finitis, quod esset incidere in eadem inconvenientia quae habent hi, qui componunt quantitatem ex punctis finitis indivisibilibus etiam in ordine ad spatium;

4. PETRUS AUREOLUS, *Commentariorum in Primum Librum Sententiarum Pars Secunda*, dist. XLIV, art. 4, propos. 3 (Romae 1596, pág. 1058a).

qui sane nunquam solvunt argumenta quae ipsis ex mathematica opponuntur.

Ad obiectionem ergo respondeo concesso antecedente, negando consequentiam. Potest enim aliqua perfectio finita continere in se virtualiter infinitas perfectiones inferiores, sicut de facto angelus continet virtualiter perfectiones infinitarum creaturarum inferiorum; et visio beata continet virtualiter perfectiones infinitas cognitionum inferiorum. Hoc enim non est ipsas esse infinitas, sed esse meliores infinitis entibus inferioribus. Pro quo advertitur discrimen quod est inter id quod est infinitum in perfectione et id quod est infinitum in multitudine. Nam multitudo infinita est illa in qua nunquam venit ad ultimum, et ideo est infinita quia caret termino intrinseco; infinitum enim est quod non habet finem seu terminum. Infinitas vero perfectionis non est quod caret termino intrinseco; certum enim est Deum ipsum intrinsece esse in se determinatum seu singularem et hunc numero Deum. Sed dicitur infinitus in perfectione, quia caret termino extrinseco, id est, quia supra se nihil habet perfectius.

Illam ergo est infinita perfectio qua maior esse non potest. Ideo peccatum mortale non est infinitum simpliciter in ratione offensae, quia licet excedat infinitas offensas quae fieri possunt graviores et graviores contra creaturas, habet tamen supra se aliam offensam graviolem, nempe aliud peccatum mortale gravius.

Hoc supposito, dicimus distantiam quae est inter hominem et angelum esse finitam in ratione distantiae; in ea tamen posse mediare infinitas creaturas meliores homine et inferiores angelo. Est quidem finita, quia alia maior distantia potest esse et est inter hominem et Deum, est tamen capax multitudinis infinitae. Quare inter creaturas quae mediant non datur ultima. Bene ergo cohaerent quod excessus perfectionis non sit infinitus et perfectiones quae mediant sint infinitae in multitudine. Quare definitio utriusque infiniti est valde diversa, ut vidimus.

Similiter ergo inter utrumque punctum extremum lineae, licet distantia sit finita, possunt mediare infinitae ubicationes synchthegorematicae. Hae enim erunt infinitae in multitudine, quia inter ipsas nulla est ultima; distantia tamen est finita, quia alia potest esse maior, ut constat. Hinc autem fit in illa multitudine ubicationum mediarum possibilium, sicut non est ultima, ita neque esse primam quae sit immediata post primum punctum lineae. Nam de illa, quam tu dicis primam, siquidem aliquomodo

distat ab ubicatione primi puncti, potest peti cur inter illam et primum punctum non possint a Deo produci aliae ubicationes mediae. Quod enim distantia illa sit finita non obstat, ut vidimus. Sicut etiam in creaturis quae mediant inter leonem et angelum, sicut non invenitur ultima, ita nec prima quae sit immediate post leonem. Nam de illa petitur cur inter illam et leonem non possit produci alia; quod enim excessus ille sit finitus non obstat, ut vidimus. Nulla ergo repugnantia potest afferri in ordine ad potentiam Dei absolutam, data qualibet creature, quod producat alia imperfectior, ut cum communi sententia fatentur Conimbricenses (lib. III *Physicorum* cap. 8, quaest. 3, art. 2) <sup>5</sup>.

Nam sicut probatur communiter data qualibet posse creari aliam perfectionem —quae adhuc illa non erit infinita nec erit Deus—, ita data qualibet poterit produci alia minus perfecta —quia adhuc illa non erit merum nihil—; et per consequens non dabitur ulla contradictio. Similiter, data qualibet ubicatione, Deus potest ponere aliam perfectiorem quae se extendat ad maius spatium, hoc est, quae aequivaleat pluribus ubicationibus; et potest etiam ponere alias imperfectiores, hoc est, quae se extendant ad minus spatium et aequivaleant paucioribus.

Hinc autem potest sumi aliqua ratio a priori. Nam sicut quaelibet creatura eo ipso quod habeat entitatem potest habere aliam infra se, quia nullus est gradus entis realis inter quem et nihil non possint mediare alia entia; ita posito quolibet excessu perfectionis quo una excedat aliam, potest mediare alia inter illas duas, quia nullus est excessus inter quem et gradum inferiorem (qui comparatur quasi non ens ad illum excessum) non possint mediare alia entia. Similiter non potest esse ubicatio excedens alias, inter quas non possit mediare alia minus excedens, quia ille excessus est semper perfectio, et inter ipsam et negationem totalem illius perfectionis potest semper mediare alia minor perfectio et alius minor excessus.

Una est exceptio praedictae regulae, nempe in duratione. Nam inter primum instans horae et ultimum non possunt esse infinitae durationes, etiam synkategorematicae, magis distantes a primo instanti et accedentes ad ultimum. Praeterea est peculiaris repug-

5. *Commentarii Collegii Conimbricensis... in octo libros Physicorum Aristotelis Stagiritae*, lib. III, cap. 8, quaest. 3, art. 2 (Lugduni 1602, I Pars, col. 550-52).



nantia in ordine ad potentiam absolutam, quae non est in aliis rebus, scilicet natura ipsa durationis, quam Deus non potest perfectiorem nec imperfectiorem producere loquendo de singulis durationibus instantaneis. Oritur autem hoc ex summa perfectione Dei, qui non potest non esse semper Dominus perfectissimus suae creaturae, et per consequens non potest non posse illam singulis instantibus destruere. Si autem aliqua duratio indivisibilitatis aequivaleret pluribus, eo ipso quod poneretur illa duratio, deberet necessario perseverare usque ad finem spatii imaginarii, cui aequivaleret; et per consequens toto illo tempore non posset destrui eius subiectum, quod derogaret perfectissimo Dei dominio, ut late dixi (in IV *Physicorum*). Non ergo mirum, si inter duas durationes determinatas non possit Deus ponere infinitas. Quare vel sequeretur contradictio seria, scilicet aliquam durationem mediam de facto aequivalere infinitis, et per consequens non subiacere perfectissimo dominio Dei. In aliis autem entibus, in quibus licet aequivaleant infinitis, non sequitur ulla contradictio, non datur ulla repugnantia quod de potentia absoluta possit mediare infinita.

Dices: loquendo de numeris, licet nullus sit quo non possit esse maior aliquis, tamen est minimus, quo nec divinitus potest esse minor, scilicet binarius. Ergo idem posset dici de perfectionibus creaturarum.

Respondeo negando consequentiam. Aliud enim est loqui de multitudine, qualis est omnis numerus, aliud vero est loqui de perfectione. Ratio autem discriminis est clara, quia multitudo opponitur identitati; possumus autem venire ad multitudinem infirmam constantem ex duabus unitatibus, qua si daretur alia minor, sequerentur duo contradictoria, scilicet unitatem esse et non esse unitatem. Rursus sequeretur infra unitatem posse esse maiorem simplicitatem; quod etiam repugnat, nam unitas rigorosa est connexio essentialis eorum omnium quae sunt in tali re quae est una, non potest autem esse maior simplicitas quam eiusmodi essentialis connexio. At vero loquendo de perfectionibus nulla est contradictio in eo quod detur perfectio minor, quia ex hoc non sequitur quod dentur partes in hac perfectione simplici, sed quod detur alia perfectio diversa ab ista quae sit inferior participatio Dei. Nam sicut Deus potest magis et magis se communicare, ita potest minus et minus in infinitum sine ullo inconvenienti.

Supposito ergo hoc principio, quod inter quascumque duas ubi- cationes aliquomodo distantes possint esse aliae mediae infinitae

syncategorematicæ, aperte sequitur illud spatium quod occupat unum punctum quantitatis habere quandam divisibilitatem infinitam, quia inter hoc punctum A et punctum proximum quod est B potest Deus ponere aliud punctum penetratum partim cum puncto A, id est, in parte spatii A et in parte spatii puncti B, quod magis recedat a spatio A et accedat ad spatium B, non tamen sit adæquate in spatio unius nec alterius sed in spatio medio. Et rursus potest penetrare aliud punctum quod magis recedat ab A et accedat ad spatium B. Et sic in infinitum absque eo quod ullum occupet adæquate spatium B, sed omnia habeant se medio modo inter A et B. Ergo spatium puncti A habet illam divisibilitatem infinitam quam proposuimus.

Hinc autem sequitur secundo nullum esse spatium adeo minimum, quo non possit dari aliud minus; et nullum esse adeo maximum, quo non possit dari maius. Nulla enim est ubicatio adeo perfecta, qua non possit dari alia perfectior et quæ æquivalet pluribus; et nulla est adeo imperfecta, qua non possit dari alia imperfectior et quæ æquivalet paucioribus, ut supra probatum est.

Sequitur tertio, licet in quantitate sint puncta quantitatis, in ipso autem spatio non esse indivisibilia spatii imaginarii, quia indivisibile spatium esset minimum quod posset occupare infima omnium ubicationum. Cum ergo nulla sit ubicatio infima, qua non possit dari alia imperfectior, consequens est quod non possit dari indivisibile spatium imaginarium.

Sequitur quarto in quolibet spatio imaginario posse assignari duas partes æquales seu dimidium illius; quod quidem a posteriori manifeste probatur, quia in linea quinque punctorum ubicatio tertii puncti est media inter omnes ubicationes possibles intra illud spatium. Item, quia eodem tempore quo mobile duplo velocius pertransit totum illud spatium, mobile duplo tardius procul dubium pertransit dimidium. Quod autem possit dari mobile duplo velocius constat quia potest esse mobile quod percurrat spatium unius leucæ, dum aliud percurrit duas leucas. Fatendum ergo est posse in quolibet spatio assignari dimidium illius.

Neque hoc repugnat cum infinitate spatii aut ubicationum possibilitatum in illo spatio. Evidens enim est in multitudine infinita posse dari dimidium, nam ex multitudine infinita manuum omnium hominum possibilitatum dimidia pars, scilicet manus dextræ, est dimidia sinistrae et sic de aliis. Item duplo maior est multitudo manuum quam hominum. Eodem modo possunt in aliqua multitu-

dine infinita assignari tertia et quarta pars, et sic de aliis partibus quotis, quia ex digitis omnium manuum possibilium quinta pars sunt pollices, licet illa etiam sit infinita. Sic etiam licet inter album et nigrum dentur infiniti colores, poterit tamen assignari aliquis medius omnium, qui fortasse erit viridis et alius similis.

Sequitur quinto a quolibet puncto physico in quodlibet posse designari lineam rectam, hoc est, spatium imaginarium capax lineas physicae constantis ex punctis physicis, ex aequo sua puncta interiacentis, iuxta Euclidem (lib. I, postulato primo)<sup>6</sup>. Item, quovis puncto assignato posse circulum ei describi, iuxta eundem Euclidem (postulato tertio), ubi nota a nostro Clavio<sup>7</sup> adiungi ibi quartum postulatum huiusmodi: Qualibet magnitudine data sumi posse alias minores. Quod quidem non est Euclidis, potest tamen habere verum sensum loquendo non de magnitudine physica, sed de magnitudine spatii seu mathematica. Mathematicus enim parum curat de entitate physica, dummodo habeat spatium divisibile in quo possit conficere et exercere suas demonstrationes.

His suppositis, veniamus nunc ad dissolvenda argumenta contraria, ex quorum solutione magis apparebit verisimilitudo horum principiorum, ex quibus argumenta adeo difficilia possunt dissolvi.

### **Proponuntur et dissolvuntur argumenta contra compositionem continui ex punctis finitis**

Proponemus prius argumenta quae ab auctoribus antiquis et modernis contra hanc sententiam fiunt. Deinde addemus alia quae contra nostra principia excogitari possunt.

Primum et vulgare argumentum est quo usus est Aristoteles; quare indivisibile additum indivisibili non potest facere maius vel extensum. Nam vel tangunt se secundum se tota vel secundum sui partem. Si secundum se tota, ergo sese ad invicem penetrant et per consequens non occupabunt maius spatium duo quam singula; si secundum partem, ergo indivisibile habet partes.

6. *Euclidis elementorum libri XV*, lib. I, postul. 1 (Auctore Christophoro Clavio, Coloniae 1591, pág. 13).

7. *Euclidis elementorum libri XV*, lib. I, postul. 4 (Auctore Christophoro Clavio, Coloniae 1591, pág. 13).

Hoc argumentum videtur instari in sententia communi admitte-  
tente indivisibilia simul cum partibus. Nam vel indivisibile penetrat  
in parte quam continuat vel quam terminat, vel non penetrat. Si  
dicas secundum, ergo est extra totum spatium partis; et per conse-  
quens addit supra spatium partis. Si dicas primum, ergo indivi-  
sibile occupat spatium divisibile; nam per te occupat idem spatium  
partis quod debet esse divisibile. Nec satisfacit, si dicas penetrari  
cum parte indeterminata; nam in primis pars etiam indeterminata  
est divisibilis. Deinde punctum continuativum debet penetrari  
cum duplici parte indeterminata quam coniungit. Ex quo fit illas  
duas partes indeterminatas penetrari inter se. Quare quae uni  
tertio penetrantur adaequate, necesse est penetrari etiam inter  
se. Denique hoc ipsum constat manifeste in continuo successivo;  
cum enim existit instans, non existit semper nec etiam quoad par-  
tem indeterminatam. Ergo instans addit aliquam durationem sal-  
tem indivisibilem ultra tempus. Ergo indivisibile additum potest  
facere maius.

Nunc ad argumentum respondeo absolute negando assumptum.  
Et ad probationem dicimus illa duo puncta physica se tangere se-  
cundum se tota; ex quo non fit quod penetrentur. Tangere enim  
non est quod hoc sit ubi est illud, sed quod sit immediate post illud,  
id est, quod inter spatium utriusque nullum prorsus mediet spa-  
tium. Sicut quod unum instans sit continuum cum alio, non est  
quod cum est unum sit aliud, sed quod nihil possit mediare inter  
unum et aliud. Sed tamen unum punctum est vere extra aliud et  
unum instans extra aliud.

Dices: Ergo non tangit illud punctum secundum se totum, quia  
idem punctum existens inter duo collateralia tangitur ab utroque  
et non in eodem latere. Ergo habet duo latera. Respondeo: Habet  
duo latera extrinseca, concedo; intrinseca, nego. Sicut angelus in-  
divisibilis intrinsece potest mediare inter alios duos angelos colla-  
terales, et a singulis tangitur (ut ita dicam) totus angelus medius,  
sed per diversa latera extrinseca. Non enim repugnat aliquid in-  
trinsece indivisibile circumdari a variis lateribus extrinsecis. Sic  
punctum centricum terminat diversas lineas quae veniunt per di-  
versa latera extrinseca.

Secundum argumentum est, quia sequeretur mobile velocissi-  
mum et tardissimum aequale spatium conficere eodem tempore,  
quia singulis instantibus utrumque acquirit unum punctum spatii;  
puncta autem sunt finita. Hoc argumentum facile solvitur, ut vi-

dimus ex principiis positis; negamus enim uno instanti acquiri a mobili tardo spatium totum novum puncti physici sequentis, sed aliquam partem imaginariam illius spatii maiorem vel minorem pro maiori vel minori tarditate, ut diximus sectione praecedenti, ubi asseruimus hoc argumentum non bene dissolvi in sententia Aristotelis, cum clare et facile dissolvatur in ista.

Tertium argumentum est ex rarefactione quo utitur Ariminensis. Quando enim linea decem punctorum rarefit, occupat spatium quod prius occupabant 50. Ergo vel puncta multiplicantur vel dividuntur. Respondetur facile ex dictis puncta illa non multiplicari, sed singula acquirere maius spatium. Quod esse naturaliter impossibile hucusque non est probatum. Esse autem naturaliter possibile colligitur ex ipsa rarefactione, quae aliter non potest explicari.

Quartum argumentum est, quia sequitur punctum esse divisibile. Nam in linea decem punctorum cum mobile velox pervenit ad nonum punctum, mobile tardum habens duplo minorem velocitatem debet pervenire ad quartum cum dimidio quinti. Ad haec et similia constat ex dictis. Diximus enim physica esse in se indivisibilia; habent tamen spatium divisibile. Quare in eo casu mobile tardum perveniret ad dimidium spatium quinti puncti retinendo simul dimidium spatium quarti; ex quibus duobus dimidiis spatiis integratur unum spatium integrum unius puncti physici.

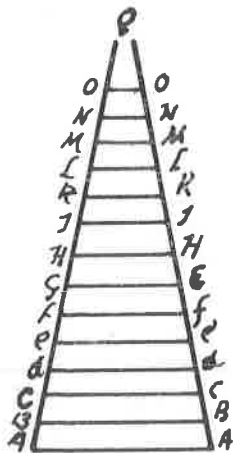
Nunc veniamus ad argumenta quae desumuntur ex mathematica, quae quidem universaliter retorqueri possunt contra sententiam Aristotelis, ut probavi in VI *Physicorum*. Nunc autem ad illa absolute respondebimus ex principiis supra positis.

Quintum ergo argumentum est, quia sequeretur lineam rectam non posse dividi in duas aequales contra Euclidem (lib. I, propos. 10)<sup>8</sup>. Sequela probatur, quia si linea sit quinque punctorum et dividatur, una pars habebit duo puncta et altera pars tria, cum non possit habere duo cum dimidio. Respondeo distinguendo: lineam non posse dividi secundum puncta physica in partes aequales, concedo; secundum spatium, nego. Illa enim linea habens quinque puncta physica potest dividi mathematice secundum spatium in duas partes aequales, ut probat demonstratio mathematica quae ad hoc solet fieri; et quidem mathematica non curat de divisione physica punctorum, sed de divisione mathematica; nec eius demonstratio-

8. *Euclidis elementorum libri XV*, lib. I, propos. 10 (Auctore Christophoro Clavio, Coloniae 1591, pág. 30).

nes essent demonstrationes, si de divisione physica contenderent. Procederent enim ex principio incerto et nihil concluderent. Habet ergo illa linea duas partes aequales secundum spatium, quarum singulae partes continent spatia duorum punctorum et dimidium spatii alterius puncti.

Sextum argumentum continet plura absurda quae ex consideratione huius figurae sequerentur. Sit, inquiunt, linea sex punctorum AA, et super eam constituatur triangulus duorum aequalium laterum et utrumque latus sit 15 punctorum et constituat angulum in puncto P. In hoc triangulo constat lineas collaterales non aequè distare inter se, sed declinare ad punctum P in quo concurrunt. Quare lineae deductae ab uno latere in aliud debent esse omnes inaequales; minus enim distat linea BB quam AA, et minus DD quam CC, et sic proportionaliter de aliis.



Hoc posito, ex sententia nostra dicunt sequi multas contradictiones. Prima est quod in continuo datur aliquid minus puncto. Nam si linea AA habet sex puncta, ut supponimus, linea BB minor erit, et per consequens habebit quinque, et linea CC habebit quatuor, et linea DD habebit tria, et linea EE habebit duo, et linea FF habebit unum, et linea GG habebit minus uno puncto; et sic de aliis usque ad OO.

Secunda contradictio est quod punctum sit maius linea, quia linea FF habet unum punctum, ut probatum est; sed linea GG, quae est supra illam est minor et tamen est linea. Ergo datur linea minor puncto et punctum maius linea.

Tertia contradictio est quod linea contenta intra latera trianguli sit maior basi, quia basis est sex punctorum, ut supponimus. Sed linea BB habet 13 puncta, nam ab ipsa usque ad punctum P sunt 12 lineae, quarum quaelibet ut magis descendit est maior et habet saltem unum punctum plus quam superior. Ergo plura puncta habet aliqua linea supra basim quam basis.

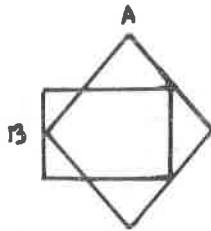
Ad haec et alia similia, quae facile quis cogitare poterit, facilis est responsio ex principio posito. Dicimus enim lineas illas, quae duci possunt ab uno latere in aliud, non debere esse omnes maiores physice sed mathematice, hoc est, occupantes maius spatium. Nam si basis occupat spatium sex punctorum, linea BB occupabit spatium quinque et tres partes spatii sexti; non tamen integrum eius spatium, quia habebit quidem sex puncta physica, sed sextum punctum non erit adaequate intra spatium illius lineae sed etiam occupabit aliquam partem spatii extra illam. Et sic de aliis lineis superioribus usque ad punctum P in quo terminantur.

Verum ergo est quod descendendo a puncto P semper possumus ducere lineas maiores a latere ad latus, hoc est, lineas continentes maius spatium imaginarium, in quo possint esse vel eadem puncta magis dilatata vel eadem et aliud punctum quoad partem sui spatii, licet non quoad totum spatium. Et hoc principio posito cessant omnes illae contradictiones, ut consideranti patebit.

Septimum argumentum simile: Quia sequeretur diametrum quadrati esse aequalem lateri, quia si trahantur lineae ab omnibus punctis unius lateris ad omnia puncta alterius lateris, omnes illae lineae transibunt per punctum diametri, ita ut nullum sit in diametro per quod non transeat aliqua ex illis lineis; alioquin puncta lateris, unde lineae deducuntur, non essent continua, siquidem relinquatur spatium in medio quod non occupatur ab illis lineis. Ergo tot sunt puncta in latere quot sunt in diametro. Ergo diameter est aequalis lateri. Si vero dicas lineas illas transire singulas per duo puncta diametri, ergo diameter habebit duplo plura puncta quam latus; et per consequens erit duplo maior, quod etiam est aperte falsum.



Respondetur facile negando sequelam. Et ad probationem dicimus singulas illas lineas transire per spatium diametri, ita tamen ut singulis punctis diametri correspondeat unum punctum lineae transeuntis et aliqua pars spatii alterius puncti eiusdem lineae transeuntis. Pro quo advertite singula puncta physica habere spatium intrinsecum exiguum quidem, sed divisibile et quadratum, v.gr. Cum autem omne spatium quadratum habeat diametrum intrinsecum longiorem lateribus, hinc est, si aliud spatium quadratum rectum penetretur cum illo secundum diametrum, non posse illud adaequare, ut vides in his duobus quadratis, quorum A habet se sicut puncta illa quae sunt in linea diametri; alter vero, nempe B, sicut puncta lineae directae transeuntis, quae propter diversas positiones non possunt singula adaequare totum spatium puncti lineae diametralis, sed singulis punctis diametri correspondent plura puncta lineae transeuntis; non tamen secundum totum spatium suum, sed secundum partem ita ut rationes huius excessus linea tota diametri excedat lineam lateris, non ita ut sit duplo maior sed secundum proportionem.



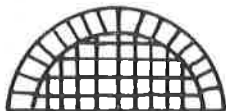
Eodem modo solvitur octavum argumentum, quod ita efformant: quia sequeretur ex hac sententia semicirculum esse aequalem diametro, nam a quolibet puncto diametri potest duci una linea recta usque ad circumferentiam. Tunc quaeritur an omnes illae lineae fiant puncta circumferentiae vel non. Si finiunt, ergo tot habet puncta diameter quot circumferentia semicirculi. Si non finiunt, ergo remanent adhuc puncta in circumferentia, ad quae nulla linea ducitur. Ducatur ergo ab illis ad diametrum linea recta. Illa linea vel terminatur ad aliquod punctum diametri, ad quod





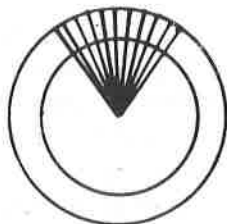
alia linea non fuerat terminata, et hoc est contra suppositum; vel incidet in idem punctum in quo alia linea iam terminabatur, et hoc repugnat, quia illae duae lineae faciunt angulum; ergo non est utraque perpendicularis, nam perpendiculares non faciunt angulum.

Respondetur tamen similiter ex eodem principio non posse a singulis punctis physicis circumferentiae deduci unam lineam physicam ad singula puncta physica diametri. Nam lineae quae ducuntur ex diametro ascendunt recte et non faciunt lineam rectam cum punctis physicis circumferentiae propter diversam positionem quam



habent, sed potius concurrunt cum illis secundum diametrum spatii singulorum punctorum ascendentium, quod, cum sit maius quam spatium rectum (ut diximus), hinc est quod unum punctum lineae ascendentis attingat duo puncta physica circumferentiae secundum maiorem partem eorum spatii, licet non secundum totum. Concedimus ergo lineas quae ducuntur a punctis diametri finire omnia puncta circumferentiae, quia duae lineae ex illis, v.gr., concurrunt cum tribus punctis circumferentiae, ut constat.

Simile est nonnum quod obiiciunt ex circulo minori, debere scilicet esse aequalem circulo maiori, quia a quolibet puncto circuli maioris deduci possunt lineae rectae ad centrum, quae omnes transeunt per circulum minorem et quidem separatae; alioqui facerent angulum et non essent rectae. Ergo tot sunt puncta in circulo minori quot in maiori.



Respondetur facile: si a singulis punctis circuli superioris deducantur lineae rectae ad centrum, illas omnes transire per circu-

lum minorem adhuc separatas; non tamen adeo distantes sicut in circulo superiori. Quare licet duae non concurrant in eodem omnino spatio, attingunt tamen et penetrantur peculiariter cum eodem puncto circuli minoris; quia illae duae lineae physicae, quae initio non penetrabantur, oporteret quod postea in circulo minori paulatim penetrarentur partialiter (et in circulo minori magis), numquam tamen totaliter pervenirent ad centrum, in quo adaequate penetrarentur. Omnes ergo transirent per circumulum minorem aliquo modo separatae, non tamen tam separatae sicut prius. Ad quod deservit illa divisibilitas infinita quam supponimus in spatio imaginario cuiuslibet puncti physici. Adverte tamen de facto eas lineas non ita deduci, quia de facto nulla linea physica penetratur etiam partialiter cum alia. Ad considerationem tamen mathematicam satis est quod possint deduci saltem divinitus, vel quod possit designari spatium earum.

Decimum argumentum est quia sequeretur lineam quamcumque non posse dividi in tot partes eiusdem proportionis in quot secta est linea maxima. Cuius oppositum demonstrat Euclides (lib. VI, proposit. 10)<sup>9</sup>. Sequela vero probatur, quia si linea maior est septem punctorum et minor solum quatuor, non poterit minor dividi in tot partes quot maior.

Respondetur facile illam demonstrationem Euclidis intelligi de divisione cuiuscumque lineae in ordine ad spatium seu de divisione mathematica de qua recte concludit, non vero de divisione in partes physicas de qua nullo modo concludit, nec de ea divisione curat mathematicus.

Hacc sunt argumenta quae communiter ex mathematica adducuntur contra compositionem continui ex punctis finitis. Quibus tamen vidimus quam facile satisfiat ponendo divisibilitatem infinitam in ordine ad spatium et negando divisibilitatem physicam in punctis.

Nunc adiiciamus alia quae fieri possunt etiam ex principiis mathematicis. Duodecimum igitur argui potest, quia sphaera, si tangat perfecte planum, debet tangere in uno puncto plani. Ex nostra autem sententia sequitur quod possit tangere in duobus vel tribus punctis plani. Non enim potest tangere in spatio imaginario indivisibili. Ergo tangit per aliquod punctum suum physicum,

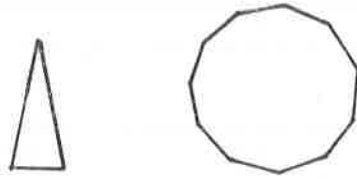
9. *Euclidis elementorum libri XV*, lib. VI, propos. 10 (Auctore Christophoro Clavio, Coloniae 1591, pág. 298).

quod habet spatium divisibile. Ergo ex parte plani correspondet aliud spatium aequè divisibile. Ergo in illo spatio poni possunt divinitus duo puncta non penetrata; immo, naturaliter, si forte corpus illud planum sit valde densum et sphaera sit corpus rarum, poterit spatium unius puncti sphaerae correspondere spatio duorum punctorum plani; et per consequens sphaera tanget planum in duobus punctis.

Respondeo spheram physice perfectam esse cuius puncta physica omnia circumferentiae aequè distant a puncto physico centri, et hanc posse dari, non tamen posse dari spheram metaphysice perfectissimam, hoc est, perfectissime rotundam in ordine ad spatium imaginarium. Ad hoc enim oporteret quod in eius spatio imaginario essent etiam puncta, cuius oppositum supponimus. Quare si physice loquamur sphaera tangit in puncto planum. Si vero loquamur in ordine ad spatium imaginarium tangit in spatio subtilissimo quidem, sed divisibili, ita ut posset in minori tangere; quia sicut nullum est spatium, quo non posset esse aliud minus, ita non potest assignari prima pars spatii incipientis declinare ab alia. Ante illam enim poterat esse alia pars prior.

Hoc ergo supposito, ad argumentum respondetur spheram tangere unum punctum plani, hoc est, spatium unius puncti physici habentis spatium connaturale et eiusdem magnitudinis cum punctis sphaerae. Quodsi dicas: divinitus in illo spatio ponantur duo puncta vel aliter propter maiorem densitatem plani; hoc erit per accidens et nihil refert. Quia ad spheram physice perfectam sufficit, si tangat planum in spatio solum correspondente uni puncto sphaerae; si tamen sphaera esset magis perfecta prout potest, eam tangeret in spatio minori et minori, numquam vero in minimo, quia non est possibile minimum spatii imaginarii; sicut nec est possibilis minima diversitas coloris declinantis ab albo ad nigrum, ut vidimus sectione praecedenti.

Hinc infero eodem modo non posse dari pyramidem summe acutam, quia licet possit terminari in puncto physico, non tamen in puncto imaginario, sed semper desinit in aliquo plano subtilissimo imaginario, quo posset esse aliud minus et minus in infinitum. Infero item quamlibet spheram physicam participare in ordine ad spatium imaginarium aliquid de figura multilatera, quamvis omnino imperceptibiliter, minus tamen et minus quo perfectior fuerit sphaera.



Dices: ergo a puncto centri ad idem punctum circumferentiae possunt duci duae lineae rectae, quae tamen faciant triangulum. Nam punctum circumferentiae habet spatium planum divisibile, a centro autem in planum potest fieri triangulus.

Respondeo: si illae duae lineae occupent spatium diversae rationis seu subtilius secundum latitudinem quam spatium puncti circumferentiae, concedo; si occupet spatium eiusdem rationis secundum latitudinem, nego. Quia tunc utraque linea erit in eodem omnino spatio.

Dices iterum: cum tango planum non tango divisibile secundum profunditatem; ergo tango indivisibile etiam mathematice et in ordine ad spatium imaginarium secundum profundum. Ergo dantur superficies indivisibiles in ipso spatio imaginario.

Respondeo tangi aliquid est, ut supra diximus, quod inter hoc et illud nihil possit mediare. Tango ergo superficiem totam physicam alterius corporis, quia inter meam manum et illam superficiem nullum mediat spatium. Tango etiam suo modo spatium totum imaginarium illius superficiei per modum totius, quia quamvis non sint immediate post meam manum singulae partes illius spatii, immo nulla est omnino et adaequate immediata, sed tamen totum per modum totius est immediatum. Nam inter totum illud et meam manum nihil spatii mediat, nec novum est quod aliquod totum sit immediatum alicui, in quo nulla pars sit omnino immediata; nam collectio infinita omnium creaturarum possibilium est immediate post Deum, siquidem inter Deum et illam collectionem nihil potest mediare. Et tamen nulla est creatura in illa collectione, quae sit immediata post Deum; semper enim possunt mediare aliae. Ita illud spatium imaginarium superficiei physicae quam tango seu collectio ubicationum possibilium in illo spatio per modum collectionis seu per modum totius est immediatum nihi, nulla tamen est pars in illo spatio nec ulla ubicatio in illa collectione quae sit immediata, quia inter illam et meam manum possunt esse aliae magis immediaetae seu minus extensae versus profundum imaginarium.

Sed contra, obiiciet aliquis: cum video corpus opacum, non video profundum sed superficiem, et hanc non in spatio imaginario profundo sed in superficie imaginaria. Ergo datur superficies indivisibilis in spatio imaginario.

Respondeo in primis aliquos negare quod oculus videat ubicationem albedinis cum videt albedinem. Cum quibus sentit P. Vasquez (III tomo *In Tertiam Partem* disp. 191, cap. 2)<sup>10</sup>. Deinde alii concedunt semper videri aliquam profunditatem corporis quantumvis opaci, ut refert Albertinus in suis corollariis (tomo II in *Praedicamento quantitatis* disp. 3, quaest. 7, n. 37)<sup>11</sup>. Quae sententia confirmari videtur ab experientia. Nam si sub superficie alba esset alia nigra, appareret aliqua obscuritas. Quare omne corpus videtur habere aliquam diaphaneitatem, licet exiguam.

Facilius tamen respondere possumus, licet videatur sola superficies physica coloris et eius ubicatio, non tamen videri spatium imaginarium, quia id esset videre possibilitatem alterius ubicationis, cui haec ubicatio potest coexistere. Unde multo minus videtur spatium imaginarium indivisibile, cui haec ubicatio sit praesens; nam hoc esset videre aliquam ubicationem possibilem indivisibilem ex parte spatii, cui haec ubicatio possit inadaequate coexistere. Quod quidem videre repugnat ex duplici capite: primo, quia possibile ut possibile non potest videri, nec oculus potest comparare hanc ubicationem cum illa possibili. Secundo, quia nulla datur talis ubicatio possibilis indivisibilis in ordine ad spatium, ut supra vidimus. Videt ergo oculus superficiem albedinis et eius ubicationem. Non tamen dixerim: aut videt eam ita perfecte, ut possimus discernere eius perfectionem et ex ea possimus colligere mensuram quam eius spatium habeat secundum profundum. Haec enim est natura oculi corporei, ut non possit cum ea distinctione cognoscere et penetrare perfectionem obiecti quod videt.

Decimum tertium argui potest, quia ex hac sententia sequi videtur posse in quadratis figuris diametrum commensurari lateri, contra Euclidem (lib. X, propos. 113)<sup>12</sup>. Sequela probatur, quia diameter habet puncta finita, quae commensurari possunt cum punctis finitis lateris.

10. GABRIEL VÁZQUEZ, *In Tertiam Partem S. Thomae*, t. III, disp. 191, cap. 2 (Compluti 1613, pág. 313).

11. FRANCISCO ALBERTINO, *Corollaria seu Quaestiones Theologicae*. De Praedicamento quantitatis, disp. 3, quaest. 7, n. 37 (Lugduni 1629, t. II, pág. 217).

12. *Euclidis, Posteriores libri IX*, propos. 21 (Auctore Christophoro Clavio, Coloniae 1591, pág. 124).

Respondeo negando sequelam, quia eadem immensurabilitas restat in ordine ad spatium imaginarium; nunquam enim poterit assignari in diametro excessus qui sit pars quota lateris secundum spatium imaginarium. Quod quidem probat illa demonstratio mathematica.

Alia similia cogitari possunt ex principiis mathematicis, quae prima facie videantur opponi huic doctrinae; sed, ni fallor, omnia solvuntur cum divisibilitate spatii imaginarii, quam concedimus et quae sufficit ad hoc ut mathematicus suas demonstrationes exerceat. Iam enim damus illi spatium in quo possit assignare alias et alias lineas magis et minus distantes et quas possit ducere a quolibet puncto in quodlibet. Quae sane non ita facile dantur ab iis, qui in contraria sententia negant dari de facto indivisibilitatem ullam; ii enim multo difficilius defendent principia mathematica quam nos.

Quod vero Aristoteles huic doctrinae opponatur, auctores huius sententiae non multum movet. Cum enim hanc quaestionem theologus co fine examinet ut constet quomodo ex duratione actus boni vel mali non resultet infinitum meritum vel demeritum, non mirum si in re concernente principia theologica et in qua illuminamur a principiis nostrae fidei, discedat theologus ab Aristotele sicut in aliis multis rebus naturalibus, quas Aristoteles vel ignoravit vel minus perspicue docuit. Non multum sollicitus est theologus de eius mente, quia firmiorem habemus sermorem, a quo certius et securius illuminamur quam ab Aristotelis doctrina; quae, licet in mera philosophia mirabilis sit, humanos tamen pati defectus constat nobis ex altioribus principiis quae negare non possumus.

Magis posset aliquem detertere propositio quaedam ex Concilio Constantiensi (sess. 15), ubi inter alias propositiones Wiclephi ponitur ista: *Linea aliqua mathematica componitur ex duobus, tribus vel pluribus punctis immediatis aut solum ex punctis simpliciter finitis, vel tempus est, fuit vel erit compositum ex instantibus immediatis. Item non est possibile quin tempus et linea, si sint, aliter componantur. Et subditur statim: Prima pars est error in philosophia, sed ultima errat circa divinam potentiam* <sup>13</sup>.

13. *Concilium Constantiense* Sess. 15 (MANSI, Venetiis 1784, vol. 27, col. 751B).

Hoc tamen parum habet momenti. Primo, quia materia est omnino philosophica, circa quam concilia vel Pontifices nihil possunt definire, ut cum aliis docet Valentia (tomo III, disp. 1, quaest. 1, puncto 7, § 41, in solutione quartae obiectionis)<sup>14</sup>. Secundo, quia illud concilium non fuit approbatum a Martino V nisi quoad ea solum quae fuerant determinata conciliariter in materiis fidei, ut constat ex sessione 45. Illa autem propositio non fuit conciliariter examinata nec aliquid de ipsa determinatum, sed lecta ab aliquo inter multos qui ex processibus opponebantur, ut constat ex contextu. Tertio, quia illa propositio non continetur inter illas quas Martinus V refert sessione 45, ubi ponit cathalogum propositionum Wiclephi, quae fuerant damnatae in illo concilio<sup>15</sup>. Quarto, quia non continetur in corpore authentico concilii, sed in Appendice quadam addita diverso caractere in aliquibus editionibus ex quodam codice cuiusdam canonici coloniensis, quem codicem typographus fatetur esse plerumque mendosum et defectuosum in hoc codice, ubi acervatim multa ex actis concilii narrabuntur.

Adiungitur etiam extra rem (in sess. 15)<sup>16</sup> quod, dum ageretur causa Ioannis Hus, prodiit quidam Bertoldus et coepit legere aliquos articulos Wiclephi et censuram, qua aliqui fortasse viri docti eos notabant; inter quos erat illa propositio et eius censura. Postea vero eodem caractere subditur sententia Concilii contra articulos Wiclephi, non quidem contra illos sed contra 260 infra subiiciendos. Et ponit titulum his verbis: «Tenor vero dictorum articulorum sequitur et est talis.» Post quem titulum non proseguitur ille codex, quia forte non habuit eius auctor cathalogum articulorum damnatorum. Ex nullo ergo capite habet illa censura aliquam auctoritatem, praesertim cum Concilium (ea sess. 15) non haberet condiciones requisitas ad concilium generale, ut notat Cardinalis Bellarminus (tomo I *Controversiarum* contr. 4, lib. II *De Conciliorum auctoritate* cap. 19 circa finem)<sup>17</sup>.

14. GREGORIO DE VALENCIA, *Commentaria theologica*, t. III, disp. I, quaest. 1, punct. 7, § 41, in solutione 4ae. obiectionis (Lugduni 1603, col. 257-58).

15. *Concilium Constantiense* Sess. 41 (MANSI, Venetiis 1784, vol. 27, col. 1207-1209).

16. *Concilium Constantiense* Sess. 15 (MANSI, Venetiis 1784, vol. 27, col. 748C).

17. ROBERTO BELLARMINO, *De controversiis christianae fidei*, Contr. IV, lib. II, cap. 19 (Lugduni 1609, t. I, col. 913).