

Evaluación de pronósticos de las reservas internacionales netas en Colombia

Oscar Andrés Espinosa Acuña*

Resumen

Disponer de adecuados pronósticos para las reservas internacionales resulta relevante a fin de sustentar la toma de decisiones por parte de las autoridades monetarias encargadas de su administración. La presente investigación compara la capacidad de pronóstico para dicha variable en Colombia a través de varios modelos con fundamento económico subyacente, así como sistemas estadísticos de series temporales univariadas, multivariadas y de heterocedasticidad condicional, ajenos a la teoría económica. Dada la especificación de la muestra (2000Q1-2014Q3), el mejor modelo resulta ser el de vectores autorregresivos cointegrado en niveles con variables exógenas. Adicionalmente, se estima económicamente el coeficiente de compensación de corto plazo para Colombia utilizando las perspectivas monetarista, de portafolio y keynesiana, argumentando la hipótesis de que el Banco de la República tiene el poder de afectar la base monetaria por medio de cambios en el activo interno neto.

Palabras Claves: reservas internacionales; capacidad de pronóstico; coeficiente de compensación; Banco de la República.

Abstract

Have adequate forecasts for international reserves is relevant to support decision-making by monetary authorities responsible administration. This research compares the forecasting performance for that variable in Colombia through several models with underlying economic rationale and statistical systems univariate and multivariate time series, and conditional heteroskedasticity, oblivious to

Recibido: 19/02/2016

Aceptado: 27/05/2016

- * Economista y Magister en Ciencias Estadísticas. Director del Grupo de Investigación en Modelos Económicos y Métodos Cuantitativos (IMEMC), adscrito al Centro de Investigaciones para el Desarrollo (CID) de la Universidad Nacional de Colombia. oaespinosaa@unal.edu.co. El autor agradece las sugerencias y los comentarios realizados por Oscar Gámez MPA, Andrés Fernández Díaz Ph.D., Víctor Guerrero Ph.D., Sergio Clavijo Ph.D., Norberto Rodríguez M.Sc. y Hernán Rincón Ph.D. en el transcurso de la investigación, y a la asistente de investigación Nathalia Montoya por su colaboración en la búsqueda bibliográfica y de base de datos. Los resultados y opiniones que se presentan en el artículo son responsabilidad exclusiva del autor y su contenido no compromete a las personas referidas anteriormente.

economic theory. Given the specification of the sample (2000Q1-2014Q3), the best model proves to be the vector autoregressive with exogenous variables cointegrate in levels. Additionally, the short term compensation coefficient for Colombia is estimated using monetarist, portfolio and keynesian perspectives, arguing statistically the hypothesis that the Banco de la República has the power to affect the monetary base through changes in net domestic assets.

Keywords: international reserves; forecasting performance; compensation coefficient; Banco de la República.

JEL Classification: C1; F3; E17.

Résumé

La prévision adéquate des réserves internationales est importante pour pouvoir appuyer la prise de décisions de la part de l'autorité monétaire chargée de l'administration des réserves. Cette recherche compare la capacité de prévoir cette variable en Colombie à travers différents modèles avec un fondement économique sous-jacent, ainsi que les systèmes statistiques des séries temporelles univariées, multivariées et de hétéroscédasticité conditionnelle, en dehors de la théorie économique. Compte tenu de l'échantillon (2000Q1-2014Q3), le meilleur modèle est celui de vecteurs autorégressifs avec des variables exogènes cointégrées en niveaux. En plus, le coefficient de compensation à court terme pour la Colombie a été estimé économétriquement. Nous avons utilisé les perspectives monétariste, de portefeuille et keynésienne et nous avons fait valoir l'hypothèse selon laquelle la Banque Centrale à le pouvoir d'influer la base monétaire au moyen des changements dans l'actif intérieur net.

Mots clés: réserves internationales; capacité de prévision; coefficient de compensation; Banque de la République.

I. Introducción

Si duda alguna, los problemas monetarios internacionales ocupan un lugar importante en el análisis económico coyuntural dados los inconvenientes generados en el mercado mundial, los efectos de la última crisis financiera, lo correspondiente a la liquidez internacional, y aquellas consecuencias relacionadas a la confianza en los mercados cambiarios.

En este entorno, el manejo óptimo de las reservas internacionales¹ es de vital importancia para la estabilidad macroeconómica de una nación, debido a su relevancia como indicador de solvencia, de respaldo a las operaciones de importación y como facilitador de acceso del Gobierno y del sector privado a los mercados internacionales de capitales, entre otros (Banco de la República, 2013). Según Alarco (2001), los principales motivos para mantenerlas y procurar su aumento son: liquidez, seguridad frente a vulnerabilidad externa, renta-

1 Aquel concepto hace referencia a los recursos financieros en divisas, oro monetario, derechos especiales de giro, entre otros, con que cuenta un país, activos externos que son controlados por las autoridades monetarias del Gobierno y/o la Banca Central.

bilidad, posibilidad de intervención en mercados cambiarios para disminuir su volatilidad y disminución de la percepción riesgo-país.

El Fondo Monetario Internacional (FMI) evidencia en sus estudios un rápido crecimiento de las reservas internacionales, alcanzando aproximadamente el 13% del producto interno bruto (PIB) mundial para finales de la primera década del siglo XXI, valor tres veces más grande que a finales del siglo XX (IMF, 2010). A razón de la creciente globalización y el ágil desarrollo de los mercados financieros a nivel mundial, en un periodo de post-crisis como el actual, la rápida movilización de capitales genera constantemente procesos de alta incertidumbre en el sistema monetario internacional, donde el dinamismo de las diferentes economías obliga a mantener un nivel de reservas internacionales adecuado (Dhar, 2012), con la idea de obtener una cobertura óptima de la deuda externa y de las importaciones, al menos como medida mínima.

Para el caso colombiano, enmarcado en un contexto de pequeña economía abierta, con una relativa alta movilidad de capitales, un tipo de cambio flexible y una política de inflación objetivo, se convierte en una tarea compleja para el Gobierno, y en especial para la Banca Central², el tratar de crear patrones de buen comportamiento en el nivel de reservas internacionales que permitan ser una garantía en términos de estar en la capacidad de cumplir con las responsabilidades habituales relacionadas con el comercio internacional, el preservar la confianza en el peso colombiano, el respaldar la cuenta de capitales y el minimizar de su portafolio de inversión los diferentes riesgos de liquidez, mercado, crediticio, cambiario, operativo, legal y reputacional (Alarco, 2001; Banco de la República, 2013).

Al igual que muchos otros países, en ocasiones los desequilibrios monetarios son ajustados en parte mediante el flujo de reservas internacionales, y más comúnmente para el actual caso colombiano, son usados para solucionar los desequilibrios cambiarios, en pro de que el peso colombiano no pierda tanto valor en comparación con otras monedas extranjeras. En la actualidad, las inversiones de corto plazo representadas en depósitos y títulos valores en el exterior conforman la mayor parte de las reservas internacionales de Colombia (Banco de la República, 2013). De estas inversiones, el 71.02% son dólares, el 13.14% euros, el 4.25% yenes, el 8.10% se encuentra en el FMI (correspondiente a inversiones en derechos especiales de giro y a las reservas del país en esta entidad). El 2.40% está invertido en el Fondo Latinoamericano de Reservas y un mínimo porcentaje en oro (1.1%)³.

Dicho esto, el objetivo principal del artículo es, dentro de una gama de modelos estimados, encontrar el mejor pronóstico del crecimiento de las reservas internacionales netas en Colombia, instrumento importante como herramienta de planificación, que podría ayudar a

2 El Banco de la República fue designado como administrador de las reservas internacionales en Colombia mediante la Ley 25 de 1923, ratificándose por el Congreso de la República y el Gobierno Nacional a través de la Ley 7 de 1935. La Carta Política de 1991 (Título XII, Capítulo 6, Artículo 371) y la Ley 31 de 1992 (Artículo 14) presentan las normas que debe seguir el Emisor colombiano.

3 Información extraída de www.banrep.gov.co/.

reducir la incertidumbre y a respaldar la toma de decisiones por parte de las autoridades monetarias correspondientes. Y como objetivo secundario, estimar el coeficiente de compensación (CC), definido como la fracción del activo interno neto (A/N) concebido en un periodo determinado, cuyo efecto monetario es revertido por variaciones en las reservas internacionales netas (R/N) en el mismo intervalo de tiempo (Gámez, 2004), es decir:

$$CC = \frac{\Delta R/N}{\Delta A/N},$$

siendo útil su estimación para determinar el efecto del cambio del A/N en las R/N , con la finalidad de comprobar si el Banco de la República puede afectar la base monetaria mediante cambios en el A/N . Y por ende, responder a la pregunta sobre cuál ha sido el efecto de los posibles excesos de dinero sobre el nivel de las reservas internacionales en los últimos lustros, en un nuevo escenario de inflación objetivo y flotación cambiaria como el acaecido desde inicios del presente siglo.

El trabajo está dividido en seis secciones adicionales a esta introducción. La primera de ellas brinda una breve revisión de literatura acerca de estudios sobre modelos para pronósticos de reservas internacionales aplicados a diferentes países y trabajos que calcularon el coeficiente de compensación para Colombia en años anteriores. La segunda sección presenta el fundamento teórico de los modelos que se utilizan para la evaluación de pronóstico. El tercer aparte expone un repaso de las variables de interés a modelar, así como los resultados de las pruebas de estacionariedad y de análisis de cointegración. Las siguientes dos secciones enseñan las estimaciones y la comparación de pronósticos. En la última sección se presentan las principales conclusiones del análisis desarrollado.

II. Revisión de literatura

Son relativamente escasos los estudios que comparten los objetivos de esta investigación, en cuanto a la elaboración de distintos modelos para evaluar la capacidad de pronóstico del crecimiento de reservas internacionales. Luego, el presente trabajo se considera bastante oportuno para la economía colombiana, dada la novedad de su enfoque y la importancia que tiene en términos de regulación del balance económico tanto interno como externo.

El estudio más reciente, hace referencia al trabajo de Gupta, et al. (2014), quienes desarrollaron varios modelos con el objetivo de examinar algunos predictores para construir un pronóstico del crecimiento de las reservas internacionales en China. Se tuvieron en cuenta trece variables, entre las que se destacan los flujos comerciales de este país y los del mundo, y algunos factores financieros y de riesgo. Se encontró que los modelos DMA (*Dynamic Model Averaging*) y DMS (*Dynamic Model Selection*) fueron los que tuvieron los mejores resultados de pronóstico, siendo el último el de mejor desempeño en general, por encima de varios modelos lineales y del modelo bayesiano BMA (*Bayesian Model Averaging*).

Arya, et al. (2010) construyen diversos modelos para pronosticar las reservas internacionales en India, utilizando datos trimestrales entre 1997 y 2008. Para tal fin aplicaron diversas técnicas univariadas y multivariadas como la de suavización exponencial doble por el mé-

todo de Brown, suavización exponencial de Holt, modelos ARIMA, regresión múltiple, entre otros. Dentro de los múltiples horizontes de pronóstico realizados, los autores concluyen que el modelo ARIMA es la mejor técnica para el pronóstico de tres y cuatro trimestres hacia delante.

Por otra parte, basado en el método del sistema de Grey, Qi (2008) realiza un análisis de pronóstico para el año 2007, con el fin de predecir el tamaño de las reservas internacionales para China, hallando como resultado un posible crecimiento futuro de las divisas. A similares conclusiones llegan Li y Yang (2012), quienes estudian las reservas internacionales de China en el periodo muestral 2005-2010, mediante un modelo analítico de pronóstico Grey GM(1,1).

Para la economía colombiana, no se tiene ningún artículo de referencia sobre pronósticos de reservas internacionales, no obstante, para variables de similares características se resalta una de las últimas investigaciones en este tópico, desarrollada por Fayad, Fortich y Veléz (2009), donde se evalúan proyecciones de la tasa de cambio (peso colombiano-dólar), con datos mensuales de 1995 a 2005 a través de un modelo de tasa de cambio de paridad de poder adquisitivo, mostrando que de los diferentes sistemas estadísticos utilizados, el de mejor desempeño es el de vectores autorregresivos (VAR).

En cuanto al coeficiente de compensación (CC), también entendido como el drenaje de las reservas internacionales debido a los 'excesos monetarios' (Clavijo & Varela, 2003), si $CC=-1$, esto implica que el Banco de la República es incapaz de afectar la base monetaria a través de cambios en el A/N , de manera que cualquier cambio en éste sería compensado por un cambio de equivalente magnitud en las R/N en el mismo periodo de tiempo.

Mientras que si $CC>-1$, se tiene que la base monetaria es proclive a variar, mediante cambios en el A/N , por lo que el Banco de la República tendría un instrumento para llevar a cabo una política monetaria activa (Gámez, 2004). Tiempo atrás, y desde la predicción teórica de la perspectiva monetaria de la balanza de pagos (Frenkel & Jhonson, 1976), se pensaba que el CC tenía valores cercanos a -1:

(...) pues la alta movilidad de capitales y las bajas posibilidades de esterilización con que contaban los bancos centrales (al mantener tasas de cambio fijas) hacían que, en el mediano plazo, cada peso de exceso de dinero en circulación se fuera a presionar la demanda por reservas internacionales. (Clavijo & Varela, 2003, p. 7).

Tal idea se encontró validada parcialmente en el siglo pasado, donde en algunos países con aquellas condiciones, la disminución de reservas internacionales por cuenta de los excesos monetarios presentados, era de gran magnitud (Armenta, Fernández & Sánchez, 2005). No obstante, estudios posteriores demostraron que al suponer ciertas variables endógenas bajo un enfoque no tan restrictivo de exogeneidad, en el corto plazo el CC tendía a disminuir en términos absolutos (French-Davis & Villar, 2006).

Así, uno de los primeros estudios realizados para Colombia fue el de Kamas (1985), quien al construir un modelo de equilibrio general y generar ecuaciones desde un enfoque keynesiano, estima por mínimos cuadrados ordinarios y en dos etapas, un *CC* relativamente pequeño (-0.43) para los años 1970-1980, donde se asumían controles sobre la cuenta de capital de la balanza de pagos.

Más adelante, Clavijo (1987) estima un modelo donde se incorpora el efecto del mercado paralelo de divisas bajo un enfoque de portafolio, arrojando un valor de -0.03 para el *CC* durante el periodo 1974-1984. Años más tarde, el mismo autor estima a través de modelos de series temporales multivariadas un valor de -0.46 para el periodo 1957-1985 (Clavijo, 1989). Bajo tal perspectiva teórica, pero haciendo uso de modelos estructurales de los mercados financieros colombianos, Mondino y Rennhack (1989) calculan un rango de valores entre -0.39 y -0.46 en el periodo 1975-1984, afirmando así, que las autoridades tuvieron cierto control sobre la masa monetaria en el corto plazo, básicamente debido a la existencia del control de cambios.

A diferencia de los artículos nombrados anteriormente que tenían por finalidad estudiar los efectos simultáneos de la esterilización monetaria y la pérdida de las reservas internacionales en un periodo con alto control del mercado cambiario (1966-1991), Clavijo y Varela (2003) propusieron examinar el periodo 1991-2003, con el fin de determinar los nuevos valores del *CC* en un contexto de mayor liberalización cambiaria. Desde tres diferentes enfoques como el monetarista (-0.75), función de reacción monetaria (-0.78) y keynesiano (-0.55), concluyen que aún en épocas de alta flexibilización cambiaria, existe evidencia de un alto *CC* (en valor absoluto) en el corto plazo y que además éste se sustenta considerablemente en el componente permanente del crédito.

Finalmente, con un enfoque un poco más histórico, Armenta, et al. (2005) analizaron las decisiones de política monetaria en Colombia, bajo los distintos arreglos cambiarios e institucionales del siglo XX. Dentro de su extenso análisis, dedicaron una sección a la estimación del coeficiente de compensación en Colombia entre los años 1923 y 2000. El parámetro resultante revela que cerca del 35% de los aumentos en el componente doméstico de la base monetaria se traducían en disminución del *stock* de reservas internacionales. Este documento llega a la conclusión general de que la evolución del crecimiento del dinero tuvo como principal determinante el sector externo y, –en menor medida– los desequilibrios del sector público.

III. Metodologías

En esta sección se presentarán los seis modelos a estimar para los pronósticos del crecimiento de las *RIN*, explicando en primer lugar los sistemas que contienen en su construcción un sustento de teoría económica formal (enfoque monetario, keynesiano y de balance de portafolio)⁴, para luego definir en segundo lugar los modelos econométricos de enfoque

4 Las ecuaciones “en forma reducida” resultantes por cada enfoque económico son derivadas del sistema

estrictamente estadístico (autorregresivos integrados de media móvil -ARIMA-, heterocedasticidad condicional -GARCH- y vectores autorregresivos cointegrado en niveles con variables exógenas -VARX-).

A. Modelo desde una perspectiva Monetarista

Se orienta sobre el equilibrio en el mercado monetario, asumiendo una cercana relación entre las *RIN* y los excesos monetarios, donde la balanza de pagos se ajusta en función del equilibrio en la oferta y demanda de dinero. En la ecuación [1], es posible observar el supuesto de exogeneidad sobre el ingreso (*ING*), el nivel de precios domésticos (*P*) y la tasa de interés doméstica nominal (*i*), la cual se determina por la ecuación de paridad de tasas de interés⁵.

$$\Delta RIN_t = \beta_0 + \beta_1 \Delta AIN_t + \beta_2 \Delta ING_t + \beta_3 \Delta P_t + \beta_4 \Delta i_t + u_{1,t}. \quad [1]$$

Las *RIN* son expresadas en moneda nacional, la variable $u_{1,t}$ tomada como término de error estocástico, recoge los efectos riqueza⁶ y β_1 hace referencia a la estimación econométrica del *CC*. Así descrito el enfoque monetarista, dada una demanda de dinero, un alza en la oferta monetaria vía un incremento del *AIN*, provocará un exceso de demanda de moneda extranjera para comprar bonos del exterior. Con el fin de evitar que se deprecie la moneda local, el Banco Central deberá intervenir en el mercado cambiario, drenando reservas internacionales, haciendo que la oferta monetaria llegue de nuevo a su nivel inicial.

Por otra parte, un aumento en la inflación local provoca una disminución de la oferta real de dinero, generando un exceso de demanda de dinero. Esto obliga a que el Banco Central intervenga en el mercado cambiario, aumentando las reservas para evitar la apreciación de la moneda doméstica. Con un razonamiento similar, se encuentra que ante subidas del ingreso nacional, se verán incrementadas las reservas internacionales⁷.

B. Modelo desde una perspectiva Keynesiana

Tiene en cuenta el efecto de la tasa de cambio real y el gasto público sobre las reservas internacionales. Se puede observar en [2] que las *RIN* dependen de variables de escala que

propuesto en Kamas (1986) y retomado por Gámez (2004), donde se plantea un modelo general para una pequeña economía abierta, adecuado para las especificaciones de la economía colombiana. Aquel, considera cuatro sectores: **i)** Banca Central, **ii)** Sector privado, **iii)** Gobierno y **iv)** Sector externo; además de la existencia de cuatro mercados: **i)** Mercado de dinero, **ii)** Mercado de bonos domésticos, **iii)** Mercado de bonos extranjeros y **iv)** Mercado de bienes. Esta aproximación tiene estrecha relación con el modelo general de determinación de tipo de cambio de Gylfason y Helliwell (1983), estableciendo una perspectiva de corto plazo, donde se permite la endogeneidad de los precios, el producto y la tasa de interés.

- 5 Formalmente, $i_t = i_t^* + TD_t^e$, con i_t^* la tasa de interés extranjera nominal y TD_t^e la tasa de devaluación esperada.
- 6 Ya que no se cuenta con una medida adecuada para esa variable. Para las ecuaciones [2] y [3] corresponde el mismo argumento. Sin embargo, dado que es un modelo de corto plazo, la riqueza no debiera variar mucho.
- 7 Para una interpretación más minuciosa ver Gámez (2004).

afectan la balanza comercial, mientras las expectativas de devaluación (TD^e), la inflación esperada (π^e) y el capital oficial (KO) influyen en la cuenta de capital (Clavijo & Varela, 2003).

$$\Delta RIN_t = \delta_0 + \delta_1 \Delta AIN_t + \delta_2 AG_t + \delta_3 AG_{t-1} + \delta_4 KO_t + \delta_5 i_{t-1} + \delta_6 r_{s,t} + \delta_7 r_{s,t-1} + \delta_8 ING^*_t + \delta_9 ING^*_{t-1} + \delta_{10} P^*_t + \delta_{11} P^*_{t-1} + \delta_{12} \Delta i^*_t + \delta_{13} \Delta TD^e_t + \delta_{14} \pi^e_t + \delta_{15} \pi^e_{t-1} + u_{2,t}, \quad [2]$$

donde AG es la absorción debida al Gobierno, definida como el consumo más inversión por parte del Gobierno, r_s es el tipo de cambio nominal spot, ING^* es el ingreso del resto del mundo en términos reales, P^* es el nivel de precios del resto del mundo, i^* es la tasa de interés extranjera nominal y δ_1 es el parámetro del CC . En este enfoque, la disminución de la tasa de interés crea un incentivo a la inversión y el consumo de bienes, lo cual hace que aumenten el producto interno y el nivel general de precios, concibiendo un deterioro en la cuenta corriente (Kamas, 1986). No obstante, si hipotéticamente existiese un aumento del ingreso extranjero, al producirse un aumento de la demanda por producto doméstico, se obtendría una mejora en la cuenta corriente del país. Así, el efecto sobre las reservas internacionales termina siendo ambiguo.

Por otra parte, un aumento del tipo de cambio o del nivel de precios en el extranjero, trae como consecuencia una mejora en la cuenta corriente, y con ello un incremento en las reservas internacionales. Vale resaltar, que desde el enfoque keynesiano, se espera que un crecimiento en las expectativas de inflación ocasione una caída de la tasa de interés real esperada, y por ende, un incremento en el consumo e inversión privada, aumentando el producto y el nivel de precios domésticos. Tal hecho generaría un deterioro en la cuenta corriente, drenando las reservas internacionales (Gulfason & Helliwell, 1983; Gámez, 2004).

C. Modelo desde una perspectiva de Balance de Portafolio

Este enfoque se caracteriza por permitir "(...) la posibilidad de tener varios activos: dinero, bonos locales y bonos externos, donde la regla de paridad juega un papel importante a través de la cuenta de capitales de la balanza de pagos" (Clavijo & Varela, 2003, p. 30). Su diferencia con la aproximación monetarista está en que no supone implícitamente movilidad perfecta de capitales, entendiendo por ello que los bonos domésticos y extranjeros no son considerados sustitutos perfectos.

$$\Delta RIN_t = \alpha_0 + \alpha_1 \Delta AIN_t + \alpha_2 C_t + \alpha_3 \Delta ING_t + \delta_4 \Delta P_t + \alpha_5 \Delta i^*_t + \alpha_6 \Delta TD^e_t + \alpha_7 KO_t + u_{3,t} \quad [3]$$

De [3] se tiene que variables como el ingreso y el nivel general de precios domésticos producen un efecto ambiguo sobre las reservas internacionales, debido a que un aumento en las primeras, puede generar simultáneamente un aumento de la demanda por dinero y de la demanda de bonos extranjeros. El incluir la tasa de devaluación esperada en la ecuación cumple la función de ajustar la tasa de paridad de interés al descubierto, aumentando las probabilidades de causar un fenómeno de sobre-ajuste cambiario (Clavijo & Varela, 2003).

Al estudiar los determinantes de las reservas internacionales desde una perspectiva de balance de portafolio, se observa que un incremento del saldo en cuenta corriente en términos nominales (C), ocasiona un aumento de las reservas internacionales, ya que el cambio positivo en la cuenta corriente produce un exceso de oferta de moneda extranjera, divisa que compraría la Banca Central. En [3], α_1 resulta ser el coeficiente de compensación.

D. Modelo ARIMA

Éste es considerado uno de los mejores modelos lineales de predicción, dada su estructura dinámica fundada en la búsqueda de patrones históricos (basándose en la teoría de procesos estocásticos), con el supuesto de que las estimaciones futuras solo dependen del pasado de la serie (de su inercia) y no de variables independientes. Tal dinámica y versatilidad, es su principal ventaja sobre gran parte de los procedimientos univariados usados para las proyecciones, los cuales son plenamente estáticos y automáticos, debido al hecho de obtener un cerrado conjunto de pronósticos (Tsay, 2005).

Adentrándose al aspecto formal, al ser la mayoría de series económico-financieras no estacionarias, debido a las tendencias o clusters de volatilidad presentes, se procede a diferenciarlas para volverlas estacionarias, por lo que si la serie Y_t no es estacionaria, pero al aplicarle d diferencias si lo es, la serie Y_t sigue un proceso integrado de orden d , $i(d)$. Luego, si Y_t es $i(d)$, $Y_t^* = \Delta^d Y_t = (1-L)^d Y_t$ es $i(0)$, con L definido como el operador de retraso. Y si Y_t^* se comporta como un $ARMA(p, q)$, entonces Y_t sigue un proceso $ARIMA(p, d, q)$ que puede ser representado de la siguiente manera:

$$Y_t^* = \mu + \phi_1 Y_{t-1}^* + \dots + \phi_p Y_{t-p}^* + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}, \quad [4]$$

$$Y_t^* = \mu + \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i}^* + \varepsilon_t - \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i},$$

$$(1 - \phi_1 L - \dots - \phi_p L^p) Y_t^* = \mu + (1 - \theta_1 L - \dots - \theta_q L^q) \varepsilon_t.$$

Luego, $\Phi_p(L) Y_t^* = \mu + \Theta_q(L) \varepsilon_t$,

$\Phi_p(L)(1-L)^d Y_t = \mu + \Theta_q(L) \varepsilon_t$, resultando $\Phi_p(L)(1-L)^d \bar{Y}_t = \Theta_q(L) \varepsilon_t$.

Donde ϕ_i son los parámetros correspondientes a la parte autorregresiva, siendo p su orden, θ_i son los parámetros de la parte de media móvil, de orden q , μ es una constante, $\varepsilon_t \sim \text{Ruido Blanco}(0, \sigma^2)$ es el término de las innovaciones, d es el orden de integración del proceso (número de raíces unitarias) y (\bar{Y}_t) es la representación del proceso ya corregido por μ^8 . Para su construcción se utiliza la metodología de Box-Jenkins referente a las etapas de identificación, estimación, contraste y predicción de aquel modelo.

8 El proceso será estacionario si las raíces de $\Phi_p(L)=0$ están fuera del círculo unitario e invertible si lo están las de $\Theta_q(L)=0$, suponiendo adicionalmente que no existen raíces comunes que puedan cancelarse entre los operadores AR y MA .

E. Modelo GARCH⁹

Los modelos de heterocedasticidad condicional fueron formulados para explicar ciertas propiedades que no podían expresar los modelos lineales, y que aparecen con regularidad en las series de tiempo financieras. Suponen que, aunque la varianza no condicional es constante (característica necesaria para que el proceso sea estacionario), la varianza condicionada a los valores pasados de la serie es variable, ya que depende de estos valores previos. Ello, a diferencia de los procesos lineales *ARIMA* que contemplan tanto la varianza marginal $Var(Y_t)$, como la varianza condicional $Var(Y_t|Y_{t-1}, \dots)$, constantes (Bollerslev, 1986).

En este caso, para modelar la serie Y_t se puede asumir un *ARMA*(p, q) estacionario que ajuste la correlación de los datos y su media, como se muestra en [5]:

$$Y_t = \mu_t + \varepsilon_t, \mu_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i} - \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i}. \quad [5]$$

Con p, q enteros no negativos y $\{\varepsilon_t\} \sim RB(0, \sigma^2)$. De manera que, un proceso $\{\varepsilon_t, t \in \mathbb{Z}\}$ resulta ser un *GARCH*(m, s) si es la solución de las ecuaciones recurrentes escritas en [6] y [7].

$$\varepsilon_t = \sigma_t \epsilon_t, \quad [6]$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j \sigma_{t-j}^2, \quad [7]$$

donde $\{\varepsilon_t, t \in \mathbb{Z}\}$ es una sucesión *IID* de variables aleatorias con media cero y varianza constante. Los coeficientes satisfacen $\alpha_0 > 0$ y $\alpha_i, \beta_j \geq 0$, para $i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, s$. Asimismo, para que sea estacionario se debe cumplir que $\sum_{i=1}^m \alpha_i + \sum_{j=1}^s \beta_j < 1$.

F. Modelo VARX Cointegrado en niveles

El optar por tal modelo alusivo a las series de tiempo multivariadas, tiene su fundamento en lo eficiente que ha sido su capacidad de pronóstico para la literatura internacional, además de su relevante característica de asumir un tratamiento efectivamente endógeno a las variables de interés (Lütkepohl, 2005). Para el presente trabajo se eligió estimar el *VARX Cointegrado* en niveles (ver Krätzig y Lutkepohl (2004)). Bajo estos lineamientos, se construirá y estimará un modelo de vectores autorregresivos con variables exógenas, que tiene por sistema de ecuaciones la estructura dispuesta en [8]¹⁰:

$$Y_t = \mu + A_1 Y_{t-1} + \dots + A_p Y_{t-p} + E_1 X_{t-1} + \dots + E_q X_{t-q} + D_t + u_t, \quad [8]$$

donde Y_t es un vector de observaciones de k variables en el tiempo t ; μ es un vector de constantes de dimensión $k \times 1$; A_j representa los parámetros de los rezagos de la propia variable y de las demás variables; E_j son los coeficientes que acompañan a las variables

9 Se consideró modelar un sistema de heterocedasticidad condicional con efectos asimétricos, no obstante, la prueba de efectos de apalancamiento (H_0 : No existencia de asimetrías) dio no significativa estadísticamente ante cualquier nivel de significancia convencional (p-valor: 0.415).

10 Se sigue la notación de Espinosa y Vaca (2014).

exógenas que sólo dependen de sus rezagos, es decir sólo poseen dinámica propia; D_i son las variables dummy centradas que contemplan la estacionalidad de las series y u_i son las innovaciones. A partir de allí, la ecuación de cada variable se podría expresar como:

$$Y_{i,t} = \mu_i + A^1_{i,1}Y_{1,t-1} + \dots + A^1_{i,k}Y_{k,t-1} + A^2_{i,1}Y_{1,t-2} + \dots + A^2_{i,k}Y_{k,t-2} + \dots + A^p_{i,1}Y_{1,t-p} + \dots + A^p_{i,k}Y_{k,t-p} + E^1_{i,1}X_{1,t-1} + E^2_{i,2}X_{2,t-2} + \dots + E^p_{i,p}X_{k,t-p} + D_t + u_{i,t}.$$

$A^z_{i,j}$ denota para la i -ésima ecuación el parámetro que hace referencia a la j -ésima variable del rezago z . Por su parte, la característica de cointegración en el modelo, viene luego de corroborar si las series en conjunto poseen esta propiedad, que se prueba a través de la metodología de Johansen (1991). Las variables incluidas en el VARX a estimar en niveles, son elegidas en base a una extensa revisión bibliográfica realizada, en donde es posible observar ciertos determinantes en el comportamiento histórico de los flujos de las RIN, por lo que se define:

$$Y_t = \begin{bmatrix} \text{Términos de intercambio} \\ \text{Tipo de cambio Peso Colombiano - Dólar} \\ \text{Brecha del producto} \\ \text{Indicador de solvencia} \\ \Delta \ln(M2) \\ \Delta(RIN) \end{bmatrix}, X_t = [LIBOR], \mu = [Constantes] \text{ y}$$

$$\varepsilon_t = [Innovaciones del sistema], \quad \text{con} \quad E(u_{j_t}) = 0, \forall t; \quad E(u_{j_t} u_{j_{t-i}}) = 0, \forall t \neq t-i; \\ E(u_{j_t} | u_{j_{t'}}) = 0, \forall j \neq j', \text{ con } j \wedge j' = 1, \dots, k; \quad u_{j_t} \sim N(0, \sigma_j^2) \quad \text{y} \quad \text{Var}(u_{i_t}) = \Sigma_u, \forall t.$$

Como indicador de solvencia se utiliza el cociente entre deuda externa y exportaciones.

IV. Datos, estacionariedad y cointegración

La información se extrajo de las bases de datos del Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE), del Banco de la República, del Ministerio de Hacienda y Crédito Público, de la Superintendencia Financiera de Colombia, del Fondo Monetario Internacional (*International Financial of Statistics*) y de la *Bureau of Economic Analysis*, agencia del departamento de comercio de los Estados Unidos. Las variables activo interno neto y reservas internacionales netas son saldos en millones de pesos colombianos. El ingreso doméstico se mide mediante el PIB de Colombia, el ingreso del extranjero a través del PIB de Estados Unidos como proxy. La tasa de interés doméstica se mide como el promedio de las tasas de interés de los depósitos a término fijo a 90 días, mientras la tasa de interés internacional se mide por el promedio de la tasa LIBOR (*London Interbank Offered Rate*) en dólares a tres meses.

Por otra parte, en relación al tipo de cambio spot, se toma el promedio por trimestre del precio diario en pesos colombianos de un dólar a través de la tasa representativa del mercado, variable calculada por la Superintendencia Financiera de Colombia. La variable tasa de devaluación esperada para un trimestre se asume igual a la tasa de devaluación del tri-

mestre anterior, justificando su elección en base a que el régimen cambiario y monetario en Colombia direccionado por el Banco de la República ha tenido un comportamiento estable, a razón de las buenas prácticas de esta institución y a la confianza que le depositan los agentes en el país. Para la inflación esperada se aplica igual razonamiento.

La brecha del producto se obtiene a partir de la diferencia del logaritmo natural del índice real de producción industrial manufacturera y el producto potencial resultante de aplicar el filtro de Hodrick-Prescott a este mismo índice. Para el nivel de precios interno, se utiliza el promedio mensual del índice de precios al consumidor y para el nivel de precios internacional el promedio del índice de precios al consumidor de Estados Unidos.

La cuenta corriente y el flujo de capital oficial de la balanza de pagos se miden en millones de pesos colombianos, por lo que se multiplica los valores disponibles en millones de dólares por el tipo de cambio promedio. Estas dos variables, junto con la absorción real del gobierno¹¹, los términos de intercambio según comercio exterior, $M2$, las exportaciones y la deuda externa son extraídas del Banco de la República y del Fondo Monetario Internacional. El año base para todas las variables reales e índices es el 2005.

Las series tomadas para el análisis estadístico son de periodicidad trimestral, desde el primer trimestre del año 2000 hasta el tercer trimestre del año 2014. La selección de este intervalo de tiempo se hizo teniendo en cuenta que para inicios del siglo XXI, la economía colombiana presentaba nuevos condicionamientos estructurales debido a diversos hechos como la apertura económica, la crisis bancaria de finales del siglo pasado, el abandono del *crawling peg* y la liberación de la cuenta de capitales, entre otros. Asimismo, dada la restricción institucional de estadísticas, es el periodo más extenso sobre el que se puede trabajar robustamente.

En el Anexo A, se presentan las pruebas de raíz unitaria *Augmented Dickey-Fuller (ADF)*, *Phillip-Perron (PP)* y *Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS)* (tabla A1), y los resultados de la prueba de cointegración mediante el procedimiento de Johansen (1991) para las variables incorporadas en el modelo de vectores autorregresivos (tabla A2), donde se demuestra que a un nivel de significancia del 5%, existe evidencia estadística de al menos una relación de cointegración, permitiendo así, dar paso a la estimación del modelo VARX Cointegrado en niveles.

V. Estimación de los modelos

Para las estimaciones de los modelos monetarista, keynesiano y de balance de portafolio se utiliza la metodología de mínimos cuadrados en dos etapas, debido a la endogeneidad de las variables AIN , ING , P e i para el primero modelo; AIN para el segundo; y AIN , C , ING y PD para el tercer modelo. Aunque estas variables presentan simultaneidad con las RIN ,

11 Se toma como proxy para esta variable el gasto en salarios, bienes y servicios e inversión del sector público no financiero (metodología de caja), calculado por el Ministerio de Hacienda y Crédito Público.

todas las demás presentan un comportamiento exógeno¹². El procedimiento inferencial se hace mediante la estimación robusta de heterocedasticidad de White.

Retomando la metodología de Gámez (2004), en los modelos monetario y de balance de portafolio se usan como instrumentos las variables exógenas del modelo general, es decir, Δi^*_t , i_{t-1} , $r_{s,t}$, $r_{s,t-1}$, ΔING^*_t , ΔING^*_{t-1} , AGg_t , AG_{t-1} , KO_t , ΔP^*_t , ΔP^*_{t-1} , ΔTD^e_t , π^e_t , y π^e_{t-1} . Mientras que para el modelo keynesiano, se utilizan estas variables como instrumentos de sí mismas y ΔAIN_{t-1} como instrumento de ΔAIN . A su vez, se incluyeron ciertas variables *dummy* para capturar algún tipo de estacionalidad y/o tendencia, dejando aquellas que minimizarán tanto el error estándar de la regresión como el error cuadrático medio.

En la tabla 1 se presentan los resultados arrojados por el modelo monetarista, donde los parámetros de las variables relacionadas con el activo interno neto y la tasa de interés doméstica son los únicos estadísticamente diferentes de cero al 10% de significancia. Para el modelo keynesiano lo son los coeficientes asociados al activo interno neto, los precios internacionales, la tasa de devaluación esperada y la inflación esperada (tabla 2)¹³; mientras para el enfoque de balance de portafolio son significativos los parámetros relacionados a la cuenta corriente y a la tasa de interés internacional (tabla 3).

En las tablas 1, 2 y 3, se observa que los coeficientes de compensación estimados son estadísticamente diferentes de -1, debido a los bajos p-valores (F y X^2) encontrados a partir del test de Wald para la hipótesis nula de que el coeficiente asociado a ΔAIN es igual a -1. De esta manera, respecto a lo ocurrido históricamente en la última década del siglo pasado, desde los enfoques monetarista y de portafolio, se deduce que el coeficiente de compensación pudo probablemente haber disminuido (en términos absolutos) más de 0.40 durante los primeros años del siglo XXI, perdiendo la magnitud de épocas anteriores¹⁴.

12 Ello, debido a que se está en presencia de regresores estocásticos que no son independientes del término de error, a razón de ser ecuaciones derivadas de un modelo general multiecuacional. La forma adecuada de estimar aquellos modelos puede ser mediante los métodos de información completa, dentro de los que se encuentra los Mínimos Cuadrados Bietápicos (MC2E), ya que al utilizar tal tipo de método estadístico se evitan estimadores inconsistentes.

13 Aunque el parámetro de la inflación esperada resulta con signo contrario al esperado, la inflación esperada rezagada un periodo sí presenta el signo esperado bajo el concepto keynesiano.

14 Desde la perspectiva keynesiana también disminuyó el *CC*, pero levemente (0.03 aproximadamente).

Tabla 1: Estimación del modelo monetarista.

Variable Endógena: ΔRIN				
Variable	Coefficiente	Error Est.	Estadíst. -z	Prob.
<i>Constante</i>	3876.689	2161.972	1.793126	0.0788
ΔAIN	-0.315751	0.148119	-2.131740	0.0378
$\Delta \ln(ING)$	-70100.54	91452.30	-0.766526	0.4468
ΔP	-421.4306	944.6494	-0.446124	0.6574
Δi	236016.6	84287.63	2.800133	0.0072
<i>Dummy Estacional Q4</i>	-2211.610	1909.184	-1.158406	0.2520
R^2	0.652680	Error est. de la regresión		3173.140
R^2 Ajustado	0.811592	Estadístico D-W.		1.858103
Test de Wald $H_0: \beta_1 = -1$		P-valor $F = 0.000$		P-valor $\chi^2 = 0.000$

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 2: Estimación del modelo keynesiano.

Variable Endógena: ΔRIN				
Variable	Coefficiente	Error Est.	Estadíst. -z	Prob.
<i>Constante</i>	-182705.5	166521.4	-1.097189	0.2788
ΔAIN	-0.518823	0.232916	-2.227511	0.0313
AG	0.133319	0.085398	1.561144	0.1260
AG_{-1}	-0.033902	0.063605	-0.533001	0.5968
KO	1.936592	6.438741	0.300772	0.7651
i_{-1}	12797.77	17400.28	0.735492	0.4661
r_s	20.72628	26.30424	0.787945	0.4352
$r_{s,-1}$	-26.01456	26.56638	-0.979229	0.3331
$\Delta \ln(ING^*)$	-3496.549	56786.95	-0.061573	0.9512
$\Delta \ln(ING^*_{-1})$	17185.82	57913.56	0.296749	0.7681
$\Delta \ln(P^*)$	-259314.6	151248.0	-1.714499	0.0938
$\Delta \ln(P^*_{-1})$	250142.3	143076.6	1.748310	0.0877
Δi^*	80975.63	95518.49	0.847748	0.4014
ΔTD^e	-66950.10	35862.87	-1.866836	0.0689
π^e	110214.6	51384.53	2.144898	0.0378
π^e_{-1}	-67970.56	54864.38	-1.238883	0.2223
R^2	0.760048	Error est. de la regresión		1826.189
R^2 Ajustado	0.681924	Estadístico D-W.		1.912032
Test de Wald $H_0: \delta_1 = -1$		P-valor $F = 0.045$		P-valor $\chi^2 = 0.039$

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 3: Estimación del modelo de balance de portafolio.

Variable Endógena: ΔRIN				
Variable	Coefficiente	Error Est.	Estadíst. -z	Prob.
Constante	-6752.601	5233.364	-1.290299	0.2030
ΔAIN	-0.220839	0.187086	-1.180414	0.2435
C	-1.729614	0.794229	-2.177728	0.0343
$\Delta \ln(ING)$	-127773.6	110297.0	-1.158450	0.2523
ΔP	820.6980	1150.068	0.713608	0.4789
Δi^*	148985.6	87874.49	1.695436	0.0963
ΔTD^*	-5962.621	49718.42	-0.119928	0.9050
KO	-1.673378	10.52527	-0.158987	0.8743
Tendencia Año 2014	-160.7072	109.0548	-1.473637	0.1470
R^2	0.375293	Error est. de la regresión		2981.921
R^2 Ajustado	0.599831	Estadístico D-W.		1.831439
Test de Wald $H_0: \delta_1 = -1$		P-valor $F = 0.000$		P-valor $\chi^2 = 0.000$

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4: Resultados de las estimaciones del coeficiente de compensación (CC).

Coeficientes de ΔAIN		
Enfoque	Valor del coeficiente	P-valor F, Test de Wald $H_0: Coef. \Delta AIN = -1$
Monetarista	-0.315751	0.000
Keynesiano	-0.518823	0.045
Portafolio	-0.220839	0.000

Fuente: Elaboración propia.

Basándose en la evidencia estadística arrojada por los resultados de la tabla 4, se observa que bajo los tres enfoques económicos, la Banca Central en Colombia ostenta una política monetaria *independiente*, al poder controlar el cambio de la base monetaria vía ΔAIN , expresando así, posibles indicios de una política monetaria *activa* por parte de las autoridades monetarias.

De otra parte, las estimaciones del modelo *ARIMA* se presentan en la tabla 5, donde se obvia la estimación del parámetro *AR(1)*, ya que su inclusión no permite el buen comportamiento de los residuales.

Tabla 5: Estimación del modelo ARMA(3,4).

Variable Endógena: ΔRIN				
Variable	Coefficiente	Error Est.	Estadíst. -z	Prob.
Constante	2094.548	596.8262	3.509478	0.0010
AR(2)	-0.126649	0.060264	-2.101578	0.0409
AR(3)	0.985122	0.083669	11.77399	0.0000
MA(1)	0.280629	0.161819	1.734209	0.0893
MA(2)	-0.006399	0.064940	-0.098538	0.9219
MA(3)	-0.936862	0.053165	-17.62193	0.0000
MA(4)	-0.336710	0.140847	-2.390603	0.0208

Fuente: Elaboración propia.

Al aplicar la prueba de efectos ARCH que tiene por hipótesis nula la no existencia del efecto ARCH (varianza constante) versus la hipótesis alternativa que indica la existencia de tal efecto, el p-valor obtenido cae en la zona de rechazo a un nivel de significancia del 10% (0.07), por lo que se procede a estimar un modelo autorregresivo de heterocedasticidad condicional generalizado (*GARCH*) tomando como modelo para la media el ARIMA estimado en la tabla 5.

Los resultados enseñan que para la ecuación de la volatilidad, el coeficiente de la volatilidad rezagada un periodo (σ^2_{t-1}) es significativo a un nivel del 5%, al igual que el cuadrado de la innovación rezagada dos periodos (ϵ^2_{t-2}) (tabla 6).

Tabla 6: Estimación del modelo ARMA(3,4)-GARCH(2,1).

Variable Endógena: ΔRIN				
Variable	Coefficiente	Error Est.	Estadíst. -z	Prob.
Constante	877.7211	159.8160	5.492072	0.0000
AR(2)	-0.187857	0.172116	-1.091454	0.2751
AR(3)	0.666303	0.110606	6.024123	0.0000
MA(1)	0.081471	0.109094	0.746799	0.4552
MA(2)	-0.023546	0.170868	-0.137800	0.8904
MA(3)	-0.713951	0.125593	-5.684660	0.0000
MA(4)	0.142213	0.123827	1.148478	0.2508
Ecuación de la volatilidad				
Constante	3960347	2241006	1.767218	0.0772
ϵ^2_{t-1}	0.768413	0.447939	1.715444	0.0863
ϵ^2_{t-2}	0.609429	0.300992	2.024735	0.0428
σ^2_{t-1}	-1.018057	0.046282	-21.99700	0.0000

Fuente: Elaboración propia.

Respecto al modelo *VARX*, se estima con $\rho=1$, de acuerdo a los criterios de información de Schwarz y Hannan-Quinn. En el Anexo B se presenta la gráfica (B1) de las funciones impulso-respuesta acumuladas generalizadas¹⁵, donde se muestra que a un nivel de confianza del 95%, las respuestas significativas del crecimiento de las reservas internacionales netas se deben a choques de ellas mismas (primeros 7 periodos después del choque, con reacción positiva), de los términos de intercambio (5 periodos, con reacción negativa), de la tasa de crecimiento de *M2* (4 periodos, con reacción positiva), de la tasa de cambio peso-dólar (3 periodos, con reacción positiva) y del índice de solvencia (1 periodo, con reacción positiva).

En relación a la descomposición de varianza de la variable crecimiento de las reservas internacionales netas (tabla B1 del Anexo B), el mayor porcentaje de la varianza del error de pronóstico está determinado por ella misma en los primeros periodos, para después del quinto periodo ser influenciada en mayor medida por la tasa de cambio. Se resalta la importancia de los términos de intercambio, que llegan explicar una cuarta parte de la varianza del error de pronóstico. En referencia a la causalidad en el sentido de Granger, la tasa de cambio es la única que causa al crecimiento de las reservas internacionales (p -valor: 0.00) y viceversa (p -valor: 0.04) a un nivel de significancia del 5%.

VI. Medidas de evaluación de pronóstico

Ya estimados todos los modelos¹⁶, a fin de establecer la capacidad de pronóstico para ΔRIN , se consideran la raíz del error cuadrático medio (*RECM*)¹⁷ y el error absoluto medio (*EAM*) como medidas de evaluación del error de pronóstico. Entre más pequeño sea el valor de estos estadísticos mejor será la habilidad del modelo para predecir. Sus fórmulas se presentan en [9] y [10].

$$RECM(m) = \sqrt[2]{\frac{\sum_{r=0}^{w-m} ((\hat{Z}_{n-w+r+m} - Z_{n-w+r+m})^2)}{(w-m+1)}}, \quad [9]$$

$$EAM(m) = \frac{\sum_{r=0}^{w-m} |\hat{Z}_{n-w+r+m} - Z_{n-w+r+m}|}{(w-m+1)}, \quad [10]$$

donde Z es la variable de interés a pronosticar, m es el horizonte de predicción, n es el tamaño de la serie, w hace referencia al número de observaciones que son quitadas al final de la serie para hacer comparaciones dentro de la muestra y $r=1, \dots, w$. Expresadas las fórmulas, los resultados de los pronósticos para estimaciones dentro y fuera de la muestra se presentan en la tabla 7¹⁸.

15 Siguiendo la metodología de Pesaran y Shin (1998), en la cual las funciones de impulso-respuesta son invariantes a la ordenación de las variables en los modelos de vectores autorregresivos.

16 En general, los residuales de los seis modelos se comportaron adecuadamente en los tópicos de no-correlación (Multiplicador de Lagrange), normalidad (Jarque-Bera) y homocedasticidad (Breusch-Pagan-Godfrey), exceptuando la normalidad del modelo monetarista donde se rechaza la hipótesis nula a un nivel de significancia del 5%.

17 Se puede interpretar como la desviación del error de predicción.

18 Para los pronósticos fuera de la muestra se tomó la estrategia *expanding window*.

Tabla 7: Medidas de evaluación del error de pronóstico de la variable ΔRIN , para estimaciones dentro y fuera de la muestra.

Modelo / Periodo	Dentro de la muestra 2011Q3-2014Q3		Fuera de la muestra 2014Q4-2015Q2	
	RECM	EAM	RECM	EAM
Monetarista (MC2E)	3952.748	2918.603	3004.533	2404.364
Keynesiano (MC2E)	2338.037	1784.800	1554.019	1135.019
Portafolio (MC2E)	4163.935	2828.171	2740.818	1975.071
ARIMA(3,4)	2212.952	1708.482	2188.540	1927.465
GARCH(2,1)-ARIMA(3,4)	2669.702	2334.606	2232.733	1719.434
VARX Cointegrado	1915.327	1620.803	1538.515	1203.909

Fuente: Elaboración propia.

Se observa que las mejores proyecciones dentro de la muestra (*in sample*) son las de los modelos ARIMA y VARX cointegrado en niveles, dado que presentan los menores valores de RECM y EAM, mientras que los mejores pronósticos fuera de la muestra (*out of sample*) se atribuyen al modelo keynesiano estimado por mínimos cuadrados bietápicos y de nuevo al modelo VARX Cointegrado en niveles, los cuales arrojan los menores errores de pronóstico.

Adicional a las medidas de pronóstico RECM y EAM, se calcula la prueba de juzgamiento de bondad de pronóstico construida por Diebold y Mariano (1995), como base para la comparación de predicciones. Para esta prueba, supóngase que $\{y_t\}$ denota la serie de tiempo que se quiere pronosticar y $y_{t+h|t}^1, y_{t+h|t}^2$ son las predicciones de los dos modelos a comparar.

Al detonar el error de pronóstico de los modelos como $e_{t+h|t}^1$ y $e_{t+h|t}^2$, y al tener T pronósticos ($t=t_0, t_1, t_2, \dots, T$), es posible obtener las series de errores durante la validación de ambos modelos, $\{e_{t+h|t}^1\}_{t_0}^T$ y $\{e_{t+h|t}^2\}_{t_0}^T$. Siendo posible medir la capacidad de cada pronóstico a través de una función de pérdida, $g(\cdot)$, que para el presente estudio se asume mediante el error absoluto, $g(y_{t+h}, y_{t+h|t}^j) = g(e_{t+h|t}^j) = |e_{t+h|t}^j|, j = 1, 2$.

Dicho esto, Diebold y Mariano (1995) basan su contraste en los residuos diferenciales dados por $d_t = g(e_{t+h|t}^1) - g(e_{t+h|t}^2)$, donde la media muestral de la diferencia de los errores de predicción, $\bar{d} = \frac{\sum_{t=1}^T d_t}{T}$, se distribuye asintóticamente como,

$$\sqrt{T}(\bar{d} - \mu) \xrightarrow{dist.} N(0, Var(\bar{d})),$$

con $Var(\bar{d}) = \frac{(\gamma_0 + 2 \sum_{i=1}^{h-1} \gamma_i)}{T}$, siendo γ_j la j -ésima covarianza de d_t , cuya estimación se define por $\hat{\gamma} = \frac{1}{n} \sum_{t=i+1}^T (d_t - \bar{d})(d_{t-j} - \bar{d})$. Bajo la hipótesis nula de idéntica predicción óptima, $H_0: E[d_t] = 0$, el estadístico de la prueba de Diebold y Mariano (1995) resulta ser,

$$Estadístico DM = \frac{\bar{d}}{\sqrt{\hat{Var}(\bar{d})}} \sim N(0,1),$$

donde $\hat{Var}(\bar{d})$ es un estimador consistente de la varianza asintótica de $Var(\bar{d})$, que es incorporado en el estadístico DM por permitir representar la persistencia de largo plazo en la serie de los d_t . Tal estadístico sigue una distribución normal estándar bajo la hipótesis nula.

En la tabla 7, se presentan los p-valores correspondientes a la prueba de Diebold y Mariano para parejas de modelos. En términos del estadístico DM , los resultados empíricos señalan que el pronóstico del crecimiento de las reservas internacionales netas es sensible a la elección de modelos. En este sentido, el $VARX$ *cointegrado* en niveles proporciona el mejor desempeño de predicción óptima, para un horizonte de pronóstico de tres trimestres (2014Q4-2015Q2).

Tabla 7: P-valor referente a la prueba de evaluación de la predicción desarrollada por Diebold y Mariano (1995)¹⁹.

Modelo	Monetarista	Keynesiano	Portafolio	ARIMA	GARCH	VARX
Monetarista	-	0.19233	0.00011	0.46750	0.24556	0.00001
Keynesiano		-	0.07347	0.24172	0.15905	0.02048
Portafolio			-	0.00006	0.00586	0.00000
ARIMA				-	0.37190	0.06271
GARCH					-	0.03250
VARX						-

Fuente: Elaboración propia.

En general, las estimaciones sugieren que el mejor modelo como representación válida del crecimiento de las reservas internacionales netas es el perteneciente a la metodología de series temporales multivariadas²⁰, debido a que mejora las proyecciones realizadas a partir de modelos autorregresivos de media móvil, de heterocedasticidad condicional y de regresión bietápica con enfoques económicos.

VII. Conclusiones

En este trabajo se presentan seis diferentes metodologías cuantitativas para la construcción de pronósticos del crecimiento de las reservas internacionales netas en Colombia, utilizando datos trimestrales con información proveniente de las cuentas nacionales, la Banca Central, organismos gubernamentales y el FMI, que cubren el periodo 2000Q1-2014Q3. Para tal objetivo, se propone evaluar las proyecciones a través de la raíz del error cuadrático medio

19 Adicional a este test, se procedió a aplicar la prueba HLN-DM de Harvey, Leybourne y Newbold (1997), arrojando resultados muy similares a los de la prueba de Diebold y Mariano (1995). Confirmando así, la consistencia de los resultados.

20 En el Anexo C, tabla C1, se presentan los pronósticos de las reservas internacionales netas bajo esta metodología, para el horizonte de pronóstico 2015-2016.

(*RECM*) y del error absoluto medio (*EAM*), tanto para los pronósticos dentro de la muestra como fuera de esta. También se procede a emplear la prueba estadística de Diebold y Mariano (1995) para comparación de pronósticos.

Así, dada la muestra y la especificación de los distintos modelos, los resultados afirman que el mejor sistema de los tres estimados bajo enfoques estructuralmente económicos es el modelo keynesiano por sobre las aproximaciones monetarista y de balance de portafolio. Mientras que el modelo VARX cointegrado en niveles es la mejor aproximación de los tres sistemas netamente estadísticos respecto a la capacidad de pronóstico. Siendo también este último, el mejor de los seis modelos estudiados, arrojando los niveles más bajos en las medidas *RECM* y *EAM*. Aquel modelo sigue siendo el de mejor especificación según la prueba de Diebold y Mariano.

Como objetivo secundario del artículo, se propuso estimar el coeficiente de compensación a través de las perspectivas monetarista, keynesiana y de balance de portafolio, obteniendo como resultado que para todos los tres modelos se rechaza la hipótesis nula de que el coeficiente de compensación es igual a -1. La implicación más importante de tal evidencia estadística, se encuentra en el hecho de demostrar que la Banca Central en Colombia posee una política monetaria *independiente*, al poder controlar el cambio de la base monetaria vía cambios en el activo interno neto, manifestando así, posibles indicios de una política monetaria *activa* por parte de las autoridades monetarias del país.

En este aspecto, en el marco de los modelos económicos utilizados para la estimación del coeficiente de compensación, a diferencia de la mayoría de estudios aplicados a Colombia donde el enfoque de portafolio es el de mejor comportamiento, los resultados del trabajo arrojaron que el más alto desempeño lo posee el modelo keynesiano, al analizarlo en términos de minimización del error de regresión. Tal enfoque resalta la importancia que tienen en Colombia los cambios en variables como el ingreso, los precios y la cuenta corriente ante cambios en el activo interno neto, así como el efecto de los precios internacionales, la inflación esperada y las expectativas de inflación sobre las reservas internacionales netas.

Para futuras investigaciones se propone la estimación de pronósticos desde la construcción de modelos VAR bayesianos (BVAR) en sus diferentes extensiones (*prior Minnesota*, *prior Sims* y *Zha*, *prior Normal-Whishart*, entre otras), junto a sistemas multivariados de la familia ARCH que puedan servir como alternativa válida para la predicción de las reservas internacionales netas en Colombia, dado que por lo visto en este artículo, las mejores estimaciones son las que contemplan un enfoque multidimensional.

Referencias bibliográficas

- Alarco, G. (2011). Niveles necesarios, costos y políticas para las reservas internacionales en América Latina. *Economía Mexicana. Nueva Época*, XX, N°. 1, 145—180.

- Armenta, A., Fernández, A., & Sánchez, F. (2005). Historia monetaria de Colombia en el siglo XX: Grandes tendencias y episodios relevantes. *Documento CEDE, Universidad de los Andes*, N°. 2005-30.
- Arya, N., Bose, U., Kabiraj, S., Saha, S., & Tomy, J. (2010). Forecasting growth of foreign exchange reserves. *Delhi School of Economics, University of Delhi*.
- Banco de la República. (2013). *Administración de las reservas internacionales*. Bogotá, D.C., Colombia: Banco de la República.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 307—327.
- Clavijo, S., & Varela, C. (2003). Flotación cambiaria y esterilización monetaria: La experiencia de Colombia. *Borradores de Economía, Banco de la República*, N° 256.
- Clavijo, S. (1987). Reservas internacionales y mercado paralelo de divisas bajo el sistema de mini-devaluaciones: Aspectos teóricos y empíricos. *Ensayos Sobre Política Económica*, N°. 11, 91—109.
- Clavijo, S. (1989). Macroeconometría de una economía pequeña y abierta usando análisis de vectores autorregresivos. *Desarrollo & Sociedad*, N°. 23, 135—156.
- Dhar, S. (2012). Reserve accumulation and global financial stability: A critical assessment of IMF concerns. *IEO Background Paper, BP/12/03*.
- Diebold, F., & Mariano, R. (1995). Comparing predictive accuracy. *Journal of Business and Economic Statistics*, 13(3), 253—265.
- Espinosa, O., & Vaca, P. (2014). Causas del desempleo en Colombia en el siglo XXI. Evidencia a partir de un modelo VAR-X Cointegrado. *Revista Economía del Caribe*, 14, 90—114.
- Fayad, C., Fortich, R., & Veléz, I. (2009). Proyección de la tasa de cambio de Colombia bajo condiciones de PPA: Evidencia empírica usando VAR. *Estudios Gerenciales*, 25, N°. 113, 211—226.
- French-Davis, R., & Villar, L. (2006). Real macroeconomic stability and the capital account in Chile and Colombia. En: French-Davis, R. (Eds.), *Seeking growth under financial volatility* (pp. 96-138). New York, EEUU: CEPAL, Palgrave Macmillan.
- Frenkel, J., & Johnson, H. (1976). The monetary approach to the balance of payments: Essential concepts and historical origins. En: Frenkel, J., & Johnson, H. (Eds.), *The monetary approach to the balance of payments*. Toronto, Canada: University of Toronto Press.
- Gámez, O. (2004). *Estimación del coeficiente de compensación en Nicaragua. Aplicación de los modelos monetarista, balance de portafolio y keynesiano* (Trabajo presentado para optar por el título de Magíster en Economía). Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago de Chile, Chile.
- Gulfason, T., & Helliwell, J. (1983). A synthesis of keynesian, monetary, and portfolio approaches to flexible exchange rates. *The Economic Journal*, 93, N°. 372, 820—831.

- Gupta, R., Hammoudeh, S., Kim, W., & Simo-Kengne, B. (2014). Forecasting China's foreign exchange reserves using dynamic model averaging: The roles of macroeconomic fundamentals, financial stress and economic uncertainty. *North American Journal of Economics and Finance*, 28, 170—189.
- Harvey, D., Leybourne, S., & Newbold, P. (1997). Testing the equality of prediction mean squared errors. *International Journal of Forecasting*, 13(2), 281—291.
- International Monetary Fund -IMF-. (2010). Reserve accumulation and international monetary stability. *Working paper, Strategy, Policy and Review Department, IMF*.
- Johansen, S. (1991). Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in gaussian vector autoregressive models. *Econometrica*, 59(6), 1551—1580.
- Kamas, L. (1985). External disturbances and the independence of monetary policy under the crawling peg in Colombia. *Journal of International Economics*, 19(3-4), 317—327.
- Kamas, L. (1986). The balance of payments offset to monetary policy: Monetarist, portfolio balance, and keynesian estimates for México and Venezuela. *Journal of Money, Credit, and Banking*, 18(4), 467—481.
- Kräätzig, M., & Lütkepohl, H. (2004). *Applied time series econometrics*. Cambridge, England: Cambridge University Press.
- Li, D., & Yang, S. (2012). Analysis and forecast about China's foreign exchange reserves based on grey system. *Asian Social Science*, 8, N° 2, 153—158.
- Lütkepohl, H. (2005). *New introduction to multiple time series analysis*. Cambridge, England: Springer.
- Mondino, G., & Rennhack, R. (1989). Movilidad de capitales y política monetaria en Colombia. *Ensayos Sobre Política Económica*, N° 15, 25—45.
- Pesaran, M., & Shin, Y. (1998). Generalized impulse response analysis in linear multivariate models. *Economics Letters*, 58(1), 17—29.
- Qi, W. (2008). Forecast about total state of foreign exchange reserves based on the grey system theory. *Market Modernization*, 9.
- Tsay, R. (2005). *Analysis of financial time series* (2nd ed.). New Jersey, EEUU: John Wiley & Sons, Inc.

ANEXO A.

Tabla A1: Pruebas de raíz unitaria²¹.

Variables	Especificación del test			¿Estacionaria?§
	ADF	PP	KPSS	
ΔRIN	Sin constante ni tendencia	Sin constante ni tendencia	Constante	Si
ΔAIN	Sin constante ni tendencia	Sin constante ni tendencia	Constante	Si
$\Delta \ln(ING)$	Constante	Sin constante ni tendencia	Constante	Si
ΔP	Constante °	Sin constante ni tendencia	Constante	Si
Δi	Sin constante ni tendencia	Sin constante ni tendencia	Constante y tendencia °	Si
AG	Constante y tendencia °	Constante y tendencia	Constante	Si
KO	Constante y tendencia	Constante y tendencia	Constante y tendencia	Si
r	Constante y tendencia °	Constante y tendencia °	Constante y tendencia	No
$\ln(ING^*)$	Constante y tendencia °	Constante y tendencia °	Constante y tendencia	No
$\ln(P^*)$	Constante y tendencia °	Constante y tendencia °	Constante y tendencia	No
ΔTD^e	Sin constante ni tendencia	Sin constante ni tendencia	Constante	Si
Δi^*	Sin constante ni tendencia	Sin constante ni tendencia	Constante	Si
π^e	Sin constante ni tendencia °	Sin constante ni tendencia °	Constante	No
C	Constante y tendencia	Constante y tendencia	Constante y tendencia	Si
Términos de intercambio	Constante y tendencia °	Constante y tendencia °	Constante y tendencia	No
Brecha del producto	Sin constante ni tendencia	Sin constante ni tendencia	Constante y tendencia °	Si
Indicador de solvencia	Constante y tendencia °	Constante y tendencia °	Constante y tendencia	No
$\Delta \ln(M2)$	Constante y tendencia °	Sin constante ni tendencia	Constante	Si

° No se rechaza la hipótesis nula para ADF-PP, o se rechaza para KPSS, a un alfa del 5%.

§ Resultados contrastados a un alfa del 5%. Si dos o más de los tres resultados de las pruebas arrojan que la serie es estacionaria, se asume como tal.

Fuente: Elaboración propia.

21 Para la prueba ADF y PP se tiene como H_0 : La serie presenta raíz unitaria. Para la prueba KPSS, H_0 : La serie es estacionaria.

Tabla A2: Análisis de cointegración.

Prueba de rango de cointegración no restringida (Traza)				
Hipótesis nula: Nº. de relaciones de cointegración	Valor propio	Estadístico Traza	Valor Crítico 0.05	Prob.
Ninguna *	0.834339	166.2735	95.75366	0.0000
Al menos 1	0.376451	67.39381	69.81889	0.0769
Al menos 2	0.287804	41.41577	47.85613	0.1758
Al menos 3	0.207560	22.74866	29.79707	0.2586
Al menos 4	0.149521	9.953522	15.49471	0.2843
Al menos 5	0.018838	1.045957	3.841466	0.3064

* Indica rechazo de la hipótesis nula a un nivel de significancia del 5%.

Prueba de rango de cointegración no restringida (Máximo valor propio)				
Hipótesis nula: Nº. de relaciones de cointegración	Valor propio	Estadístico Máximo valor propio	Valor Crítico 0.05	Prob.
Ninguna *	0.834339	98.87968	40.07757	0.0000
Al menos 1	0.376451	25.97804	33.87687	0.3221
Al menos 2	0.287804	18.66711	27.58434	0.4407
Al menos 3	0.207560	12.79514	21.13162	0.4713
Al menos 4	0.149521	8.907564	14.26460	0.2939
Al menos 5	0.018838	1.045957	3.841466	0.3064

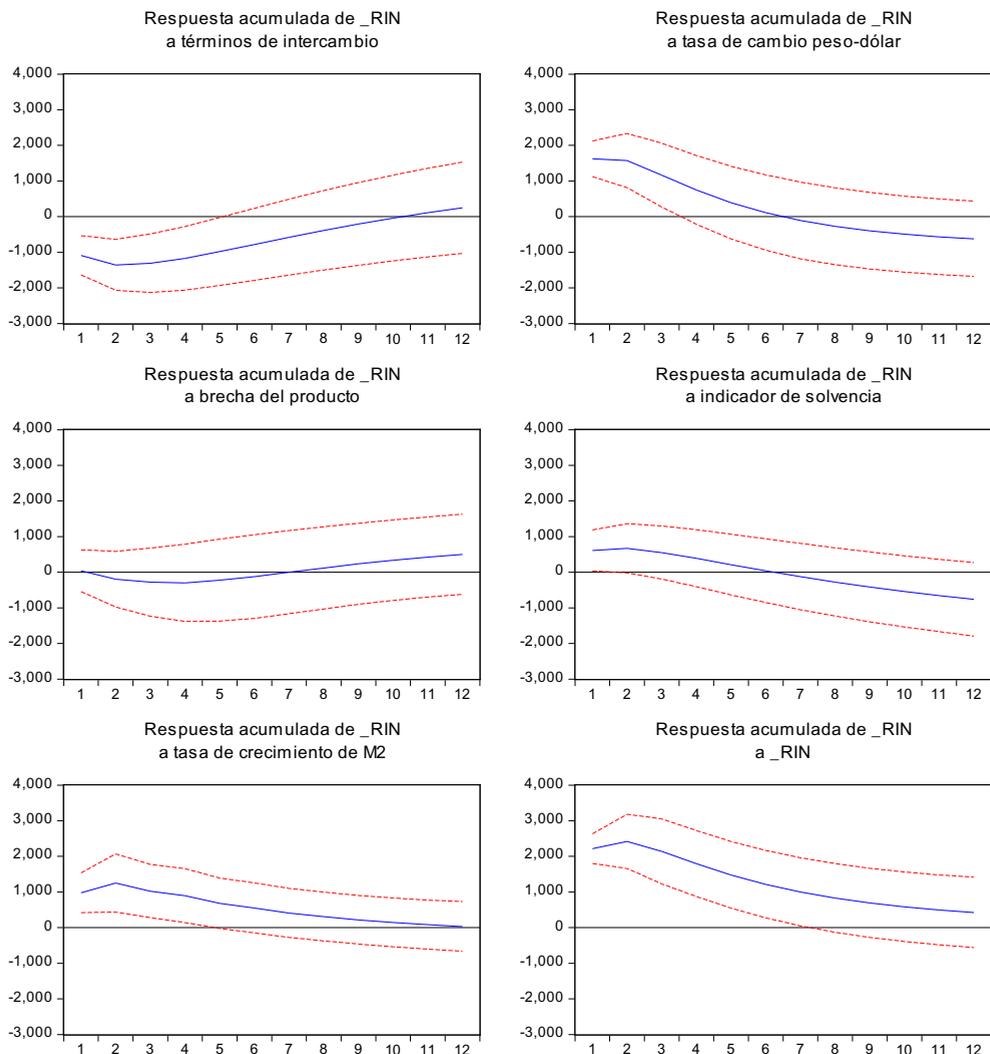
* Indica rechazo de la hipótesis nula a un nivel de significancia del 5%.

Fuente: Elaboración propia.

ANEXO B.

Gráfica B1: Funciones de impulso-respuesta para choques en ΔRIN .

Respuestas acumuladas a un choque de una desviación estándar de una innovación generalizada



Fuente: Elaboración propia.

Tabla B1: Descomposición de la varianza ΔRIN .

Periodo	Error Estándar	Términos de intercambio	Tasa de cambio peso-dólar	Brecha del producto	Indicador de solvencia	$\Delta \ln(M2)$	ΔRIN
1	5.960128	24.07059	32.13283	0.637872	0.006310	2.843548	40.30885
2	8.381483	24.20184	31.23891	1.146445	0.014388	4.089913	39.30850
3	10.15005	23.28577	33.59918	1.161716	0.048836	4.141613	37.76288
4	11.53459	22.83093	35.32823	1.127162	0.095679	4.008387	36.60961
5	12.65265	22.88865	36.00544	1.166082	0.161384	4.025865	35.75258
6	13.56613	23.17139	36.15298	1.244506	0.231528	3.962451	35.23714
7	14.31915	23.55724	35.98707	1.379049	0.305828	3.956115	34.81470
8	14.94244	23.94036	35.75005	1.490961	0.376995	3.926792	34.51484
9	15.46067	24.29272	35.49577	1.590344	0.444445	3.915915	34.26081
10	15.89283	24.59383	35.27949	1.657952	0.505682	3.899645	34.06340
11	16.25449	24.84660	35.09886	1.705604	0.560893	3.890159	33.89788
12	16.55803	25.05389	34.95708	1.734424	0.609725	3.880130	33.76476

Fuente: Elaboración propia.

ANEXO C.**Tabla C1: Pronósticos de RIN para Colombia 2015-2016.
Modelo VARX Cointegrado en niveles**

Periodo	RIN	Intervalos al 95% de confianza	
		Límite inferior	Límite superior
2015Q1	47490.243	44950.291	50030.195
2015Q2	47166.001	44422.853	49909.149
2015Q3	47813.114	44795.651	50830.577
2015Q4	48274.875	44925.491	51624.259
2016Q1	48372.314	44687.992	52056.636
2016Q2	48369.753	44390.685	52348.821
2016Q3	48562.208	44145.442	52978.974
2016Q4	49004.444	44278.505	53730.383

Fuente: Elaboración propia.