

Título: Las funciones de los problemas aritméticos en la enseñanza de la Matemática

Title: The functions of the arithmetic problems in the teaching of mathematics

Autor: Dr. C. Manuel Capote Castillo

Centro de trabajo: Universidad de Ciencias Pedagógicas "Rafael María de Mendive"

Resumen

En este artículo se expone los criterios del autor sobre las llamadas funciones de los problemas aritméticos. En cada una de ellas se ofrecen argumentos y sugerencias de cómo se puede proceder en nuestras aulas de la enseñanza primaria para su cumplimiento no formal. Las mismas están enfocadas bajo el prisma de un aprendizaje desarrollador.

Palabras clave: funciones, problemas aritméticos, enseñanza de la matemática, proceder en el aula, enseñanza primaria, cumplimiento no formal, aprendizaje desarrollador.

Abstract

In this article it is stated the author's criteria about the so called arithmetic problems. In each of them some arguments and suggestions are given about how to proceed in our primary school classrooms for their informal achievement. They are presented under a developing learning viewpoint.

Keywords: functions, arithmetic problems, teaching mathematics, proceed in the classroom, primary education, non-formal achievement of tasks, developing learning.

Consideraciones preliminares

Los problemas desempeñan diferentes funciones en la enseñanza de la Matemática. En primer lugar, de acuerdo a los objetivos y de los contenidos que se formulan en los diferentes grados de esta asignatura; en segundo lugar, estas funciones dependen de la propia estructura, de los diferentes tipos de problemas según determinada clasificación y de las posibles vías en que se solucionan y, en tercer lugar, de las propias características de la enseñanza, de los educadores y de sus estudiantes.

En la literatura psicológica y didáctica es frecuente distinguir tres funciones:

- Función instructiva
- Función educativa
- Función de desarrollo

En este material la función educativa se denominará formativa, teniendo en cuenta que lo instructivo está incluido en lo educativo. Además, se trabajará fundamentalmente con los llamados problemas aritméticos verbales.

Estas funciones han sido establecidas atendiendo, básicamente al papel que juegan los problemas en la dirección del proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática. No debe ignorarse que las mismas se separan únicamente con fines didácticos, porque ellas forman un sistema integrado de manera armónica donde se aprecian inter-relaciones recíprocas como se podrá puntualizar en lo que sigue.

Función instructiva o de enseñanza

Tradicionalmente la misma ha consistido en que los problemas matemáticos sirven como vía para adquirir, ejercitar y consolidar sistemas de conocimientos matemáticos y para la formación y desarrollo de habilidades, hábitos, capacidades y competencias correspondientes a esta asignatura; sin embargo, debe incorporarse a esta función la amplitud del dominio de acción del trabajo con los problemas, de manera que se aprovechen todas sus potencialidades para la adquisición de conocimientos, habilidades, capacidades, hábitos, etc. propios de la Matemática y de otras disciplinas. De esta forma, se favorecerá el vínculo interdisciplinario tan necesario en los momentos actuales.

Esta función está vinculada con los objetivos llamados conceptuales y los procedimentales que como se sabe, son fundamentales en los programas de Matemática, así como de otras disciplinas desde los primeros grados. Se puede afirmar que la misma se refiere a la formación y desarrollo de la esfera cognitiva de la personalidad del escolar. De ahí la relevancia de la misma en el proceso de enseñanza (PEA), en sentido general.

Los conocimientos construidos y adquiridos por los escolares que responden a los objetivos anteriores se materializan en clases denominadas: introducción del nuevo contenido y de fijación.

En las primeras se establecen los conceptos, proposiciones, relaciones, teoremas, etc. que como se indica es desconocido para el escolar. En una enseñanza desarrolladora aquí también tienen cabida los problemas como una manera de motivar este contenido (fuente de la práctica) y en las segundas se utilizan para ejercitar y aplicar los contenidos introducidos en las clases anteriores, donde como es lógico debe ocupar un lugar especial los ejercicios matemáticos y entre ellos los problemas (retorno a la práctica pero ahora como criterio valorativo de la verdad).

Una de las formas de emplear los problemas como motivación en las clases donde se imparten los contenidos por primera vez para el estudiante, es la utilización de ejercicios portadores de información (consisten en aquellos que una vez resueltos, el alumno adquiere un nuevo conocimiento, tanto de la Matemática como de otra disciplina) y con esto, si tienen forma de problemas, se contribuye a la necesaria relaciones intermaterias con un alto componente motivacional. Un ejemplo de ello pudiera ser el siguiente problema:

1. a) El hombre pisó por primera vez la superficie lunar el 20 de julio de 1969. William pesa en La Tierra 54 kg mientras que en La Luna pesaría solo 9 kg. ¿Cuántas veces es menos pesada una persona en La Luna que en La Tierra?
- b) Si él viajara en un cohete a una velocidad de 28 000 km por una hora se demoraría 14 horas para llegar a La Luna. ¿A qué distancia se encuentran ambos planetas?

Como se puede apreciar una vez que el estudiante resuelve este problema habrá adquirido conocimientos geográficos interesantes.

Ahora bien, desde el punto de vista cognitivo la trascendencia de esta función consiste en que los problemas nos brindan la posibilidad exclusiva de aplicar los significados prácticos de las operaciones con números naturales, utilizando para ello diversas estructuras lingüísticas.

Lo anterior reviste gran importancia si se tiene presente que el empleo de los procedimientos de cálculo con las cuatro operaciones fundamentales con números naturales pueden ser resueltas por las calculadoras de una manera más eficiente y rápida que el ser humano. Sin embargo, hasta ahora estos recursos electrónicos no saben discriminar cuando deben aplicar una u otra operación. Esto precisamente lo determina el uso acertado de los significados prácticos y que deben ser dominados por los escolares, tanto para resolver como para formular problemas.

Por otra parte, una vez que el problema ha sido formulado o resuelto y se procede a su control o comprobación se tendrá la posibilidad de aplicar las relaciones entre una operación y su inversa.

Función formativa

Consiste en comprender la influencia que pueden ejercer los problemas en la formación y desarrollo de la esfera afectiva de la personalidad de los escolares. En este sentido se puede hablar de la utilización de los objetivos actitudinales declarados en los programas de Matemática de los diferentes niveles de enseñanza.

Cuando se hace referencia a la actividad afectiva de la personalidad se están incluyendo los motivos, las necesidades, las emociones, los sentimientos en particular los llamados superiores que en la actualidad se denominan valores, así como a los aspectos volitivos de la misma. En primer lugar, se debe destacar que al solucionar o formular problemas el alumno adquiere una representación precisa del lugar que ocupa la Matemática en la sociedad, al poder valorar su vínculo con la vida y con las esferas productivas, científicas, culturales, etc., sin ignorar la relevancia que tiene la aplicación de los conocimientos matemáticos en el desarrollo individual de cada uno. Lo anterior está estrechamente relacionado con los motivos, las necesidades y los intereses.

Ahora bien, los problemas constituyen una herramienta valiosa para contribuir a la educación en valores morales en los escolares de una manera no formal. Por ejemplo, cuando se trabaja en equipos o pequeños grupos se estimula el colectivismo y la solidaridad; para obtener resultados notables en el trabajo con los problemas se requiere ser responsable y laborioso pues en muchos casos se precisa actuar con disciplina, conciencia, eficiencia y rigor, así como poseer la cualidad volitiva de la perseverancia, pues al resolver un verdadero problema, el escolar debe ser capaz de enfrentarse a los obstáculos que esta tarea cognoscitiva conlleva con tenacidad, de manera que le permita encontrar el camino de su solución.

En algunas ocasiones el escolar debe tener independencia, autodominio (autocontrol) y decisión para enfrentarlos con éxito, que son otras importantes cualidades volitivas de la personalidad. Cuando se formulan problemas se debe ser honesto y honrado para ajustarse a la realidad en los datos que se toman para su redacción. En general, en cualquier actividad relacionada con los problemas el estudiante debe ser capaz de reconocer los errores que comete en su labor y buscar la vía para enmendarlo.

Por la trascendencia que tiene la independencia de los escolares, sobre todo en el proceso de solución de un problema, se profundizará en la misma.

Como se sabe la independencia es una cualidad volitiva de la personalidad que se caracteriza porque el alumno realiza la tarea encomendada relacionada con cualquier actividad vinculada con los problemas, regulando su conducta por sí mismo, es decir, sin tener que recurrir a la ayuda de los demás. Cada individuo, al tratar de solucionar un problema, utiliza todas las reservas y potencialidades intelectuales que posee y solo acude al auxilio externo cuando ha agotado todos sus recursos para enfrentarlo.

Debe destacarse que para lograr una adecuada independencia de los escolares en el proceso de solución o formulación de problemas, el docente debe garantizar que los mismos posean el caudal de conocimientos y herramientas cognitivas para enfrentarse a la tarea que se les plantee. Esto significa que deben asegurarse las condiciones previas necesarias para la ejecución exitosa de la tarea encomendada. Nadie puede aplicar lo que no sabe.

La formación y desarrollo de esta cualidad en el nivel primario exige de una adecuada metodología para lograrla. En este sentido se han determinado diversas fases o etapas por diferentes autores cubanos, tales como: Avendaño, R. y A. Mimujin (1975) y Labarrere, A. (1987). Los momentos comunes a las mismas son los que siguen:

1. Explicar las peculiaridades de esta cualidad que se pretende formar y argumentar su importancia.
2. Crear situaciones que requieren del trabajo independiente.
3. Ejecutar las tareas de trabajo independiente.
4. Valorar el nivel de independencia mostrado.

La primera fase se puede alcanzar cuando se les explique con palabras sencillas a los escolares en qué consiste esta cualidad, se ejemplifique con personas que ellos conocen y son independientes. Además se logre fundamentar la necesidad y conveniencia de ser independiente, tanto para el trabajo con los problemas como para la vida en sentido general.

En la segunda etapa se requiere el planteamiento de tareas que exijan de los escolares un determinado nivel de exigencia intelectual, ya sea en la solución o la formulación de un problema. Por supuesto, debe existir una graduación progresiva de dificultades, de forma tal que los alumnos se vayan entrenando poco a poco a enfrentarse a ejercicios donde deben trabajar independientemente. Este es un requisito que no siempre se cumple pues algunos maestros

opinan que para lograr la independencia se deben proponer problemas sencillos. Por ello, es bueno tener presente que el trabajo independiente debe estar asociado al incremento del esfuerzo mental.

En cuanto al tercer momento deben crearse las condiciones ambientales en el aula para que el escolar trabaje de manera independiente; esto está muy asociado con la perseverancia, pues no siempre al primer intento se logra solucionar determinado problema. Debe fomentarse en los estudiantes la necesidad cognitiva de trabajar por sí solos y de la satisfacción personal que consiste en hacerlo. Aquí también ocupa un destacado lugar el nivel de autocontrol que han logrado desarrollar los alumnos, pues esta independencia debe lograrse en el aula o fuera de ella, aún sin la presencia del docente o de algún familiar.

La cuarta fase es una de las más importantes de esta metodología pues tiene un valor formativo singular: el escolar puede hacerse un criterio de valor de su propia actuación.

Deben crearse las condiciones para que el estudiante sienta la necesidad de conducirse de manera independiente mediante este proceso valorativo. Para ello debe tenerse en cuenta de examinar: el proceso seguido en la solución del ejercicio, el propio esfuerzo intelectual desplegado, el resultado obtenido, así como la propia valoración final del trabajo realizado.

Se considera oportuno destacar que los autores de referencia concibieron estos pasos para escolares primarios de 5to. y 6to. grados; es por ello que para ser aplicados en otros grados requieren algunos ajustes y modificaciones, en particular respecto al primer paso.

No se debe ignorar que la formación y desarrollo de esta esfera de la personalidad – como de ninguna de las restantes – es un proceso complejo y extenso en el tiempo, que va más allá de los límites de la institución escolar. Sin embargo, una de las funciones de la enseñanza primaria es contribuir con todas sus potencialidades a este importante propósito formativo.

Función de desarrollo

Esta función reconoce la influencia que ejerce el trabajo con problemas en general y específicamente los matemáticos, sobre el desarrollo intelectual del escolar, en particular sobre la formación del proceso del pensamiento. Esto reviste una especial importancia en los momentos actuales si se tiene en cuenta que el desarrollo de la ciencia y la técnica exige cada vez más la necesidad de fomentar en el alumno las posibilidades para adquirir conocimientos por sí solo.

¿Qué relación existe entre el pensamiento y la solución de problemas? Son diversas las escuelas psicológicas que afirman que la actividad del pensamiento solo se produce cuando el hombre se enfrenta a situaciones problémicas que no pueden ser resueltas por las otras formas o procesos más sencillos de la actividad cognoscitiva.

Cuando el individuo no puede resolver una tarea con los conocimientos y recursos que ya conoce, debe ser capaz de buscar otros nuevos. En el propio proceso del pensamiento no solo aplica lo que se sabe sino que se forman otros conocimientos, procedimientos, etc. Esto confirma la idea de que la función esencial del pensamiento es la solución de problemas en su sentido más general.

Al respecto S. L. Rubinstein (1966) plantea: "En esencia, el pensamiento es un proceso de cognición que lleva a resolver los problemas que surgen ante el hombre y a alcanzar los objetivos que éste se propone"¹. Más adelante en ese propio texto concreta en qué consiste dicho proceso: "El proceso del pensar es, ante todo, un análisis y una síntesis de lo que éste nos proporciona; es, además, una abstracción y una generalización, derivadas de aquéllos"²

Lo anterior nos sugiere hacernos la siguiente interrogante ¿Cuál es el mecanismo general que caracteriza la solución de problemas como proceso o actividad de pensamiento? La respuesta nos la ofrece el propio Rubinstein (1966) tanto a partir de sus propias investigaciones, como de las de sus alumnos y colaboradores.

Al respecto considera que este mecanismo es el análisis a través de la síntesis: distintos componentes del problema se colocan sucesivamente, en diversos sistemas de relaciones, posibilitando así, al que resuelve el problema, descubrir en este, aspectos no vistos con anterioridad. Precisamente a través de ese proceso sucesivo de análisis (separación de los

elementos del problema) y de síntesis (incluyendo dichos elementos en diferentes sistemas de relaciones) se va poniendo de manifiesto la estructura del problema. El alcance de este proceso nos conduce a elucidar lo que no había sido dado directamente: lo buscado.

1 RUBINSTEIN, S. L. (1966): "El proceso del pensamiento", Editorial Universitaria, La Habana, p. 24. 2 IBIDEM, p. 40

Cabe preguntarse ¿Cómo puede contribuir el trabajo con los problemas al desarrollo del pensamiento? Con frecuencia los maestros primarios proponen a sus alumnos problemas que tienen una única solución y/o se resuelven mediante una sola vía de solución, en este caso están propiciando el desarrollo del llamado pensamiento convergente; sin embargo, deben plantear con más frecuencia a sus estudiantes problemas que tengan más de una solución y/o pueden ser resueltos mediante varias vías de solución. De esta manera, se está favoreciendo a desarrollar el pensamiento divergente.

Muy relacionado con este tipo de pensamiento se encuentra una importante cualidad: la flexibilidad. La misma le permite al que resuelva el problema poder pasar de una vía de solución a otra, en correspondencia con las propias necesidades de realizar estos cambios. El escolar con un pensamiento flexible es capaz de alterar el curso de la solución del problema si las condiciones se lo exigen.

A su vez cuando el docente le propone problemas donde el escolar debe escoger ciertos subconjuntos de un conjunto finito que cumplen determinadas condiciones o propiedades se está contribuyendo a desarrollar el pensamiento combinatorio. Por ejemplo, en el siguiente problema se aprecia la necesidad de utilizar este pensamiento: En una balanza se disponen de cubos que pesan 2,4 y 8 g aproximadamente. ¿Cuántos hay que poner de cada uno, para que el peso sea de 16 g? (tomado del libro de texto Matemática 4to. grado, No. 9, p. 67)

Por otra parte, el maestro puede aprovechar muy bien el hecho de proponer problemas que se puedan resolver por analogía con otros ya resueltos. Lo importante aquí es guiar el proceso cognitivo para que el propio escolar haga las generalizaciones pertinentes. De esta forma se está fomentando el desarrollo del pensamiento analógico. El siguiente ejemplo ilustra la utilización adecuada de este tipo de pensamiento: Se colocan 31 libros sobre una mesa. Se hacen con ellos dos paquetes y uno tiene 7 libros más que el otro. ¿Cuántos libros tienen cada paquete? (tomado del libro de texto Matemática 4to. grado, No. 29, p. 155)

Este problema se puede resolver inicialmente por la vía del tanteo (técnica de tanteo inteligente).

Si después el docente propone este otro problema: Un número y su sucesor suman 51. ¿Cuáles son los números? (tomado del libro de texto Matemática 4to. grado, No. 43, p. 157) Los alumnos pudieran proceder por analogía a resolverlo aplicando también el tanteo y siguiendo el análisis realizado con anterioridad pudieran arribar a que ambos problemas responde al siguiente modelo matemático: Dadas la suma y la diferencia de dos números; hallar los números.

Conviene precisar que un adecuado trabajo con los problemas conduce también a desarrollar en los escolares el llamado pensamiento crítico. En este caso el que lo posee podrá valorar de manera significativa, las distintas opciones o variantes en que se desarrolla determinada actividad. Por tanto, debe ser capaz de distinguir los aspectos positivos y también negativos de un determinado proceso, así como sus ventajas o desventajas.

Es posible desarrollar este tipo de pensamiento aplicando una metodología similar a la explicada con anterioridad cuando se analizó la independencia; por supuesto, haciendo las modificaciones pertinentes.

Las investigaciones efectuadas han demostrado que no siempre los alumnos poseen este tipo de pensamiento. Esto quiere decir que es preciso concebir acciones encaminadas a su formación y desarrollo gradual. Este trabajo debe estar encaminado a dos aspectos básicos: crítica dirigida hacia el propio texto del problema y crítica dirigida hacia el propio proceso de solución.

En el primer caso se deben proponer problemas donde falten datos para que pueda ser resuelto o que los mismos sean contradictorios. También que no sea problema porque le falte la exigencia. Esto se puede lograr cuando se trabaja de forma adecuada con la identificación de problemas.

En cuanto a lo segundo se puede lograr cuando se entrenan a los alumnos en las distintas técnicas de comprobación de un problema, donde se distinga muy bien la diferencia entre el proceso de comprobar la solución y de comprobar la vía.

Bibliografía

1. AVENDAÑO, R. M. Y A. MINUJIN (1988): "Una escuela diferente", Editorial Pueblo y Educación, C. de La Habana.
2. GONZÁLEZ, V. [ET AL] (1995): "Psicología para educadores", Editorial Pueblo y Educación, C. de La Habana.
3. LABARRERE, A. (1987): "Bases psicopedagógicas de la enseñanza de la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria", Editorial Pueblo y Educación, C. de La Habana.
4. RIZO, C. [ET AL] (1991): "Matemática 4" (Libro de texto), Editorial Pueblo y Educación, C. de La Habana.
5. RUBINSTEIN, S. L. (1966): "El proceso del pensamiento", Editorial Universitaria, La Habana.