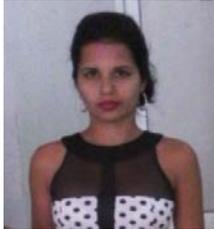


Análisis de parámetros influyentes en el diseño de columnas esbeltas según la NC 207:2003.
Analysis of the influential parameters within the design of slender columns according to the NC 207:2003.



Ing. Limnavel Pestana Morejón

Ingeniera Civil

Categoría docente: Instructor

Departamento de Construcciones, Facultad de Ciencias Técnicas de la Universidad de Matanzas. Cuba.

Teléfono (53) (45) 256782 E-mail: limnavel.pestana@umcc.cu



Ing. Carlos Rodríguez García

Ingeniero Civil

Categoría docente: Asistente

Departamento de Construcciones, Facultad de Ciencias Técnicas de la Universidad de Matanzas. Cuba.

Teléfono (53) (45) 256782 E-mail: carlos.rodriguez@umcc.cu

Recibido: 16-10-15

Aceptado: 27-11-15

Resumen:

Las Columnas son elementos sometidos a la acción combinada de momento y carga axial, su principal objetivo es sostener en altura los elementos que conforman los entresijos y cubiertas. Estas son elementos lineales, donde una de sus dimensiones es muy superior a las restantes, trayendo consigo deformaciones de segundo orden producto al pandeo. Las normativas vigentes, en diferentes regiones, traducen este efecto en una amplificación de las solicitaciones, basados en diferentes métodos, con el fin de simplificar los cálculos, obteniendo según éstas, resultados muy veraces. No siendo el caso de la normativa vigente en Cuba, lo que ha llevado a proyectistas a recurrir a otras normativas o a programas computacionales. En la presente investigación se realiza un análisis de los parámetros influyentes en el diseño de columnas esbeltas según la NC 207:2003 "Requisitos generales para el diseño y construcción de estructuras de hormigón.

Palabras clave: Columnas, Pandeo, Pérdida de estabilidad, Amplificador de momento.

Ing. Limnavel Pestana Morejón, Ing. Carlos Rodríguez García. Análisis de parámetros influyentes en el diseño de columnas esbelta según la NC 207:2003.

Abstract

Columns are elements which are under the combined action of momentum and axial load. Their objective is to support in height the elements that make up the mezzanine and the roof. These are linear elements, where one of their dimensions is quite superior to those of the rest, which brings about second order distortions due to the warping. The current regulations in different regions, cause this effect in an amplification of the solicitations, based on different methods, with the purpose of simplifying the calculations and obtaining truthful results. Which is not the case of the current regulations in Cuba, which has made designers resort to regulations or computational programs. In the current research an analysis of the parameters that influence in the design of the slender columns is carried out according to the NC 207:2003 "General requirements for the design and constructions of concrete structures"

Keywords: Columns, Warping, Loss of stability, Amplifier for the momentum.

Introducción:

Las columnas son elementos estructurales generalmente sometidos a esfuerzos combinados que se originan cuando sobre una sección actúan, simultáneamente, un momento flector (M) y un esfuerzo axial de tracción o compresión (P ó P'), dando lugar a la aparición de la flexotracción o flexocompresión respectivamente. Ambas solicitaciones también pueden haber sido además respuesta de la aplicación de una carga descentrada o fuera del baricentro plástico de la sección.

El tratamiento analítico de la flexocompresión resulta muy difícil debido a dos razones en particular: al tratarse de una sollicitación que origina un estado de deformación último que puede hallarse en cualquiera de los dominios de fallo y la necesidad de la evaluación de la esbeltez. Este último motivado por la reducción de la resistencia que ocasiona

El indudable desarrollo alcanzado en la construcción de estructuras ha traído consigo la evolución de los elementos que la componen, siendo las columnas como parte de las edificaciones aporricadas y de las estructuras en general un elemento que la mayoría de las veces por una cuestión de estética, de funcionalidad y de economía se pudiera construir las esbeltas, radicando en esto la importancia de analizar el procedimiento de cálculo propuesto por la NC vigente en nuestro país (NC 207:2003) considerando la esbeltez.

En el mundo las normativas son actualizadas cada un período relativamente corto de tiempo, que oscila de 3 a 5 años, no siendo este al caso de la norma cubana aún vigente en nuestro país¹ que tiene ya más de 11 años, pudiendo ser esta la razón de que algunos proyectistas se limiten a su uso, utilizando otros métodos para el cálculo de la amplificación de momento de columnas esbeltas, o en caso de que sea invariable la altura del elemento el aumento de la sección, viéndose afectada la economía con esta decisión.

Desarrollo:

El comportamiento de columnas esbeltas fue considerado por Euler hace más de 200 años cuando utilizando columnas biarticuladas define un valor de carga crítica (Pc) que constituye el límite que puede

¹Cuba, septiembre de 2015

Ing. Limnavel Pestana Morejón, Ing. Carlos Rodríguez García. *Análisis de parámetros influyentes en el diseño de columnas esbelta según la NC 207:2003.*

alcanzar la carga para impedir que el fallo se produzca por estabilidad. Desde entonces ha sido estudiado por diferentes autores teniendo en cuenta otros factores influyentes, como es el caso de las normas americanas.

Las columnas son elementos que por las razones planteadas anteriormente es incuestionable el grado de dificultad que tiene su diseño en comparación con otros elementos estructurales, las esbeltas en particular pueden fallar al igual que las demás, en cualquiera de los puntos que conforman el diagrama de interacción², ya que la combinación de carga axial (P) y momento (M_n) (punto A del diagrama de Interacción de la figura 1) puede producir deformaciones que superen lo que resiste la sección transversal. Este tipo de falla se conoce como “**fallo por resistencia**”, pero además podrán llegar a una deformación producto a la carga axial (P_n) y al momento (M_n), tal que la deformación aumente indefinidamente sin que necesariamente halla incremento alguno en la carga axial. Este tipo de fallo se conoce como “**fallo por estabilidad**”.(figura 1)

Si la columna es esbelta se produce una caída de la resistencia de la sección. En consecuencia de que para la carga actuante se producirá, por los efectos del pandeo un momento adicional de segundo orden $P_n\Delta$ y el momento flector se ampliará (ecuación 1). Según lo anterior planeado la sección 1 correspondiente a la figura 1 no resistirá, necesitando una más resistente (representada en el punto B) para soportar la misma combinación de cargas actuantes

$$M_{\Delta} = M_n + P_n\Delta = \delta M_n \quad (1)$$

Otra interpretación del mismo fenómeno es que si la columna es esbelta la resistencia de la columna de la sección 1, (punto C del diagrama de interacción), se produce una carga menor, $P_{n1} < P_n$ y el momento se amplifica hasta:

$$M_{\Delta 1} = M_0 + P_{n1}\Delta_1 = \delta_1 M_0 \quad (2)$$

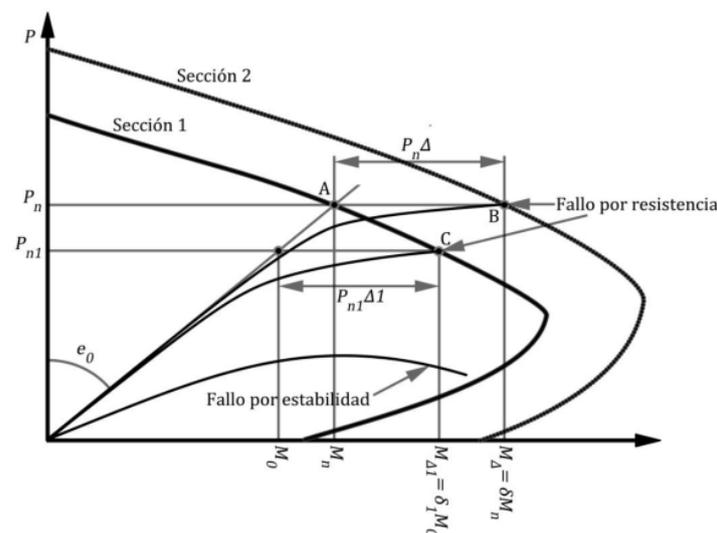


Figura 1. Influencia de la esbeltez mediante diagrama de interacción.
Fuente: Hernández y Hernández 2010

²Lugar geométrico de todas las combinaciones de cargas que llevan a un elemento a alcanzar su estado límite de resistencia” [Valdez 2001]

Ing. Limnavel Pestana Morejón, Ing. Carlos Rodríguez García. Análisis de parámetros influyentes en el diseño de columnas esbelta según la NC 207:2003.

La esbeltez de una columna se expresa en términos de su relación de esbeltez (ecuación 3) conocida por algunos autores como λ donde k es el factor de longitud efectiva que depende de las condiciones de vínculo de los extremos de la columna, l_u es la longitud de la columna entre apoyos y r es el radio de giro de la sección transversal de la columna.

$$\lambda = \frac{k \cdot l_u}{r} \quad (3)$$

En general una columna es esbelta si las dimensiones de su sección transversal son pequeñas en relación de su longitud, y fallará por pandeo a decir de Euler bajo la carga crítica ($P_{\text{crít}}$) o de pandeo. Esta carga decrece a medida que la columna se hace más esbelta (figura 2), mientras que en columnas cortas la carga que hace que la columna falle por pandeo ($P_{\text{crít}}$) será mayor que la resistencia al aplastamiento por compresión directa por lo que la columna fallará por deficiencias del material.

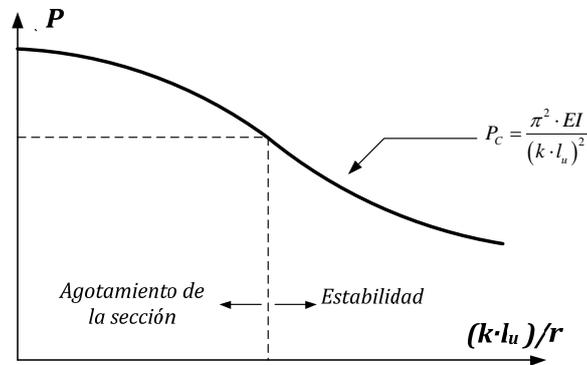


Figura 2 Carga de falla en función de la esbeltez de una columna.
Fuente: Hernández y Hernández (2010).

Aunque la mayoría de los métodos tienen en cuenta este factor no emplean los mismos criterios para la determinación si la columna es esbelta o no, y en caso que lo sea difieren en cuanto a la metodología a emplear. Posteriormente se analizará como tiene en cuenta el documento rector del diseño de las estructuras de hormigón en Cuba: NC 207 2003 la esbeltez y los efectos que produce.

Criterios para la determinación si la columna es esbelta según la NC.

La **NC 207 del 2003** plantea que las columnas se consideran cortas cuando:

$$\lambda_g \leq 6,5$$

o

$$\lambda_m \leq 22$$

siendo:

$$\lambda_g = \frac{l_p}{h_p} \text{ Esbeltez geométrica} \quad (4)$$

Ing. Limnavel Pestana Morejón, Ing. Carlos Rodríguez García. Análisis de parámetros influyentes en el diseño de columnas esbelta según la NC 207:2003.

$$\lambda_m = \frac{l_p}{r_p} \text{ Esbeltez mecánica} \quad (5)$$

Utilizando la geométrica si relaciona directamente la longitud de pandeo del elemento l_p con la dimensión menor de su sección transversal h_p y mecánica si la relación es indirecta a través del radio de giro de la sección.

La determinación de la longitud de pandeo según plantea esta norma se realiza a través de la multiplicación del factor de longitud efectiva α por la longitud libre de la columna o la distancia entre dos arriostres consecutivos en el mismo plano. Siendo el valor de α , por la diferencia del comportamiento de pórticos arriostrados y sin arriostar completamente diferentes. Proponiendo la utilización de nomogramas (figura 3) para ambos tipos de pórticos y para columnas pertenecientes a pórticos arriostrados, como alternativa el menor valor de:

$$\alpha = 0,7 + 0,5(\psi_A + \psi_B) \leq 1,0 \quad (6)$$

$$\alpha = 0,85 + 0,005\psi_{\min} \leq 1,0 \quad (7)$$

donde: ψ_A y ψ_B son los valores ψ en los dos extremos de la columna y ψ_{\min} es el menor de ambos.

ψ relación de $\sum(EI/l_c)$ de los elementos de compresión a $\sum(EI/l)$ de elementos en flexión dispuestos en un plano en el extremo de un elemento en compresión.

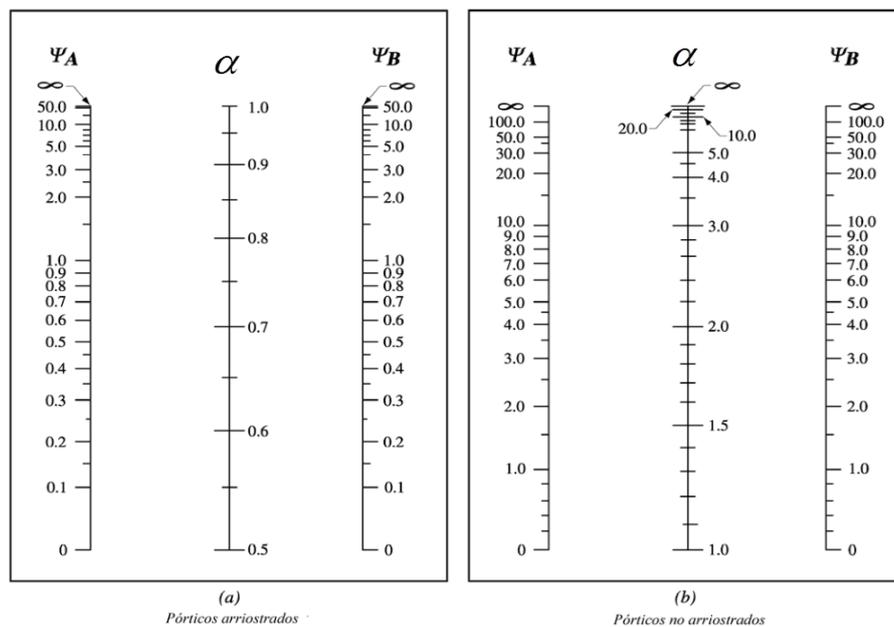


Figura 3. Factor de longitud efectiva.
Fuente NC 207:2003

Ing. Limnavel Pestana Morejón, Ing. Carlos Rodríguez García. Análisis de parámetros influyentes en el diseño de columnas esbelta según la NC 207:2003.

CARACTERIZACIÓN DE LOS MÉTODOS UTILIZADOS EN EL CÁLCULO DE LA AMPLIFICACIÓN DE MOMENTO PRODUCTO DEL PANDEO EN COLUMNAS DE HORMIGÓN ARMADO.

NC 207:2003 “REQUISITOS GENERALES PARA EL DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN”

Esta norma, para considerar la disminución de la resistencia producto del pandeo en columnas esbeltas, aumenta el momento actuante, para tener en cuenta el momento de segundo orden surgido por este efecto. Este aumento lo hace basándose en que la flexo-compresión puede ser originada por la acción simultánea de una carga axial (P) de compresión y un momento externo (M) o de una carga descentrada, la norma propone la utilización de dos términos, e_0 (Ecuación 8) y e_c .

$$e_0 = \frac{M_u}{P_u} \quad (8)$$

El primer término es conocido como la excentricidad virtual o real, según sea el caso de aparición de la flexo-compresión, partiendo del criterio expuesto en la siguiente figura.

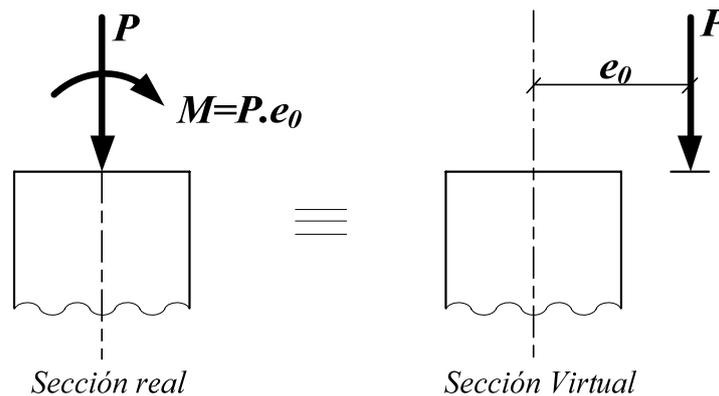


Figura 4. Excentricidades reales y virtuales en elementos sometidos a flexo-compresión.

Mientras que e_c la excentricidad constructiva surge por la posibilidad que existe de que las cargas actuantes no coincidan con las consideradas en los cálculos, tomándose a propuesta de esa norma como el mayor de los siguientes valores:

- ✓ $\frac{1}{30}$ de la dimensión mayor del elemento.
- ✓ $\frac{1}{600}$ de la longitud libre del elemento.

Otros autores, como Hernández (2006) proponen agregar a los parámetros antes mencionados una excentricidad mínima de 2 cm.

Ing. Limnavel Pestana Morejón, Ing. Carlos Rodríguez García. Análisis de parámetros influyentes en el diseño de columnas esbelta según la NC 207:2003.

Ambas excentricidades son sumadas $e_0 + e_c$ y multiplicada por un coeficiente mayor que uno (η) obteniéndose lo que se conoce como e_f . Este valor se determina de la siguiente manera:

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{\sum N'^*}{\sum N'_{crit}}} \quad (9)$$

donde:

$\sum N'^*$ es la carga en compresión mayorada sumadas para todas las columnas del entrepiso.

$\sum N'_{crit}$ es la carga en compresión crítica para todas las columnas de un entrepiso.

La carga de cálculo expresada en compresión crítica (N'_{crit}) se calcula mediante la ecuación 2.3.

$$N'_{crit} = \frac{6,4 \cdot E'_b}{l_p^2} \left[\frac{I_b}{k_{ld}} \left(\frac{0,11}{0,1 + t/K_{pr}} + 0,1 \right) + I_a \right] \quad (10)$$

donde:

E'_b módulo de deformación del hormigón.

l_p longitud del pandeo.

I_b momento de inercia de la sección bruta de hormigón.

I_a momento de inercia de la sección homogenizada de la armadura con respecto al centro de gravedad de la sección.

K_{ld} coeficiente que considera el efecto de la acción de la carga de larga duración sobre el pandeo, y viene dada por la expresión:

$$K_{ld} = 1 + \left(\frac{M_{ld}^*}{M^*} \right) \quad (11)$$

donde:

M_{ld}^* momento flector de cálculo producido por las cargas de larga duración

M^* momento flector de cálculo producido por todas las cargas.

Ing. Limnavel Pestana Morejón, Ing. Carlos Rodríguez García. Análisis de parámetros influyentes en el diseño de columnas esbelta según la NC 207:2003.

K_{pr} coeficiente correspondiente a la ecuación 2.5 y viene dado por la expresión:

$$K_{pr} = 1 + 40 \cdot \left(\frac{\sigma_{bt}}{R'_{bk}} \right) \cdot \left(\frac{e_0 + e_c}{h_t} \right) \quad (12)$$

donde:

σ'_{bt} tensión por compresión del hormigón, considerando todas las pérdidas del acero tensado.

R'_{bk} resistencia característica del hormigón a compresión.

h_t altura total del elemento en el plano de pandeo.

El último término de la ecuación 12 es conocido como t , término adimensional dependiente de las dimensiones de la sección no siendo unca menor que el valor expresado en la ecuación 13

$$0,6 \cdot 0,01 \left(\frac{l_p}{h_t} \right) - 0,01 \cdot R'_b \quad (13)$$

También es propuesta por esta normativa la utilización de la ecuación 14, realizando un análisis conservador, siendo esta última la asumida por la autora en el desarrollo del ejemplo resuelto por ser el caso más general al no depender de la distribución del acero de refuerzo.

$$N'_{crit} = \frac{6,4 \cdot E'_b \cdot I_b}{l_p^2} \left[\frac{1}{k_{ld}} \left(\frac{0,11}{0,1 + t/k_{pr}} + 0,1 \right) + 0,12 \right] \quad (14)$$

Una vez determinado el valor de la carga a compresión crítica es sustituido en la ecuación 9 con el propósito de determinar el coeficiente amplificador de excentricidad (η) utilizado para, a través del aumento de esta tener en cuenta los momentos de segundo orden producto del pandeo.

El coeficiente amplificador de excentricidad (η) se propone transformarlo en amplificador de momento para posibilitar análisis posteriores. Mostrando para ello el procedimiento a seguir según las ecuaciones mostrada a continuación.

$$\eta(e_0 + e_c) = \eta_L \cdot \frac{M}{P} \quad (15)$$

Transformando la ecuación 15 se obtiene:

$$\eta \left(\frac{M}{P} + e_c \right) = \eta_L \cdot M$$

Ing. Limnavel Pestana Morejón, Ing. Carlos Rodríguez García. Análisis de parámetros influyentes en el diseño de columnas esbelta según la NC 207:2003.

$$\eta \left(\frac{M_u}{P_u} + e_c \right) \cdot P = L_c (M_u)$$

$$\eta (M_u + e_c \cdot P) = \eta_L (M_u)$$

$$\eta \left(\frac{M_u}{M_u} + \frac{e_c \cdot P}{M} \right) = \eta_L \left(\frac{M_u}{M_u} \right)$$

$$\eta \left(1 + \frac{e_c}{e_0} \right) = \eta_L \tag{16}$$

La ecuación 16 muestra la transformación del coeficiente (η) amplificador de excentricidades en η_L amplificador de momento directamente y que será el utilizado en la conformación de los gráficos que serán analizados posteriormente.

CRITERIOS PARA LA DETERMINACIÓN SI LA COLUMNA ES ESBELTA.

En la figura 5 se analizan varias columnas con diferentes longitudes de pandeo, uno de los parámetros mencionados y que pueden influir en la consideración de la esbeltez en el proceso de diseño. Con el propósito de mostrar a partir de que valores es tomada en consideración la esbeltez por la NC siendo invariables los demás parámetros de diseño. Posibilitando con ello la comparación con el ACI que también tienen en cuenta el factor de longitud de pandeo como parámetro influyente.

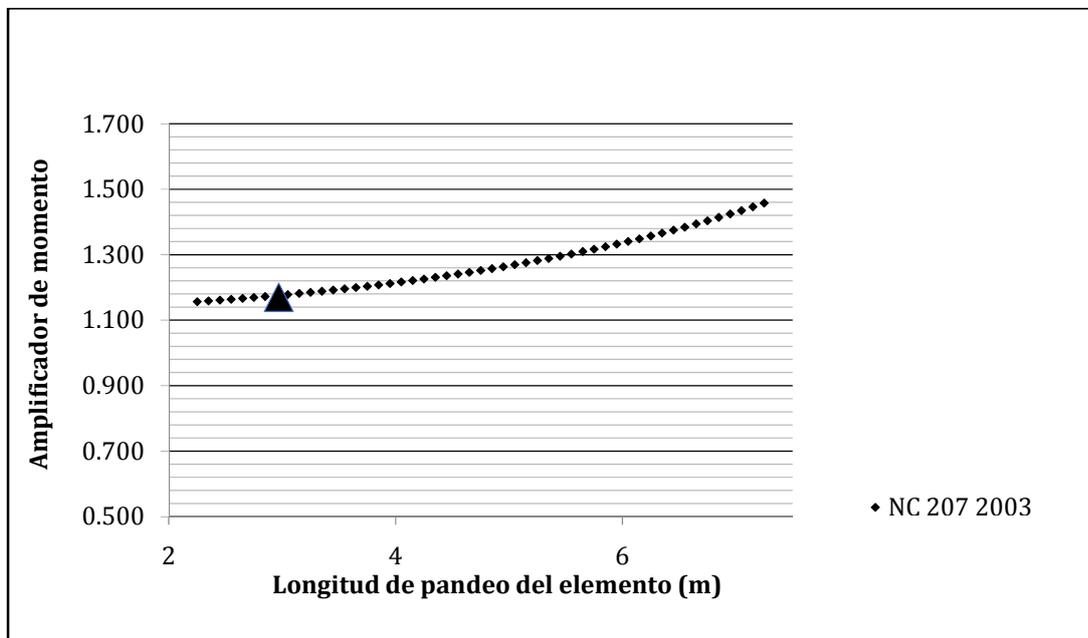


Figura 5. Consideración de la Esbeltez.

Ing. Limnavel Pestana Morejón, Ing. Carlos Rodríguez García. Análisis de parámetros influyentes en el diseño de columnas esbelta según la NC 207:2003.

El punto indicado representa el valor de longitud de pandeo y el amplificador de momento correspondiente a partir del cual la NC tiene en cuenta la esbeltez para los datos referidos. Siendo más pronunciada la curva a partir de este valor

La NC propone un amplificador de momento proporcional a la longitud de pandeo, pero sin que se produzca un incremento significativo, no siendo suficientemente consecuente con la pérdida indudable de capacidad portante que pudiera ocasionar dado el aumento de la longitud de pandeo, y que a su vez es uno de los factores más influyentes según el método propuesto por el ACI 318 (2011).

Analizando los resultados del gráfico 6, se puede observar que el ACI propone valores de amplificador de momento considerablemente mayores con respecto a la NC, siendo más conservador a medida de que aumenta la longitud de pandeo hasta valores elevados. No siendo así el caso de la NC donde la columna aumenta más de 3 m y el amplificador de momento solo 0,1 décima. Pudiendo ocurrir el caso de fallo de la columna por no amplificar el momento de primer orden lo necesario como para considerar los de segundo orden que se producen por la columna ser esbelta. De ahí la importancia de tener un procedimiento de cálculo consecuente con los efectos que pudiera ocasionar la esbeltez.

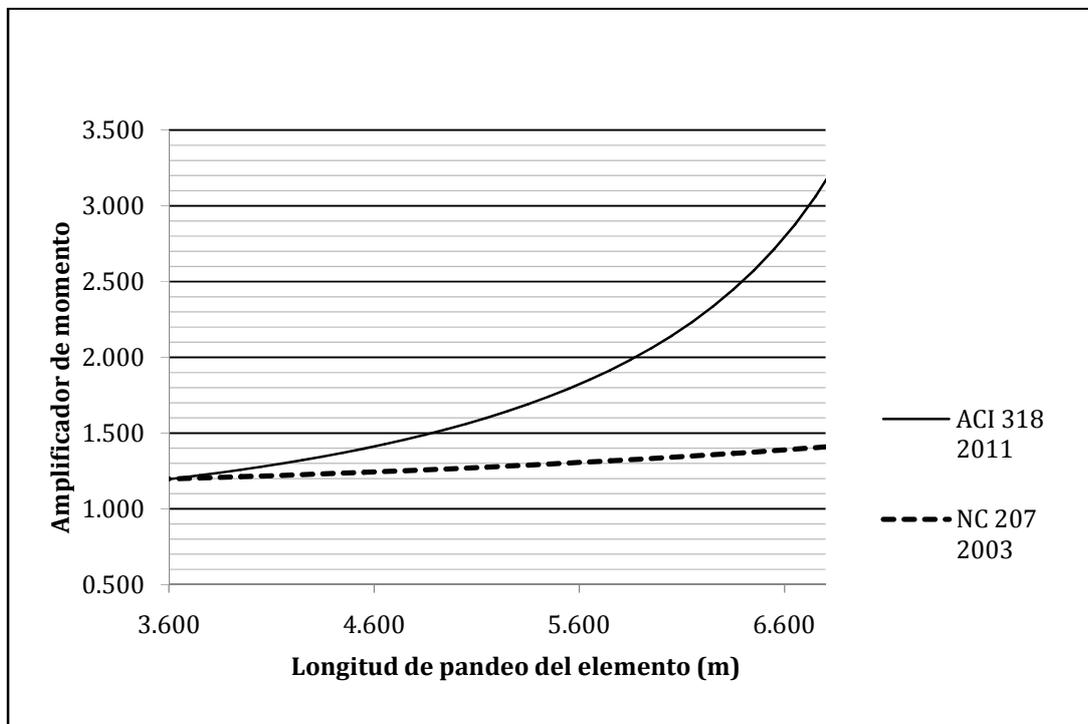


Figura 6. Relación entre el factor de amplificación de momento producto al pando y la longitud de pandeo en una columna.

INFLUENCIA DEL FACTOR (T) TENIDO EN CUENTA POR LA NC EN LA DETERMINACIÓN DE LA CARGA DE COMPRESIÓN.

A pesar de la NC tener en cuenta la determinación del factor t , cuyo valor como se planteó anteriormente establece la relación entre las excentricidades (reales y constructivas) y el peralte total de la sección, no presenta influencia alguna en la determinación de la carga a compresión crítica y por tanto en el amplificador de momento. Esto se puede apreciar en la figura 7, donde se muestran cinco columnas con valores diferentes de resistencia a compresión del hormigón, rectangularidad y longitud de pandeo, arrojando valores diferentes de carga, pero sin mostrar variación alguna del factor t .

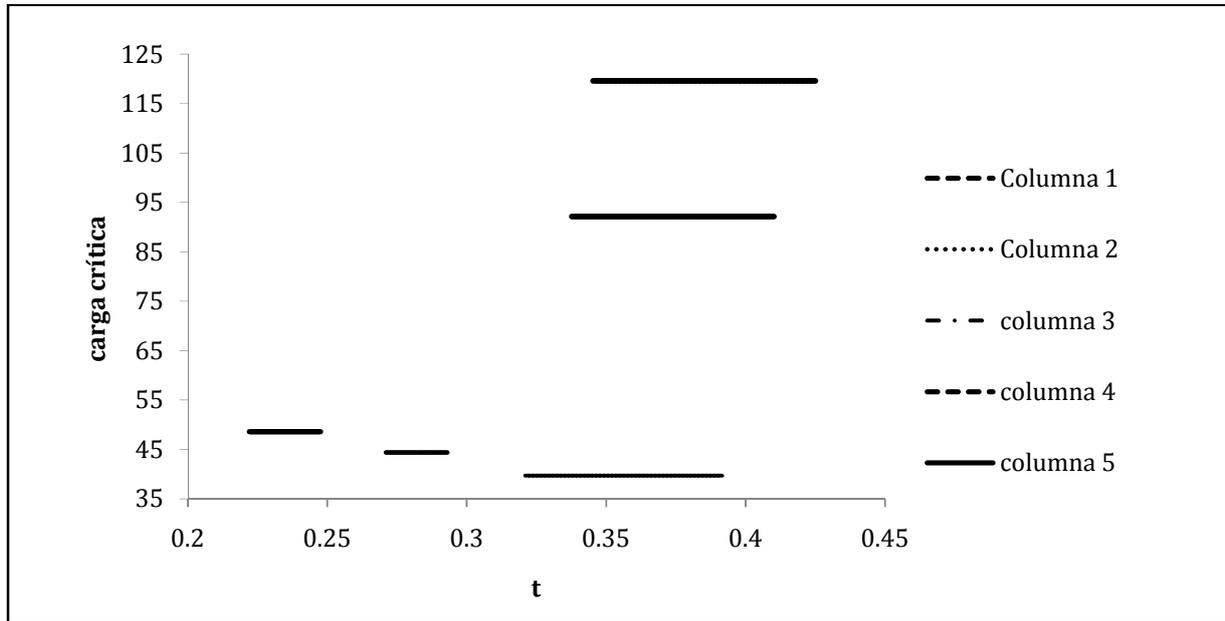


Figura 7. Influencia del factor t sobre la carga de compresión.

INFLUENCIA DE LA VARIACIÓN DE LA RESISTENCIA A COMPRESIÓN DEL HORMIGÓN EN EL COEFICIENTE AMPLIFICADOR DE MOMENTO.

Para el análisis de este parámetro se diseñan varias columnas esbeltas solo variando, la resistencia a compresión del hormigón de las mismas para determinar su influencia o no en la determinación del amplificador de momento. Influidando este término en la NC 207 (2003) en la determinación de k_{pr} (ecuación 12), t_{min} (ecuación 13) y el módulo de elasticidad del hormigón E_b . Este último considerado dentro de la raíz por lo que muestra una pendiente más pronunciada para valores menores de resistencia, mientras que para valores de 20 a 35 MPa, comunes de utilización, se comporta con pendientes más suaves como los mostrados en la figura 7. Es válido señalar que la variación de la resistencia a compresión del hormigón solo influirá en la determinación de k_{pr} cuando estemos en presencia de elementos pretensado.

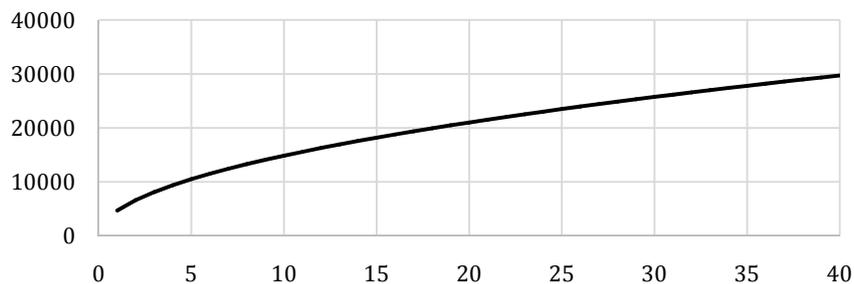


Figura 7. Comportamiento del módulo de elasticidad del hormigón.

Este comportamiento es transmitido a la obtención final del valor de la carga de compresión crítica, trayendo entonces consigo un ligero aumento de sus valores, como se puede apreciar en la figura 8, y este a su vez logrando una, también leve, disminución del amplificador η_L .

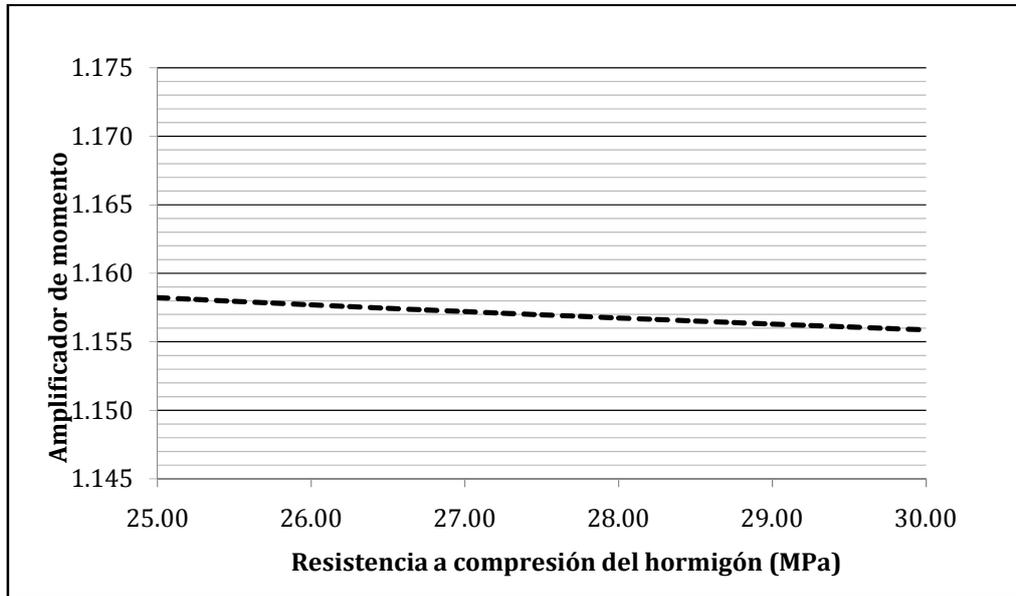


Figura 8. Variación del amplificador de momento vs resistencia a compresión del hormigón.

En la figura 8 se observa que para valores de resistencia a compresión del hormigón entre 25 y 30 MPa el amplificador de momento oscila entre 1,1582 y 1,1559 y por lo tanto se puede observar que la diferencia del amplificador de momento son realmente pequeñas en relación a la variación de la resistencia a compresión del hormigón. Teniendo el mismo comportamiento para columnas de 45 por 45 cm, 45 por 65 cm y 45 por 85 cm como las mostradas en la figura 9.

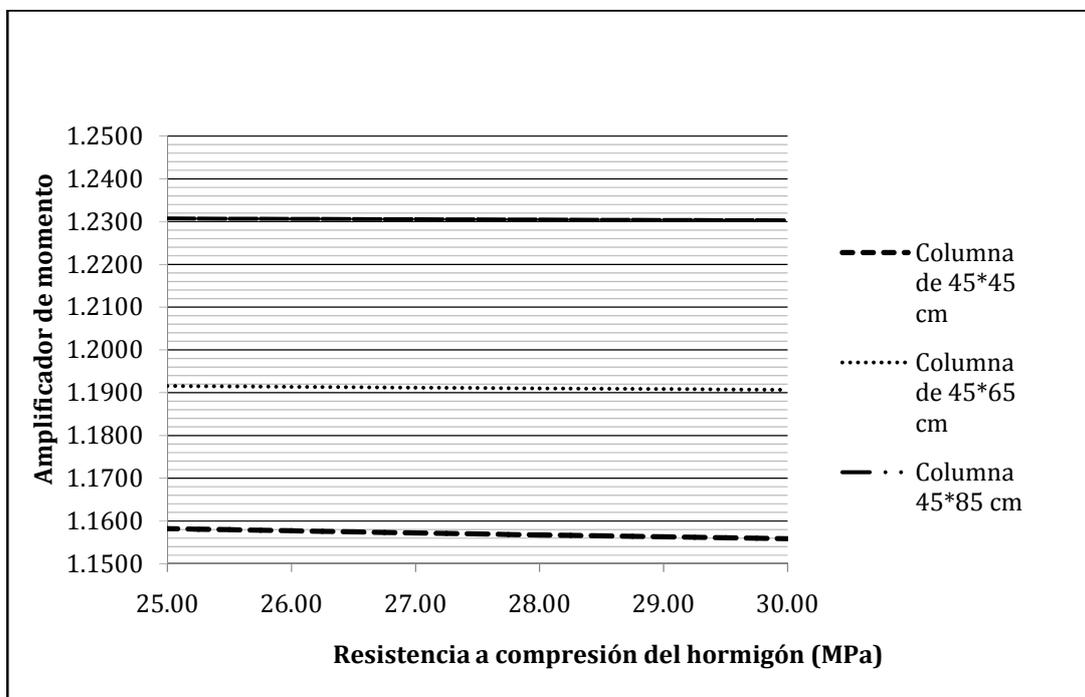


Figura 9. Amplificador de momento vs resistencia a compresión del hormigón.

Ing. Limnavel Pestana Morejón, Ing. Carlos Rodríguez García. Análisis de parámetros influyentes en el diseño de columnas esbelta según la NC 207:2003.

Conclusiones:

1. El amplificador de momento no varía de forma significativa al producirse un aumento de la longitud de pandeo según el método propuesto por la NC, no siendo con esto consecuente con el efecto de pérdida de estabilidad que proporciona la esbeltez.
2. El factor t considerado en la NC no tiene influencia alguna en la determinación de la carga a compresión y por tanto en el cálculo del amplificador de momento.
3. La NC no presenta variación significativa en el factor de amplificación de momento en cuanto a la resistencia a compresión del hormigón.

Bibliografía:

American Concrete Institute, 2011. Building Code Requirements for Reinforced Concrete. ACI 318 2005. MICHIGAN: American concrete Institute (USA).

Hernández, J.J.; Hernández, J. A, (2010), "Hormigón Estructural. Diseño por estados límites" (Parte 2), La Habana (Cuba).

Hernández, J. A, (2006). "Solicitaciones normales. Enfoque unificado para la flexión recta compuesta bajo los principios del ACI 318:05": Ediciones Ligeras CUJAE, Habana (Cuba).

Oficina Nacional de Normalización, 2003. NC 207:2003. Requisitos generales para el diseño y construcción de estructuras de hormigón. ONN (Cuba).

Valdez E, (2001), Flexión compuesta en Hormigón Armado, s.n. La Habana (Cuba).